Решебник

по физике

- √ Методика решения задач по всему школьному курсу
- √ Лучший сборник для самостоятельной экспресс-подготовки
- √ Соответствует программе курса физики средней школы
- √ Рекомендовано лучшими репетиторами

И.Л. КАСАТКИНА

ЛУЧШИЕ АВТОРЫ РОССИИ

И. Л. КАСАТКИНА

РЕШЕБНИК ПО ФИЗИКЕ

- Методика решения задач по всему школьному курсу
- Лучший сборник для самостоятельной экспресс-подготовки
- Соотвествует программе курса физики средней школы
- Рекомендовано лучшими репетиторами

Москва
SMART
BOOK
2011

УДК 53(075.3)076.1)
ББК 22.3я721-4
К28

Касаткина, И. Л.

К28 Решебник по физике : учеб. пособие / И.Л. Касаткина. — М. : СмартБук : Книжкин Дом, 2011. — 608 с.
ISBN 978-5-9791-0251-1

Агентство CIP РГБ

Решебник составлен в соответствии с программой курса физики средней школы. Он содержит множество задач как средней, так и повышенной трудности по всем разделам школьного курса. Все задачи, за исключением тех, что предназначены для самостоятельного решения, снабжены подробным решением со всеми математическими выкладками и чертежами. Для лучшего понимания подходов к решению разнообразных задач каждый раздел содержит весь необходимый теоретический материал и советы по выбору способов решения. Часть задач составляют переработанные задачи ЕГЭ последних лет и олимпиад по физике. Приложение в конце пособия содержит математические формулы, необходимые при решении задач физики.

Решебник полезен учащимся старших классов школ, лицеев и гимназий, а также абитуриентам при подготовке к ЕГЭ и студентам младших курсов технических колледжей и вузов.

Учебное издание

Главный редактор *Ингерлейб М.*
Зав. редакцией *Фролова Ж.*
Корректор *Бутко Н.*
Художник *Баева Э.*
Оформление переплета *Калинченко Ю.*
Компьютерная верстка *Басов А.*

Общероссийский классификатор продукции ОК-005-93, том 2;
953000 – книги, брошюры

Подписано в печать 25.08.2010. Формат 84x108/32.
Усл. печ. л. 28,5. Тираж 3000 экз. Заказ № .

ПРЕДИСЛОВИЕ

Физика является фундаментальной наукой, на законах которой базируются все инженерные дисциплины, обеспечивающие технический прогресс и оборону страны. Без знания ее законов и умения применять их на практике невозможно усвоить любые специальные дисциплины, изучаемые в технических вузах. А умение применять на практике законы физики формируется только при решении физических задач. Но их решение зачастую вызывает наибольшие затруднения у учащихся, особенно у тех, кто имеет проблемы с решением математических уравнений. Данное пособие призвано оказать помощь таким учащимся.

Для решения физических задач недостаточно просто выучить законы и формулы. Необходимо прочное знание математического аппарата, обеспечивающее решение любых задач физики, а также умение думать, рассуждать, предвидеть последующие результаты, которые могут вытекать из предыдущих действий. Этого можно добиться при систематическом решении достаточно большого количества задач, причем решении самостоятельном. Но этого можно добиться, только усвоив методику решения типовых задач, подобных тем, что в большом количестве предлагает данное пособие.

Предполагается, что, приступая к решению задач, учащиеся предварительно ознакомятся с соответствующим теоретическим материалом. Поэтому в начале каждого раздела помещены краткая теория, основные законы и формулы с названием всех входящих в них величин и единицами измерений международной системы — СИ. Большинство задач последующих разделов требует применения законов и формул из разделов, ранее рассмотренных. Основной упор сделан на методику решения каждой задачи и соответствующие математические приемы с целью углубить понимание физических законов данной темы и развить умение рассуждать. Подчеркнуто, что, работая над каждой задачей, учащийся должен прежде всего понять, о каких закономерностях идет речь и в чем состоит ее вопрос. После чего записать начальные и граничные условия задачи, выразить размерности всех величин в одной системе единиц, затем решить задачу в общем виде, выразив посредством соответствующей формулы в буквенных обозначениях искомую величину, и после этого произвести необходимые арифметические действия.

Учитывая, что некоторые учащиеся старших классов в настоящее время зачастую недостаточно владеют математическим аппаратом, изучаемым в средней школе, автор уделил большое внимание подробному показу математических преобразований, вплоть до простых алгебраических действий. Чтобы избежать простого запоминания решений и для проверки умения думать в пособии приведено достаточно большое количество задач для самостоятельного решения. Ко многим из них даны ответы в общем и числовом вариантах.

Раздел 1. МЕХАНИКА

Краткая теория и советы к решению задач

В задачах механики рассматривается механическое движение тел или их равновесие. Механическим движением называют изменение взаимного положения тел в пространстве с течением времени. Если положение тела в пространстве с течением времени не изменяется, то тело находится в равновесии.

Механику условно делят на кинематику, динамику и статику.

В задачах кинематики рассматривают движение тел без учета причин, влияющих на характер движения, поэтому в таких задачах оперируют только понятиями траектория, путь, перемещение, время, скорость, ускорение, частота вращения и угловая скорость.

Следует различать понятия пути и перемещения. Путь — это длина траектории тела. Путь — скалярная и всегда положительная величина. В процессе движения путь может только увеличиваться.

Перемещение — это вектор, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением и направленный к конечному положению. Путь может быть равен модулю перемещения, когда направление движения тела неизменно, т.е. когда оно движется прямолинейно и только в одну сторону. В остальных случаях путь больше модуля перемещения.

При равномерном движении скорость неизменна, а при переменном движении различают мгновенные начальную и конечную скорости, а также среднюю скорость.

Скорость при прямолинейном равномерном движении равна отношению пути ко времени:

$$v = \frac{S}{t}.$$

График координаты и пути равномерного движения представляют собой прямую линию, наклоненную к оси времени под некоторым углом (рис. 1 и 2).

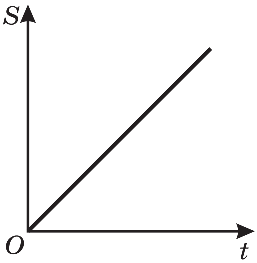


Рис. 1

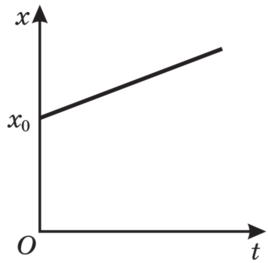


Рис. 2

График скорости равномерного движения представляет собой прямую линию, параллельную оси времени, ведь при равномерном движении скорость не изменяется (рис. 3).

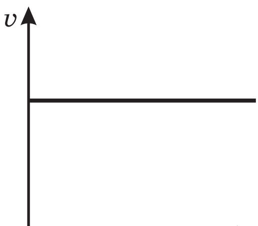


Рис. 3

Путь на таком графике численно равен площади прямоугольника, построенного на осях координат, как на сторонах.

Скорость движения — векторная величина. Вектор скорости $\vec{v}$ совпадает по направлению с вектором перемещения $\vec{S}$.

Ускорение — это отношение изменения скорости ко времени, за которое это изменение произошло:

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_o}{t}.$$

Ускорение $\vec{a}$ — тоже вектор. Направление вектора ускорения совпадает с направлением вектора изменения скорости $\Delta\vec{v}$.

Графики координаты и пути равноускоренного движения представляют собой параболу (рис. 4). Если касательная к графику параллельна оси времени, значит, скорость в этот момент равна нулю.

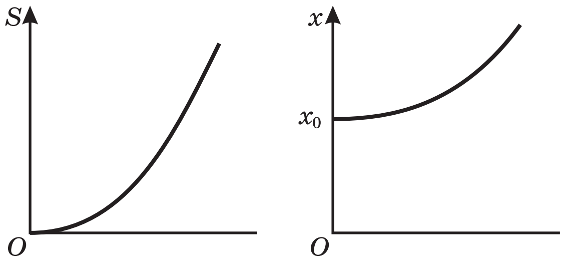


Рис. 4

График скорости равноускоренного движения есть прямая линия, наклоненная под некоторым углом к оси времени (рис. 5).

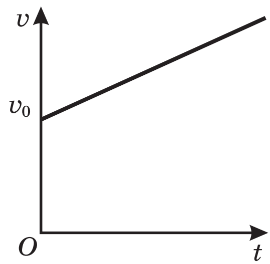


Рис. 5

Определив характер движения тела, выберите формулу, в которую входят искомая величина и наибольшее количество известных из условия величин. Если такой формулы нет, выберите наиболее подходящие к условию задачи формулы и решите систему уравнений, постепенно исключая неизвестные величины, пока не останется одно уравнение с искомой величиной.

При решении задач на относительность движения, когда одно тело движется относительно другого, тоже движущегося, надо выбрать систему отсчета, которую можно принять за неподвижную, и систему отсчета, движущуюся относительно неподвижной. Тогда, согласно правилу сложения скоростей Галилея, скорость тела относительно неподвижной системы отсчета равна векторной сумме скорости тела относительно подвижной системы и скорости подвижной системы относительно неподвижной. Например, скорость пассажира, движущегося по ходу поезда, относительно вокзала равна сумме его скорости относительно вагона и скорости поезда относительно вокзала. При этом следует пользоваться правилом сложения векторов, поскольку скорость — векторная величина.

Если тело движется криволинейно, например, будучи брошенным под углом к горизонту (рис. 6), то такое движение можно представить как результат сложения двух независимых движений: движения по горизонтали вдоль оси OX, которое в отсутствие сопротивления является равномерным, и движения по вертикали вдоль оси OY, которое сначала будет равнозамедленным с ускорением свободного падения, направленным вниз, а затем, после достижения телом высшей точки, равноускоренным с тем же по модулю ускорением. Для движения по горизонтали пишем уравнения равномерного движения, а по вертикали — уравнения равноускоренного движения.

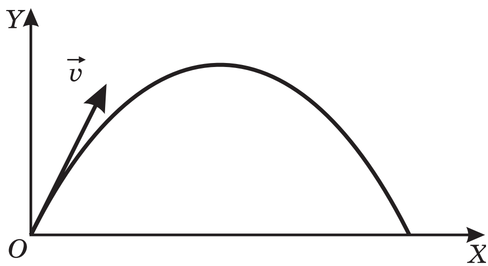


Рис. 6

При решении задач на равномерное движение точки по окружности, помните, что все точки, лежащие на одном и том же радиусе, движутся с одинаковыми угловой скоростью, периодом и частотой, поскольку за одинаковое время радиус поворачивается на одинаковый угол. А линейная скорость таких точек различна, — чем ближе к центру окружности, тем она меньше.

Если речь идет о движении секундной стрелки по циферблату, то вам известен ее период, — он равен 1 мин, если о минутной, то ее период 1 ч, если о часовой, то ее период 12 ч.

При решении задач динамики пользуемся законами Ньютона и законами сохранения импульса и энергии.

Если тело покоится или движется равномерно и прямолинейно, то применяем первый закон Ньютона: в инерциальной системе отсчета тело, на которое не действуют силы или они скомпенсированы, сохраняет скорость.

Если тело движется с ускорением, то применяем второй закон Ньютона: произведение массы тела и его ускорения равно векторной сумме всех приложенных к нему сил.

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

Если тело движется равномерно по окружности, то равнодействующая сила всегда направлена по радиусу к центру окружности.

В задачах динамики обычно приходится применять еще и третий закон Ньютона: два тела взаимодействуют с силами, равными по модулю, но противоположными по направлению.

При решении задач на связанные тела помните, что если массой связующих нити или каната можно пренебречь, то силы натяжения на их концах по модулю одинаковы, как и в любом другом месте связки. Одинаковы также и ускорения связанных тел.

Законы Ньютона удобно применять, когда необходимо учитывать силы, приложенные к телу, — например, когда надо найти одну из них. Если этого не требуется, то иногда для решения удобнее воспользоваться законами сохранения импульса и энергии.

Импульсом тела называют произведение его массы и скорости:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Закон сохранения импульса: в замкнутой системе тел импульс системы сохраняется при любых изменениях внутри системы.

Замкнутой называют систему тел, на которую не действуют внешние силы. Импульсы тел внутри такой системы могут изменяться, но общий их импульс остается прежним.

Решая задачи на закон сохранения импульса, нужно учитывать, что импульс — векторная величина, поэтому если вы выбрали одно из направлений движения тел за положительное, то перед импульсами тел, движущихся в противоположном направлении, нужно ставить минус.

Решение некоторых задач требует применения обоих законов — как закона сохранения импульса, так и закона сохранения энергии. Различают закон сохранения механической энергии и общий закон сохранения энергии.

Закон сохранения механической энергии: в замкнутой системе тел, где между телами действуют только гравитационные силы (силы тяготения, силы тяжести) или силы упругости механическая энергия системы тел сохраняется при всех изменениях внутри системы.

Закон сохранения энергии: энергия не возникает из ничего и не исчезает, а лишь превращается из одного вида в другой в эквивалентных количествах.

Законы сохранения удобно применять при решении задач на соударение тел, составляющих замкнутую систему. При этом различают упругий и неупругий удары. При упругом ударе механическая энергия тел не превращается в иные виды энергии, например, в их внутреннюю энергию. При таком ударе выполняются оба закона сохранения: как закон сохранения импульса, так и закон сохранения механической энергии.

При неупругом ударе выполняется только закон сохранения импульса.

В задачах статики рассматриваются, как правило, условия равновесия тел, способных вращаться вокруг какой-либо оси.

Условия равновесия: тело, имеющее ось вращения, находится в равновесии, если равнодействующая всех приложенных к нему сил равна нулю и сумма моментов сил, вращающих тело вокруг оси по часовой стрелке, равна сумме моментов сил, вращающих его против часовой стрелки.

Моментом силы называют произведение вращающей тело силы и ее плеча:

$$M = Fl.$$

Плечо силы l — это длина перпендикуляра, опущенного из оси вращения О на линию действия силы F (рис. 7).

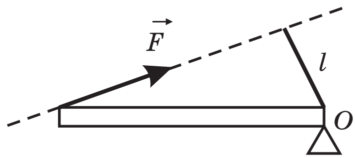


Рис. 7

Решая задачи на правило моментов сил, следует учитывать, что момент силы — векторная величина. Направление вектора момента силы определяют по правилу правого винта: если направление вращения головки винта совпадает с направлением вращающего действия силы, то поступательное движение винта совпадает с вектором момента силы.

При решении задач гидромеханики применяются в основном законы и формулы механики. Но здесь следует учитывать, что силы взаимодействия жидкостей и газов распределены по всей поверхности взаимодействующих тел, а не приложены к одной точке, как в задачах механики. Поэтому здесь приходится учитывать производимое этими силами давление на всю поверхность соприкасающихся тел.

Решение задач гидродинамики базируется на двух основных законах — законе Паскаля и законе Архимеда.

Закон Паскаля: давление, производимое на жидкость или газ, передается по всем направлениям одинаково.

Закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, направленная вверх и равная весу жидкости или газа, вытесненных телом.

Основные формулы механики

В скобках даны сокращенные обозначения размерностей физических величин в СИ.

При свободном падении $a = g = 9{,}8$ м/с^2 — ускорение свободного падения на уровне моря.

Равномерное движение

$x = x_о + v_х t$ $\qquad S = v\,t$

Здесь x — конечная координата (м), $x_о$ — начальная координата (м), $v_х$ — проекция скорости на ось координат (м/с), t — время (с), S — путь (м), v — модуль скорости (м/с).

Равноускоренное движение

$$x = x_о + v_{ох}t + \frac{a_x t^2}{2}, \qquad a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_o}{t},$$

$$v = v_о + a\,t, \qquad S = v_о\,t + \frac{at^2}{2},$$

$$S = v_{ср}\,t, \qquad v_{ср} = \frac{v_o + v}{2},$$

$$v^2 - v_o^2 = 2aS$$

Здесь a — ускорение (м/с^2), Δv — изменение скорости (м/с), v — модуль конечной скорости (м/с), $v_о$ — модуль начальной скорости (м/с), $v_{ох}$ — проекция начальной скорости на ось координат (м/с), a_x — проекция ускорения на ось координат (м/с^2). Остальные величины названы ранее.

Равномерное движение по окружности

$$v = \frac{S}{t}, \qquad \omega = \frac{\varphi}{t},$$

$$v = 2\,\pi R\nu, \qquad v = \frac{2\pi R}{T},$$

$$v = \omega R, \qquad \omega = 2\pi\nu,$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \qquad T = \frac{t}{N} = \frac{1}{\nu},$$

$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}, \qquad a = \frac{v^2}{R},$$

$a = \omega^2 R$, $\qquad a = \omega v$

Здесь v — линейная скорость (м/с), S — длина дуги (м), ω — угловая скорость (рад/с), φ — угол поворота радиуса (рад), $\pi = 3{,}14$ — число «пи» (безразмерное), T — период (с), ν — частота вращения ($с^{-1}$), R — радиус окружности (м), N — число оборотов (безразмерное), t — время движения, a — центростремительное ускорение.

Второй закон Ньютона

$F = ma$

Здесь F — сила (Н), m — масса (кг), a — ускорение ($м/с^2$).

Сила трения

$F_{тр} = \mu F_{давл}$

Здесь $F_{тр}$ — сила трения (Н), μ — коэффициент трения (безразмерный), $F_{давл}$ — сила давления (Н).

Закон Гука

$F_{упр} = -kx$

Здесь $F_{упр}$ — сила упругости (Н), k — жесткость (Н/м), x — деформация (м).

Закон всемирного тяготения

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Здесь F — сила тяготения (Н), $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ $Н \cdot м^2/кг^2$ — гравитационная постоянная, m_1 и m_2 — массы притягивающихся друг к другу материальных точек (кг), r — расстояние между этими точками (м).

Вес тела в покое или движущегося равномерно вверх или вниз

$P = mg$

Здесь P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения ($м/с^2$).

Вес тела, опускающегося с ускорением или поднимающегося с замедлением

$P = m(g - a)$

Здесь a — ускорение тела ($м/с^2$). Остальные величины названы ранее.

Вес тела, поднимающегося с ускорением или опускающегося с замедлением

$P = m(g + a)$

Все величины названы в формулах ранее.

Перегрузка при подъеме с ускорением или спуске с замедлением

$$n = \frac{P}{mg}$$

Здесь n — перегрузка (безразмерная), P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Момент силы

$M = F\,l$

Здесь M — момент силы (Н · м), F — сила, вращающая тело (Н), l — плечо этой силы (м).

Работа в механике

$$A = F\,S\cos\alpha, \qquad A = \frac{kx^2}{2}$$

Здесь A — работа (Дж), F — модуль силы (Н), S — модуль перемещения (м), α — угол между векторами силы и перемещения (рад), k – жесткость (Н/м), x – деформация (м).

Потенциальная энергия при упругой деформации

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Здесь k — жесткость (Н/м), x — деформация (м), E_p — потенциальная энергия (Дж).

Мощность в механике

$$N = \frac{A}{t}, \qquad N = F\,v\cos\alpha$$

Здесь N — мощность (Вт), A — работа (Дж), t — время (с), F — сила (Н), v — скорость (м/с), α — угол между векторами силы и скорости (рад).

Кинетическая энергия

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Здесь E_k — кинетическая энергия (Дж), m — масса (кг), v — скорость (м/с).

Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту

$$E_p = mgh$$

Здесь E_p — потенциальная энергия (Дж), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота (м).

Полная механическая энергия

$$E = E_p + E_p$$

Здесь E — полная механическая энергия (Дж), E_p — потенциальная энергия, E_p — кинетическая энергия.

Теорема об изменении кинетической энергии

$$A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$ — изменение кинетической энергии тела, совершившего работу (Дж), E_{k1} — кинетическая энергия тела до ее изменения, E_{k2} — кинетическая энергия тела после ее изменения.

Теорема об изменении потенциальной энергии

$$A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1})$$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$ – изменение потенциальной энергии тела, совершившего работу (Дж), E_{p1} — потенциальная энергия тела до ее изменения, E_{p2} — потенциальная энергия тела после ее изменения.

Импульс тела

$$p = mv$$

Здесь p — импульс тела (кг·м/с), m — его масса (кг), v — скорость тела (м/с).

Импульс силы

$$F\Delta t = \Delta p$$

Здесь $F\Delta t$ — импульс силы, действовавшей на тело в течение времени t (Н·с), Δp — изменение импульса тела (кг·м/с).

Плотность

$\rho = \dfrac{m}{V}$, $\rho = m_1 n$

Здесь ρ — плотность (кг/м^3), m — масса (кг), V — объем (м^3), m_1 — масса одного из тел системы (кг), n — концентрация тел в системе (м$^{-3}$).

Формула давления

$p = \dfrac{F_{давл}}{S}$

Здесь p — давление (Па), $F_{давл}$ — сила давления (Н), S — площадь опоры (м^2).

Давление столба жидкости

$p = \rho g h$

Здесь p — давление (Па), ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота столба жидкости (м).

Выталкивающая (архимедова) сила

$F_{выт} = \rho_ж g V_т$

Здесь $F_{выт}$ — выталкивающая сила (Н), $\rho_ж$ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), $V_т$ — объем тела, погруженного в жидкость (м^3).

Уравнение неразрывности струи (теорема Эйлера)

$v_1 S_1 = v_2 S_2$

Здесь v_1 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_1 (м^2), v_2 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_2 (м^2).

Решение задач механики

Задача 1. Два поезда едут по параллельным рельсам навстречу друг другу. Скорость первого поезда 72 км/ч, его длина 900 м, скорость второго 102 км/ч, его длина 140 м. В течение какого времени второй поезд будет ехать мимо первого?

Обозначим v_1 скорость первого поезда относительно земли, v — скорость первого поезда относительно второго, L_1 —

длину первого поезда, L_2 — длину второго поезда, t — время, в течение которого поезда приезжают мимо друг друга, v_2 — скорость второго поезда относительно земли.

Дано:
$v_1 = 72$ км/ч
$v_2 = 102$ км/ч
$L_1 = 900$ м
$L_2 = 140$ м

t — ?

Решение

Время t, в течение которого поезда будут проходить мимо друг друга, можно найти, разделив их общую длину $L_1 + L_2$ на их относительную скорость, например, на скорость первого поезда относительно второго v:

$$t = \frac{L_1 + L_2}{v}. \qquad (1)$$

По правилу сложения скоростей скорость первого поезда относительно земли $\vec{v}_1$ равна геометрической сумме скорости второго поезда относительно земли $\vec{v_2}$ и скорости первого поезда относительно второго $\vec{v}$:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}.$$

С учетом того, что второй поезд движется навстречу первому, при записи этого выражения в скалярном виде перед модулем скорости второго поезда относительно земли поставим минус:

$$v_1 = -v_2 + v,$$

откуда скорость первого поезда относительно второго равна:

$$v = v_1 + v_2. \qquad (2)$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (2) в знаменатель формулы (1), и задача в общем виде будет решена:

$$t = \frac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2}.$$

Выразим единицы скоростей в СИ:

$$72 \text{ км/ч} = 72 \frac{1000}{3600} \text{ м/с} = 20 \text{ м/с},$$

$$102 \text{ км/ч} = 102 \frac{1000}{3600} \text{ м/с} \approx 28{,}3 \text{ м/с}.$$

Произведем вычисления:

$$t = \frac{900+140}{20+28{,}3}\ \text{с} = 21{,}5\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 21{,}5$ с.

Задача 2. Катер переплывает реку, выдерживая курс перпендикулярно берегу. Скорость течения 2 м/с, скорость катера относительно течения 4 м/с. Чему равна скорость катера относительно берега и под каким углом к берегу должен быть направлен вектор скорости катера относительно течения?

Обозначим v_0 скорость течения реки относительно берега, v_1 — скорость катера относительно течения и v — скорость катера относительно берега, α — угол между вектором скорости катера относительно течения и берегом.

Дано:
$v_0 = 2$ м/с
$v_1 = 4$ м/с

v — ?
α — ?

Решение

Согласно правилу сложения скоростей скорость катера относительно берега v равна геометрической сумме скорости течения относительно берега v_0 и скорости катера относительно течения v_1 (рис. 8).

Чтобы катер плыл перпендикулярно берегу, вектор его скорости относительно воды $\vec{v}_1$ должен быть направлен под тупым углом к направлению вектора скорости течения $\vec{v}$. Как следует из рис. 8, все три вектора образуют прямоугольный треугольник. По теореме Пифагора

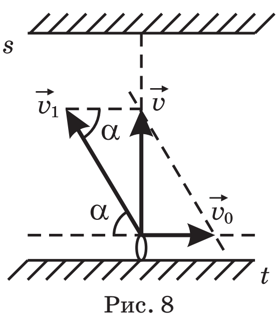


Рис. 8

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_0^2}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{4^2 - 2^2}\ \text{м/с} = 3{,}5\ \text{м/с}.$$

Угол α определим из прямоугольного треугольника. Тангенс этого угла равен отношению противолежащего катета v к прилежащему катету v:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{v}{v_0}.$$

Произведем вычисления:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{3{,}5}{2} = 1{,}7, \qquad \alpha \approx 60^\circ.$$

Ответ: $v = 3{,}5$ м/с, $\alpha = 60^\circ$.

Задача 3. Колонна солдат длиной 20 м движется по шоссе со скоростью 3,6 км/ч. Командир, находящийся в хвосте колонны, посылает солдата с вопросом к сержанту, шагающему во главе колонны. Солдат бежит туда и обратно со скоростью, превышающей скорость колонны на 20% . Через сколько времени солдат доставит командиру ответ сержанта, если он слушал его в течение 0,5 мин?

Обозначим S длину колонны, v_1 — скорость колонны, v_2 — скорость солдата, Δv — разность между скоростью солдата и колонны, t_1 — время, в течение которого солдат бежал к голове колонны, t_2 — время, в течение которого он бежал от головы колонны обратно к командиру, $t_{\text{общ}}$ — общее время, за которое солдат доставит ответ командиру.

Дано:
$S = 20$ м
$v_1 = 3{,}6$ км/ч
$\Delta v = 0{,}2\, v_1$
$t = 0{,}5$ мин

$t_{\text{общ}}$ — ?

Решение

Очевидно, что время t_1, пока солдат бежал к голове колонны, не равно времени t_2, за которое он вернулся обратно, ведь, когда он бежал к голове, он обгонял колонну, а когда он бежал ей навстречу, она к нему приближалась, поэтому он пробежал ее длину быстрее. Следовательно, искомое время $t_{\text{общ}}$ можно представить как сумму трех времен: времени t_1 пробега солдата к голове колонны, времени t, пока он разговаривал с сержантом, и времени t_2 его возвращения:

$$t_{\text{общ}} = t_1 + t + t_2. \tag{1}$$

Судя по условию задачи, движение как колонны, так и солдата, было равномерным. Поэтому время t_1, за которое солдат пробежал от хвоста колонны к ее голове, можно определить из формулы равномерного движения. Но при этом следует учесть, что скорость солдата относительно колонны в этом случае равна разности его скорости v_2 относительно дороги и скорости колонны v_1 относительно дороги. Поэтому время t_1 равно:

$$t_1 = \frac{S}{v_2 - v_1},$$

где согласно условию $v_2 - v_1 = \Delta v = 0{,}2v_1$, поэтому

$$t_1 = \frac{S}{0{,}2v_1} = \frac{5S}{v_1}. \qquad (2)$$

Когда солдат побежал обратно, его скорость относительно приближавшейся к нему колонны стала равна сумме скорости колонны относительно дороги и его собственной скорости относительно нее, поэтому время, за которое он пробежал колонну обратно, равно:

$$t_2 = \frac{S}{v_1 + v_2} = \frac{S}{v_1 + v_1 + \Delta v} = \frac{S}{2v_1 + 0{,}2v_1} = \frac{S}{2{,}2v_1} = \frac{5S}{11v_1}. \qquad (3)$$

Подставив правые части выражений (2) и (3) в равенство (1), мы решим задачу в общем виде:

$$t_{\text{общ}} = \frac{5S}{v_1} + t + \frac{5S}{11v_1} = t + \frac{60S}{11v_1}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Выразим все величины в единицах СИ: 3,6 км/ч $= 3{,}6\,\frac{1000}{3600}$ м/с = 1 м/с, 0,5 мин = = 30 с.

Подставим числа и вычислим:

$$t_{\text{общ}} = 30 + \frac{60 \cdot 20}{11 \cdot 1}\ (\text{с}) = 139\ \text{с} = 2{,}3\ \text{мин}.$$

Ответ: $t_{\text{общ}} = 2{,}3$ мин.

Задача 4. Расстояние между двумя прибрежными поселками катер проходит по течению за 40 мин, а обратно — за 1 ч. За какое время проплывут это расстояние плоты?

Обозначим t_1 — время, за которое катер проходит расстояние между поселками по течению, t_2 — время, за которое катер проходит расстояние между поселками против течения, t — время, за которое проходят это расстояние плоты, S — расстояние между поселками, $v_К$ — скорость катера, $v_Т$ — скорость течения.

Дано:
$t_1 = 40$ мин
$t_2 = 1$ ч $= 60$ мин

t — ?

Решение

Когда катер идет вниз по течению, его скорость $v_К$ складывается со скоростью течения $v_Т$, и поэтому он проходит расстояние между двумя пунктами быстрее, чем в отсутствие течения, — как, например, если бы он плыл по озеру. Тогда согласно формуле скорости равномерного движения

$$v_К + v_Т = \frac{S}{t_1}. \qquad (1)$$

Когда же он идет против течения, оно его тормозит, поэтому он движется медленнее. Теперь его скорость, с которой он проходит прежнее расстояние между пунктами, будет равна разности скорости катера и скорости течения. В этом случае,

$$v_К - v_Т = \frac{S}{t_2}. \qquad (2)$$

Теперь выразим скорость течения и плотов:

$$v_Т = \frac{S}{t}. \qquad (3)$$

Вычтем из равенства (1) равенство (2). При этом знак равенства не нарушится, но зато скорость катера «уйдет»:

$$v_К + v_Т - v_К - (-v_Т) = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2},$$

$$2v_Т = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2}. \qquad (4)$$

Если теперь в равенство (4) подставить вместо скорости течения правую часть равенства (3) и справа вынести путь S

за скобки, то он сократится, и у нас останется одно уравнение, в котором будут только одни времена. Приступим:

$$2\frac{S}{t} = S\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right), \quad \frac{2}{t} = \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2},$$

откуда

$$t = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим:

$$t = \frac{2 \cdot 40 \cdot 60}{60 - 40} \text{ мин} = 240 \text{ мин} = 4 \text{ ч}.$$

Ответ: $t = 4$ ч.

Задача 5. Эскалатор метро спускает неподвижно стоящего человека за $t_1 = 1{,}5$ мин. По неподвижному эскалатору человек спускается за $t_2 = 2$ мин. За сколько времени t спустится человек по движущемуся эскалатору? Скорости эскалатора и человека во всех случаях неизменны.

Обозначим S длину эскалатора, v_0 — скорость ленты эскалатора, v_1 — скорость человека относительно движущейся ленты эскалатора.

Дано:
$t_1 = 1{,}5$ мин,
$t_1 = 2$ мин.

t — ?

Решение

Время t, за которое человек спустится по движущемуся эскалатору, можно определить отношением длины эскалатора S к скорости человека относительно неподвижных объектов (например, стен или дежурной внизу и т.п.), с которыми связана неподвижная система отсчета. Эта скорость складывается из скорости человека относительно ленты эскалатора v_1 и скорости самой ленты v_0. Поэтому

$$t = \frac{S}{v_1 + v_0}. \qquad (1)$$

Скорость человека относительно движущейся ленты v_1, т.е. его собственную скорость, можно определить отношением длины эскалатора S ко времени t_2, за которое он спустится по неподвижному эскалатору, ведь его собственная скорость не изменится от того, движется ли эскалатор или стоит. Поэтому

$$v_1 = \frac{S}{t_2}. \qquad (2)$$

Аналогично скорость самой ленты эскалатора или скорость его ступенек, т.е. переносную скорость, определим отношением длины эскалатора ко времени, за которое эскалатор спустит неподвижно стоящего человека, т.е. ко времени, за которое его верхняя ступенька съедет вниз,

$$v_0 = \frac{S}{t_2}. \qquad (3)$$

Несложно догадаться, что если подставить уравнения (2) и (3) в уравнение (1), то будут исключены неизвестные скорости v_1 и v_0. Затем, если вынести за скобки длину S в знаменателе, то ее тоже можно будет сократить, и останутся известные времена t_1 и t_2 и искомое время t в одном уравнении. Проделаем эти действия:

$$t = \frac{S}{\frac{S}{t_2} + \frac{S}{t_1}} = \frac{S}{S\left(\frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_1}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_1}} = \frac{1}{\frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2},$$

Таким образом,

$$t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}.$$

Выполним вычисления:

$$t = \frac{1{,}5 \cdot 2}{1{,}5 + 2} \text{ мин} = 0{,}86 \text{ мин}.$$

Ответ: $t = 0{,}86$ мин.

Задача 6. Тело треть пути проехало со скоростью v_1, а оставшуюся часть пути (т.е. две трети пути) — со скоростью v_2. Найти среднюю скорость $v_{ср}$ на всем пути, пройденном этим телом.

Обозначим t_1 время прохождения трети пути, t_2 — время прохождения оставшихся двух третей пути, S — весь путь.

Дано:

v_1

$S_1 = \frac{S}{3}$

v_2

$S_2 = \frac{2}{3}S$

$v_{\text{ср}}$ — ?

Решение

Согласно формуле средней скорости переменного движения средняя скорость тела равна:

$$v_{cp} = \frac{S}{t_1 + t_2}. \quad (1)$$

Очевидно, что первую треть пути тело двигалось равномерно со скоростью v_1, а оставшиеся две трети пути оно двигалось тоже равномерно, но с иной скоростью v_2. Поэтому согласно уравнению равномерного движения

$$\frac{1}{3}S = v_1 t_1 \quad \text{и} \quad \frac{2}{3}S = v_2 t_2,$$

откуда

$$t_1 = \frac{S}{3v_1} \quad (2)$$

и

$$t_2 = \frac{2S}{3v_2}. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в (1), получим:

$$v_{cp} = \frac{S}{\frac{S}{3v_1} + \frac{2S}{3v_2}}.$$

Нам осталось вынести неизвестный путь S в знаменателе этой формулы за скобки, затем сократить его, и средняя скорость v_{cp} будет определена через известные скорости v_1 и v_2. Проделаем эти действия:

$$v_{cp} = \frac{S}{S\left(\frac{1}{3v_1} + \frac{2}{3v_2}\right)} = \frac{1}{\frac{v_2 + 2v_1}{3v_1 v_2}} = \frac{3v_1 v_2}{2v_1 + v_2}.$$

Задача решена.

Ответ: $v_{cp} = \dfrac{3v_1 v_2}{2v_1 + v_2}$.

Задача 7. Тело проехало путь 20 м за 5 с. Какой путь оно проедет за 10 с, если его скорость увеличить на 40% ?

Обозначим S_1 путь, пройденный телом за время t_1, S_2 — путь, пройденный телом за время t_2, Δv — изменение скорости тела, v_1 — скорость тела до ее увеличения, v_2 — скорость тела после увеличения.

Дано:
$S_1 = 20$ м
$t_1 = 5$ с
$\Delta v = 0{,}4\,v_1$
$t_2 = 10$ с

S_2 — ?

Решение

Запишем формулу пути равномерного движения для первого и второго состояний:

$$S_1 = v_1 t_1 \qquad (1)$$

и

$$S_2 = v_2 t_2. \qquad (2)$$

Поскольку $v_2 = v_1 + \Delta v = v_1 + 0{,}4v_1 = 1{,}4v_1$, то, подставив правую часть этого равенства в формулу (2) вместо v_2, получим:

$$S_2 = 1{,}4\,v_1 t_2. \qquad (3)$$

Если теперь разделить левые и правые части равенств (1) и (2) друг на друга, то неизвестная скорость v_1 сократится, и из полученной пропорции мы сумеем найти искомый путь S_2. Проделаем эти действия:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_1 t_1}{1{,}4 v_1 t_2}, \qquad \frac{S_1}{S_2} = \frac{t_1}{1{,}4\,t_2},$$

откуда

$$S_2 = 1{,}4\,S_1 \frac{t_2}{t_1}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим искомый путь:

$$S_2 = 1{,}4 \cdot 20 \frac{10}{5} \text{ м} = 56 \text{ м}.$$

Ответ: $S_2 = 56$ м.

Задача 8. Поезд начал двигаться равноускоренно с ускорением 2 м/с^2 и за 10 с проехал некоторый путь. Найти скорость поезда в средней точке этого пути.

Обозначим a ускорение поезда, t — все время движения, v_0 — начальную скорость поезда, v — скорость в средней точке пути, S — весь пройденный путь.

Дано:
$v_0 = 0$
$a = 2$ м/с^2
$t = 10$ с

v — ?

Решение

Из условия задачи следует, что поезд начал движение из состояния покоя, поэтому мы записали в условии $v_0 = 0$. В этом случае формулы равноускоренного движения существенно упрощаются.

Мы знаем ускорение и время движения поезда, поэтому найдем весь путь S, пройденный поездом за время t:
при $v_0 = 0$

$$S = \frac{at^2}{2}.$$

Нам надо найти скорость поезда v на середине этого пути, т.е. на расстоянии $\frac{S}{2}$ от начала движения. Теперь для нахождения скорости в средней точке всего пути, которая является конечной скоростью для первой половины всего пути S, мы можем воспользоваться формулой 9):
при $v_0 = 0$

$$v^2 = 2a\frac{S}{2} = aS = \frac{a^2t^2}{2},$$

откуда

$$v = \frac{at}{\sqrt{2}}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим искомую скорость:

$$v = \frac{2 \cdot 10}{\sqrt{2}} \text{ м/с} = 14 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 14$ м/с.

Задача 9. Два мотоциклиста выезжают одновременно с вершины горы и с ее основания навстречу друг другу. Один из них спускается равноускоренно с горы с начальной скоростью 36 км/ч и ускорением 2 м/с^2, а другой поднимается в гору с начальной скоростью 72 км/ч и с тем же по модулю, но отрицательным ускорением. Длина горы 300 м. Через сколько времени они встретятся?

Обозначим v_{o1} начальную скорость спускающегося мотоциклиста, a — модуль их ускорения, v_{o2} — начальную скорость поднимающегося мотоциклиста, x_o — первоначальное расстояние между ними, x — их конечную координату, обозначающую место встречи, t — время, через которое они встретятся.

Дано:
$v_{o1} = 36$ км/ч
$a = 2$ м/с^2
$v_{o2} = 72$ км/ч
$x_o = 300$ м

t — ?

Решение

В момент встречи у обоих мотоциклистов будет одинаковая координата x. Поскольку они оба движутся с постоянным и одинаковым по модулю ускорением, то уравнение координаты спускающегося с горы мотоциклиста, если принять его начальную координату равной нулю, имеет вид:

$$x = v_{o1}t + \frac{at^2}{2}.$$

Поднимающийся в гору мотоциклист имел начальную координату x_o относительно спускающегося и двигался навстречу ему, поэтому перед модулем его начальной скорости поставим минус. Он двигался с замедлением, то есть вектор его ускорения, всегда совпадающий с направлением вектора изменения скорости, направлен противоположно вектору его начальной скорости, то есть вектор ускорения поднимающегося мотоциклиста направлен вниз. В результате уравнение координаты применительно к поднимающемуся мотоциклисту имеет вид:

$$x = x_o - v_{o2}t + \frac{at^2}{2}.$$

Приравняем правые части этих равенств и из полученного выражения найдем время t:

$$v_{о1}t + \frac{at^2}{2} = x_о - v_{о2}t + \frac{at^2}{2}, \quad v_{о1}t + v_{о2}t = x_о,$$

откуда

$$t = \frac{x_o}{v_{o1} + v_{o2}}$$

Выразим единицы скоростей в СИ:

$$36\ \text{км/ч} = 10\ \text{м/с},\ 72\ \text{км/ч} = 20\ \text{м/с}.$$

Произведем вычисления:

$$t = \frac{300}{10+20}\ \text{с} = 10\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 10$ с.

Задача 10. На рис. 9 изображен график проекции скорости переменного движения материальной точки в зависимости от времени движения. Определить с помощью графика среднюю скорость точки за 5 с и ее ускорение через 2 с от начала движения.

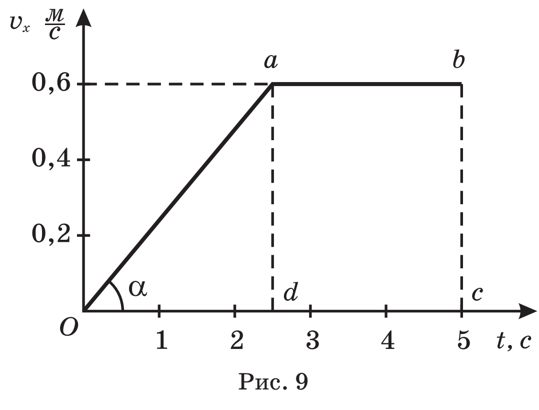


Рис. 9

Обозначим t_1 время, за которое надо определить среднюю скорость $v_{ср}$, t_2 — время, через которое надо определить ускорение a, v_0 — начальную скорость, S — путь, на котором надо определить среднюю скорость.

Дано:	*Решение*
$t_1 = 5$ с $t_2 = 2$ с $v_0 = 0$	Путь на графике скорости переменного движения численно равен площади трапеции $\boldsymbol{Oabc}$:
$v_{ср}$ — ? a — ?	

$$S = \frac{ab+Oc}{2}ad = \frac{2{,}5+5}{2}0{,}6 \text{ м} = 2{,}25 \text{ м}.$$

Средняя скорость на этом пути равна отношению пути ко времени движения t_1:

$$v_{ср} = \frac{S}{t_1} = \frac{2{,}25}{5} \text{ м/с} = 0{,}45 \text{ м/с}.$$

Ускорение через $t_2 = 2$ с численно равно тангенсу угла наклона графика к оси времени:

$$a = \operatorname{tg}\alpha = \frac{ad}{Od} = \frac{0{,}6}{2{,}5} \text{ м/с}^2 = 0{,}24 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $v_{ср} = 0{,}45$ м/с, $a = 0{,}24$ м/с^2.

Задача 11. Начальная скорость материальной точки 4 м/с. Вначале точка движется замедленно с модулем ускорения 1 м/с^2. Найти весь путь, который она проделает за 10 с, двигаясь с постоянным по модулю ускорением.

Обозначим v_0 начальную скорость точки, a — ускорение, t — время движения, S — пройденный путь за это время, t_1 — время торможения, v — скорость в конце торможения, S_1 — путь, пройденный равнозамедленно в течение времени t_1, S_2 — остальной путь, пройденный равноускоренно в течение времени t_2.

Дано:	*Решение*
$v_0 = 4$ м/с $a = -1$ м/с $t = 10$ с	Вроде бы на вид простая задачка. Применить формулу пути равноускоренного движения со знаком «минус» перед ускорением — и все решение. Что ж, давайте попробуем:
S — ?	

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 4\cdot 10 - \frac{1\cdot 10^2}{2} \text{ (м)} = -10 \text{ м}.$$

Но позвольте, путь не бывает отрицательным. Путь — это длина траектории, а длина может быть только положительной величиной. Значит, наше решение неверно.

Тогда давайте думать дальше. Точка двигалась равнозамедленно, а такое движение оканчивается остановкой? Интересно, сколько времени она двигалась до остановки. Это время t_1 несложно определить из формулы скорости, если конечную скорость v приравнять нулю, а перед ускорением a поставить минус. Тогда получим:

$$0 = v_0 - at_1,$$

откуда

$$t_1 = \frac{v_0}{a}.$$

Давайте вычислим, сколько времени точка двигалась до остановки:

$$t_1 = \frac{4}{1} \text{ с} = 4 \text{ с}.$$

Вот оно что: из 10 с движения точка двигалась с замедлением всего 4 с, после чего она еще 10 с − 4 с = 6 с двигалась равноускоренно без начальной скорости и с прежним по модулю ускорением. Тогда весь путь S, проделанный точкой, можно представить как сумму пути S_1, пройденного равнозамедленно в течение времени t_1, в конце которого точка остановилась, и пути S_2, пройденного равноускоренно без начальной скорости в течение времени t_2:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{at_1^2}{2} + \frac{at_2^2}{2} = \frac{a}{2}\left(t_1^2 + t_2^2\right).$$

Обратите внимание, что если при равнозамедленном движении тело в конце останавливается, то для определения его пути укороченная формула применима несмотря на то, что начальная скорость здесь не равна нулю.

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим:

$$S = \frac{1}{2}\left(4^2 + 6^2\right) \text{ м} = 26 \text{ м}.$$

Ответ: $S = 26$ м.

Задача 12. Длина разбега при взлете самолета равна $S_1 = 1$ км, а скорость отрыва от земли $v_1 = 240$ км/ч. Длина пробега при посадке этого самолета $S_2 = 800$ м, а посадочная скорость $v_{02} = 210$ км/ч. Во сколько раз ускорение при взлете a_1, больше ускорения при посадке a_2? На сколько отличаются время разбега t_1 и время посадки t_2?

Дано:

$S_1 = 1$ км

$v_1 = 240 \ \dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$

$v_{01} = 0$

$S_2 = 800$ м

$v_{02} = 210 \ \dfrac{\text{км}}{\text{ч}}$

$v_2 = 0$

$\dfrac{a_1}{a_2}$ – ?

Δt – ?

Решение

Следует самим догадаться записать начальное условие $v_{01} = 0$ и граничное условие $v_2 = 0$, ведь в начале разбега скорость самолета $v_{01} = 0$, он сначала стоял. И в конце тормозного пути его конечная скорость $v_2 = 0$, ведь он, пройдя тормозной путь, остановился. Без этого задачу не решить. Теперь подумаем, какую формулу применить для решения этой задачи.

Речь идет о пути и скоростях самолета, а о времени движения ничего не сказано, значит, можно выбрать формулу, в которую время t не входит. У нас есть и такая формула. Применительно к разбегу самолета она выглядит так:

$$v_1^2 - v_{01}^2 = 2a_1S_1. \tag{1}$$

При торможении самолет движется равнозамедленно, т.е. с отрицательным ускорением, поэтому эта формула в этом случае будет выглядеть так:

$$v_2^2 - v_{02}^2 = -2a_2S_2. \tag{2}$$

Поскольку $v_{01} = 0$ и $v_2 = 0$, то

$$v_1^2 = 2a_1S_1 \tag{3}$$

и

$$-v_{02}^2 = -2a_2S_2$$

или

$$v_{02}^2 = 2a_2S_2. \tag{4}$$

Поделив выражение (3) на (4), мы сможем определить искомое отношение ускорений:

$$\frac{v_1^2}{v_{02}^2} = \frac{2a_1S_1}{2a_2S_2}, \quad \frac{v_1^2}{v_{02}^2} = \frac{a_1S_1}{a_2S_2},$$

откуда

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{S_2}{S_1}\left(\frac{v_1}{v_{02}}\right)^2. \tag{5}$$

Чтобы найти разность времен разбега t_1 и торможения t_2, найдем сначала эти времена. Для их определения можно воспользоваться формулой средней скорости, поскольку в эту формулу входят все известные нам скорости, путь и искомое время. Применительно к разбегу:

$$v_{\text{ср}1} = \frac{S_1}{t_1} \quad \text{и} \quad v_{\text{ср}1} = \frac{v_{01} + v_1}{2} = \frac{v_1}{2}, \quad \text{т.к.} \quad v_{01} = 0.$$

Тогда $\frac{v_1}{2} = \frac{S_1}{t_1}$, откуда $t_1 = \frac{2S_1}{v_1}$.

Аналогично, применительно к торможению:

$$v_{\text{ср}2} = \frac{S_2}{t_2} \quad \text{и} \quad v_{\text{ср}2} = \frac{v_{02} + v_2}{2} = \frac{v_{02}}{2}, \quad \text{т.к.} \quad v_2 = 0.$$

Тогда $\frac{v_{02}}{2} = \frac{S_2}{t_2}$, откуда $t_2 = \frac{2S_2}{v_2}$.

Несложно подсчитать, что время разгона t_1 больше времени торможения t_2. Разность этих времен Δt равна:

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2S_1}{v_1} - \frac{2S_2}{v_{02}} \quad \text{или} \quad \Delta t = 2\left(\frac{S_1}{v_1} - \frac{S_2}{v_{02}}\right). \tag{6}$$

Формулы (5) и (6) есть решение нашей задачи в общем виде. Переведем все единицы в СИ:

1 км = 1000 м,

$$240 \text{ км/ч} = \frac{240 \cdot 1000}{3600}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 67\ \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$210 \text{ км/ч} = \frac{210 \cdot 1000}{3600}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 58\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Выполним вычисления:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{800}{1000}\left(\frac{67}{58}\right)^2=1{,}1,$$

$$\Delta t=2\left(\frac{1000}{67}-\frac{800}{58}\right)\text{ с}=2{,}2\text{ с}.$$

Ответ: $\frac{a_1}{a_2}=1{,}1$, $\Delta t = 2{,}2$ с.

Задача 13. Уравнение движения материальной точки $x = 8 - 2t + t^2$. Найти координату, в которой тело остановится. Все величины выражены в единицах СИ.

Дано: $x = 8 - 2t + t^2$ $v_1 = 0$ x_1 — ?	***Решение*** Сравним уравнение координаты равноускоренного движения, записанное в общем виде, с данным нам в условии задачи:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \text{и} \quad x = 8 - 2t + t^2.$$

Из сравнения этих уравнений следует, что начальная координата $x_0 = 8$ м, начальная скорость $v_0 = -2$ м/с и ускорение $a = 2$ м/с^2. Теперь запишем уравнение скорости в общем виде и подставим в него числовые значения известных величин:

$$v = v_0 + at = -2 + 2t.$$

По условию конечная скорость $v_1 = 0$, значит, $0 = -2 + 2t_1$, откуда $t_1 = 1$ с.

Подставив это числовое значение времени в уравнение координаты, данное нам в условии, найдем искомую координату, в которой точка остановится:

$$x = 8 - 2 \cdot 1 + 1^2\text{ (м)} = 7\text{ м}.$$

Ответ: $x_1 = 7$ м.

Задача 14. Уравнение движения материальной точки $x = 2 + t + 2t^2$. Найти среднюю скорость точки за третью секунду.

Обозначим: x — координату точки, v_0 — ее начальную скорость, a — ускорение, S — путь, пройденный точкой за время $t = 1$ с, S_2 — путь, пройденный за время $t_2 = 2$ с, S_3 — путь, пройденный за время $t_3 = 3$ с, $v_{ср}$ — среднюю скорость точки за третью секунду.

Решение

Среднюю скорость точки на пути, пройденном за третью секунду, найдем, разделив этот путь на это время:

$$v_{ср} = \frac{S}{t}.$$

Путь, пройденный за третью секунду, можно найти, отняв от пути за первые три секунды путь, пройденный за первые две секунды:

$$S = S_3 - S_2,$$

где согласно формуле пути равноускоренного движения

$$S_3 = v_0 t_3 + \frac{a t_3^2}{2} \quad \text{и} \quad S_2 = v_0 t_2 + \frac{a t_2^2}{2}.$$

Подставим правые части этих равенств в предыдущую формулу пути за третью секунду:

$$S = v_0 t_3 + \frac{a t_3^2}{2} - v_0 t_2 - \frac{a t_2^2}{2} = v_0(t_3 - t_2) + 0{,}5a(t_3^2 - t_2^2).$$

Нам осталось подставить правую часть этого равенства в первую формулу, и задача будет в общем виде решена:

$$v_{ср} = \frac{v_0\left(t_3 - t_2\right) + 0{,}5a\left(t_3^2 - t_2^2\right)}{t}.$$

Из данного нам в условии уравнения координаты следует, что начальная скорость $v_0 = 1$ м/с, а ускорение $a = 4$ м/с^2.

Произведем вычисления:

$$v_{ср} = \frac{1(3-2) + 0{,}5 \cdot 4\left(3^2 - 2^2\right)}{1} \text{ м/с} = 11 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_{ср} = 11$ м/с.

Задача 15. Уравнения координаты материальной точки $x = 2\,t$ и $y = 6 - t$.

Определить скорость этой точки. Все величины выражены в единицах СИ.

Обозначим x и y координаты точки, x_0 — начальную координату, t — время движения, v_x — проекцию скорости на ось абсцисс, v_y — проекцию скорости на ось ординат, v — скорость точки.

Дано:
$x = 2\,t$
$y = 6 - t$

v — ?

Решение

Из сопоставления уравнения координаты x, записанного в общем виде и данного нам в условии задачи:

$$x = x_0 + v_x t \quad \text{и} \quad x = 2\,t,$$

следует, что проекция вектора скорости на ось абсцисс

$$v_x = 2 \text{ м/с}.$$

Аналогично из сопоставления уравнения координаты y в общем виде и данного нам в условии задачи:

$$y = y_0 + v_y t \quad \text{и} \quad y = 6 - t$$

следует, что проекция вектора скорости на ось ординат

$$v_y = -1 \text{ м/с}.$$

Обратимся к рисунку (рис. 10). Из него следует, что модуль вектора скорости точки равен:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

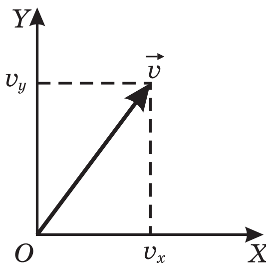


Рис. 10

Подставив в это выражение числовые значения проекций скорости, получим:

$$v = \sqrt{2^2 + (-1)^2} \text{ м/с} = 2{,}2 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 2{,}2$ м/с.

Задача 16. Камень бросили вниз с начальной скоростью 2 м/с. Время его падения на землю равно 3 с. Чему равна средняя скорость падения камня на оставшейся до земли третьей части всей высоты его падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обозначим v_0 начальную скорость камня, t — время его падения, H — всю высоту падения, h — оставшаяся до земли часть высоты через время падения t_1 от начала падения, g — ускорение свободного падения t_2 — время прохождения оставшейся части высоты h.

Дано:
$v_0 = 2$ м/с
$t = 3$ с
$h = \frac{H}{3}$
$g = 10$ м/с^2

$v_{ср}$ — ?

Решение

Среднюю скорость на нижней трети всей высоты можно найти из формулы свободного падения, если разделить эту треть высоты на время ее прохождения — обозначим его t_2. Оно будет равно разности между всем временем падения t и временем t_1, за которое камень пролетит первые $\frac{2}{3}H$.

Тогда получим:

$$v_{ср} = \frac{H}{3t_2} = \frac{H}{3(t - t_1)},$$

где

$$H = v_0 t + \frac{gt^2}{2}. \quad (1)$$

поэтому

$$v_{ср} = \frac{2v_0 t + gt^2}{6(t - t_1)} = \frac{t(2v_0 + gt)}{6(t - t_1)}. \quad (2)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению времени t_1, за которое камень пролетит первые $\frac{2}{3}$ всей высоты H. Применительно к нашей задаче:

$$\frac{2}{3}H = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2}$$

или с учетом (1)

$$\frac{2}{3}\left(v_0 t + \frac{gt^2}{2}\right) = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2}.$$

Мы получили квадратное уравнение относительно времени t_1. Найдем из него это время:

$$\frac{2}{3}\upsilon_0 t + \frac{gt^2}{3} = \upsilon_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2},$$

$$3gt_1^2 + 6\upsilon_0 t_1 - 2\left(2\upsilon_0 t + gt^2\right) = 0,$$

$$t_1 = \frac{-3\upsilon_0 + \sqrt{9\upsilon_0^2 + 6g\left(2\upsilon_0 t + gt^2\right)}}{3g} = \frac{\sqrt{3\left(3\upsilon_0^2 + 2gt\left(2\upsilon_0 + gt\right)\right)} - 3\upsilon_0}{3g}. \quad (3)$$

Нам осталось подставить правую часть этого выражения в равенство (2), и задача в общем виде будет решена.

$$\upsilon_{cp} = \frac{t\left(2\upsilon_0 + gt\right)}{6\left(t - \dfrac{\sqrt{3\left(3\upsilon_0^2 + 2gt\left(2\upsilon_0 + gt\right)\right)} - 3\upsilon_0}{3g}\right)} = \frac{gt\left(2\upsilon_0 + gt\right)}{2\left(3\left(\upsilon_0 + gt\right) - \sqrt{3\left(3\upsilon_0^2 + 2gt\left(2\upsilon_0 + gt\right)\right)}\right)}.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим:

$$\upsilon_{cp} = \frac{10\cdot 3(2\cdot 2 + 10\cdot 3)}{2\left(3(2 + 10\cdot 3) - \sqrt{3\left(3\cdot 2^2 + 2\cdot 10\cdot 3(2\cdot 2 + 10\cdot 3)\right)}\right)}\ \text{с} = 29\ \text{м/с}.$$

Ответ: $\upsilon_{\text{ср}} = 17$ м/с.

Задача 17. Маленький мячик бросили с земли под углом 60° к горизонту со скоростью 5 м/с в вертикальную стену, расположенную на расстоянии 1,5 м от места бросания. Под каким углом к горизонту отскочит мячик после абсолютно упругого удара о стену? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Обозначим α угол между вектором скорости мяча v_0 и горизонтом, S — расстояние от места бросания до стены, g — ускорение свободного падения, β — угол между вектором скорости v отскочившего от стенки мяча и горизонтом, t — время взлета мяча до высшей точки, S_1 — расстояние, которое пролетит мяч по горизонтали за это время, $v_х$ и $v_у$ — проекции скорости мяча на оси координат, t_1 — время полета мяча до стены, Δt — промежуток времени, за который мяч пролетит расстояние от высшей точки подъема до стены.

Дано:
$\alpha = 60^\circ$
$v_0 = 5$ м/с
$S = 1{,}5$ м
$g = 10$ м/с^2

β — ?

Решение

Из теории темы мы знаем, что мяч, брошенный под углом к горизонту, движется вверх равнозамедленно, пока не достигнет высшей точки подъема, после чего начинает падать. И одновременно смещается по горизонтали, в результате чего его траекторией является парабола (рис. 11).

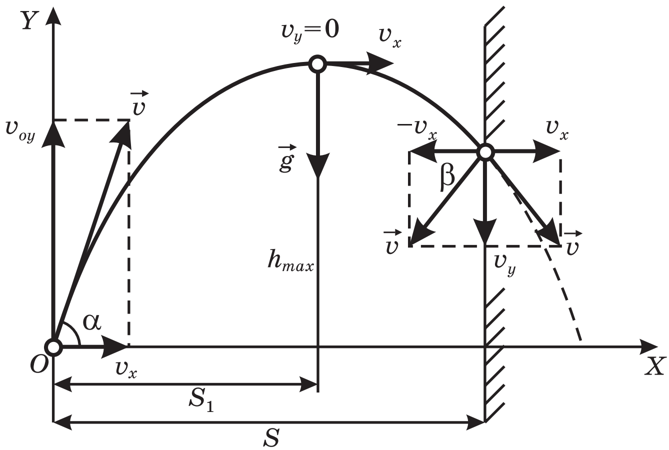


Рис. 11

В нашем случае мяч, двигаясь по параболе, ударяется о стену. Зададимся вопросом: он на взлете ударился о стену или уже при спуске — ведь от этого зависит чертеж, который нам предстоит изобразить. Потому что если в условии задачи хоть что-то сказано об углах, то без подробного чертежа такую задачу не решить.

Чтобы уяснить, где траектория мяча упирается в стену, давайте вычислим, чему равняется дальность полета мяча S_1 по горизонтали за время, пока он поднимался до высшей точки. А потом сравним ее с расстоянием от точки бросания мяча до стены. И если эта дальность полета окажется больше расстояния до стены, то мяч ударился на взлете, а если меньше, — то уже при спуске.

Поскольку вертикальная составляющая скорости мяча в высшей точке равна нулю и поднимался он вверх равнозамедленно, то время его подъема до высшей точки найдем из формулы

$$0 = v_{0Y} - gt,$$

где

$$v_{0Y} = v_0 \sin\alpha,$$

поэтому

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}. \qquad (1)$$

За это время мяч пролетел по горизонтали, двигаясь равномерно со скоростью $v_x = v_0 \cos\alpha$ расстояние S_1. Поэтому

$$S_1 = v_0 t \cos\alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin\alpha \cos\alpha.$$

Вычислим это расстояние и сравним его с расстоянием $S = 1{,}5$ м до стены:

$$S_1 = \frac{5^2}{10} \sin 60^\circ \cos 60^\circ \text{ м} = 1{,}06 \text{ м}.$$

Это расстояние меньше расстояния до стены, значит, мяч ударился о стену уже после того, как побывал в высшей точке траектории. Теперь выполним чертеж (рис. 11).

Поскольку удар был абсолютно упругим, угол, под которым мяч отскочит от стены, равен углу β, под которым он ударился, — это угол между вектором скорости мяч $\vec{v}$ в тот момент и перпендикуляром к стенке, который совпадает с горизонтальной проекцией скорости v_x (рис. 11).

Из прямоугольного треугольника с гипотенузой, равной модулю вектора $\vec{v}$, следует, что

$$tg\,\beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_y}{\upsilon_0 \cos\alpha}. \qquad (2)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению вертикальной проекции скорости мяча v_y. Если бы мы знали промежуток времени — обозначим его Δt — между моментом, когда мяч побывал в высшей точке, и моментом, когда он ударился о стену, то проекцию скорости v_y мы нашли бы из формулы

$$\upsilon_Y = g\Delta t, . \qquad (3)$$

Значит, теперь надо найти этот промежуток времени Δt. Его можно представить как разность времени полета мяча до удара о стену t_1, за которое он поднялся до высшей точки и успел опуститься перед ударом, и времени подъема до высшей точки t, которое мы уже определили по формуле (1):

$$\Delta t = t_1 - t\,. \qquad (4)$$

Время полета до стены равно времени равномерного перемещения мяча по горизонтали на расстояние S со скоростью $\upsilon_0 \cos\alpha$, поэтому его можно найти так:

$$t_1 = \frac{S}{v_0 \cos\alpha}. \qquad (5)$$

Теперь подставим правые части равенств (1) и (5) в выражение (4):

$$\Delta t = \frac{S}{v_0 \cos\alpha} - \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}. \qquad (6)$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (6) в равенство (3), а то, что получится, — в выражение (2), и задача в общем виде будет решена. Приступим. Подставляем (6) в (3):

$$v_y = g\left(\frac{S}{v_0 \cos\alpha} - \frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right) = \frac{gS}{v_0 \cos\alpha} - v_0 \sin\alpha. \qquad (7)$$

Теперь подставляем (7) в (2):

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\dfrac{gS}{v_0\cos\alpha} - v_0\sin\alpha}{v_0\cos\alpha} = \frac{gS}{(v_0\cos\alpha)^2} - \operatorname{tg}\alpha.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{10\cdot 1{,}5}{(5\cos 60^\circ)^2} - \operatorname{tg}60^\circ = 0{,}7,\ \beta = 35^\circ.$$

Ответ: $\beta = 35^\circ$.

Задача 18. Камень, упав с обрыва, достиг земли через 2 с. Определить высоту обрыва и модуль конечной скорости камня. Сопротивлением пренебречь.

Обозначим t время падения камня, $v_о$ — его начальную скорость, g — ускорение свободного падения, h — высоту падения камня, v — модуль конечной скорости камня.

Дано:
$v_0 = 0$
$g = 10$ м/с^2
$t = 2$ с

h — ?
v — ?

Решение

Поскольку ничего не сказано о начальной скорости камня — его не бросили вниз, он сам упал или выронили — мы имеем право принять его начальную скорость равной нулю. Высоту падения камня можно определить по формуле

$$h = v_о t + \frac{gt^2}{2}.$$

Поскольку $v_о = 0$, эта формула примет вид:

$$h = \frac{gt^2}{2}.$$

Здесь все величины в правой части нам известны. Произведем вычисления:

$$h = \frac{10\cdot 4}{2}\ \text{м} = 20\ \text{м}.$$

Модуль конечной скорости камня у дна обрыва определим по формуле

$$v = v_о + gt.$$

Поскольку $v_о = 0$, то

$$v = gt.$$

Произведем вычисления:

$$v = 10 \cdot 2 \text{ м/с} = 20 \text{ м/с}.$$

Ответ: $h = 20$ м, $v = 20$ м/с.

Задача 19. Камень брошен горизонтально со скоростью 30 м/с. Определить, чему равна его скорость спустя 4 с и каково изменение координат камня относительно осей координат за это время.

Направим оси координат OX и OY так, чтобы векторы скорости и ускорения свободного падения камня лежали в одной плоскости с этими с осями (рис. 12). Обозначим $v_о$ модуль скорости, с которой бросили камень в направлении оси координат OX, т.е. горизонтально, v — модуль скорости камня спустя 4 с, v_{oy} — проекцию начальной скорости камня на вертикальную ось OY, v_Y— проекцию скорости камня на ось OY через время t, g — ускорение свободного падения, Δx — изменение координаты камня на оси OX, ΔY — изменение его координаты на оси OY.

Дано:	***Решение***
$v_о = 30$ м/с $t = 4$ с $g = 10$ м/с^2 $v_{0y} = 0$	Поместим начало координат системы отсчета XOY в точке бросания камня, оси абсцисс OX направим вправо, а ось ординат — вниз. Тогда изменение координаты Δx будет равно самой координате x, а изменение координаты ΔY равно координате Y (рис. 12). Траекторией камня будет парабола.
v — ? Δx — ? Δy — ?	

Вектор скорости камня через 4 с будет направлен по касательной к траектории. Его модуль можно найти по теореме Пифагора

$$v = \sqrt{{v_o}^2 + {v_Y}^2}, \qquad (1)$$

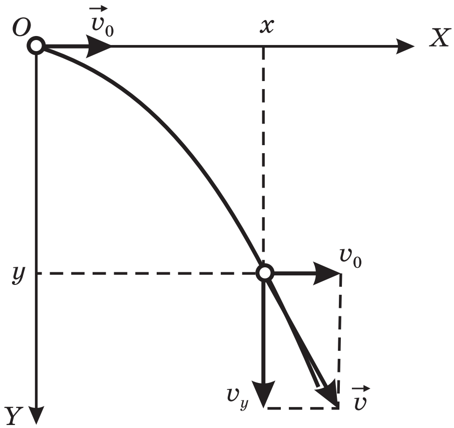


Рис. 12

где v_y — проекция скорости камня на ось OY через 4 с с момента бросания камня. Ее можно найти по формуле

$$v_Y = v_{oy} + gt.$$

Поскольку

$$v_{oy} = 0, \quad v_y = gt. \tag{2}$$

Подставим (2) в (1):

$$v = \sqrt{{v_o}^2 + (gt)^2}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{30^2 + (10 \cdot 4)^2} \text{ м/с} = 50 \text{ м/с}.$$

Изменение координаты камня на оси OX, вдоль которой он движется равномерно со скоростью v_o, найдем по формуле

$$\Delta x = x = v_o t.$$

Произведем вычисления:

$$\Delta x = 30 \cdot 4 \text{ м} = 120 \text{ м}$$

Изменение координаты на оси OY, вдоль которой камень свободно падал без начальной скорости, найдем по формуле

$$\Delta y = y = \frac{gt^2}{2}.$$

Произведем вычисления:

$$\Delta y = \frac{9{,}8 \cdot 4^2}{2}\ \text{м} = 80\ \text{м}.$$

Ответ: $v = 50$ м/с, $\Delta x = 120$ м, $\Delta y = 80$ м.

Задача 20. Камень брошен горизонтально со скоростью 20 м/с на высоте 10 м. Определить время его полета, дальность полета и скорость в момент падения на землю.

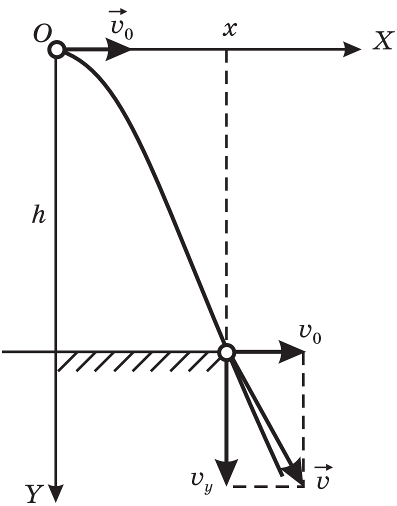


Рис. 13

Направим оси координат OX и OY так, чтобы векторы скорости и ускорения свободного падения камня лежали с ними в одной плоскости (рис. 13). Обозначим $v_о$ скорость камня в момент бросания, $v_{оy}$ — проекцию его начальной скорости на ось OY, h — высоту, с которой бросили камень, g — ускорение свободного падения, t — время падения, x — дальность полета, v — скорость камня в момент падения.

Дано:
$v_о = 20$ м/с
$v_{оy} = 0$
$h = 10$ м
$g = 10$ м/с^2

t — ?
x — ?
v — ?

Решение

Пусть начало координат — точка O — находится в месте бросания камня. Камень движется по параболе и падает на землю со скоростью, направленной по касательной к параболе.

Время полета камня можно определить из уравнения его движения вдоль оси OY с учетом, что проекция его начальной скорости на эту ось равна нулю, а высота падения равна конечной координате Y:

$$h = Y = \frac{gt^2}{2} \quad \text{при} \quad v_{oy} = 0.$$

Отсюда

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Произведем вычисления:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{10}} \text{ с} \approx 1{,}4 \text{ с}.$$

Дальность полета камня, равную его конечной координате на оси OX, найдем из уравнения равномерного движения, ведь вдоль этой оси камень движется с постоянной скоростью $v_о$:

$$x = v_o t.$$

Произведем вычисления:

$$x = 20 \cdot 1{,}4 \text{ м} = 28 \text{ м}.$$

Скорость v, с которой камень упадет на землю, найдем, воспользовавшись теоремой Пифагора:

$$v = \sqrt{v_o^2 + v_y^2}. \tag{1}$$

Проекцию конечной скорости на ось OY v_y найдем по формуле скорости при свободном падении:

$$v_y = v_{oy} + gt.$$

Поскольку

$$v_{0y} = 0, \quad v_y = gt \tag{2}$$

Подставим (2) в (1):

$$v = \sqrt{v_o^2 + (gt)^2}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{20^2 + (10 \cdot 1{,}4)^2} \text{ м/с} = 24{,}4 \text{ м/с}.$$

Ответ: $t = 1{,}4$ с, $x = 28$ м, $v = 24{,}4$ м/с.

Задача 21. Мяч брошен с земли под углом 45° к горизонту со скоростью 20 м/с. Определить наибольшую высоту подъема мяча, дальность полета, скорость в наивысшей точке траектории, скорость и координаты через время $t_1 = 2$ с после начала полета. Сопротивлением пренебречь.

Расположим систему координат XOY в одной плоскости с векторами скорости и ускорения мяча (рис. 14).

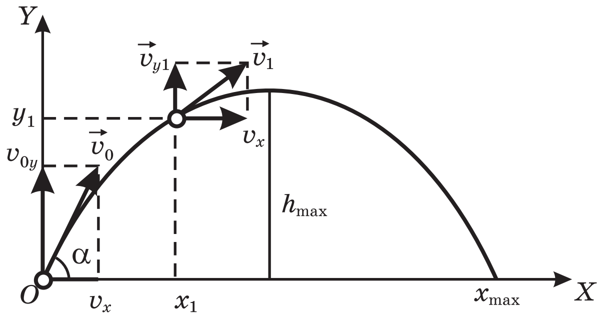


Рис. 14

Обозначим α угол между вектором начальной скорости мяча в момент бросания и осью OX, $v_о$ — модуль скорости мяча в момент бросания, g — ускорение свободного падения, t_1 — время полета, v_x — проекцию скорости мяча на ось OX, которая в процессе полета остается неизменной, $v_{оу}$ — проекцию начальной скорости мяча на ось OY, v_{y1} — проекцию скорости мяча на ось OY через 2 с после начала движения, v_1 — модуль скорости мяча через это время, h_{max} — наибольшую высоту подъема, x_{max} — дальность полета мяча, x_1 — координату мяча на оси OX через $t_1 = 2$ с полета, Y_1 — координату мяча на оси OY через это время, t — время взлета мяча до высшей точки подъема.

Дано:
$\alpha = 45°$
$v_o = 20$ м/с
$g = 10$ м/с^2
$t_1 = 2$ с
$v_y = 0$

h_{max} — ?
x_{max} — ?
v_x — ?
v_1 — ?
x_1 — ?
y_1 — ?

Решение

Сначала определим время t взлета мяча вдоль оси OY до высшей точки подъема, где проекция его скорости на эту ось становится равной нулю. Поскольку вверх мяч движется с замедлением, то формула его скорости в проекциях на ось OY имеет вид:

$$v_y = v_{oy} - gt.$$

Так как $v_y = 0$, то $0 = v_{oy} - gt$, откуда $v_{oy} = gt$.

Из чертежа следует, что $v_{oy} = v_o \sin\alpha$, поэтому $v_o \sin\alpha = gt$, откуда

$$t = \frac{v_o \sin\alpha}{g}. \quad (1)$$

Теперь, зная время взлета мяча до высшей точки, мы можем найти максимальную высоту подъема мяча по формуле

$$h_{max} = \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Эта формула здесь применима несмотря на то, что проекция начальной скорости мяча на ось OY не равна нулю. Но поскольку проекция его конечной скорости на эту ось равна нулю, формулу можно использовать для нахождения максимальной высоты взлета мяча. Подставим (1) в (2):

$$h_{max} = \frac{g(v_o \sin\alpha)^2}{2g^2} = \frac{(v_o \sin\alpha)^2}{2g}.$$

Произведем вычисления:

$$h_{max} = \frac{(20 \sin 45°)^2}{2 \cdot 10} \text{ м} \approx 10 \text{ м}.$$

Время полета мяча по горизонтали вдоль оси OX вдвое больше времени его взлета, потому что время взлета равно времени падения мяча с максимальной высоты. Вдоль оси OX мяч движется равномерно со скоростью $v_x = v_o \cos\alpha$

в течение времени $2t$, поэтому дальность его полета найдем из уравнения равномерного движения:

$$x_{\max} = 2v_x t = 2v_o t\cos\alpha$$

или с учетом (1)

$$x_{\max} = 2v_o\frac{v_o\sin\alpha}{g}\cos\alpha = \frac{v_o^2}{g}\sin 2\alpha.$$

Произведем вычисления:

$$x_{\max} = \frac{20^2}{10}\sin 90^\circ \text{ м} = 40 \text{ м}.$$

Скорость в наивысшей точке траектории равна проекции начальной скорости мяча на ось OX :

$$v_x = v_o\cos\alpha.$$

Произведем вычисления:

$$v_x = 20\cos 45^\circ \text{ м/с} = 14{,}1 \text{ м/с}.$$

Скорость мяча v_1 через 2 с после начала движения найдем, воспользовавшись теоремой Пифагора:

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_{y1}^2}. \qquad (3)$$

Прежде чем определять скорость мяча через 2 с, вычислим по формуле (1), через сколько времени он достигнет высшей точки подъема:

$$t = \frac{20\sin 45^\circ}{10} \text{ с} = 1{,}41 \text{ с}.$$

Таким образом, в течение 1,41 с мяч взлетит на максимальную высоту, а затем еще 0,59 с из этих 2 с будет опускаться. Следовательно, его скорость v_{y1} станет равна:

$$v_{y1} = g(t_1 - t). \qquad (4)$$

Подставим (4) в (3):

$$v_1 = \sqrt{v_x{}^2 + g\left(t_1 - t\right)^2}.$$

Произведем вычисления:

$$v_1 = \sqrt{14^2 + (10 \cdot 0{,}59)^2}\ \text{м/с} = 15\ \text{м/с}.$$

Координату x_1 через 2 с найдем по уравнению равномерного движения:

$$x_1 = v_x t_1.$$

Произведем вычисления:

$$x_1 = 14{,}1 \cdot 2\ \text{м} = 28{,}2\ \text{м}.$$

Координату Y_1 через 2 с найдем из уравнения координаты при равнозамедленном движении вдоль оси OY:

$$y_1 = v_{\text{оу}} t_1 - \frac{g t_1^{\,2}}{2} = v_o t_1 \sin\alpha - \frac{g t_1^{\,2}}{2}.$$

Произведем вычисления:

$$Y_1 = 20 \cdot 2 \cdot \sin 45^{\circ} - \frac{10 \cdot 2^2}{2}\ \text{м} = 8\ \text{м}.$$

Ответ: $h_{\max} = 10$ м, $x_{\max} = 40$ м, $v_x = 14{,}1$ м/с, $t = 1{,}41$ с, $v_1 = 15$ м/с, $x_1 = 28{,}2$ м, $y_1 = 8$ м.

Задача 22. Предельная линейная скорость периферийных точек шлифовального камня 95 м/с, его диаметр 30 см. Определить наибольшее допустимое число оборотов в минуту для диска.

Обозначим v линейную скорость точек обода камня, t — время вращения, d — диаметр диска, R — его радиус, T — период вращения, N — число оборотов за время t.

Дано:
$v = 95$ м/с
$t = 1$ мин
$d = 30$ см

N — ?

Решение

Число оборотов диска можно определить, разделив время вращения диска t на время одного оборота, т.е. на период T:

$$N = \frac{t}{T}. \qquad (1)$$

Период найдем из формулы, устанавливающей связь линейной скорости с периодом:

$$v = \frac{2\pi R}{T},$$

где $2R = d$, поэтому

$$v = \frac{\pi d}{T}.$$

Отсюда

$$T = \frac{\pi d}{v}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$N = \frac{vt}{\pi d}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:

1 мин = 60 с, 30 см = 0,3 м.

Произведем вычисления:

$$N = \frac{95 \cdot 60}{3{,}14 \cdot 0{,}3} \approx 6051.$$

Ответ: $N = 6051$.

Задача 23. Горизонтальная платформа равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. На расстоянии, равном трети радиуса платформы, отрывается от ее поверхности небольшое тело и скользит по ней без трения. Через сколько времени тело слетит с платформы, если до отрыва оно двигалось с ускорением 0,1 м/с^2? Радиус платформы 60 см.

Обозначим a — ускорение тела, R — радиус платформы, t — время, через которое тело слетит с платформы, v — линейную скорость тела на платформе, S — путь, который пройдет тело.

Дано:
$a = 0{,}1$ м/с^2
$R = 60$ см

t — ?

Решение

Чтобы легче представить движение тела по платформе, выполним чертеж (рис. 15). Посмотрим на платформу сверху и нарисуем круг, покажем его

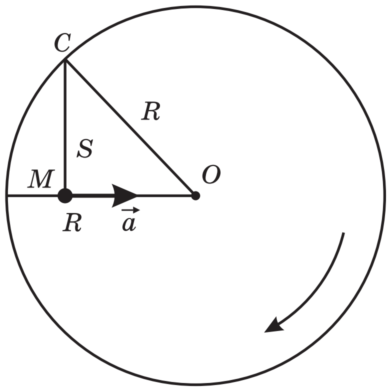


Рис. 15

центр O и проведем горизонтальный радиус R. Затем на расстоянии, равном трети радиуса от края платформы, изобразим тело в точке M в момент отрыва. Значит, в этот момент от тела до центра платформы расстояние составило две трети радиуса.

Теперь давайте думать. Нам известно ускорение тела a перед отрывом от поверхности платформы. Но платформа вращается равномерно, значит, это его центростремительное ускорение. В момент отрыва линейная скорость тела v направлена по касательной к окружности, по которой оно двигалось до отрыва. Радиус этой окружности составлял $\frac{2}{3}R$. А мы знаем формулу, связывающую линейную скорость с центростремительным ускорением. Применительно к нашей задаче она будет выглядеть так:

$$a = \frac{v^2}{\frac{2}{3}R} = \frac{3v^2}{2R}. \quad (1)$$

После отрыва тело станет двигаться к краю платформы без трения. Значит, это движение будет равномерным и прямолинейным со скоростью v. Тогда тело слетит с платформы в точке C, проделав путь S. Если этот путь разделить на линейную скорость тела, мы найдем искомое время t, через которое тело слетит с платформы:

$$t = \frac{S}{v}. \tag{2}$$

Дальнейший ход решения ясен. Путь S находим из прямоугольного треугольника MCO по теореме Пифагора, а линейную скорость v — из выражения (1), и все это подставляем в равенство (2). Приступим. По теореме Пифагора

$$S = \sqrt{R^2 - \frac{4}{9}R^2} = \frac{R}{3}\sqrt{5}. \tag{3}$$

Теперь из (1) находим линейную скорость v:

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}aR}. \tag{4}$$

Нам осталось подставить правые части равенств (3) и (4) в формулу (2), и задача в общем виде будет решена. Подставляем:

$$t = \frac{R\sqrt{5}}{3\sqrt{\frac{2}{3}aR}} = \sqrt{\frac{R^2 5}{9\frac{2}{3}aR}} = \sqrt{\frac{5R}{6a}}.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим. 60 см = 0,6 м.

$$t = \sqrt{\frac{5 \cdot 0{,}6}{6 \cdot 0{,}1}}\ \text{с} = 2{,}2\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 2{,}2$ с.

Задача 24. Путь, пройденный материальной точкой, движущейся равномерно по окружности радиусом 6,28 см, изменяется с течением времени согласно уравнению $S = 31{,}4\ t$ (см). Чему равна угловая скорость точки?

Обозначим R радиус окружности, S — пройденный путь, t — время движения, ω — угловую скорость точки, v — ее линейную скорость.

Дано:	**_Решение_**
$R = 6{,}28$ см $S = 31{,}4\,t$ (см)	Поскольку материальная точка движется по окружности равномерно, то и здесь нам пригодится формула:
ω — ?	

$$S = vt.$$

Если сравнить ее с уравнением $S = 31{,}4\,t$ (см), то станет ясно, что линейная скорость точки $v = 31{,}4$ см/с. Теперь мы легко найдем искомую угловую скорость:

$$\omega = \frac{v}{R}.$$

Осталось подставить числа и вычислить:

$$\omega = \frac{31{,}4}{6{,}28}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}} = 5\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Ответ: $\omega = 5\ \dfrac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Задача 25. По горизонтальной поверхности равномерно перемещают груз массой 97 кг при помощи веревки, образующей угол 30° с горизонтом. Коэффициент трения между грузом и поверхностью 0,2. Найти силу натяжения веревки для этого случая, а также в случае, когда груз толкают равномерно с помощью стержня, наклоненного к горизонту под тем же углом.

Обозначим m массу груза, g — ускорение свободного падения, α — угол наклона веревки и стержня к горизонту, F — прилагаемую к грузу силу, которую требуется найти, N — силу реакции опоры, $F_{\text{тр}}$ — силу трения.

Дано:	**_Решение_**
$m = 97$ кг $g = 10$ м/с^2 $\alpha = 30°$ $\mu = 0{,}2$	Если груз движется равномерно и прямолинейно, то согласно первому закону Ньютона все приложенные к нему силы уравновешены. В случае когда груз тянут с помощью веревки, сила трения уравно-
F — ?	вешена горизонтальной составляющей

силы F, которая равна $F\cos\alpha$, а сила тяжести mg уравновешена вертикальной составляющей силы F, которая равна по модулю $F \sin\alpha$, и направленной тоже вверх силой реакции опоры N (рис. 16, *а*):

$$F_{\text{тр}} = F \cos\alpha \qquad (1)$$

и

$$mg = F \sin\alpha + N. \qquad (2)$$

Сила трения равна произведению коэффициента трения и силы реакции опоры:

$$F_{\text{тр}} = \mu N, \qquad (3)$$

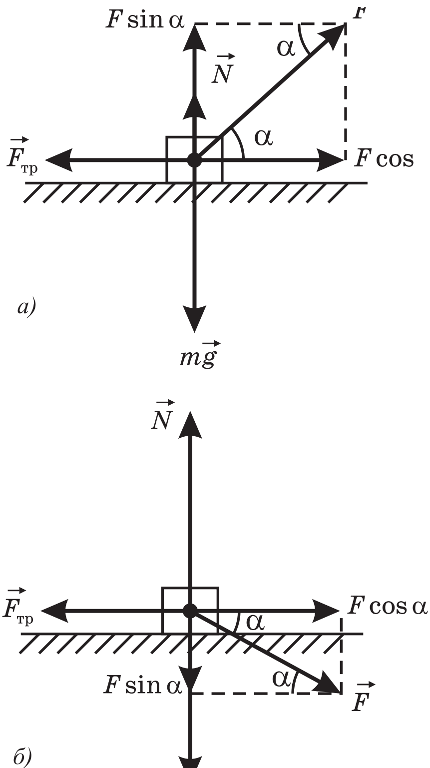


Рис. 16

где из (2)

$$N = mg - F\ sin\alpha. \tag{4}$$

Подставим (4) в (3):

$$F_{тр} = \mu(mg - F\ sin\alpha). \tag{5}$$

Теперь приравняем правые части равенств (1) и (5) и из полученного выражения найдем искомую силу F:

$$\mu(mg - F\ sin\alpha) = F\ cos\alpha, \quad \mu mg - \mu F\ sin\alpha = F\ cos\alpha,$$

$$\mu mg = \mu F\ sin\alpha + F\ cos\alpha, \quad F = \frac{\mu mg}{\mu \sin\alpha + \cos\alpha}.$$

Произведем вычисления:

$$F = \frac{0{,}2 \cdot 97 \cdot 10}{0{,}2\sin 30^\circ + \cos 30^\circ}\ \text{Н} = 204\ \text{Н}.$$

В случае когда груз толкают с помощью стрежня (рис. 16, б), выражение (2) примет вид:

$$mg + F\sin\alpha = N \quad \text{и тогда} \quad F_{тр} = \mu(mg + F\sin\alpha).$$

Тогда $\mu(mg + F\sin\alpha) = F\cos\alpha$ и $F = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$.

Произведем вычисления:

$$F = \frac{0{,}2 \cdot 97 \cdot 10}{\cos 30^\circ - 0{,}2\sin 30^\circ}\ \text{Н} = 259\ \text{Н}.$$

Ответ: а) $F = 204$ Н; б) $F = 259$ Н.

Задача 26. Первый парашютист массой 75 кг опускается равномерно со скоростью 4 м/с. Чему равна масса второго парашютиста, опускающегося на таком же парашюте равномерно со скоростью 6 м/с, если сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна квадрату их скорости?

Обозначим m_1 — массу первого парашютиста, v_1 — его скорость, v_2 — скорость второго парашютиста, $F_{сопр}$ — силу сопротивления, k — коэффициент пропорциональности, v^2 — квадрат скорости парашютистов, g — ускорение свободного падения, m_2 — массу второго парашютиста, $F_{сопр1}$ — силу сопротивления движению первого парашютиста, $F_{сопр2}$ — силу сопротивления движению второго парашютиста.

Дано:
$m_1 = 75$ кг
$v_1 = 4$ м/с
$v_2 = 6$ м/с
$F_{сопр} = kv^2$

m_2 — ?

Решение

Поскольку парашютисты опускались равномерно, значит, сила сопротивления воздуха уравновешена силой тяжести в соответствии с первым законом Ньютона:

$$F_{сопр1} = m_1 g \quad \text{и} \quad F_{сопр2} = m_2 g.$$

Согласно условию

$$F_{сопр1} = kv_1^2 \quad \text{и} \quad F_{сопр2} = kv_2^2 .$$

Подставим правые части этих выражений вместо сил сопротивлений в предыдущие формулы:

$$kv_1^2 = m_1 g \quad \text{и} \quad kv_2^2 = m_2 g.$$

Теперь разделим левые и правые части этих равенств друг на друга и из полученной пропорции найдем искомую массу:

$$\frac{kv_1^2}{kv_2^2} = \frac{m_1 g}{m_2 g}.$$

Отсюда $m_2 = m_1 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$.

Ответ: $m_2 = m_1 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$.

Рис. 17

Задача 27. Груз массой 0,4 кг поднимают равноускоренно на нити в течение 2 с. При этом его скорость возрастает с 2 м/с до 10 м/с. Определить силу, с которой нить действует на груз.

Обозначим m массу груза, t — время подъема, v_0 — модуль начальной скорости, v — модуль его скорости в конце подъема, F — силу, приложенную к грузу, g — ускорение свободного падения, a — ускорение груза. Выполним чертеж (рис. 17).

Дано:
$m = 0{,}4$ кг
$t = 2$ с
$v_о = 2$ м/с
$v = 10$ м/с
$g = 10$ м/с^2

F — ?

Решение

На тело действуют две противоположно направленные силы: сила $\vec{F}$, поднимающая его, и сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вниз. Их равнодействующая $m\vec{a}$ по модулю равна разности этих сил согласно второму закону Ньютона:

$$ma = F - mg,$$

откуда

$$F = ma + mg = m(a + g). \qquad (1)$$

Ускорение a найдем по формуле

$$a = \frac{v - v_о}{t}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$F = m\left(\frac{v - v_о}{t} + g\right).$$

Произведем вычисления:

$$F = 0{,}4\left(\frac{10 - 2}{2} + 10\right) \text{ Н} = 5{,}6 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 5{,}6$ Н.

Задача 28. Тело массой 5 кг движется вертикально вниз с ускорением 15 м/с^2. Определить силу, действующую на него.

Обозначим m массу тела, a — его ускорение, g — ускорение свободного падения, F — силу, действующую на тело помимо силы тяжести. Выполним чертеж (рис. 18).

Рис. 18

Дано:
$m = 5$ кг
$a = 15$ м/с^2
$g = 10$ м/с^2

F — ?

Решение

Поскольку ускорение, с которым должно двигаться тело, больше ускорения свободного падения, сила, действующая на тело, направлена в сторону силы тяжести, т.е. тоже вниз. Тогда согласно второму закону Ньютона произведение массы тела и его ускорения равно сумме этих сил:

$$ma = F + mg,$$

откуда

$$F = ma - mg = m(a - g).$$

Произведем вычисления:

$$F = 5\,(15 - 10)\text{ Н} = 25\text{ Н}.$$

Ответ: $F = 25$ Н.

Задача 29. Груз массой 5 кг опускают на динамометре по вертикали в течение 2 с. Движение равноускоренное. Начальная скорость груза 2 м/с, конечная 8 м/с. Определить показание динамометра.

Обозначим m массу груза, t — время движения, $v_о$ — начальную скорость, v — конечную скорость, F — силу, действующую на пружину динамометра, g — ускорение свободного падения.

Дано:
$m = 5$ кг
$t = 2$ с
$v_о = 2$ м/с
$v = 8$ м/с
$g = 10$ м/с^2

F — ?

Рис. 19

Решение

На опускающийся груз действуют две силы: сила тяжести со стороны земли, направленная вниз, и сила реакции пружины N, равная по модулю силе F, растягивающей пружину, но направленная вверх (рис. 19). Согласно второму закону Ньютона их равнодействующая по модулю равна разности этих сил:

$$ma = mg - F,$$

откуда

$$F = ma + mg = m(a + g). \qquad (1)$$

Ускорение a найдем по формуле ускорения при равноускоренном движении:

$$a = \frac{v - v_о}{t}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$F = m\left(g - \frac{v - v_o}{t}\right).$$

Произведем вычисления:

$$F = 5\left(10 - \frac{8-2}{2}\right)\text{ Н} = 35\text{ Н}.$$

Ответ: $F = 35$ Н.

Задача 30. На полу лифта лежит груз массой 50 кг. Лифт поднимается с торможением в течение 3 с с начальной скоростью 8 м/с и конечной 2 м/с. Найти силу давления груза на пол лифта.

Обозначим m массу тела, t — время подъема, $v_о$ — начальную скорость лифта, v — его конечную скорость, g — ускорение свободного падения, F — силу давления груза на пол лифта, N — силу реакции пола лифта.

Дано:
$m = 50$ кг
$t = 3$ с
$v_о = 8$ м/с
$v = 2$ м/с
$g = 10$ м/с^2

F — ?

Решение

Лифт с грузом движется вверх с замедлением, поэтому сила давления груза на пол F, равная по модулю силе реакции N, меньше силы тяжести mg (рис. 20). По второму закону Ньютона

$$ma = mg - N,$$

откуда

$$N = F = mg - ma = m(g - a). \qquad (1)$$

Конечная скорость лифта при равнозамедленном движении определяется формулой

$$v = v_о - at,$$

откуда

$$a = \frac{v_o - v}{t}. \qquad (2)$$

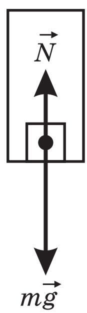


Рис. 20

Подставим (2) в (1):

$$F = m\left(g - \frac{v_o - v}{t}\right).$$

Произведем вычисления:

$$F = 50\left(10 - \frac{8-2}{3}\right)\ \text{Н} = 400\ \text{Н}.$$

Ответ: $F = 400$ Н.

Задача 31. Сила тяги тепловоза массой 1000 т равна 147 кН. Тепловоз проходит путь 600 м по горизонтальному участку с начальной скоростью 36 км/ч, двигаясь равноускоренно. Его скорость в конце участка 54 км/ч. Определить силу сопротивления движению, считая ее постоянной.

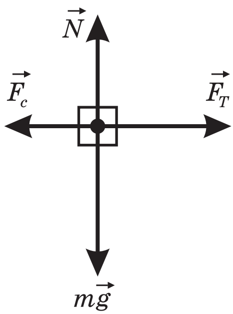


Рис. 21

Обозначим S путь, пройденный поездом в процессе увеличения скорости, $F_т$ — силу тяги, $v_о$ — начальную скорость, v — скорость в конце пути, m — массу поезда, $F_с$ — силу сопротивления, a — ускорение поезда, g — ускорение свободного падения, N — силу реакции опоры, $v_{ср}$ — среднюю скорость на пути S, t — время движения. Выполним чертеж (рис. 21).

Дано:
$S = 600$ м
$F_т = 147$ кН
$v_о = 36$ км/ч
$v = 54$ км/ч
$m = 1000$ т

$F_с$ — ?

Решение

На поезд, движущийся равноускоренно, действуют четыре силы: сила тяги, сила сопротивления, направленная противоположно и меньшая по модулю, сила тяжести и уравновешивающая ее сила реакции опоры. По второму закону Ньютона равнодействующая этих сил по модулю равна разности сил тяги и сопротивления:

$$ma = F_т - F_с,$$

откуда

$$F_с = F_т - ma. \qquad (1)$$

Ускорение поезда можно найти по формуле

$$a = \frac{v - v_o}{t}. \tag{2}$$

Правда, время увеличения скорости нам не дано, но его можно определить, разделив известный нам путь S на среднюю скорость на нем $v_{\text{ср}}$:

$$t = \frac{S}{v_{\text{ср}}},$$

где средняя скорость равна среднему арифметическому начальной и конечной скоростей:

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_o + v}{2}.$$

С учетом этого

$$t = \frac{2S}{v_o + v}. \tag{3}$$

Подставим (3) в (2):

$$a = \frac{(v - v_o)(v + v_o)}{2S} = \frac{v^2 - v_o^{\,2}}{2S}. \tag{4}$$

Запомните эту формулу, она вам в дальнейшем может пригодиться. Теперь подставим (4) в (1):

$$F_c = F_т - m\frac{v^2 - v_o^{\,2}}{2S}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
147 кН = $1{,}47 \cdot 10^5$ Н,
36 км/ч = 10 м/с,
54 км/ч = 15 м/с,
1000 т = 10^6 кг.
Произведем вычисления:

$$F_{\text{с}} = 1{,}47 \cdot 10^5 - 10^6\frac{15^2 - 10^2}{2 \cdot 600}\ \text{Н} = 4{,}3 \cdot 10^4\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_c = 4{,}3 \cdot 10^4$ Н.

Задача 32. Автомобиль массой 5 т движется по вогнутому мосту с радиусом кривизны 100 м. Скорость автомобиля 72 км/ч. Определить силу, с которой автомобиль давит на мост, проезжая его середину.

Обозначим m массу автомобиля, v — его скорость, R — радиус кривизны моста, F — силу, с которой автомобиль давит на мост, N — силу реакции моста, a — ускорение автомобиля, g — ускорение свободного падения. Выполним чертеж (рис. 22).

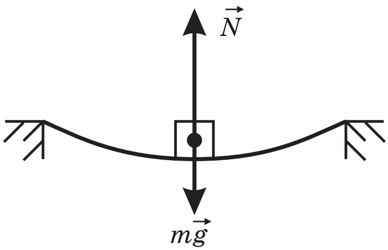


Рис. 22

Дано:	*Решение*
$m = 5$ т $v = 72$ км/ч $R = 100$ м $g = 10$ м/с^2	
F — ?	

На автомобиль вдоль радиуса кривизны моста в средней точке действуют две неуравновешенные силы: вниз — сила тяжести, модуль которой равен mg, и вверх — сила реакции опоры, модуль которой N равен силе давления автомобиля F. Больше та сила, которая направлена к центру кривизны моста. А поскольку мост вогнутый, к центру его кривизны направлена сила реакции опоры, значит, она больше силы тяжести (а если бы мост был выпуклым, то все было бы наоборот). По второму закону Ньютона

$$ma = N - mg,$$

откуда

$$N = F = mg + ma = m(g + a). \quad (1)$$

Из кинематики мы знаем формулу ускорения при движении по окружности (его иногда называют центростремительным ускорением, поскольку вектор этого ускорения направлен по радиусу к центру кривизны):

$$a = \frac{v^2}{R}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$F = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right).$$

Выразим все величины в единицах СИ:
$5 \text{ т} = 5 \cdot 10^3$ кг,

$72 \text{ км/ч} = 72\dfrac{1000}{3600}$ м/с $= 20$ м/с.

Произведем вычисления:

$$F = 5 \cdot 10^3\left(10 + \frac{20^2}{100}\right) = 7 \cdot 10^3 \text{ Н} \approx 70 \text{ кН}.$$

Ответ: $F = 70$ кН.

Задача 33. Жесткий стержень длиной 1 м с прикрепленным к его концу шариком массой 100 г равномерно вращается в вертикальной плоскости. Линейная скорость шарика в одном случае 2 м/с, в другом 4 м/с. Определить модуль и направление силы, с которой стержень действует на шарик в верхней точке при двух разных линейных скоростях. Массой стержня пренебречь.

Обозначим l длину стержня, m — массу шарика, v_1 — первую скорость шарика, v_2 — вторую скорость шарика, F_1 — силу, действующую на шарик со стороны стержня при первой скорости, F_2 — силу, действующую на шарик во втором случае, g — ускорение свободного падения, a_1 — ускорение шарика в первом случае.

Дано:	***Решение***
$l = 1$ м $m = 100$ г $v_1 = 2$ м/с $v_2 = 4$ м/с $g = 10$ м/с^2	
F_1 — ? F_2 — ?	

В верхней точке на шарик действуют две силы: сила тяжести, модуль которой равен mg, и сила реакции стержня, приложенная к шарику, который находится над стержнем в этой точке (рис. 23). Модуль этой силы при первой скорости шарика равен N_1. По второму закону Ньютона

$$ma_1 = mg + N_1.$$

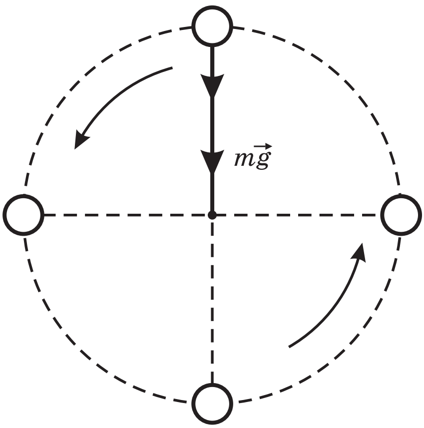


Рис. 23

Мы поставили знак «плюс», предположив, что обе силы направлены в одну сторону — вниз. Из этой формулы

$$N_1 = F_1 = ma_1 - mg = m(a_1 - g). \qquad (1)$$

Из кинематики мы знаем формулу ускорения:

$$a_1 = \frac{v_1^2}{R}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$F_1 = m\left(\frac{v_1^2}{R} - g\right).$$

Аналогично:

$$F_2 = m\left(\frac{v_2^2}{R} - g\right).$$

Выразим массу в единицах СИ:
100 г = 0,1 кг.
Произведем вычисления:

$$F_1 = 0{,}1\left(\frac{2^2}{1} - 10\right)\ \text{Н} = -0{,}6\ \text{Н}.$$

Знак «минус» свидетельствует о том, что при такой малой скорости сила F_1, приложенная к шарику, будет направлена вверх.

$$F_2 = 0{,}1\left(\frac{4^2}{1} - 10\right)\ \text{Н} = 0{,}6\ \text{Н}.$$

Теперь мы получили положительную величину и можем утверждать, что при большой скорости сила, действующая на шарик со стороны стержня, направлена вниз.

Ответ: $F_1 = -0{,}6$ Н, $F_2 = 0{,}6$ Н.

Задача 34. Начальная скорость тела 8 м/с. При его движении на тело действует сила сопротивления, пропорциональная скорости тела согласно закону $F = -kv$, где коэффициент пропорциональности $k = 0{,}2$ кг/с. Масса тела 2 кг. Какой путь пройдет тело до остановки?

Обозначим v_0 начальную скорость тела, F — действующую на тело силу, k — коэффициент пропорциональности, v — скорость тела, $v_к$ — конечную скорость тела, $v_{ср}$ — среднюю скорость, m — массу тела, $a_{ср}$ — среднее ускорение, $F_{ср}$ — среднюю силу, действовавшую в течение времени t, S — пройденный путь.

Дано:	***Решение***
$v_0 = 8$ м/с $F = -kv$ $k = 0{,}2$ кг/с $v_к = 0$ $m = 2$ кг	Пройденный путь при переменном движении можно найти по формуле
S — ?	

$$S = v_{ср}t,$$

где

$$v_{ср} = -\frac{F_{ср}}{k}.$$

По второму закону Ньютона

$$F_{ср} = ma_{ср},$$

где $m = 2$ кг $a_{ср} = \dfrac{v - v_0}{t} = -\dfrac{v_0}{t}$ при $v_к = 0$.

С учетом этого,

$$F_{ср} = m\left(-\frac{v_0}{t}\right) \quad \text{и} \quad v_{ср} = -\frac{m}{k}\left(-\frac{v_0}{t}\right) = \frac{mv_0}{kt}.$$

Подставив правую часть этого выражения в первую формулу, получим:

$$S = \frac{mv_0}{kt}t = \frac{m}{k}v_0 = \frac{2}{0{,}2}8 \text{ м} = 80 \text{ м}.$$

Ответ: $S = 80$ м.

Задача 35. Два груза массами 800 г и 200 г связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Блок вращается без трения. С какой скоростью левый груз, двигаясь без начальной скорости, достигнет пола, если вначале он располагался на высоте 1 м над ним? Сопротивлением пренебречь.

Обозначим m_1 массу левого груза, m_2 — массу правого груза, $v_о$ — начальную скорость грузов, h — их высоту над полом в начальный момент времени, g — ускорение свободного падения, v — скорость в момент удара о пол, a — ускорение грузов, $F_Н$ — силу натяжения нити.

Дано:
$m_1 = 800$ г
$m_2 = 200$ г
$v_о = 0$
$h = 1$ м
$g = 10$ м/с^2

v — ?

Решение

Поскольку на грузы будут действовать постоянные и неуравновешенные силы, грузы будут двигаться равноускоренно. Покажем эти силы на нашем чертеже (рис. 24). На левый груз будут действовать направленная вниз сила тяжести m_1g и направленная вверх сила натяжения нити $F_н$, на правый — направленная вверх и такая же по модулю сила натяжения нити $F_н$, а вниз — сила тяжести m_2g. По второму закону Ньютона равнодействующая сил тяжести и натяжения, приложенных к левому, более тяжелому грузу, движущемуся с ускорением вниз, равна:

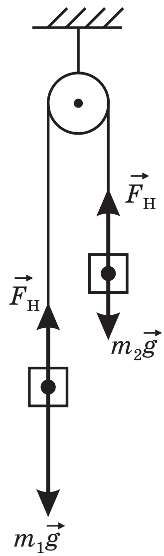


Рис. 24

$$m_1 a = m_1 g - F_H. \qquad (1)$$

Равнодействующая сил натяжения и тяжести, приложенных к правому, более легкому грузу, движущемуся с ускорением вверх, равна:

$$m_1 a = F_H - m_1 g\ . \qquad (2)$$

Мы записали эти уравнения, чтобы из них найти одинаковое для обоих грузов ускорение a. Потому что если мы будем его знать, то сможем найти и искомую скорость, с которой левый груз ударится о пол, пройдя расстояние h.

Как же из этих уравнений найти ускорение a? Из математики вы знаете, что при решении системы уравнений их левые и правые части можно складывать, вычитать, делить или перемножать, — от этого равенство не нарушится. Какое же действие нам выполнить здесь? Нам надо, чтобы «ушла» неизвестная нам и ненужная для решения сила натяжения (она нам не дана и не спрашивается). Подумав, можно сообразить, что оба уравнения надо сложить — левую часть уравнения (1) с левой частью уравнения (2), а правую — с правой. Тогда вследствие приведения подобных членов силы натяжения в оставшемся уравнении уже не будет, и мы сможем найти нужное нам ускорение. Значит, складываем уравнения (1) и (2):

$$m_1 a + m_2 a = m_1 g - F_H + F_H - m_2 g,$$

$$a(m_1 + m_2) = g(m_1 - m_2),$$

откуда

$$a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}. \tag{3}$$

Здесь все величины нам известны. Теперь воспользуемся формулой:

$$v^2 = 2ah,$$

откуда $v = \sqrt{2ah}$ или с учетом (3)

$$v = \sqrt{2gh\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим. Но сначала выразим все величины в единицах СИ:

800 г = 0,8 кг,

200 г = 0,2 кг.

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1\frac{0{,}8 - 0{,}2}{0{,}8 + 0{,}2}} \text{ м/с} = 3{,}5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 3{,}5$ м/с.

Задача 36. Брусок массой M лежит на горизонтальном столе. Его пробивает пуля массой m, летевшая параллельно поверхности стола со скоростью v. Пробив брусок, пуля вылетает в том же направлении с вдвое меньшей скоростью. При этом брусок передвигается по столу на расстояние S. Чему равен коэффициент трения бруска о поверхность стола?

Обозначим $F_{тр}$ — силу трения бруска о поверхность стола, a — его ускорение, g — ускорение свободного падения, μ — коэффициент трения.

Дано:	***Решение***
M m v g	
μ — ?	

Будем рассуждать так: пуля, пробив брусок, сообщила ему некоторую начальную скорость v_0, с которой он стал передвигаться равнозамедленно под действием силы трения. По второму закону Ньютона сила трения между бруском и поверхностью стола равна произведению массы бруска и его ускорения:

$$F_{тр} = Ma.$$

С другой стороны, сила трения равна произведению коэффициента трения и силы нормального давления бруска на поверхность стола, которая здесь равна силе тяжести, поэтому

$$F_{тр} = \mu Mg.$$

Приравняв правые части этих формул, получим:

$$Ma = \mu Mg, \quad a = \mu g,$$

откуда

$$\mu = \frac{a}{g}. \tag{1}$$

Таким образом, задача сводится к нахождению ускорения бруска (точнее, его замедления), когда он тормозил на пути S. В конце этого пути его скорость v_K стала равна нулю, брусок остановился. Если бы мы знали его скорость v_0 сразу после того, как пуля пробила брусок, мы могли найти нужное нам ускорение, записав так:

$$v_K^2 - v_0^2 = -2aS,$$

откуда при $v_K = 0$

$$a = \frac{v_0^2}{2S}. \tag{2}$$

Теперь бы найти начальную скорость бруска сразу после пробивания его пулей. Для ее нахождения закон сохранения механической энергии применять нельзя, т.к. часть кинетической энергии пули пошла на пробивание бруска и превратилась в его внутреннюю энергию, да и пуля тоже могла нагреться. А вот закон сохранения импульса применить можно. Согласно этому закону импульс пули перед попаданием в брусок mv равен сумме импульса пули $m\dfrac{v}{2}$ после того, как она вылетела из него, и импульса бруска Mv_0, полученного вследствие пробивания:

$$mv = m\frac{v}{2} + Mv_0,$$

откуда

$$v_0 = \frac{mv}{2M}. \qquad (3)$$

Подставим правую часть равенства (3) в формулу (2) вместо v_0. Так мы выразим нужное нам для формулы (1) ускорение a через известные величины:

$$a = \frac{(mv)^2}{2\cdot 4M^2S} = \frac{1}{2S}\left(\frac{mv}{2M}\right)^2.$$

Нам осталось подставить правую часть этого равенства в формулу (1), и задача будет решена:

$$\mu = \frac{1}{2gS}\left(\frac{mv}{2M}\right)^2.$$

Задача решена.

Ответ: $\mu = \dfrac{1}{2gS}\left(\dfrac{mv}{2M}\right)^2$.

Задача 37. Вагон движется равномерно по закруглению с радиусом кривизны 98 м. К его потолку подвешена легкая веревка с прикрепленным к ее свободному концу шаром массой 10 кг. При этом веревка отклоняется от вертикали на угол 45°. Определить, с какой силой веревка действует на шар и какова скорость вагона.

Обозначим R радиус закругления, α — угол отклонения веревки от вертикали, m — массу шара, g — ускорение свободного падения, a — ускорение вагона на закруглении, v — модуль скорости вагона, F — силу, действующую на шар.

Дано:
$R = 98$ м
$\alpha = 45^\circ$
$m = 10$ кг
$g = 10$ м/с^2

v — ?
F — ?

Решение

На шар при движении вагона по закруглению действуют направленные под углом друг к другу силы тяжести $m\vec{g}$ и натяжения веревки $\vec{F}_H$. Их равнодействующая, модуль которой равен ma, направлена по радиусу к центру закругления и является катетом в прямоугольном треугольнике, образованном ею и этими силами (рис. 25). Из этого треугольника следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}. \qquad (1)$$

Ускорение поезда связано с его скоростью и радиусом закругления формулой

$$a = \frac{v^2}{R}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{gR},$$

откуда

$$v = \sqrt{gR \operatorname{tg} \alpha}.$$

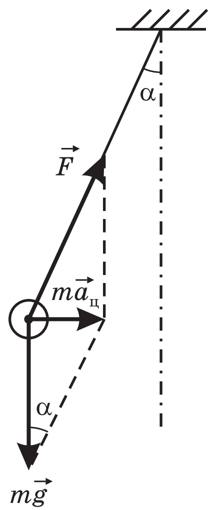


Рис. 25

Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{10 \cdot 98 \operatorname{tg} 45^\circ} \text{ м/с} = 31 \text{ м/с}.$$

Из этого же треугольника следует, что

$$\cos \alpha = \frac{mg}{F},$$

откуда

$$F = \frac{mg}{\cos \alpha}.$$

Произведем вычисления:

$$F = \frac{10 \cdot 10}{\cos 45^\circ}\ \text{Н} = 143\ \text{Н}.$$

Ответ: $v = 31$ м/с, $F = 143$ Н.

Задача 38. Два груза массами 2 кг и 4 кг, связанные нерастяжимой нитью, поднимаются вертикально вверх под действием силы 84 Н, приложенной к грузу массой 2 кг. Определить ускорение, с которым движутся грузы, и силу натяжения нити.

Обозначим m_1 массу первого груза, m_2 — массу второго, F — силу, приложенную к первому грузу, g — ускорение свободного падения, a — ускорение грузов, $F_н$ — силу натяжения нити.

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 4$ кг
$F = 84$ Н
$g = 10$ м/с^2

---

a — ?
$F_н$ — ?

Решение

Рассмотрим силы, приложенные к каждому грузу (рис. 26). На верхний груз действуют три силы: сила F, направленная вверх, сила натяжения нити $F_н$ и сила тяжести $m_1 g$, направленные вниз. Поскольку груз движется вверх с ускорением, сила F по модулю больше суммы этих сил. Тогда равнодействующая этих трех сил согласно второму закону Ньютона равна

$$ma = F - m_1 g - F_н. \qquad (1)$$

На второй груз действуют сила натяжения нити $F_н$, такая же по модулю, что и на первый, но направленная вверх, и направленная вниз сила тяжести $m_2 g$. Их равнодействующая по второму закону Ньютона равна

$$m_2 a = F_н - m_2\, g. \qquad (2)$$

Сложим почленно левые и правые части равенств (1) и (2). При этом сила натяжения «уйдет» и мы сумеем определить искомое ускорение.

$$m_1 a + m_2 a = F - m_1 g - F_н + F_н - m_2 g,$$

$$a(m_1 + m_2) = F - g(m_1 + m_2),$$

откуда

$$a = \frac{F - g\left(m_1 + m_2\right)}{m_1 + m_2}.$$

Произведем вычисления:

$$a = \frac{84 - 10\left(2+4\right)}{2+4}\ \text{м/с}^2 = 4\ \text{м/с}^2.$$

Силу натяжения нити найдем из равенства (2):

$$F_{\text{н}} = m_2 a + m_2 g = m_2(a + g),$$

$$F_{\text{н}} = 4(4 + 10)\ \text{Н} = 56\ \text{Н}.$$

Ответ: $a = 4$ м/с^2, $F = 56$ Н.

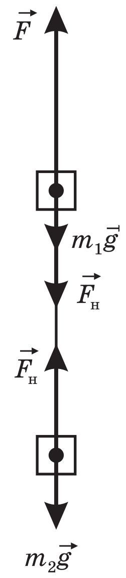


Рис. 26

Задача 39. На рис. 27 изображена наклонная плоскость высотой $h = 60$ см с невесомым блоком на ее вершине. Через блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой

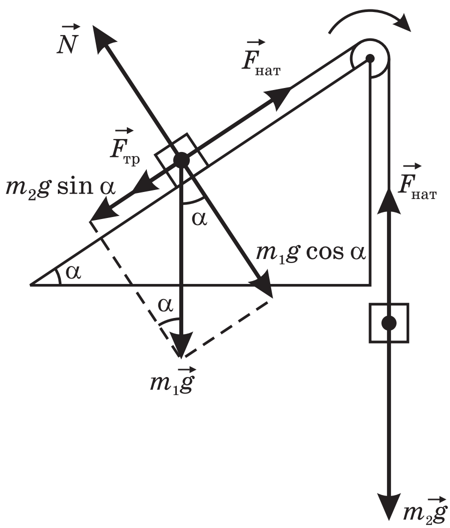


Рис. 27

прикреплены грузы с массами $m_1 = 0{,}5$ кг и $m_2 = 0{,}6$ кг. Найти ускорение грузов, если длина наклонной плоскости $l = 1$ м и коэффициент трения груза массой m_1 о плоскость $\mu = 0{,}25$. Ответ округлить до десятых долей м/с^2.

Обозначим g ускорение свободного падения, α — угол при основании наклонной плоскости, $F_{\text{нат}}$ — силу натяжения нити, $F_{\text{тр}}$ — силу трения, a — ускорение грузов.

Дано:
$h = 60$ см
$m_1 = 0{,}5$ кг
$m_2 = 0{,}6$ кг
$l = 1$ м
$\mu = 0{,}25$
$g = 10$ м/с^2

a — ?

Решение

Разложим силу тяжести $m_1\vec{g}$ на составляющую $m_1 g\cos\alpha$, прижимающую груз к наклонной плоскости, и составляющую $m_1 g\sin\alpha$, скатывающую его с нее. На груз массой m_1 вдоль траектории его движения к блоку действует сила натяжения $F_{\text{нат}}$, а ей противодействуют сила трения $F_{\text{тр}}$ и $m_1 g\sin\alpha$. По второму закону Ньютона

$$m_1 a = F_{\text{нат}} - F_{\text{тр}} - m_1 g\sin\alpha.$$

На груз массой m_2 действует направленная вниз сила тяжести $m_2 g$, а ей противодействует сила натяжения $F_{\text{нат}}$. По второму закону Ньютона

$$m_2 a = m_2 g - F_{\text{нат}}.$$

Сложим левые и правые части этих равенств и, выполнив приведение подобных членов, определим искомое ускорение a:

$$m_1 a + m_2 a = F_{\text{нат}} - F_{\text{тр}} - m_1 g\sin\alpha + m_2 g - F_{\text{нат}},$$

откуда

$$a = \frac{g(m_2 - m_1\sin\alpha) - F_{тр}}{m_1 + m_2}.$$

Здесь

$$\sin\alpha = \frac{h}{l},\ F_{\text{тр}} = \mu m g\cos\alpha,$$

где

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}.$$

С учетом этих формул получим

$$a = \frac{g\left(m_2 - m_1\frac{h}{l} - \mu m_1\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}\right)}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{g}{m_1 + m_2}\left(m_2 - \frac{m_1}{l}\left(h + \mu\sqrt{l^2 - h^2}\right)\right),$$

$$a = \frac{10}{0{,}5 + 0{,}6}\left(0{,}6 - \frac{0{,}5}{1}\left(0{,}6 + 0{,}25\sqrt{1^2 - 0{,}6^2}\right)\right) \text{ м/с}^2 = 1{,}8 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 1{,}8$ м/с^2.

Задача 40. К концам однородного стержня длиной $l =$ $= 1{,}8$ м приложены силы $F_1 = 10$ Н и $F_2 = 4$ Н (рис. 28). Найти силу натяжения стержня на расстоянии четверть длины от его левого конца.

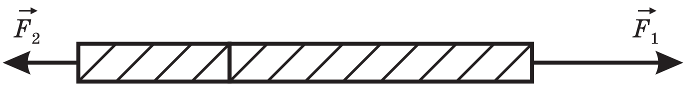


Рис. 28

Обозначим l длину стержня, F_1 — силу, приложенную к правому концу стержня, F_2 — силу, приложенную к левому концу стержня, l_1 — длину части стержня, m_1 — массу части стержня, составляющей $\frac{3}{4}$ длины стержня, m_2 — массу части стержня, составляющей четверть длины стержня, ρ — плотность стержня, V_1 — объем части стержня, составляющей $\frac{3}{4}$ длины стержня, V_2 — объем части стержня, составляющей четверть длины стержня, a — ускорение, $F_{\text{нат}}$ — силу натяжения, S — площадь поперечного сечения стержня.

Дано:
$F_1 = 10$ Н
$F_2 = 4$ Н
$l_1 = \frac{1}{4} l$
$l = 1{,}8$ м

$F_{нат}$ — ?

Решение

По второму закону Ньютона применительно к правой части стержня

$$m_1 a = F_1 - F_{нат}.$$

Аналогично, применительно к левой части стержня, составляющей четверть его длины,

$$m_2 a = F_{нат} - F_2.$$

Выразим массы частей стержня m_1 и m_2 чрез их длины:

$$m_1 = \rho V_1 = \rho \frac{3}{4} lS \quad \text{и} \quad m_2 = \rho V_2 = \rho \frac{1}{4} lS.$$

С учетом этих равенств два первых уравнения примут вид:

$$\rho \frac{3}{4} lS = F_1 - F_{нат} \text{ и } \rho \frac{1}{4} lS = F_{нат} - F_2.$$

Теперь разделим два последних равенства друг на друга и после сокращений из полученного выражения найдем силу натяжения:

$$\frac{\rho 3 lS \cdot 4}{4 \rho lS} = \frac{F_1 - F_{нат}}{F_{нат} - F_2},$$

$$F_1 - F_{нат} = 3F_{нат} - 3F_2,$$

$$4F_{нат} = F_1 + 3F_2,$$

$$F_{нат} = \frac{F_1 + 3F_2}{4} = \frac{10 + 3 \cdot 4}{4} \text{ Н} = 5{,}5 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_{нат} = 5{,}5$ Н.

Задача 41. К двум пружинам одинаковой длины с жесткостью k_1 и k_2 каждая, соединенным один раз последовательно (рис. 29, *а*), а другой раз – параллельно (рис. 29, *б*), подвешивают груз массой m. Найти общее удлинение пружин x и их общую жесткость k в каждом случае.

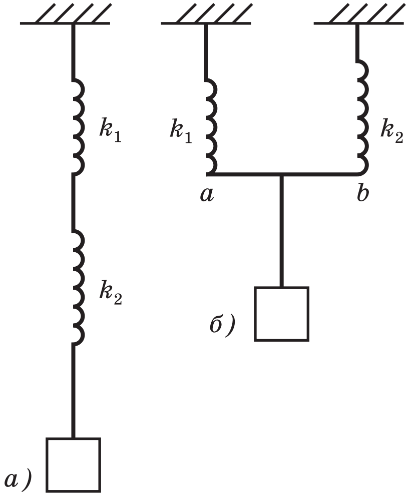


Рис. 29

Обозначим $F_{упр}$ силу пругости, x_1 — деформацию одной пружины, x_2 — деформацию другой пружины.

Дано:
k_1
k_2
m
g

x — ?
k — ?

Решение

1) Обратимся к рис. 29, ***а***. Когда мы растягиваем последовательно соединенные пружины, сила, приложенная к грузу, в случае его равномерного движения по модулю равна силе реакции пружины, т.е. силе упругости $F_{упр}$, приложенной к нижней пружине, которая с такой же по модулю силой упругости действует на верхнюю пружину согласно третьему закону Ньютона.

А вот удлинение каждой пружины под действием одинаковой силы упругости будет разным, потому что у них разные жесткости. Общее же удлинение x пружин будет равно сумме удлинений x_1 и x_2 каждой пружины в отдельности:

$$x = x_1 + x_2.$$

По первому закону Ньютона, записанному применительно к грузу в векторной форме, $m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}} = 0$, а в скалярной — $mg = F_{\text{упр}}$, где по закону Гука модуль силы упругости $F_{\text{упр}} = kx_1$.

Отсюда $x_1 = \dfrac{F_{\text{упр}}}{k_1} = \dfrac{mg}{k_1}$. Аналогично, применительно ко второй пружине: $x_2 = \dfrac{mg}{k_2}$.

Тогда

$$x = \frac{mg}{k_1} + \frac{mg}{k_2} \quad \text{или} \quad x = mg\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right).$$

Теперь найдем жесткость k. По закону Гука $mg = kx$, поэтому

$$x = kx\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right), \quad 1 = k\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) \quad \text{или} \quad 1 = k\frac{k_2 + k_1}{k_1 k_2},$$

откуда

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}.$$

2) При параллельном соединении пружинок в случае горизонтального положения стержня *ab* (рис. 29, *б*), они растягиваются одинаково. Но поскольку жесткости пружин разные, то при одинаковом удлинении x силы упругости $F_{\text{упр1}}$ и $F_{\text{упр2}}$, возникающие в них, будут разными. При этом по первому закону Ньютона, записанному в векторной форме, сумма силы тяжести $m\vec{g}$ и сил упругости $\vec{F}_{\text{упр1}}$ и $\vec{F}_{\text{упр2}}$, приложенных к грузу, равна нулю: $m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр1}} + \vec{F}_{\text{упр2}} = 0$, а модуль силы тяжести mg равен сумме модулей сил упругости $F_{\text{упр1}}$ и $F_{\text{упр2}}$:

$$mg = F_{\text{упр1}} + F_{\text{упр2}},$$

где по закону Гука

$$F_{\text{упр1}} = k_1 x \quad \text{и} \quad F_{\text{упр2}} = k_2 x,$$

поэтому

$$mg = k_1 x + k_2 x,$$

откуда

$$x = \frac{mg}{k_1 + k_2}.$$

Т.к. $mg = kx$, то $x = \dfrac{kx}{k_1 + k_2}$, $1 = \dfrac{k}{k_1 + k_2}$ и $k = k_1 + k_2$.

Ответ: 1) $x = mg\left(\dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}\right)$, $k = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$;

2) $x = \dfrac{mg}{k_1 + k_2}$, $k = k_1 + k_2$.

Задача 42. На краю горизонтальной доски, вращающейся вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр, укреплена нить с подвешенным к ней маленьким тяжелым шариком. Длина нити 20 см, частота вращения доски 1 об/с. При вращении доски нить отклоняется от вертикали на угол 30° (рис. 30)˙ Найти длину доски.

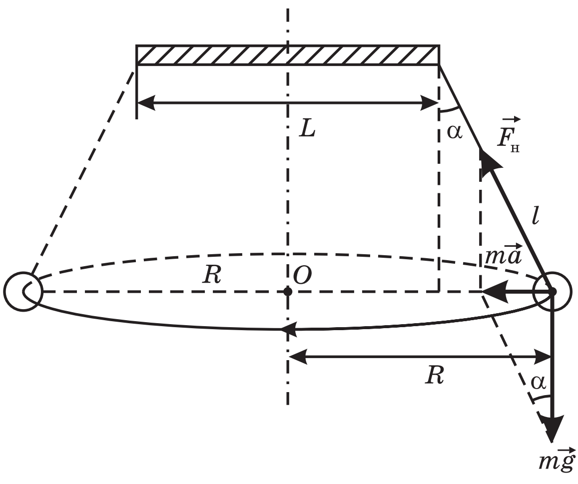


Рис. 30

Обозначим l длину нити, ν — частоту вращения, α — угол отклонения нити от вертикали, g — ускорение свободного падения, L — длину доски, m — массу шарика, a — центростремительное ускорение шарика, R — радиус окружности, по которой он движется, ω — угловую скорость шарика.

Дано:	***Решение***
$l = 20$ см $\nu = 1$ об/с $\alpha = 30°$ $g = 10$ м/с^2	На шарик действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $F_н$ (рис. 30). Их равнодействующая $m\vec{a}$ направлена по радиусу к центру окружности O, по которой движется шарик.
L — ?	

Ее модуль можно найти по формуле $ma = mg\,\text{tg}\,\alpha$, откуда

$$a = g\,\text{tg}\,\alpha$$

Ускорение шарика $a = \omega^2 R$, где угловая скорость шарика $\omega = 2\pi\nu$, а радиус окружности $R = \frac{L}{2} + l\sin\alpha$. С учетом этого $(2\pi\nu)^2(\frac{L}{2} + l\sin\alpha) = g\,\text{tg}\,\alpha$,

откуда

$$\frac{L}{2} + l\sin\alpha = \frac{g\,\text{tg}\,\alpha}{(2\pi\nu)^2},$$

$$L = 2\left(\frac{g\,\text{tg}\,\alpha}{(2\pi\nu)^2} - l\sin\alpha\right),$$

$$L = 2\left(\frac{10\cdot\text{tg}\,30°}{(2\cdot 3{,}14\cdot 1)^2} - 0{,}2\cdot\sin 30°\right)\text{ м} = 0{,}09\text{ м}.$$

Ответ: $L = 0{,}09$ м.

Задача 43. Мяч массой 400 г брошен под углом к горизонту. Сила сопротивления среды его полету постоянна и равна 2 Н. Чему равно полное ускорение мяча в высшей точке его траектории?

Обозначим m массу мяча, $F_{сопр}$ — силу сопротивления, g — ускорение свободного падения, a — полное ускорение мяча в высшей точке траектории, a_1 — ускорение, сообщаемое мячу силой сопротивления.

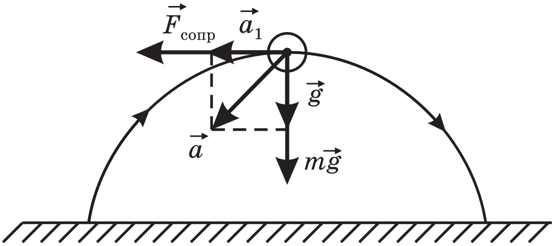


Рис. 31

Дано:
$m = 400$ г
$F_{сопр} = 2$ Н
$g = 10$ м/с^2

a — ?

Решение

Сила сопротивления окружающей среды $F_{сопр}$ направлена по касательной к траектории мяча против направления его движения. В высшей точке траектории она направлена влево. Эта сила сообщает мячу ускорение a_1, вектор которого направлен в ту же сторону, что и сила сопротивления (рис. 31).

Кроме силы сопротивления на мяч действует сила тяжести mg, сообщающая ему ускорение свободного падения g. Полное ускорение $\vec{a}$ равно векторной сумме ускорений $\vec{a}_1$ и $\vec{g}$, а его модуль может быть найден по теореме Пифагора:

$$a = \sqrt{g^2 + a_1^2}.$$

Ускорение a_1 найдем, применив второй закон Ньютона:

$$a_1 = \frac{F_{сопр}}{m}.$$

Подставим правую часть этого равенства в предыдущую формулу:

$$a = \sqrt{g^2 + \left(\frac{F_{сопр}}{m}\right)^2}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим массу мяча в единицах СИ:

400 г = 0,4 кг.

Произведем вычисления:

$$a = \sqrt{10^2 + \left(\frac{2}{0,4}\right)^2}\ \text{м/с}^2 = 11,2\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: $a = 11,2$ м/с^2.

Задача 44. Через невесомый блок перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг. К грузу массой m_1 подвесили на нити груз массой $m_3 = 3$ кг (рис. 32). Найти силу натяжения нити между грузами m_1 и m_3.

Обозначим $F_{н1}$ силу натяжения нити между грузами m_1 и m_3, a — ускорение грузов, $F_{н2}$ силу натяжения нити между грузами m_1 и m_2, g — ускорение свободного падения.

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 1$ кг
$m_3 = 3$ кг
$g = 10$ м/с^2

$F_{н1}$ — ?

Решение

Запишем второй закон Ньютона применительно к движению каждого груза в отдельности:

$$m_3 a = m_3 g - F_{н1}, \tag{1}$$

$$m_1 a = m_1 g + F_{н1} - F_{н2},$$

$$m_2 a = F_{н2} - m_2 g.$$

Теперь сложим левые и правые части этих трех уравнений. Правда, при этом искомая сила натяжения $F_{н1}$ «уйдет», но мы сможем найти ускорение грузов a. А зная его, найдем затем из первой формулы и силу натяжения $F_{н1}$.

$$m_3 a + m_1 a + m_2 a = m_3 g - F_{н1} + m_1 g + F_{н1} - F_{н2} + F_{н2} - m_2 g,$$

$$a(m_3 + m_1 + m_2) = g(m_3 + m_1 - m_2),$$

откуда

$$a = g\frac{m_1 + m_3 - m_2}{m_1 + m_2 + m_3}. \tag{2}$$

Теперь найдем из равенства (1) силу натяжения $F_{н1}$:

$$F_{н1} = m_3 g - m_3 a = m_3(g - a).$$

С учетом (2) получим окончательно

$$F_{\text{н}1} = m_3\left(g - g\frac{m_1+m_3-m_2}{m_1+m_2+m_3}\right) =$$

$$= m_3 g\left(1 - \frac{m_1+m_3-m_2}{m_1+m_2+m_3}\right) =$$

$$= m_3 g\,\frac{m_1+m_2+m_3-m_1-m_3+m_2}{m_1+m_2+m_3} =$$

$$= \frac{2m_2m_3g}{m_1+m_2+m_3},$$

$$F_{\text{н}1} = \frac{2\cdot1\cdot3\cdot10}{2+1+3}\ \text{Н} = 10\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_{\text{н}1} = 10$ Н.

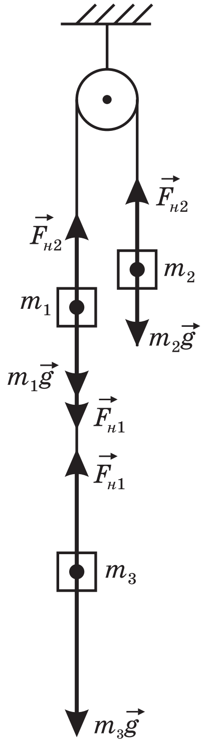


Рис. 32

Задача 45. Масса бруска, прикрепленного к концу резинового шнура, равна 100 г. Один конец шнура закреплен. Шнур растянули на 4 см и отпустили. Сила, необходимая для растяжения шнура на 1 см, равна 0,1 Н. Определить модуль ускорения бруска в начальный момент времени, считая, что на брусок действует лишь упругая сила.

Обозначим m массу бруска, x — деформацию шнура под действием силы F, x_1 — деформацию шнура под действием силы F_1, a — ускорение бруска, k — жесткость шнура.

Дано:
$m = 100$ г
$x = 4$ см
$x_1 = 1$ см
$F_1 = 0{,}1$ Н

a — ?

Решение

По второму закону Ньютона произведение массы бруска на его ускорение равно силе, приложенной к нему:

$$ma = F \quad \text{или} \quad a = \frac{F}{m}. \qquad (1)$$

По закону Гука модуль этой силы пропорционален деформации шнура:

$$F = kx. \tag{2}$$

Аналогично в случае деформации x_1

$$F_1 = kx_1. \tag{3}$$

Разделим равенства (2) и (3) друг на друга. При этом жесткость шнура сократится, и определим нужную нам силу F:

$$\frac{F}{F_1} = \frac{kx}{kx_1}, \quad \frac{F}{F_1} = \frac{x}{x_1},$$

откуда

$$F = \frac{F_1 x}{x_1}. \tag{4}$$

Подставим (4) в (1):

$$a = \frac{F_1 x}{m x_1}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
100 г = 0,1 кг,
4 см = 0,04 м,
1 см = 0,01 м.
Произведем вычисления:

$$a = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}04}{0{,}1 \cdot 0{,}01} \text{ м/с}^2 = 4 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 4$ м/с^2.

Задача 46. Лыжник массой 80 кг спустился с горы высотой 30 м и после спуска проехал еще по горизонтальной поверхности до остановки 150 м. Найти силу сопротивления на горизонтальном участке, если на горе она была равна нулю.

Обозначим m массу лыжника, h — высоту горы, v_0 — начальную скорость лыжника, S — путь на горизонтальной поверхности, g — ускорение свободного падения, v — конечную скорость, $F_{сопр}$ — силу сопротивления на горизонтальном участке, a — ускорение на пути S, v_{01} — скорость в конце спуска с горы.

Дано:	***Решение***
$m = 80$ кг $h = 30$ м $v_0 = 0$ $S = 150$ м $g = 10$ м/с^2 $v = 0$	Силу сопротивления можно найти по второму закону Ньютона: $F_{сопр} = ma$, где a — ускорение на пути S. На этом пути лыжник движется с замедлением, и его конечная скорость $v = 0$. Поэтому здесь пригодится формула кинематики
$F_{сопр}$ — ?	

$$0 - v_{01}{}^2 = -2a\,S,$$

откуда $a = \dfrac{v_{01}^2}{2S}$.

С учетом этого

$$F_{сопр} = m\frac{v_{01}^2}{2S}. \qquad (1)$$

Здесь v_{01} — скорость в конце спуска с горы, равная начальной скорости лыжника на горизонтальном участке. Ее можно найти, применив закон сохранения механической энергии к движению лыжника на спуске. Согласно этому закону его потенциальная энергия mgh на вершине горы равна кинетической энергии $\dfrac{mv_{01}^2}{2}$ у ее основания:

$$mgh = \frac{mv_{01}^2}{2},$$

откуда

$$v_{01}{}^2 = 2gh. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в формулу (1), получим:

$$F_{сопр} = m\frac{2gh}{2S} = mg\frac{h}{S}, \qquad F_{сопр} = 80 \cdot 10\frac{30}{150}\ \text{Н} = 160\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_{сопр} = 160$ Н.

Задача 47. Автомобиль стал двигаться юзом равнозамедленно по горизонтальной дороге с начальной скоростью 20 м/с. Коэффициент сопротивления движению 0,8. Определить время торможения до остановки и ускорение автомобиля.

Обозначим v конечную скорость автомобиля, g — ускорение свободного падения, $F_{тр}$ — силу трения, m — массу автомобиля, N — силу реакции опоры, a — ускорение автомобиля, t — время торможения.

Дано:	***Решение***
$v_о = 20$ м/с $v = 0$ $\mu = 0{,}8$ $g = 10$ м/с^2	На автомобиль при торможении действуют три силы: сила тяжести mg, сила реакции опоры N и сила трения $F_{тр}$. Первые две силы уравновешивают друг друга, неуравновешенной остается сила трения, поэтому именно ее модуль по второму закону Ньютона равен произведению массы автомобиля на его ускорение:
a — ? t — ?	

$$F_{тр} = ma.$$

Сила трения равна произведению коэффициента трения на силу давления автомобиля, модуль которой по третьему закону Ньютона равен силе реакции опоры, поэтому

$$F_{тр} = \mu N.$$

Приравняем правые части этих равенств:

$$ma = \mu N,$$

где $N = mg$, поэтому

$$ma = \mu mg \quad \text{и} \quad a = \mu g.$$

Произведем вычисления:

$$a = 0{,}8 \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 8 \text{ м/с}^2.$$

При равнозамедленном движении конечная скорость автомобиля определяется формулой

$$v = v_о - at.$$

Поскольку $v = 0$, $0 = v_о - at$, откуда $t = \dfrac{v_o}{a}$.

Произведем вычисления:

$$t = \frac{20}{8} \text{ с} = 2{,}5 \text{ с}.$$

Ответ: $a = 8$ м/с^2, $t = 2{,}5$ с.

Задача 48. Радиус Луны R_1 приблизительно в 3,7 раза меньше радиуса Земли R, а масса Луны m_1 в 81 раз меньше массы Земли m. Определить ускорение свободного падения тел на поверхности Луны.

Обозначим g_1 ускорение свободного падения на поверхности Луны, g — ускорение свободного падения на поверхности Земли, G — гравитационную постоянную, $m_о$ — массу тела.

Дано:
$R = 3{,}7\ R_1$
$m = 81\ m_1$
$g = 10$ м/с^2

g_1 — ?

Решение

Сила тяжести $m_о\, g$, действующая на тело на поверхности Земли, согласно закону всемирного тяготения равна

$$m_о g = G\frac{m_о m}{R^2}, \quad g = G\frac{m}{R^2}.$$

Аналогично, на поверхности Луны

$$m_о g_1 = G\frac{m_о m_1}{R_1^{\,2}}, \quad g_1 = G\frac{m_1}{R_1^{\,2}}.$$

Разделим левые и правые части этих равенств друг на друга:

$$\frac{g}{g_1} = \frac{GmR_1^{\,2}}{Gm_1R^2}, \quad \frac{g}{g_1} = \frac{m}{m_1}\left(\frac{R_1}{R}\right)^2$$

или с учетом условия задачи

$$\frac{g}{g_1} = \frac{81m_1}{m_1}\left(\frac{R_1}{3{,}7R_1}\right)^2, \quad \frac{g}{g_1} = \frac{81}{3{,}7^2} = 5{,}9,$$

откуда

$$g_1 = \frac{g}{5{,}9}.$$

Произведем вычисления:

$$g_1 = \frac{10}{5{,}9}\ \text{м/с}^2 = 1{,}7\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: $g_1 = 1{,}7$ м/с^2.

Задача 49. На какой высоте H ускорение свободного падения вчетверо меньше, чем на земной поверхности? Радиус Земли 6400 км.

Обозначим H искомую высоту, R — радиус Земли, g_1 — ускорение свободного падения на земной поверхности, g_2 — ускорение свободного падения на высоте H, G — гравитационную постоянную, M — массу Земли.

Дано:

$\dfrac{g_1}{g_2} = 4$

$R = 6400$ км

H — ?

Решение

На земной поверхности ускорение свободного падения $g_1 = 10$ м/с^2 можно определить по формуле $g_1 = G\dfrac{M}{R^2}$,

а на высоте H $\quad g_2 = G\dfrac{M}{(R+H)^2}$.

Разделим левые и правые части этих равенств друг на друга. Получим:

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{GM(R+H)^2}{GMR^2} = \left(\frac{R+H}{R}\right)^2.$$

По условию задачи $\dfrac{g_1}{g_2} = 4$, поэтому $\left(\dfrac{R+H}{R}\right)^2 = 4$, откуда

$$\frac{R+H}{R} = 2, \quad R + H = 2R,$$

$$H = R = 6400 \text{ км}.$$

Ответ: $H = 6400$ км.

Задача 50. Геостационарный спутник находится на высоте H над одной и той же точкой планеты массой M, вращающейся вокруг своей оси с угловой скоростью ω. Найти среднюю плотность вещества планеты ρ.

Обозначим $F_{\text{тяг}}$ силу тяготения спутника к планете, G — гравитационную постоянную, m — массу спутника, R — радиус планеты, a — центростремительное ускорение спутника, V — объем планеты.

Дано:	
H	
M	
ω	
ρ — ?	

Решение

Тот факт, что спутник является геостационарным, т.е. висит над одной и той же точкой планеты, говорит о том, что период его обращения вокруг планеты равен периоду вращения самой планеты. А значит, одинаковы и угловые скорости спутника и планеты.

На спутник массой m со стороны планеты действует сила тяготения, равная по закону всемирного тяготения:

$$F_{\text{тяг}} = G\frac{mM}{(R+H)^2}.$$

Эта сила, согласно второму закону Ньютона, равна произведению массы спутника и его центростремительного ускорения:

$$F_{\text{тяг}} = ma.$$

Приравняв правые части этих равенств, получим:

$$ma = G\frac{mM}{(R+H)^2}, \qquad a = G\frac{M}{(R+H)^2}. \qquad (1)$$

Теперь свяжем центростремительное ускорение спутника с известной нам из условия задачи угловой скоростью планеты, не забывая при этом, что здесь радиусом орбиты спутника является сумма радиуса планеты и его высоты над ней:

$$a = \omega^2(R+H). \qquad (2)$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$G\frac{M}{(R+H)^2} = \omega^2(R+H). \qquad (3)$$

Пока что мы еще не ввели нужную нам плотность в наши формулы. Но смотрите: из последнего выражения нетрудно найти радиус планеты R, а через него выразить ее объем. Зная же объем планеты и ее массу, уже легко найти плотность планеты по формуле

$$\rho = \frac{M}{V},$$

где
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

поэтому

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}. \qquad (4)$$

Нам осталось из равенства (3) выразить радиус планеты и подставить его в правую часть выражения (4). Проделаем эти действия:

$$(R+H)^3 = \frac{GM}{\omega^2}, \qquad R = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} - H.$$

Теперь подставим правую часть последнего равенства в знаменатель формулы (4):

$$\rho = \frac{3M}{4\pi\left(\sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} - H\right)^3}.$$

Задача решена.

Ответ: $\rho = \frac{3M}{4\pi\left(\sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} - H\right)^3}$.

Задача 51. На платформу массой 500 кг, двигавшуюся горизонтально со скоростью 1 м/с, насыпали сверху щебень массой 100 кг. Определить скорость платформы со щебнем.

Обозначим m_1 массу платформы, υ_1 — скорость платформы без щебня, m_2 — массу щебня, υ_2 — проекцию скорости падавшего щебня на направление движения платформы, υ — скорость платформы со щебнем.

Дано:
$m_1 = 500$ кг
$v_1 = 1$ м/с
$m_2 = 100$ кг
$v_2 = 0$

v — ?

Решение

По закону сохранения импульса сумма импульса пустой платформы и импульса щебня до попадания на платформу равна суммарному импульсу платформы со щебнем. Но проекция импульса падавшего щебня на направление движения платформы равна нулю, т.к. щебень падал перпендикулярно вектору ее скорости.

Поэтому закон сохранения импульса в этом случае примет вид: импульс пустой платформы m_1v_1 равен суммарному импульсу платформы со щебнем $(m_1 + m_2)v$:

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2),$$

откуда $v = \dfrac{m_1v_1}{m_1 + m_2}$.

Произведем вычисления:

$$v = \frac{500 \cdot 0{,}2}{500 + 100} \text{ кг} = 0{,}17 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 0{,}17$ м/с.

Задача 52. Движение материальной точки задано уравнением $x = 8 + 5t + 2t^2$. Определить импульс этой точки через 5 с, считая от момента начала отсчета времени движения, если ее масса 100 г.

Обозначим t_1 время, через которое импульс точки станет равен p, x — координату точки, t — время движения, x_0 — начальную координату точки, v_0 — начальную скорость, a — ее ускорение, m — массу точки.

Дано:
$x = 8 + 5t + 2t^2$
$t_1 = 5$ с
$m = 100$ г

p — ?

Решение

Импульс точки массой $m = 100$ г = = 0,1 кг найдем по формуле

$$p = mv,$$

Здесь скорость $v = v_0 + at_1$, где время $t_1 = 5$ с . Из сравнения уравнений координаты в общем виде $x = x_0 + v_0t + \dfrac{at^2}{2}$ и данного нам в условии задачи $x = 8 + 5t + 2t^2$ следует, что начальная скорость точки $v_0 = 5$ м/с, а половина ее ускорения $\frac{a}{2} = 2$ м/с^2, откуда ускорение $a = 4$ м/с^2. С учетом этих величин искомый импульс

$$p = m(v_0 + at_1),$$

$$p = 0{,}1(5 + 4 \cdot 5) \text{ кг} \cdot \text{м/с} = 2{,}5 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Ответ: $p = 2{,}5$ кг · м/с.

Задача 53. На плот массой 100 кг, двигавшийся со скоростью 1 м/с, прыгнул с берега человек массой 50 кг со скоростью 1,5 м/с перпендикулярно направлению движения плота. Определить скорость платформы с человеком сразу после его прыжка.

Обозначим m_1 массу плота, v_1 — скорость плота до прыжка на него человека, m_2 — массу человека, v_2 — его скорость, v — скорость плота с человеком, α — угол между вектором скорости плота с человеком и берегом.

Дано:
$m_1 = 100$ кг
$v_1 = 1$ м/с
$m_2 = 50$ кг
$v_2 = 1{,}5$ м/с

v — ?

Решение

По закону сохранения импульса сумма импульсов плота $m_1\vec{v}_1$ и человека $m_2\vec{v}_2$ равна суммарному импульсу плота с человеком на нем $(m_1 + m_2)\vec{v}$:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}.$$

Переходя к модулям импульсов, учтем, что импульсы плота и человека в прыжке взаимно перпендикулярны, поэтому для определения суммарного импульса плота с человеком на нем воспользуемся теоремой Пифагора (рис. 33):

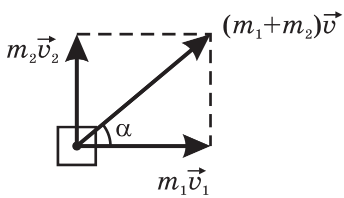


Рис. 33

$$(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2 = ((m_1 + m_2)v)^2,$$

откуда

$$v = \frac{\sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}}{m_1 + m_2}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \frac{\sqrt{(100 \cdot 1)^2 + (50 \cdot 1{,}5)^2}}{100 + 50} \text{ м/с} = 0{,}8 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 0{,}8$ м/с.

Задача 54. Масса пули 10 г, ее скорость при вылете из ствола автомата 300 м/с. Сделано 300 выстрелов в минуту. Определить силу давления приклада автомата на плечо стрелка.

Обозначим m массу пули, v — ее скорость, N — количество выстрелов, Δt — время стрельбы, F — силу давления приклада на плечо при отдаче.

Дано:
$m = 10$ г
$v = 300$ м/с
$N = 300$
$\Delta t = 1$ мин

F — ?

Решение

Согласно второму закону Ньютона импульс силы $F\Delta t$, действующей на плечо при стрельбе, равен изменению импульса пуль. Но до выстрела импульс пуль был равен нулю, потому что была равна нулю их скорость.

Значит, изменение импульса пуль равно самому импульсу пуль сразу после выстрела Nmv. Поэтому

$$F\Delta t = Nmv,$$

откуда

$$F = \frac{Nmv}{\Delta t}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
10 г = 0,01 кг,
1 мин = 60 с.
Произведем вычисления:

$$F = \frac{300 \cdot 0{,}01 \cdot 300}{60} \text{ Н} = 15 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 15$ Н.

Задача 55. Охотник массой 70 кг стреляет, находясь в лодке. Угол между стволом ружья и горизонтом составляет 60°, масса дроби 35 г, ее начальная скорость 320 м/с. Надо найти скорость лодки в момент выстрела, если до него она была неподвижна.

Обозначим m_1 массу охотника, m_2 — массу дроби, v_2 — скорость дроби, v_1 — скорость лодки в момент выстрела, α — угол между стволом ружья и горизонтом.

Дано:
$m_1 = 70$ кг
$m_2 = 35$ г
$v_2 = 320$ м/с
$\alpha = 60°$

v — ?

Решение

До выстрела суммарный импульс охотника и дроби был равен нулю, т.к. они были неподвижны. По закону сохранения импульса сумма модуля импульса охотника m_1v и проекции импульса дроби на направление движения лодки $m_2v_2\cos\alpha$ должна остаться равной нулю (рис. 34):

$$0 = m_1v_1 + m_2v_2\cos\alpha,$$

откуда $$v_1 = -\frac{m_2v_2\cos\alpha}{m_1}.$$

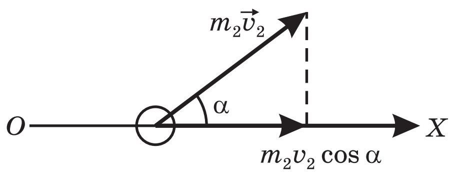


Рис. 34

Знак «минус» означает, что лодка после выстрела будет двигаться в направлении, противоположном направлению оси OX, на которую мы спроецировали импульс дроби, т.е. охотник поедет «назад».

Выразим в единицах СИ массу дроби: 35 г = 0,035 кг.

Вычислим модуль скорости охотника:

$$v_1 = \frac{0{,}035 \cdot 320\cos 60°}{70}\ \text{кг} = 0{,}08\ \text{м/с} = 8\ \text{см/с}.$$

Ответ: $v_1 = 8$ см/с.

Задача 56. Сила, поднимающая груз весом 1 Н, равна 3 Н, высота подъема составляет 5 м. Найти работу этой силы.

Обозначим F силу, приложенную к грузу, h — модуль его перемещения, т.е. высоту поднятия, α — угол между векторами силы и перемещения, P — вес груза, A — работу по поднятию груза.

Дано:
$F = 3$ Н
$h = 5$ м
$\alpha = 0^\circ$
$P = 1$ Н

A — ?

Решение

Работа по поднятию груза определяется произведением модуля силы на модуль перемещения и на косинус угла между векторами силы и перемещения:

$$A = Fh\cos\alpha.$$

Поскольку груз перемещается в направлении действия силы, угол $\alpha = 0^\circ$ (рис. 35), поэтому

$$\cos\alpha = 1 \quad \text{и} \quad A = Fh.$$

Произведем вычисления:

$$A = 3 \cdot 5 \text{ Дж} = 15 \text{ Дж}.$$

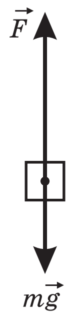


Рис. 35

Примечание: поскольку приложенная сила по модулю больше веса груза, значит, часть этой силы пошла на преодоление силы тяжести, равной весу покоящегося груза P, а часть — на сообщение грузу ускорения.

Ответ: $A = 15$ Дж.

Задача 57. Груз массой 97 кг перемещают по горизонтальной поверхности с помощью веревки на расстояние 100 м. Угол между ней и поверхностью составляет 30°. Коэффициент трения груза о поверхность 0,2. Определить работу силы натяжения веревки.

Обозначим m массу груза, α — угол между веревкой и направлением перемещения груза, μ — коэффициент трения, g — ускорение свободного падения, S — модуль перемещения груза, F — силу натяжения веревки, $F_{тр}$ — силу трения, A — работу силы натяжения, g — ускорение свободного падения.

Дано:
$m = 97$ кг
$\alpha = 30°$
$\mu = 0,2$
$g = 10$ м/с^2
$S = 100$ м

A — ?

Решение

Работа силы натяжения определяется произведением модуля этой силы, модуля перемещения и косинуса угла между векторами силы и перемещения:

$$A = FS\cos\alpha. \quad (1)$$

Поскольку груз движется вдоль оси OX равномерно и прямолинейно, силу трения уравновешивает составляющая силы натяжения, действующая вдоль оси OX и равная по модулю $F\cos\alpha$ (рис. 36):

$$F_{\text{тр}} = F\cos\alpha,$$

где $F_{\text{тр}} = \mu N$ и $N = mg - F\sin\alpha$, поэтому

$$F\cos\alpha = \mu(mg - F\sin\alpha).$$

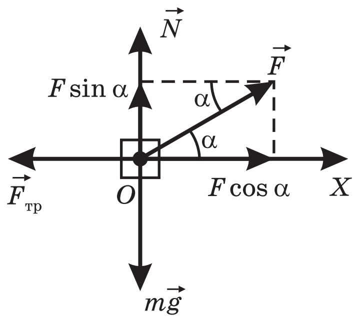


Рис. 36

Отсюда найдем силу натяжения веревки:

$$F\cos\alpha = \mu mg - \mu F\sin\alpha,$$

$$F\cos\alpha + \mu F\sin\alpha = \mu mg,$$

откуда

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}. \quad (2)$$

С учетом первой формулы получим окончательно:

$$A = \frac{\mu mgS\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}.$$

Произведем вычисления:

$$A = \frac{0{,}2\cdot 97\cdot 10\cdot 100\cos 30^\circ}{\cos 30^\circ + 0{,}2\sin 30^\circ}\ \text{Дж} = 17\ 400\ \text{Дж}.$$

Ответ: $A = 17\ 400$ Дж.

Задача 58. Автомобиль массой 1 т трогается с места и проходит путь 20 м за 2 с. Найти мощность двигателя автомобиля.

Обозначим m массу автомобиля, $v_о$ — его начальную скорость, S — пройденный за время t путь, v — скорость в конце этого пути, $v_{ср}$ — среднюю скорость на всем пути, F — силу тяги двигателя, a — ускорение, N — мощность, развиваемую двигателем в конце пути, α — угол между векторами силы тяги и скорости автомобиля.

Дано:
$m = 1$ т
$v_о = 0$
$S = 20$ м
$t = 2$ с
$\alpha = 0^\circ$

N — ?

Решение

Мощность двигателя автомобиля определим по формуле $N = Fv\cos\alpha$, где $\alpha = 0^\circ$ и $\cos\alpha = 1$, поэтому

$$N = Fv. \qquad (1)$$

Средняя скорость автомобиля на пути S равна отношению этого пути ко времени его прохождения или равна полусумме начальной и конечной скоростей:

$$v_{ср} = \frac{S}{t} \quad \text{и} \quad v_{ср} = \frac{v_о + v}{2} = \frac{v}{2},$$

поэтому $\dfrac{S}{t} = \dfrac{v}{2}$,

откуда
$$v = \frac{2S}{t}. \qquad (2)$$

Силу тяги двигателя найдем по второму закону Ньютона:

$$F = ma. \qquad (3)$$

Ускорение a найдем из формулы пути при равноускоренном движении без начальной скорости:

$$S = \frac{at^2}{2},$$

откуда

$$a = \frac{2S}{t^2}. \qquad (4)$$

Подставим (4) в (3):

$$F = m\frac{2S}{t^2} \qquad (5)$$

Нам осталось подставить (2) и (5) в (1), и задача будет решена:

$$N = m\frac{2S}{t^2} \cdot \frac{2S}{t} = \frac{4mS^2}{t^3}.$$

Выразим массу автомобиля в единицах СИ:
1 т = 1000 кг.
Произведем вычисления:

$$N = \frac{4 \cdot 1000 \cdot 20^2}{2^3} \text{ Вт} = 200\,000 \text{ Вт} = 200 \text{ кВт}.$$

Ответ: $N = 200$ кВт.

Задача 59. Деформация пружины под действием силы 1000 Н равна 1 см. Найти работу, совершаемую при деформации пружины на 10 см.

Обозначим x_1 деформацию пружины, при которой совершается работа A, x_2 — деформацию пружины под действием силы F, k — жесткость пружины.

Дано:
$x_1 = 10$ см
$x_2 = 1$ см
$F = 1000$ Н

A — ?

Решение

Работа при упругой деформации определяется формулой

$$A = \frac{kx_1^{\,2}}{2}. \qquad (1)$$

Жесткость пружины k определим из закона Гука: $F = kx_2$, откуда

$$k = \frac{F}{x_2} \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1) :

$$A = \frac{Fx_1^{\ 2}}{2x_2} = \frac{Fx_1^{\ 2}}{2x_2}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
10 см = 0,1 м,
1 см = 0,01 м.
Произведем вычисления:

$$A = \frac{1000 \cdot 0{,}1^2}{2 \cdot 0{,}01} \text{ Дж} = 500 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 500$ Дж.

Задача 60. Масса вагона 20 000 кг. Вагон ударился о преграду, и при этом деформация пружины буфера составила 10 см. Для сжатия ее на 1 см необходима сила 10 000Н. С какой скоростью двигался вагон, имеющий два буфера, до удара?

Обозначим m массу вагона, x_1 — деформацию пружины при скорости вагона v, x_2 — деформацию пружины при действии на нее силой F, k — жесткость пружины, E_k — кинетическую энергию вагона, E_p — потенциальную энергию сжатой пружины буфера.

Дано:
$m = 20\,000$ кг
$x_1 = 10$ см
$F = 10\,000$
$x_2 = 1$ см

v — ?

Решение

При ударе о преграду кинетическая энергия вагона превратилась в потенциальную энергию Н пружин двух буферов. По закону механической энергии

$$E_k = 2\,E_p,$$

где
$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad \text{и} \quad E_p = \frac{kx_1^{\ 2}}{2}.$$

Подставим в первую формулу правые части двух последних равенств:

$$\frac{mv^2}{2} = 2\frac{kx_1^{\;2}}{2}, \qquad mv^2 = 2kx_1^{\;2},$$

откуда

$$v = x_1\sqrt{\frac{2k}{m}}. \tag{1}$$

Жесткость пружины найдем из закона Гука:

$$F = kx_2,$$

откуда

$$k = \frac{F}{x_2}. \tag{2}$$

Подставим (2) в (1):

$$v = x_1\sqrt{\frac{2F}{mx_2}}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
10 см = 0,1 м,
1 см = 0,01 м.
Произведем вычисления:

$$v = 0{,}1\sqrt{\frac{2\cdot 10000}{20000\cdot 0{,}01}}\ \text{м/с} = 1\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 1$ м/с.

Задача 61. Свинцовый шар массой $m_1 = 500$ г двигался со скоростью $v_1 = 10$ м/с и непруго столкнулся с неподвижным шаром массой $m_2 = 200$ г. Найти кинетическую энергию обоих шаров после столкновения.

Обозначим v скорость шаров после соударения, E_k — их общую кинетическую энергию. Остальные величины обозначены в условии задачи.

Дано:
$m_1 = 500$ г
$m_2 = 200$ г
$v_1 = 10$ м/с
$v_2 = 0$

E_k — ?

Решение

Кинетическая энергия обоих шаров после удара определяется формулой

$$E_k = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}, \qquad (1)$$

где скорость обоих шаров после удара v можно найти из закона сохранения импульса. Согласно этому закону импульс первого шара до удара m_1v_1 равен суммарному импульсу обоих шаров после удара, поскольку удар неупругий и импульс второго шара m_2v_2 до удара был равен нулю, т.к. этот шар до удара покоился:

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)v,$$

откуда

$$v = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$E_k = \frac{(m_1 + m_2)(m_1v_1)^2}{2(m_1 + m_2)^2} = \frac{(m_1v_1)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
500 г = 0,5 кг,
200 г = 0,2 кг.
Произведем вычисления:

$$E_k = \frac{(0{,}5 \cdot 10)^2}{2(0{,}5 + 0{,}2)} \text{ Дж} = 18 \text{ Дж}.$$

$E_\text{k} = 18$ Дж.

Задача 62. Тело бросили с земли вверх со скоростью 4,9 м/с. На какой высоте его потенциальная и кинетическая энергии станут одинаковыми? Сопротивлением пренебречь.

Обозначим v_o начальную скорость, с которой тело бросили вверх, v — его конечную скорость на высоте h, g — ускорение свободного падения, $E_{k\text{o}}$ — начальную кинетическую энергию тела в момент броска, E_k — его кинетическую энергию на высоте, E_p — потенциальную энергию тела на этой же высоте.

Дано:	***Решение***
$v_о = 4{,}9$ м/с $g = 10$ м/с^2 $E_p = E_k$	По закону сохранения механической энергии начальная кинетическая энергия тела равна сумме его кинетической и потенциальной энергий на любой промежуточной высоте, поэтому запишем:
h — ?	

$$E_{ko} = E_p + E_k = 2\,E_p,$$

поскольку $E_p = E_k$.

По формуле кинетической и потенциальной энергий

$$E_{ko} = \frac{mv_o^{\ 2}}{2} \quad \text{и} \quad E_p = mgh\,.$$

Подставим правые части этих равенств в первую формулу. Получим:

$$\frac{mv_o^{\ 2}}{2} = 2mgh,$$

откуда

$$h = \frac{v_o^{\ 2}}{4g}.$$

Произведем вычисления:

$$h = \frac{4{,}9^2}{4 \cdot 9{,}8}\ \text{м} = 0{,}6\ \text{м}.$$

Ответ: $h = 0{,}6$ м.

Задача 63. Два шарика 1 и 2 с массами m_1 и m_2 подвешены на нитях одинаковой длины l, касаясь друг друга. Шарик массой m_1 отклоняют от вертикали на угол α и отпускают. На какую высоту поднимутся шарики после абсолютно неупругого удара?

Обозначим h_1 высоту подъема шарика массой m_1 при отклонении, h_2 — высоту подъема обоих шариков, g — ускорение свободного падения, v_0 — скорость отклоненного шарика в момент удара о неподвижный, v — скорость обоих шариков сразу после удара.

Дано:
α
m_1
m_2
g
l

h_2 — ?

Решение

Выполним чертеж (рис. 37). Искомую высоту h_2 можно найти из закона сохранения механической энергии обоих шаров после абсолютно неупругого соударения: кинетическая энергия шаров сразу после соударения $\frac{(m_1+m_2)v^2}{2}$ превращается в их потенциальную энергию $(m_1+m_2)gh_2$:

$$\frac{(m_1+m_2)v^2}{2}=(m_1+m_2)gh_2,$$

откуда
$$h_2=\frac{v^2}{2g}.$$

Здесь v — скорость обоих шаров сразу после соударения. Ее можно найти из закона сохранения импульса, согласно которому импульс шара 1 непосредственно перед ударом m_1v_0 равен импульсу обоих шаров $(m_1 + m_2)v$ сразу после удара:

$$m_1v_0=(m_1+m_2)\,v,$$

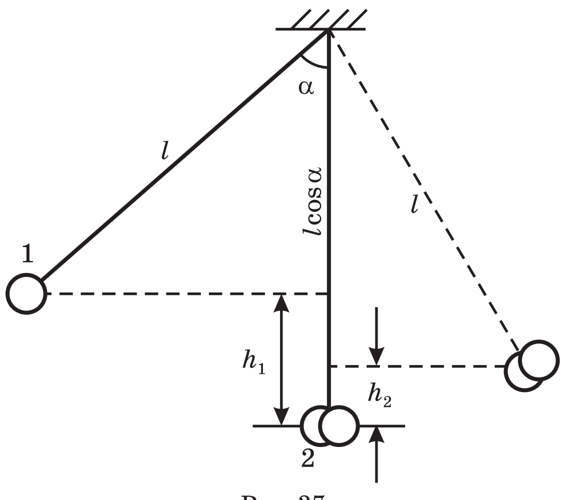


Рис. 37

откуда $$v = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}.$$

С учетом этого, $h_2 = \dfrac{1}{2g}\left(\dfrac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}\right)^2 = \dfrac{m_1^2}{2g\left(m_1 + m_2\right)^2} v_2^0.$

Скорость шара 1 перед ударом найдем по закону сохранения его механической энергии, согласно которому потенциальная энергия шара 1 на высоте h_1, равная $m_1 g h_1$, равна его кинетической энергии $\dfrac{m_1 v_0^2}{2}$ непосредственно перед ударом:

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 v_0^2}{2},$$

откуда $$v_0{}^2 = 2gh_1.$$

С учетом этого, $h_2 = \dfrac{m_1^2}{2g\left(m_1 + m_2\right)^2} 2gh_1 = h_1\left(\dfrac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2.$

Высота $h_1 = l - l\cos\alpha_1 = l\,(1 - \cos\alpha_1)$.

Подставив правую часть этого выражения в предыдущую формулу, получим окончательно:

$$h_2 = l\,(1 - \cos\alpha_1)\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2.$$

Ответ: $h_2 = l\,(1 - \cos\alpha_1)\left(\dfrac{m_1}{m_1 + m_2}\right)^2.$

Задача 64. Гиря, положенная сверху на вертикальную пружину, сжимает ее на 1 мм. Если эту гирю бросить на пружину со скоростью 0,2 м/с с высоты 10 см, то какова теперь будет деформация пружины?

Обозначим x_1 деформацию пружины, когда на нее положили гирю, v_0 — скорость, с которой гирю бросили, h — высоту, с которой бросили гирю, x_2 — деформацию пружины после бросания гири, g — ускорение свободного падения, k — жесткость пружины, $F_{упр}$ — силу упругости.

Дано:
$x_1 = 1$ мм $= 0{,}001$ м
$v_0 = 0{,}2$ м/с
$h = 10$ см $= 0{,}1$ м
$g = 10$ м/с^2

x_2 — ?

Решение

Применим для решения этой задачи закон сохранения механической энергии, согласно которому сумма кинетической энергии гири $\frac{m\,v_0^2}{2}$ и ее потенциальной энергии на высоте mgh равна потенциальной энергии сжатой пружины $\frac{kx_2^2}{2}$:

$$\frac{m\,v_0^2}{2} + mgh = \frac{kx_2^2}{2}.$$

Отсюда

$$x_2 = \sqrt{\frac{2}{k}m\left(\frac{v_0^2}{2} + gh\right)}. \qquad (1)$$

Жесткость пружины k найдем, приравняв согласно третьему закону Ньютона силу тяжести, действующую на гирю, силе упругости пружины:

$$mg = F_{\text{упр}},$$

где по закону Гука $F_{\text{упр}} = kx_1$, поэтому $mg = kx_1$, откуда

$$k = \frac{mg}{x_1}. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в формулу (1), получим окончательно:

$$x_2 = \sqrt{\frac{2x_1}{mg}m\left(\frac{v_0^2}{2} + gh\right)} = \sqrt{\frac{2x_1}{g}\left(\frac{v_0^2}{2} + gh\right)}.$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}001}{10}\left(\frac{0{,}2^2}{2} + 10 \cdot 0{,}1\right)} \text{ м} = 0{,}014 \text{ м} = 1{,}4 \text{ см}.$$

Ответ: $x_2 = 1{,}4$ см.

Задача 65. Два одинаковых бруска массами по 200 г каждый соединены упругой вертикальной пружиной с жесткостью 300 Н/м (рис. 38). Нажатием на верхний брусок пружину сжали так, что ее деформация стала 5 см. Какова будет скорость центра масс этой системы тел в момент отрыва нижнего бруска от стола? Сопротивление не учитывать.

Обозначим m массу каждого бруска, x — деформацию пружины при сжатии, g — ускорение свободного падения, k — жесткость пружины, v_C — скорость центра масс системы тел, E_{p1} — потенциальную энергию сжатой пружины, E_{p2} — потенциальную энергию центра масс относительно первоначального уровня, x_1 — деформацию растянутой пружины, E_{p3} — потенциальную энергию растянутой пружины, E_{p4} — потенциальную энергию центра масс относительно первоначального положения при растянутой пружине, E_k — кинетическую энергию верхнего бруска, v — его скорость.

Дано:

$m = 200$ г

$x = 5$ см

$g = 10$ м/с^2

$k = 300$ Н/м

v_C — ?

Решение

Непростая задачка. Давайте вспомним, что такое центр масс. Это такая материальная точка с массой, равной массе всего тела, которая движется под действием приложенных к ней сил так же, как и само тело.

В нашем случае, поскольку система бруски — пружина симметрична, ее центр масс C располагается в геометрическом центре системы, т. е. посередине пружины.

Теперь давайте выполним рисунок. Сначала изобразим пружину недеформированной (рис. 38, *a*). Когда ее сжали, центр масс опустился на расстояние x относительно первоначального положения (рис. 38, *b*). Значит, пружина приобрела потенциальную энергию E_{p1}, которую можно определить по формуле

$$E_{p1} = \frac{kx^2}{2}.$$

Кроме того, поскольку центр тяжести опустился на расстояние x, то относительно прежнего уровня центр масс

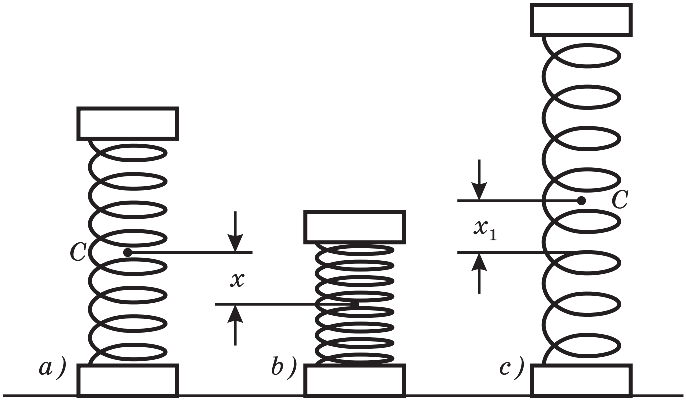


Рис. 38

приобрел отрицательную потенциальную энергию. Напомним, что потенциальная энергия может быть и положительной, и отрицательной, поскольку она относительна. Относительно стола потенциальная энергия центра масс положительна, поскольку он выше стола, а относительно прежнего положения — отрицательна, поскольку теперь центр масс ниже прежнего уровня. Эту потенциальную энергию E_{p2} можно определить по формуле

$$E_{p2} = -mgx.$$

Попробуем решить эту задачу, применив закон сохранения механической энергии. Этот замечательный закон выручит вас при решении почти любых задач динамики — особенно когда не требуется учитывать все силы, действующие в системе. Согласно этому закону суммарная механическая энергия брусков со сжатой пружиной равна их суммарной механической энергии в момент, когда нижний брусок еще лежит на столе, но пружина уже растянулась, ее деформация стала x_1, центр тяжести поднялся на высоту x_1 над первоначальным положением и верхний брусок приобрел скорость v_C (рис. 37, b). При этом потенциальная энергия пружины

$$E_{p3} = \frac{kx_1^2}{2},$$

а потенциальная энергия центра масс E_{p4} относительно первоначального положения стала положительной и равной:

$$E_{p4} = mgx_1.$$

Кроме того, верхний брусок приобрел скорость v и, значит, кинетическую энергию E_k, которая определяется по формуле

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Теперь давайте запишем закон сохранения механической энергии, а затем подумаем, какие величины нам еще надо определить, чтобы найти искомую жесткость:

$$E_{p1} + E_{p2} = E_{p3} + E_{p4} + E_k$$

или

$$\frac{kx^2}{2} - mgx = \frac{kx_1^2}{2} + mgx_1 + \frac{mv^2}{2}. \qquad (1)$$

Здесь нам не известны деформация x_1 и скорость верхнего бруска. По закону Гука произведение жесткости пружины на ее деформацию равно деформирующей ее силе, которая в момент отрыва нижнего бруска от стола равна весу этого бруска $P = mg$, поэтому мы можем записать:

$$kx_1 = mg,$$

откуда

$$x_1 = \frac{mg}{k}. \qquad (2)$$

Здесь уже все величины в правой части нам даны. Теперь подумаем, как выразить неизвестную скорость верхнего бруска через высоту поднятия центра тяжести, которая нам известна. Попробуем связать эту скорость со скоростью центра масс v_C в этот момент. Будем рассуждать так. Нижний брусок еще покоится, его скорость равна нулю, а верхний уже получил скорость v. Значит, по мере подъема от витка к витку их скорость линейно нарастает, поэтому скорость центра масс, лежащего посередине пружины, будет равна половине скорости верхнего бруска:

$$v_C = \frac{v}{2}. \qquad (3)$$

Теперь давайте подставим правую часть равенства (2) в формулу (1) и из полученного выражения найдем скорость верхнего бруска v, а затем — и скорость центра масс v_C:

$$\frac{kx^2}{2} - mgx = \frac{k(mg)^2}{2k^2} + mg\frac{mg}{k} + \frac{mv^2}{2},$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2} - mgx - \frac{3(mg)^2}{2k}.$$

Отсюда

$$v^2 = \frac{2kx^2}{2m} - \frac{2mgx}{m} - \frac{2\cdot 3(mg)^2}{m\cdot 2k} = \frac{kx^2}{m} - 2gx - \frac{3mg^2}{k},$$

$$v = \sqrt{x\left(\frac{kx}{m} - 2g\right) - \frac{3mg^2}{k}}.$$

Тогда окончательно

$$v_C = \frac{1}{2}\sqrt{x\left(\frac{kx}{m} - 2g\right) - \frac{3mg^2}{k}}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Выразим все величины в единицах СИ:

200 г = 0,2 кг, 5 см = 0,05 м.

Подставим числа и вычислим:

$$v_C = \frac{1}{2}\sqrt{0{,}05\left(\frac{300\cdot 0{,}05}{0{,}2} - 2\cdot 10\right) - \frac{3\cdot 0{,}2\cdot 10^2}{300}}\ \text{м/с} = 2{,}55\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v_C = 2{,}55$ м/с.

Задача 66. Шар массой M, висевший неподвижно на нити длиной l, отклонили на угол α от вертикали и отпустили (рис. 39, *а*). Когда он проходил через прежнее положение равновесия, в него попала пуля массой m, летевшая горизонтально навстречу шару, и, пробив шар, полетела дальше. После этого шар, продолжая движение в прежнем направлении, отклонился на угол β от вертикали (рис. 39, б). Найти изменение импульса пули сразу после пробивания шара.

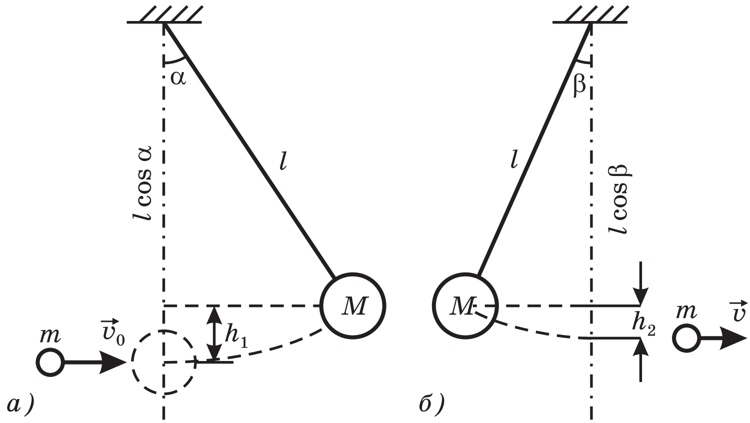


Рис. 39

Дано: M, l, α, β	
Δp —?	

Решение

Изменение импульса пули

$$\Delta p = mv - mv_0 = m(v - v_0). \quad (1)$$

Новую скорость пули v найдем из закона сохранения импульса, согласно которому суммарный импульс пули и шара до пробивания шара $mv_0 + (-Mv_1)$ равен суммарному импульсу этих тел после пробивания $mv + (-Mv_2)$. С учетом противоположных направлений пули и шара

$$mv_0 + (-Mv_1) = mv + (-Mv_2).$$

Отсюда

$$v = \frac{mv_0 - Mv_1 + Mv_2}{m} = v_0 + \frac{M}{m}(v_2 - v_1). \quad (2)$$

Скорость шара v_1 перед попаданием в него пули найдем из закона сохранения механической энергии, согласно которому потенциальная энергия шара, поднятого на высоту h_1 над положением равновесия при отклонении его на угол α, превращается в нижней точке его траектории в кинетическую энергию шара:

$$Mgh_1 = \frac{Mv_1^2}{2},$$

откуда $$v_1 = \sqrt{2gh_1}.$$

Высоту поднятия шара над положением равновесия h_1 найдем, обратившись к рис. 38, *а*):

$$h_1 = l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha).$$

С учетом этого,

$$v_1 = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}. \qquad (3)$$

Аналогичным образом определим и скорость шара v_2 после пробивания его пулей, когда его новая кинетическая энергия превратится в новую потенциальную энергию при отклонении на угол β:

$$v_2 = \sqrt{2gl(1-\cos\beta)}. \qquad (4)$$

Подставим правые части равенств (3) и (4) в формулу (2):

$$v = v_0 + \frac{M}{m}\left(\sqrt{2gl(1-\cos\beta)} - \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}\right). \qquad (5)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (5) в формулу (1):

$$\Delta p = m\left(v_0 + \frac{M}{m}\left(\sqrt{2gl(1-\cos\beta)} - \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}\right) - v_0\right) =$$

$$= M\left(\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} - \sqrt{2gl(1-\cos\beta)}\right).$$

Ответ: $\Delta p = M\left(\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} - \sqrt{2gl(1-\cos\beta)}\right)$.

Задача 67. На дне ящика находится шар, удерживаемый нитью в равновесии (рис. 40). На какой максимальный угол можно отклонить ящик от горизонтальной поверхности, чтобы шар остался в равновесии, если коэффициент трения шара о дно ящика равен 0,5? Весом нити пренебречь.

Обозначим μ коэффициент трения шара о дно ящика, α — максимальный угол, на который можно отклонить ящик от горизонтальной поверхности, *m* — массу шара,

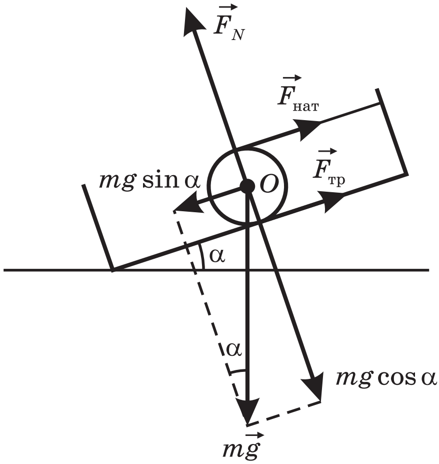


Рис. 40

g — ускорение свободного падения, $F_{тр}$ — силу трения, $F_{нат}$ — силу натяжения нити, F_N — силу реакции опоры.

Дано:
$\mu = 0{,}5$

α — ?

Решение

Выполним чертеж, на котором покажем все силы, приложенные к шару. На него действуют: сила тяжести mg, сила трения $F_{тр}$, сила реакции опоры F_N и сила натяжения нити $F_{нат}$. Разложим силу тяжести на скатывающую $mg\sin\alpha$ и прижимающую к дну ящика $mg\cos\alpha$. При равновесии шара $mg\sin\alpha = F_{нат} + F_{тр}$, а также согласно равенству моментов сил трения и натяжения относительно оси вращения, проходящей через точку O, $F_{нат}R = F_{тр}R$, откуда

$$F_{нат} = F_{тр}.$$

Здесь R — радиус шара, который является плечом сил трения и натяжения.

С учетом этого,

$$mg\sin\alpha = 2F_{тр},$$

где
$$F_{тр} = \mu\, mg\cos\alpha,$$

поэтому
$$mg\sin\alpha = 2\,\mu\, mg\cos\alpha,$$

откуда $\quad \operatorname{tg}\alpha = 2\mu = 2\cdot 0{,}5 = 1$ и $\alpha = 45°$.

Ответ: $\alpha = 45°$.

Задача 69. Труба массой 14 кг лежит на земле. Определить силу, необходимую, чтобы приподнять трубу за один конец.

Обозначим m массу трубы, g — ускорение свободного падения, F — силу, приложенную к концу трубы, l — длину трубы, M_1 — момент силы тяжести, M_2 — момент силы F.

Дано:
$m = 14$ кг
$g = 10$ м/с^2

F — ?

Решение

Пусть труба поворачивается вокруг точки O (рис. 41). На нее действуют две силы: сила тяжести mg, приложенная к середине трубы, и сила F, приложенная к ее концу. Труба еще будет в равновесии, если сумма моментов этих сил будет равна нулю:

$$M_1 + M_2 = 0.$$

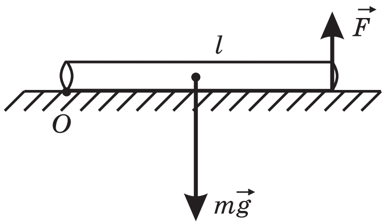


Рис. 41

Момент силы тяжести M_1 равен произведению этой силы и ее плеча. А плечо силы тяжести, т.е. кратчайшее расстояние от линии действия этой силы до оси вращения трубы, т.е. до точки O, равно половине длины трубы. Поэтому

$$M_1 = mg\frac{l}{2}.$$

Момент силы F равен произведению этой силы на ее плечо, которое равно длине трубы l. Поэтому

$$M_2 = Fl.$$

Момент силы тяжести положителен, ведь она вращает трубу по часовой стрелке, а момент силы F отрицателен, поскольку эта сила вращает трубу против часовой стрелки. Поэтому, подставив с учетом знаков правые части двух последних формул в первую, получим:

$$mg\frac{l}{2} - Fl = 0,$$

откуда
$$F = \frac{mg}{2}.$$

Произведем вычисления:

$$F = \frac{14 \cdot 10}{2}\ \text{Н} = 70\ \text{Н}.$$

Ответ: $F = 70$ Н.

Задача 69. Тонкая однородная доска массой 3 кг и длиной 1,5 м упирается одним концом в угол между стенкой и полом, а к другому концу доски привязан канат (рис. 42). Определить силу натяжения каната, если угол между доской и канатом прямой, а между доской и полом он равен 60°.

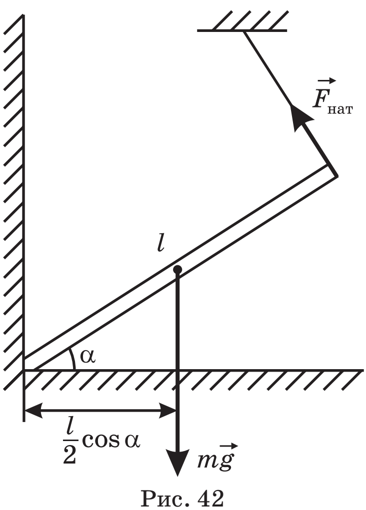


Рис. 42

Обозначим m массу доски, l — ее длину, α — угол между доской и полом, M_1 — момент силы тяжести, M_2 — момент силы натяжения, g — ускорение свободного падения, $F_{нат}$ — силу натяжения.

Дано:
$m = 3$ кг
$l = 1{,}5$ м
$\alpha = 60^\circ$
$g = 10$ м/с^2

$F_{нат}$ — ?

Решение

Согласно условию равновесия момент силы тяжести M_1, вращающей доску по часовой стрелке, равен моменту силы натяжения M_2, вращающей ее против часовой стрелки, $M_1 = M_2$. Момент силы тяжести

$$M_1 = mg\frac{l}{2}\cos\alpha,$$

где $\frac{l}{2}\cos\alpha$ — плечо силы тяжести (рис. 42).

Момент силы натяжения $M_2 = F_{нат}l$. Здесь плечом силы натяжения является длина доски.

Следовательно, согласно первому равенству

$$mg\frac{l}{2}\cos\alpha = F_{нат}l,$$

откуда

$$F_{нат} = \frac{1}{2}mg\cos\alpha.$$

$$F_{нат} = \frac{1}{2}3 \cdot 10\cos 60^\circ\ \text{Н} = 7{,}5\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_{нат} = 7{,}5$ Н.

Задача 70. Четвертая часть горизонтального стержня изготовлена из меди. Ее масса 2 кг. Масса остальной — стальной части стержня 4 кг. Длина всего стержня 1 м. Найти положение центра тяжести стержня относительно его медного конца.

Обозначим m_1 массу медной части стержня, m_2 — массу стальной части стержня, l — длину стержня, x — расстояние от этого центра верно O до левого конца стержня, g — ускорение свободного падения, M_1 — момент силы, вращающей стержень по часовой стрелке, M_2 — момент силы, вращающей стержень против часовой стрелки, l_1 — плечо силы тяжести m_1g, l_2 — плечо силы тяжести m_2g.

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 4$ кг
$l = 1$ м

x — ?

Решение

Чтобы лучше разобраться с условием задачи и наметить пути ее решения, выполним подробный чертеж (рис. 43). Нарисуем стержень длиной l. Обозначим его концы, например, буквами a и d. Медную часть стержня, составляющую четверть его длины, отделим от стальной части, составляющей три четверти его длины, отрезком b.

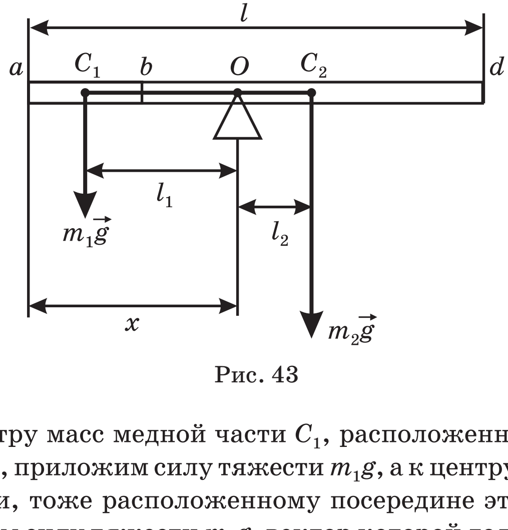


Рис. 43

К центру масс медной части C_1, расположенному посередине ее, приложим силу тяжести m_1g, а к центру C_2 стальной части, тоже расположенному посередине этой части, приложим силу тяжести m_2g, вектор которой должен быть длиннее, потому что стальная часть стержня тяжелее медной. И соединим эти центры тяжести горизонтальным отрезком C_1C_2. Так мы получим рычаг, на концы которого C_1 и C_2 будут действовать две силы: сила тяжести m_1g, стремящаяся повернуть рычаг против часовой стрелки, и сила тяжести m_2g, которая стремится повернуть его по часовой стрелке вокруг центра тяжести стержня O.

Теперь подумаем: где будет располагаться центр тяжести всего стержня. Это должна быть такая точка, в которой, если стержень подпереть, он останется в равновесии. Очевидно, эта точка расположена где-то между точками C_1 и C_2 ближе к точке C_2. Обозначим ее буквой O и подрисуем снизу малый треугольник, обозначающий опору. Нам требуется определить расстояние x от этого центра тяжести O до левого конца стержня, т.е. до точки a.

Согласно условию равновесия тела, имеющего ось вращения, на которое действуют две силы, момент силы, вращающей тело по часовой стрелке, должен быть равен моменту силы, вращающей его против часовой стрелки. При выполнении этого условия тело не будет вращаться вокруг этой оси. У нас вращает тело по часовой стрелке вокруг точки O сила тяжести m_2g, а против — сила тяжести m_1g. Значит, чтобы стержень оставался в равновесии, моменты M_1 и M_2 этих сил должны быть равны друг другу:

$$M_1 = M_2.$$

Согласно формуле момента силы момент силы M_1 равен произведению силы тяжести m_1g и ее плеча l_1, а момент силы M_2 равен произведению силы тяжести m_2g и ее плеча l_2:

$$M_1 = m_1gl_1 \quad \text{и} \quad M_2 = m_2gl_2,$$

поэтому

$$m_1gl_1 = m_2gl_2 \quad \text{или} \quad m_1l_1 = m_2l_2. \qquad (1)$$

Теперь осталось самое трудное: найти плечи этих сил тяжести. Напомним, что плечом силы называется кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия этой силы. Поэтому плечом l_1 силы тяжести m_1g будет отрезок C_1O. Как же его найти?

Если внимательно посмотреть на рис. 43 и хорошенько подумать, то можно сообразить, что плечо l_1 равно разности отрезков $aO = x$ и aC_1, причем отрезок aC_1 составляет половину медной части стержня, ведь точка C_1 делит медную часть пополам. А медная часть согласно условию задачи составляет четверть длины стержня, поэтому отрезок aC_1 составляет восьмую часть его длины. Значит,

$$l_1 = x - \frac{l}{8}. \tag{2}$$

Теперь подумаем, чему равно плечо l_2 — это будет отрезок OC_2. Посмотрев внимательно на рис. 43, можно сообразить, что отрезок OC_2 равен разности отрезков aC_2 и aO. Отрезок aC_2 равен сумме отрезка ab, составляющего четверть длины стержня, и отрезка bC_2, который равен половине длины стальной части стержня, равной трем четвертям длины всего стержня, поэтому

$$l_2 = \frac{l}{4} + \frac{3l}{4 \cdot 2} - x = \frac{5l}{8} - x. \tag{3}$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (3) в уравнение (1) и, выполнив алгебраические преобразования, найти x. Проделаем эти действия:

$$m_1\left(x - \frac{l}{8}\right) = m_2\left(\frac{5l}{8} - x\right),$$

$$m_1 x - m_1\frac{l}{8} = m_2\frac{5l}{8} - m_2 x,$$

$$x(m_1 + m_2) = \frac{l}{8}(m_1 + 5m_2),$$

откуда
$$x = \frac{l(m_1 + 5m_2)}{8(m_1 + m_2)}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления:

$$x = \frac{1(2 + 5 \cdot 4)}{8(2 + 4)}\ \text{м} = 0{,}46\ \text{м} = 46\ \text{см}.$$

Ответ: $x = 46$ см.

Задача 71. На двух вертикальных пружинах одинаковой длины с жесткостями 10 Н/м и 30 Н/м подвешен стержень массой 3 кг длиной 2 м (рис. 44). На каком расстоянии от конца стержня, к которому прикреплена пружина с жесткостью 10 Н/м, надо подвесить груз, чтобы стержень остался в горизонтальном положении и при этом пружины удлинились на 20 см?

Обозначим k_1 жесткость левой пружины, k_2 — жесткость правой пружины, m — массу стержня a), l — его длину, x — деформацию пружины, l_1 — расстояние от конца стержня до точки подвеса груза, F_1 — силу, вращающую стержень против часовой стрелки, F_2 — силу, вращающую стержень по часовой стрелке, M — момент силы тяжести, M_1 — момент силы F_1, M_2 — момент силы F_2, g — ускорение свободного падения.

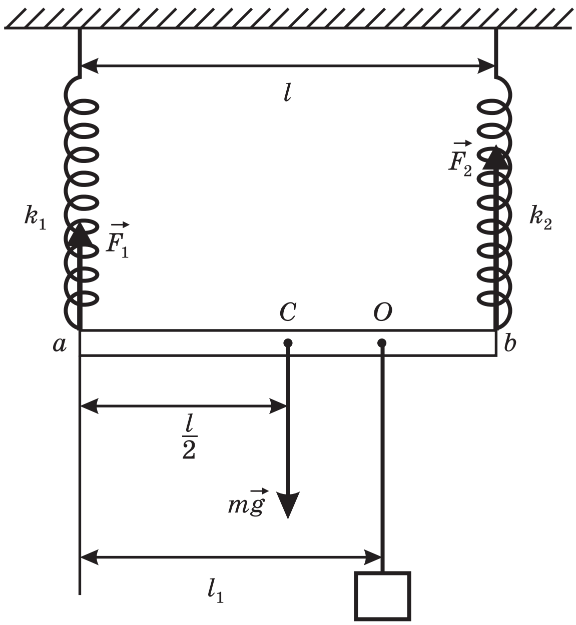


Рис. 44

Дано:
$k_1 = 10$ Н/м
$k_2 = 30$ Н/м
$m = 3$ кг
$l = 2$ м
$x = 20$ см
$g = 10$ м/с^2

l_1 — ?

Решение

Чтобы легче справиться с этой задачей, сделаем несложный рисунок (рис. 44). Нарисуем две вертикальные пружины одинаковой длины. Пусть слева будет пружина с меньшей жесткостью, а справа — с большей. К пружинам снизу прикреплен горизонтальный стержень, к центру C которого приложена сила тяжести mg, и подвешен груз на расстоянии l_1 от левого конца.

Когда груза не было, левый конец стержня под действием его веса и с более слабой силой упругости в левой пружине отвис, а правый приподнялся, т.к. там пружина более жесткая. Поэтому, чтобы стержень принял горизонтальное положение, надо ближе к его правому концу подвесить груз. Равновесие наступит, когда сумма моментов, вращающих стержень вокруг точки подвеса груза O по часовой стрелке, будет равна сумме моментов сил, вращающих его вокруг этой же точки против часовой стрелки. Против часовой стрелки вращают стержень вокруг точки O сила тяжести и сила F_2, равная по модулю силе упругости, возникающей в правой пружине при ее деформации. А по часовой стрелке вращает стержень сила F_1, тоже равная силе упругости в левой пружине. Согласно правилу моментов сил момент M силы тяжести mg плюс момент M_2 силы F_2 равен моменту M_1 силы F_1:

$$M + M_2 = M_1. \qquad (1)$$

Момент силы равен произведению этой силы и ее плеча. Плечом силы тяжести mg является расстояние от точки ее приложения к стержню C до точки O, т.е. длина отрезка CO, равная, как это следует из чертежа, $l_1 - \frac{l}{2}$, поэтому момент силы тяжести

$$M = mg\left(l_1 - \frac{l}{2}\right). \qquad (2)$$

Момент силы F_2, которая, согласно закону Гука, равна по модулю k_2x, где x — одинаковое удлинение обеих пружин (ведь стержень остался горизонтальным), равен произведению этой силы и ее плеча. А плечом силы F_2 является отрезок Ob, равный $l - l_1$. Поэтому момент силы F_2

$$M_2 = F_2\left(l - l_1\right) = k_2x\left(l - l_1\right). \tag{3}$$

Момент силы F_1, которая по модулю равна k_1x, равен произведению этой силы и ее плеча. А плечом силы F_1 является отрезок $aO = l_1$. Поэтому момент силы F_1

$$M_1 = F_1l_1 = k_1xl_1. \tag{4}$$

Подставим правые части равенств (2), (3) и (4) в правило моментов (1), после чего, раскрыв скобки, найдем искомое расстояние l_1:

$$mg\left(l_1 - \frac{l}{2}\right) + k_2x\left(l - l_1\right) = k_1xl_1.$$

Раскрываем скобки и находим l_1:

$$mgl_1 - mg\frac{l}{2} + k_2xl - k_2xl_1 = k_1xl_1,$$

$$mgl_1 - xl_1\left(k_1 + k_2\right) = mg\frac{l}{2} - k_2xl,$$

откуда $$l_1 = \frac{l\left(mg - 2k_2x\right)}{2\left(mg - x\left(k_1 + k_2\right)\right)}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления.
20 см = 0,2 м.

$$l_1 = \frac{2\left(3\cdot 10 - 2\cdot 30\cdot 0{,}2\right)}{2\left(3\cdot 10 - 0{,}2\left(10 + 30\right)\right)}\ \text{м} = 0{,}8\ \text{м}.$$

Ответ: $l_1 = 0{,}8$ м.

Задача 72. Шар, на треть объема погруженный в воду, лежит на дне сосуда и давит на дно с силой, равной половине веса шара. Плотность воды 1000 кг/м^3. Найти плотность шара. Ответ округлить с точностью до целого числа.

Обозначим $\rho_в$ плотность воды, $\rho_ш$ — плотность шара, V — его объем, P — его вес, m — массу шара, $F_{давл}$ — силу давления шара на дно, $F_{выт}$ — выталкивающую силу, g — ускорение свободного падения, V_1 — объем погруженной части шара.

Дано:

$\rho_в = 1000$ кг/м^3

$F_{давл} = \dfrac{P}{2}$

$V_1 = \dfrac{V}{3}$

$\rho_ш$ — ?

Решение

При равновесии шара его вес $P = mg$ равен сумме силы давления дна на шар, равной по третьему закону Ньютона силе давления шара на дно $F_{давл}$, и архимедовой выталкивающей силе $F_{выт}$:

$$P = F_{давл} + F_{выт},$$

где по условию задачи

$$F_{давл} = \frac{P}{2},$$

поэтому

$$P = \frac{P}{2} + F_{выт} \quad \text{и} \quad \frac{P}{2} = F_{выт} \quad \text{или} \quad \frac{mg}{2} = F_{выт}.$$

Здесь $m = \rho_ш V$,

$$F_{выт} = \rho_в g V_1 = \rho_в g \frac{V}{3}.$$

Следовательно, $\dfrac{\rho_ш gV}{2} = \rho_в g \dfrac{V}{3}$, откуда

$$\rho_ш = \frac{2}{3}\rho_в.$$

$$\rho_ш = \frac{2}{3}1000 \text{ кг/м}^3 = 667 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_ш = 667$ кг/м^3.

Задача 73. В сообщающиеся сосуды разного сечения налита ртуть так, что ее уровень располагается на расстоянии L от края сосуда (рис. 45, *а*). Затем в широкий сосуд налили до края воду. На какую высоту h поднялся при этом уровень

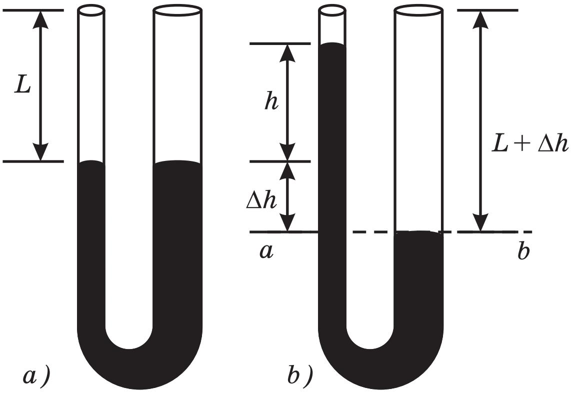


Рис. 45

ртути в узком сосуде? Сечение широкого сосуда в N раз больше, чем узкого, плотности ртути ρ_1 и воды ρ_2 известны.

Обозначим p_1 давление столбика ртути над уровнем ab, p_2 — давление столбика воды над этим уровнем, Δh — разность уровней ртути в широком сосуде до и после того, как туда налили воду, ΔV — объем ртути, выдавленный водой из широкого сосуда, S — площадь сечения узкого сосуда, h — высоту, на которую поднялся уровень ртути в узком сосуде, g — ускорение свободного падения.

Дано:
L
N
ρ_1
ρ_2

h — ?

Решение

Выделим на рис. 45, б уровень ab, ниже которого жидкость однородна, т.е. ниже только ртуть, и давления сверху на этом уровне в обоих сосудах приравняем.

В узком сосуде на уровень ab давит сверху столб ртути высотой $h + \Delta h$, где Δh — разность уровней ртути в широком сосуде до и после того, как туда налили воду, из–за чего уровень ртути в нем опустился на Δh, а уровень ртути в узком сосуде поднялся на h. В широком сосуде на этот уровень сверху давит столб воды высотой $L + \Delta h$. Приравняем давление столбика ртути p_1 давлению столба воды p_2:

$$p_1 = p_2,$$

где $\quad p_1 = \rho_1 g(h+\Delta h)$, $\quad$ а $\quad p_2 = \rho_2 g(L+\Delta h)$.

Тогда

$$\rho_1 g(h+\Delta h) = \rho_2 g(L+\Delta h), \quad \rho_1(h+\Delta h) = \rho_2(L+\Delta h). \quad (1)$$

Теперь учтем, что объем ртути ΔV, выдавленный водой из широкого сосуда, равен объему ртути, прибывшей из–за этого в узкий сосуд. Поскольку объем ΔV можно представить как произведение высоты столбика ртути на площадь поперечного сечения сосуда, то применительно к узкому сосуду, площадь сечения которого обозначим S, запишем: $\Delta V = hS$, а применительно к широкому, площадь которого в N раз больше: $\Delta V = \Delta hNS$. Тогда $hS = \Delta hNS$, откуда

$$\Delta h = \frac{h}{N}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1) и определим из полученного выражения искомую высоту h:

$$\rho_1\left(h+\frac{h}{N}\right) = \rho_2\left(L+\frac{h}{N}\right),$$

$$\rho_1 h\left(1+\frac{1}{N}\right) = \rho_2 L + \rho_2\frac{h}{N},$$

$$\rho_1 h\left(1+\frac{1}{N}\right) - \rho_2\frac{h}{N} = \rho_2 L,$$

$$h\frac{\rho_1(N+1)-\rho_2}{N} = \rho_2 L,$$

откуда

$$h = \frac{\rho_2 LN}{\rho_1(N+1)-\rho_2}.$$

Задача решена.

Ответ: $h = \dfrac{\rho_2 LN}{\rho_1(N+1)-\rho_2}$.

Задача 74. 4 одинаковых бруска толщиной 2 см каждый плавают в воде. На сколько изменится глубина погружения брусков, если снять один верхний брусок?

Обозначим h — толщину бруска, ρ — плотность воды, g — ускорение свободного падения, V_1 — объем погруженных брусков, h_1 — глубину погружения двух брусков, h_2 — новая глубина погружения 3 брусков, S — площадь основания бруска, P_1 — вес одного бруска, Δh — изменение глубины погружения, $F_{\text{выт}1}$ — выталкивающая сила, действовавшая, когда плавали все 4 бруска.

Дано:
$h = 2$ см

Δh — ?

Решение

Пусть вначале в воду погружены 2 из 4 брусков. Когда плавали все 4 бруска, то согласно условию плавания тел выталкивающая сила $F_{\text{выт}1} = 4P_1$, где $F_{\text{выт}1} = \rho g V_1 = \rho g h_1 S$. Объем погруженных двух брусков $V_1 = h_1 S$, где $h_1 = 2h$. Таким образом,

$$\rho g h_1 S = 4P_1.$$

Аналогично, когда сняли один брусок, $\rho g h_2 S = 3P_1$.

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{\rho g h_1 S}{\rho g h_2 S} = \frac{4P_1}{3P_1}, \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{4}{3},$$

откуда новая глубина погружения брусков $h_2 = \dfrac{3}{4} h_1$.

Следовательно, глубина погружения брусков изменится на

$$\Delta h = h_1 - \frac{3}{4} h_1 = \frac{h_1}{4},$$

где $h_1 = 2h = 2 \cdot 2$ см $= 4$ см, поэтому

$$\Delta h = \frac{4}{4} \text{ см} = 1 \text{ см}.$$

Ответ: $\Delta h = 1$ см.

Задача 75. Вес тела в воде $P_1 = 120$ Н, а в масле $P_2 = 100$ Н. Плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м^3, а плотность масла $\rho_2 = 900$ кг/м^3. Найти плотность тела.

Обозначим P вес тела в воздухе, $F_{выт1}$ — выталкивающую силу в воде, $\rho_т$ — плотность тела, V — объем тела, m — его массу, g — ускорение свободного падения.

Дано:	***Решение***
$P_1 = 120$ Н $P_2 = 100$ Н $\rho_1 = 1000$ кг/м^3 $\rho_2 = 900$ кг/м^3	В воде $F_{выт1} = P - P_1$, где $P = mg = \rho_т V g$ — вес тела в воздухе. С учетом этого запишем:
$\rho_т$ — ?	

$$\rho_в gV = \rho_т V g - P_1.$$

Аналогично в масле

$$\rho_м gV = \rho_т V g - P_2.$$

Запишем эти выражения так:

$$P_1 = \rho_т V g - \rho_в gV \quad \text{или} \quad P_1 = V g(\rho_т - \rho_в).$$

Аналогично, применительно к маслу, $P_2 = Vg(\rho_т - \rho_м)$. Теперь разделим два последних равенства друг на друга:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{Vg(\rho_т - \rho_в)}{Vg(\rho_т - \rho_м)},$$

$$\rho_т P_1 - \rho_м P_1 = \rho_т P_2 - \rho_в P_2,$$

$$\rho_т P_1 - \rho_т P_2 = \rho_м P_1 - \rho_в P_2,$$

$$\rho_т = \frac{\rho_м P_1 - \rho_в P_2}{P_1 - P_2}.$$

$$\rho_т = \frac{900 \cdot 120 - 1000 \cdot 100}{120 - 100} \text{ кг/м}^3 = 400 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_т = 400$ кг/м^3.

Задача 76. Шарик из материала, плотность которого в n раз меньше плотности воды, падает в воду с высоты H. На какую максимальную глубину погрузится шарик?

Обозначим m массу шарика, g — ускорение свободного падения, h — максимальную глубину погружения, A — работу архимедовой выталкивающей силы $F_{выт}$, $\rho_ш$ — плотность шарика, V — его объем, $\rho_в$ — плотность воды.

Дано:	
$n = \dfrac{\rho_ш}{\rho_в}$	
H	
h — ?	

Решение

Потенциальная энергия шарика $mg(H + h)$ на высоте $H + h$ относительно нижней точки погружения равна по модулю работе архимедовой выталкивающей силы $A = F_{выт}h$:

$$mg(H + h) = F_{выт}h. \qquad (1)$$

Выразим массу шарика через его плотность $\rho_ш$ и объем V:

$$m = \rho_ш V. \qquad (2)$$

Теперь запишем формулу выталкивающей силы:

$$F_{выт} = \rho_в g V. \qquad (3)$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в формулу (1):

$$\rho_ш V g(H + h) = \rho_в g V h.$$

Отсюда

$$\rho_ш H + \rho_ш h = \rho_в h,$$

$$h = \frac{\rho_ш H}{\rho_в - \rho_ш}.$$

По условию задачи

$$\frac{\rho_в}{\rho_ш} = n,$$

откуда $$\rho_в = n\rho_ш.$$

С учетом этого, $h = \dfrac{\rho_ш}{n\rho_ш - \rho_ш} = \dfrac{\rho_ш}{\rho_ш(n-1)} = \dfrac{H}{n-1}.$

Ответ: $h = \dfrac{H}{n-1}.$

Задача 77. По преданию царь Гиерон обратился к великому Архимеду с просьбой проверить, сплошная ли золотая корона, отлитая для него мастерами, или внутри имеется полость. Выполнив необходимые измерения и расчеты, ученый обнаружил, что внутри короны имеется пустота объемом 9 см^3. Для этого Архимед взвесил корону в воздухе и в воде. В воде корона весила 9,22 Н (единица силы «ньютон» была введена значительно позже). Выполнив расчеты Архимеда, определите, сколько весила корона в воздухе. Плотность золота $19{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность воды $1 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Обозначим $V_{пол}$ объем полости в короне, P_1 — вес короны в воздухе, P_2 — вес короны в воде, $\rho_{зол}$ — плотность золота, $\rho_в$ — плотность воды, $F_{выт}$ — выталкивающую силу, g — ускорение свободного падения, V — объем короны, $V_{зол}$ — объем золота в короне.

Дано:
$P_2 = 9{,}22$ Н
$V_{пол} = 9$ см^3
$\rho_{зол} = 19{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\rho_в = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3

P_1 — ?

Решение

На корону в воде действовала выталкивающая сила $F_{выт}$, равная разности между весом короны в воздухе P_1 и в воде P_2:

$$F_{выт} = P_1 - P_2. \qquad (1)$$

Согласно формуле выталкивающей силы

$$F_{выт} = \rho_в g V,$$

где V — наружный объем короны, равный сумме объема золота $V_{зол}$ и объема полости $V_{пол}$:

$$V = V_{зол} + V_{пол}.$$

С учетом этого

$$F_{выт} = \rho_в\, g\,(V_{зол} + V_{пол}).$$

Теперь выразим объем золота через его вес в воздухе. Согласно формуле плотности

$$\rho_{зол} = \frac{m_{зол}}{V_{зол}},$$

а из формулы 53) $\quad m_{зол} = \frac{P_1}{g},$

поэтому $\quad \rho_{зол} = \frac{P_1}{V_{зол}\, g},$

откуда $\quad V_{зол} = \frac{P_1}{\rho_{зол}\, g}.$

С учетом этого

$$F_{\text{выт}} = \rho_{\text{в}} g\left(\frac{P_1}{\rho_{\text{зол}} g} + V_{\text{пол}}\right) \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$\rho_{\text{в}} g\left(\frac{P_1}{\rho_{\text{зол}}\, g} + V_{\text{пол}}\right) = P_1 - P_2,$$

$$P_1 \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{зол}}} + \rho_{\text{в}} g V_{\text{пол}} = P_1 - P_2,$$

откуда

$$P_1 = \frac{\rho_{\text{зол}}\left(P_2 + \rho_{\text{в}}\, g V_{\text{пол}}\right)}{\rho_{\text{зол}} - \rho_{\text{в}}}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления:

$$P_1 = \frac{19{,}3\cdot 10^3\left(9{,}22 + 1\cdot 10^3\cdot 10\cdot 9\cdot 10^{-6}\right)}{19{,}3\cdot 10^3 - 1\cdot 10^3}\ \text{Н} = 9{,}82\ \text{Н}.$$

Ответ: $P_1 = 9{,}82$ Н.

Задача 78. Деревянный кубик с длиной ребра 5 см опускают в воду, а поверх наливают слой керосина вровень с верхней гранью кубика. Найти объем погруженной в воду части кубика. Плотность дерева 960 кг/м^3, плотность керосина 800 кг/м^3, плотность воды 1000 кг/м^3.

Обозначим l длину ребра кубика, $\rho_{\text{д}}$ — плотность дерева, $\rho_{\text{в}}$ — плотность воды, $\rho_{\text{к}}$ — плотность керосина, $F_{\text{выт}}$ — выталкивающую силу, m — массу кубика, g — ускорение свободного падения, $F_{\text{возд}}$ — силу давления воздуха, $F_{\text{в}}$ — силу давления воды, $F_{\text{к}}$ — силу давления керосина, $p_{\text{в}}$ — давление воды, $p_{\text{к}}$ — давление керосина, S — площадь основания кубика, V — объем кубика, $V_{\text{погруж}}$ — объем погруженной в воду части кубика, h_1 — глубину осадки кубика в воде, h_2 — глубину осадки кубика в керосине.

Дано:
$l = 5$ см
$\rho_д = 960$ кг/м^3
$\rho_в = 1000$ кг/м^3
$\rho_к = 800$ кг/м^3

$V_{погруж}$ — ?

Решение

Согласно условию плавания тел выталкивающая сила, действующая на кубик, равна произведению его массы и ускорения свободного падения:

$$F_{выт} = mg. \quad (1)$$

Выталкивающая сила — это разность сил давления жидкости на нижнее и верхнее основания погруженного в жидкость тела. Но на верхнее основание кубика у нас давит только воздух, тогда как на нижнее, кроме воздуха, давит еще столб двух жидкостей снизу вверх, согласно закону Паскаля. Поэтому

$$F_{выт} = F_{возд} + F_в + F_к — F_{возд} = F_в + F_к. \quad (2)$$

Из формулы давления следует, что сила давления столба воды $F_в$ равна произведению давления столба воды $p_в$ и площади основания кубика S, которая, в свою очередь, равна квадрату длины его ребра:

$$F_в = p_в S = p_в l^2.$$

Давление столба воды $p_в$ можно определить по формуле

$$p_в = \rho_в g h_1,$$

где h_1 — глубина осадки кубика в воде. С учетом этого

$$F_в = \rho_в\, g h_1 l^2. \quad (3)$$

Аналогично сила давления столба керосина равна:

$$F_к = \rho_к\, g h_2 l^2. \quad (4)$$

Подставим равенства (3) и (4) в формулу (2):

$$F_{выт} = \rho_в g h_1 l^2 + \rho_к g h_2 l^2 = g(\rho_в h_1 l^2 + \rho_к (l - h_1) l^2) =$$

$$= g(\rho_в h_1 l^2 + \rho_к l^3 - \rho_к\, h_1 l^2 =$$

$$= g(\rho_в V_{погруж} + \rho_к\, l^3 - \rho_к V_{погруж}), \quad (5)$$

ведь $\quad l - h_1 = h_2 \quad$ и $\quad h_1 l^2 = V_{погруж}.$

Теперь выразим массу кубика через его плотность и объем:

$$m = \rho_д V = \rho_д\, l^3. \qquad (6)$$

Нам осталось подставить правые части формул (5) и (6) в равенство (1) и найти оттуда искомый объем погруженной в воду части кубика:

$$g(\rho_в V_{погруж} + \rho_к\, l^3 - \rho_к V_{погруж}) = \rho_д\, g l^3,$$

$$V_{погруж}(\rho_в - \rho_к) = l^3(\rho_д - \rho_к),$$

откуда

$$V_{погруж} = l^3 \frac{\rho_д - \rho_к}{\rho_в - \rho_к}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления:

$$V_{погруж} = 5^3 \frac{960-800}{1000-800}\ см^3 = 100\ см^3.$$

Ответ: $V_{погруж} = 100\ см^3$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Охраняемый объект огорожен квадратным забором со стороной 10 м. Чему равны путь и перемещение охранника, обошедшего забор по всему периметру?

Ответ: 40 м, 0.

Задача 2. Мяч упал с высоты $h_1 = 3$ м и после удара о землю подпрыгнул на высоту $h_2 = 2$ м. Определить его путь S и модуль перемещения $|\Delta\vec{r}\,|$.

Ответ: $S = 5$ м, $|\Delta\vec{r}\,| = 1$ м.

Задача 3. Катер пересекает реку, двигаясь перпендикулярно берегу со скоростью $v_1 = 4$ м/с относительно воды. Ширина реки $H = 1000$ м, а скорость течения реки $v_0 = 1$ м/с. На сколько метров снесет катер по течению, когда он переправится на противоположный берег? Какой путь пройдет катер?

Ответ: $l = 250$ м; $S = 1031$ м.

Задача 4. Лодка переплывает реку, выдерживая направление перпендикулярно берегу. Скорость лодки относительно берега 0,8 м/с, скорость течения 0,6 м/с. Чему равна скорость лодки относительно воды? За какое время лодка переплывет эту реку, если ее ширина 960 м?

Ответ: 1 м/с, 20 мин.

Задача 5. На рис. 46 изображен график проекции скорости тела. Определить среднюю скорость тела за 8 с движения.

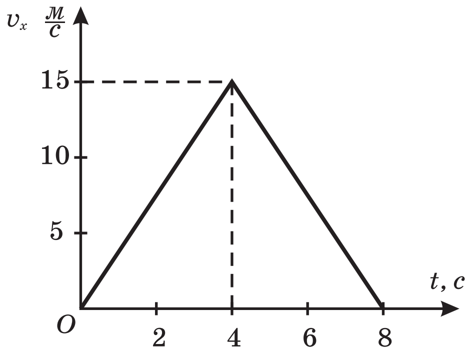


Рис. 46

Ответ: $v_{ср} = 7{,}5$ м/с.

Задача 6. Мотоциклист проходит некоторое расстояние в 3 раза быстрее, чем велосипедист. На сколько скорость мотоциклиста больше скорости велосипедиста, если скорость велосипедиста равна 8 м/с?

Ответ: $\Delta v = 16$ м/с.

Задача 7. Пешеход и поезд движутся в одном направлении по мосту. Длина моста $L = 300$ м, длина поезда $l = 100$ м. Скорость пешехода $v_1 = 2$ м/с, скорость поезда $v_2 = 18$ км/ч. На сколько времени пешеход будет идти по мосту дольше, чем поезд?

Ответ: $\Delta t = 1$ мин 10 с.

Задача 8. Длина разбега при взлете самолета равна $S_1 = 1$ км, а скорость отрыва от земли $v_1 = 240$ км/ч. Длина пробега при посадке этого самолета $S_2 = 800$ м, а посадочная скорость $v_{02} = 210$ км/ч. Во сколько раз ускорение при взлете a_1 больше ускорения при посадке a_2 (по модулю)? На сколько отличаются время разбега t_1 и время посадки t_2?

Ответ: $\frac{a_1}{a_2} = 1{,}1$, $\Delta t = 2{,}2$ с.

Задача 9. Автомобиль прошел путь $S = 10$ км за $t = 6$ мин с ускорением $a = 0{,}2$ м/с^2. Чему равны начальная v_0 и конечная v скорости автомобиля?

Ответ: $v_0 = 10$ м/с, $v = 46$ м/с.

Задача 10. Поезд, двигавшийся со скоростью $v_0 = 72$ км/ч, прошел от начала торможения до остановки некоторый путь. Найдите скорость поезда v_1 в средней точке тормозного пути.

Ответ: $v_1 = 51$ км/ч.

Задача 11. Движение материальной точки задано уравнением $x = -4t + 2t^2$. Напишите зависимость скорости от времени.

Ответ: $v = -4 + 4t$.

Задача 12. От движущегося поезда отцепляют последний вагон, после чего этот вагон, пройдя по инерции некоторый путь, останавливается. Как соотносятся путь S_1, пройденный поездом за время торможения вагона, и путь S_2, пройденный вагоном при торможении, если поезд двигался равномерно, а вагон после отцепления равнозамедленно?

Ответ: $\frac{S_1}{S_2} = 2$.

Задача 13. Поезд отошел от станции и в течение $t = 20$ с двигался равноускоренно. Найдите путь S, пройденный поездом за 20 с, если известно, что за десятую секунду он прошел путь 5 м.

Ответ: $S = 105$ м.

Задача 14. Тело, двигавшееся равноускоренно, прошло расстояние S за время t, а вторую половину этого расстояния оно прошло за время t_2. Найдите начальную скорость v_0 этого тела.

Ответ: $v_0 = S\left(\frac{1}{t} - \frac{t}{2t_2(t-t_2)}\right)$.

Задача 15. Тело начинает двигаться и проходит некоторый путь с переменной скоростью. При этом первую часть пути оно проходит за время t_1 с ускорением a_1, двигаясь равноускоренно, затем в течение времени t_2 оно движется равномерно, а остальную часть пути оно проходит за время t_3, двигаясь с ускорением a_3 равнозамедленно. Найти путь S, пройденный телом за все время движения.

Ответ: $S = a_1 t_1 (0{,}5\, t_1 + t_2 + t_3) - 0{,}5\, a_3 t_3^{\,2}$.

Задача 16. Лыжник съехал с горы длиной l без начальной скорости равноускоренно и, набрав в конце горы скорость, проехал горизонтально с этой начальной скоростью путь S до остановки, двигаясь равнозамедленно. На все движение он затратил время t. Определить ускорение лыжника при спуске a_1 и при торможении a_2.

Ответ: $a_1 = \frac{2}{l}\left(\frac{S+l}{t}\right)^2$, $a_2 = a_1 \frac{l}{S}$.

Задача 17. Автомобиль проехал расстояние между двумя пунктами со скоростью v_1, а затем, увеличив скорость до v_2, проехал еще такое же расстояние. Найти среднюю скорость автомобиля $v_{\text{ср}}$ за все время движения.

Ответ: $v_{cp} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$.

Задача 18. Тело четверть времени прохождения некоторого пути двигалось со скоростью v_1, а оставшиеся три четверти времени прохождения этого пути двигалось со скоростью v_2. Определить среднюю скорость тела на всем пути.

Ответ: $v_{cp} = \frac{v_1 + 3v_2}{4}$.

Задача 19. Зависимость координаты материальной точки от времени дается уравнением $x = 2 - t + 0{,}5t^3$. Определить скорость v_1 и ускорение a_1 точки через время $t_1 = 2$ с от начала движения. Движение точки прямолинейное.

Ответ: $v_1 = 5$ м/с, $a_1 = 6$ м/с^2.

Задача 20. Материальная точка, двигавшаяся равноускоренно без начальной скорости, прошла за время t_1 путь S_1. За какое время t_2 она пройдет путь S_2, двигаясь без начальной скорости с прежним ускорением?

Ответ: $t_2 = t_1\sqrt{\dfrac{S_2}{S_1}}$.

Задача 21. Поезд движется с начальной скоростью $v_0 = 36$ км/ч равноускоренно. Его ускорение $a = 0{,}2$ м/с^2. Через сколько времени его скорость увеличится вдвое и какой путь он пройдет за это время?

Ответ: 50 с, 750 м.

Задача 22. Моторный катер проходит расстояние между двумя пристанями против течения за столько же времени, за сколько это расстояние проходят по течению плоты. Это время $t_1 = 1$ ч. За сколько времени t_2 пройдет катер это расстояние по течению?

Ответ: $t_2 = 20$ мин.

Задача 23. Скорость движения лодки относительно воды v_1 в n раз больше скорости течения реки v_0. Во сколько раз больше времени займет поездка на лодке между двумя пунктами против течения, чем по течению? Движение лодки, как по течению, так и против, считать равномерным.

Ответ: $\dfrac{t_1}{t_2} = \dfrac{n+1}{n-1}$.

Задача 24. Эскалатор метро спускает неподвижно стоящего человека за $t_1 = 1{,}5$ мин. По неподвижному эскалатору человек спускается за $t_2 = 2$ мин. За сколько времени спустится человек по движущемуся эскалатору? Скорости эскалатора и человека во всех случаях неизменны.

Ответ: $t = \dfrac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 1{,}2$ мин.

Задача 25. По параллельным железнодорожным путям едут в одном направлении пассажирский и товарный поезда. Пассажирский поезд едет со скоростью $v_1 = 72$ км/ч, а товарный со скоростью $v_2 = 36$ км/ч. Длина одного вагона пассажирского поезда $l = 25$ м, а состоит он из $N = 10$ вагонов. Длина одного вагона товарного поезда такая же, но в нем на $\Delta N = 3$ вагона меньше. В течение какого времени t пассажирский вагон будет обгонять товарный?

Ответ: $t = \dfrac{l(2N - \Delta N)}{v_1 - v_2} = 4{,}5$ с.

Задача 26. Два поезда идут по параллельным путям навстречу друг другу. Скорость первого поезда v_1, его длина L_1. Скорость второго поезда в полтора раза меньше. Длина второго поезда на 25% больше, чем первого. В течение какого времени первый поезд проходит мимо второго?

Ответ: $t = 1{,}35\dfrac{L_1}{\upsilon_1}$.

Задача 27. Автоколонна движется по шоссе со скоростью 36 км/ч. Мотоциклист отправился с сообщением от головной машины к замыкающей со скоростью 54 км/ч. Передав сообщение, он задержался у обочины дороги на 1 мин, а затем вернулся к голове колонны. С момента, когда он отъехал от головной машины, до момента, когда вернулся к ней, прошло 5 мин. Найти длину колонны.

Ответ: $L = 500$ м.

Задача 28. Эскалатор метро поднимает неподвижно стоящего пассажира за время t_1. По движущемуся вверх эскалатору пассажир поднимается за время t_2. Сколько времени t_3 будет подниматься пассажир по неподвижному эскалатору?

Ответ: $t_3 = \dfrac{t_1 t_2}{t_1 - t_2}$.

Задача 29. Два поезда едут по параллельным путям навстречу друг другу. Длина второго поезда на 25 % больше первого, а скорость первого поезда в полтора раза больше, чем второго. В течение какого времени они будут ехать мимо друг друга, если первый поезд состоит из N вагонов, а длина каждого вагона l? Скорость первого поезда v.

Ответ: $t = 0{,}9\dfrac{Nl}{v}$.

Задача 30. За какое время тело, начавшее свободное падение из состояния покоя, пройдет путь 19,6 м? Какова будет его скорость v в конце пути и v_1 на середине пути? Какова будет средняя скорость $v_{ср}$ этого тела на пути?

Ответ: $t = 2$ с, $v = 19{,}6\ \dfrac{м}{с}$, $v_1 = 13{,}9\ \dfrac{м}{с}$, $v_{ср} = 9{,}8\ \dfrac{м}{с}$.

Задача 31. На некоторой планете ускорение свободного падения на 25 % меньше, чем на Земле. Во сколько раз высота свободного падения тела за одно и то же время на этой планете меньше, чем на Земле?

Ответ: $\dfrac{h_2}{h_1} = 1{,}33$.

Задача 32. Тело свободно падает с высоты 90 м. На какой высоте его скорость в три раза меньше, чем в момент удара о землю?

Ответ: $h = 80$ м.

Задача 33. Сколько времени и с какой высоты свободно падало тело, если за последние 1,5 с оно прошло 45 м? Начальная скорость равна нулю.

Ответ: $t = 3{,}8$ с, $H = 70{,}8$ м.

Задача 34. С какой высоты и сколько времени свободно падает тело, если в последнюю секунду оно проходит половину пути? Начальная скорость равна нулю.

Ответ: $t = 3{,}5$ с, $H = 60$ м.

Задача 35. С неподвижного относительно земли вертолета сбросили без начальной скорости два груза. При этом второй груз сбросили на $\Delta t = 1$ с позже первого. Найти расстояние ΔS между грузами через $t = 2$ с от начала падения первого груза. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $S = g\Delta t\left(t - 0{,}5\Delta t\right) = 15$ м.

Задача 36. Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v_0 = 20$ м/с. На какой высоте и через сколько времени скорость тела будет вдвое меньше первоначальной скорости? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $h = \dfrac{3v_0^2}{8g} = 15{,}3$ м, $t = \dfrac{v_0}{2g} = 1{,}02$ м.

Задача 37. Мяч брошен вверх два раза. При втором броске ему сообщили скорость, в три раза большую, чем при первом. Во сколько раз больше будет высота, на которую мяч поднимется при втором броске, чем при первом? Во сколько раз больше времени он будет находиться в полете? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $\dfrac{h_2}{h_1} = 9$, $\dfrac{t_2}{t_1} = 3$.

Задача 38. Стрела, выпущенная из лука вертикально вверх, упала на землю через 4 с. С какой скоростью была выпущена стрела? На какую высоту h она поднялась?

Ответ: $v_0 = 19{,}6$ м/с, $h = 19{,}6$ м.

Задача 39. Из зенитки выпущен вертикально вверх снаряд, который поразил цель на высоте 3 км. Какова была скорость, с которой снаряд попал в цель, если его начальная скорость 800 м/с? Сколько времени снаряд летел до цели? Сопротивлением воздуха пренебречь. На какую высоту поднялся бы снаряд, если бы пролетел мимо цели ?

Ответ: $v = 762$ м/с, $t = 3{,}9$ с, H = 3 км.

Задача 40. С балкона одновременно брошены два тела с одинаковыми по модулями начальными скоростями v_0: одно вверх, а другое вниз. Каким будет расстояние между телами через время t? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $S = 2v_0t$.

Задача 41. Аэростат поднимается вертикально вверх с поверхности земли с ускорением $a = 2$ м/с^2. Начальная скорость аэростата v_{01} равна нулю. Через время $t_1 = 5$ с от начала подъема аэростата с него сбросили груз без начальной относительно аэростата скорости. Через сколько времени t_0 с момента начала подъема аэростата груз упадет на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $t_0 = t_1\left(1 + \dfrac{a + \sqrt{a(a+g)}}{g}\right) = 8{,}5$ с.

Задача 42. Тело, брошенное вертикально вверх, побывало на высоте h дважды через промежуток времени Δt. С какой начальной скоростью v_0 брошено тело? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $v_0 = \sqrt{g\left(0{,}25g\Delta t^2 + 2h\right)}$.

Задача 43. На некоторой планете ускорение свободного падения составляет 75% ускорения свободного падения на Земле. На сколько высота свободного падения тела без начальной скорости на планете больше, чем на Земле, если тела упали с одинаковой конечной скоростью и на Земле тело падало с высоты H?

Ответ: $\Delta h = 0{,}33\,H$.

Задача 44. Сколько времени t_0 падало тело, если последнюю четверть пути оно прошло за $t = 0{,}5$ с? С какой высоты H оно упало? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $t_0 = 7{,}5t = 3{,}75$ с, $H = \dfrac{gt_0^2}{2} = 69$ м.

Задача 45. Тело свободно падает с высоты H без начальной скорости. Разделите эту высоту на такие два отрезка h_1 и h_2, которые тело пройдет за одинаковое время.

Ответ: $h_1 = 0{,}25\,H$, $h_2 = 0{,}75\,H$.

Задача 46. Тело брошено вертикально вверх со скоростью v_0. На сколько скорость тела на высоте h меньше его первоначальной скорости v_0? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $\Delta v=\sqrt{v_0^2-2gH}-v_0$.

Задача 47. Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v_0 = 20$ м/с. На какой высоте h его скорость уменьшится в четыре раза и через сколько времени t это случится? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $h=\dfrac{15v_0^2}{32g}=19$ м, $t=\dfrac{3v_0}{4g}=1{,}5$ с.

Задача 48. Вертолет поднимался вертикально вверх, двигаясь равномерно в течение t_1 секунд. После этого с него был сброшен груз без начальной скорости относительно вертолета, который упал на землю через t_2 секунд с момента сбрасывания. Сопротивление воздуха не учитывать. С какой скоростью v поднимается вертолет?

Ответ: $v=\dfrac{gt^2}{2(t_1+t_2)}$.

Задача 49. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 28$ м/с. Через сколько времени t оно достигнет высоты, равной половине максимальной? Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: $t_1=0{,}3\dfrac{v_0}{g}=0{,}86$ с, $t_2=1{,}7\dfrac{v_0}{g}=4{,}9$ с.

Задача 50. Два тела брошены вертикально вверх с одинаковыми начальными скоростями v_0 спустя Δt секунд одно после другого. Первое тело брошено с земли, а второе — с балкона. Через t секунд тела оказались на одинаковой высоте. Найдите высоту балкона h.

Ответ: $h = \Delta t(v_0 - g(t - 0{,}5\,\Delta t))$.

Задача 51. Во сколько раз надо изменить скорость тела, брошенного горизонтально, чтобы при вдвое большей высоте, с которой оно брошено, получить прежнюю дальность полета? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: в 1,4 раза.

Задача 52. Дальность полета тела, брошенного со скоростью v в горизонтальном направлении, равна высоте бросания. С какой высоты брошено тело? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $h = \dfrac{2v^2}{g}$.

Задача 53. Самолет пикирует со скоростью v под углом α к горизонту и сбрасывает груз на высоте H над землей. Сколько времени t падал груз и какова дальность его полета S по горизонтали? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $t = \dfrac{1}{g}\left(\sqrt{(v\sin\alpha)^2 + 2gH} - v\sin\alpha\right)$, $S = v\,t\cos\alpha$.

Задача 54. Через сколько времени снаряд, выпущенный из ствола орудия под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, окажется на высоте $h = 40$ м, если скорость снаряда при вылете из ствола $v_0 = 200$ м/с?

Ответ: $t_1 = \dfrac{v_0\sin\alpha - \sqrt{(v_0\sin\alpha)^2 - 2gh}}{g} = 0{,}3$ с,

$$t_2 = \frac{v_0\sin\alpha + \sqrt{(v_0\sin\alpha)^2 - 2gh}}{g} = 29 \text{ с}.$$

Задача 55. Тело брошено под углом к горизонту. Определите этот угол, если дальность полета оказалась вдвое больше максимальной высоты подъема тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: $\alpha = 63°$.

Задача 56. Камень брошен с земли со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha_0 = 60°$ к горизонту. Определить скорость камня v через $t = 0{,}5$ с после броска. Какой угол α образует в этот момент вектор скорости с горизонтом? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $v = 6{,}4$ м/с, $\alpha = 36°$.

Задача 57. По самолету, летящему горизонтально со скоростью $v = 900$ км/ч, производится выстрел из зенитной установки в тот момент, когда самолет пролетает над ней на высоте $H = 15$ км. Чему равна минимальная скорость снаряда v_0, вылетающего из ствола орудия и угол α между вектором скорости и горизонтом, чтобы снаряд попал в цель? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $\alpha = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{\sqrt{2gH}}{v}\right) = 65°$, $v_0 = \dfrac{v}{\cos\alpha} = 276$ м/с.

Задача 58. Угловая скорость лопастей вентилятора $\omega = 6{,}28$ рад/с. Найти число оборотов N за $t = 30$ мин.

Ответ: $N = \dfrac{\omega t}{2\pi} = 1800$ оборотов.

Задача 59. Частота вращения винта самолета $\nu = 1800$ об/мин. Какой путь S пролетел самолет, двигаясь прямолинейно равномерно, за время, в течение которого винт сделал $N = 5 \cdot 10^4$ оборотов при скорости самолета $v = 240$ км/ч?

Ответ: $S = v\dfrac{N}{\nu} = 125$ км.

Задача 60. При увеличении в 4 раза радиуса круговой орбиты искусственного спутника Земли его период увеличивается в 8 раз. Во сколько раз изменяются скорость спутника на орбите и его центростремительное ускорение?

Ответ: $\dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{a_{F_2}}{a_{F_1}} = \dfrac{1}{16}$.

Задача 61. Первая в мире орбитальная космическая станция двигалась со скоростью $v = 7{,}8$ км/с (первой космической скоростью) и имела период обращения $T = 88{,}85$ мин. Считая ее орбиту круговой, найти высоту H станции над поверхностью Земли и ускорение свободного падения g на этой высоте.

Ответ: $g = a_ц = \dfrac{v^2}{R+H} = 9{,}2$ м/с^2, $H = \dfrac{vT}{2\pi} - R = 230$ км.

Задача 62. Стержень длиной $l = 1$ м вращается вокруг перпендикулярной ему оси так, что один его конец движется с линейной скоростью $v_1 = 0{,}4$ м/с. Период вращения стержня $T = 4$ с. Чему равна линейная скорость v_2 другого конца стержня?

Ответ: $v_2 = \frac{2\pi}{T} l - v_1 = 1{,}17$ м/с.

Задача 63. Линейная скорость точек на ободе колеса, вращающегося с постоянной угловой скоростью, равна v_1, а линейная скорость точек, лежащих на ΔR ближе к центру, равна v_2. Найти радиус колеса R.

Ответ: $R = \frac{v_1 \Delta R}{v_1 - v_2}$.

Задача 64. Колесо равномерно катится по дороге. Скорость поступательного движения колеса v и равна линейной скорости точек на ободе колеса. Найти скорость точек 1, 2, 3 относительно дороги (рис. 47).

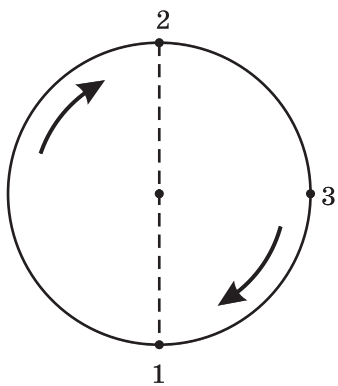


Рис. 47

Ответ: $v_1 = 0$, $v_2 = 2v$, $v_3 = 1{,}4v$.

Задача 65. Пропеллер самолета диаметром D вращается при посадке с частотой ν, а самолет садится со скоростью v_1.

Какова скорость υ_2 точки на конце пропеллера относительно неподвижного наблюдателя на земле?

Ответ: $\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_1^2 + (\pi\nu D)^2}$.

Задача 66. Мальчик вращает камень, привязанный к веревке длиной $l = 0{,}8$ м в вертикальной плоскости с частотой $\nu = 4$ об/с. В тот момент, когда веревка была расположена горизонтально, она оборвалась. На какую высоту h взлетит камень? Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: $\boxed{h = 2\frac{(\pi l\nu)}{g}} = 20{,}6$ м.

Задача 67. Путь, пройденный материальной точкой при ее равномерном движении по окружности, изменяется с течением времени по закону $S = 6{,}28\ t$. Найти частоту оборотов точки ν, если радиус окружности равен $R = 10$ см.

Ответ: $\nu = 10$ об/с.

Задача 68. На рис. 48 изображен график зависимости силы трения от силы давления тела на опору. Цена деления на осях силы трения и силы давления 1 Н. Чему равен коэффициент трения?

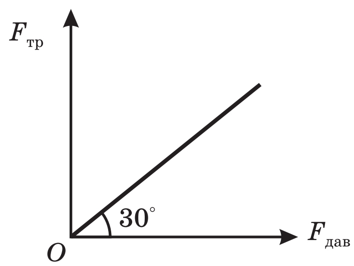


Рис. 48

Ответ: $\mu = 0{,}58$.

Задача 69. Автомобиль массой $m = 2$ т движется равномерно по горизонтальному шоссе. Найти силу тяги автомобиля $F_{тяги}$, если коэффициент сопротивления движению равен $\mu = 0{,}02$.

Ответ: $F_{тяги} = \mu\, mg = 392$ Н.

Задача 70. Груз массой $m = 100$ кг равномерно перемещают по поверхности, прилагая силу $\vec{F}$ под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Коэффициент трения равен $\mu = 0{,}3$. Найти величину этой силы.

Ответ: $F = \dfrac{\mu m g}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = 294$ Н.

Задача 71. Тело скользит равномерно вниз по наклонной плоскости с углом α при основании плоскости. Определить коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью.

Ответ: $\mu = \operatorname{tg}\alpha$.

Задача 72. На тело, движущееся равномерно по наклонной плоскости к ее вершине, действует параллельно основанию наклонной плоскости сила $\vec{F}$ (рис. 49). Угол при основании наклонной плоскости α. Найти массу тела, если коэффициент трения тела о наклонную плоскость равен μ.

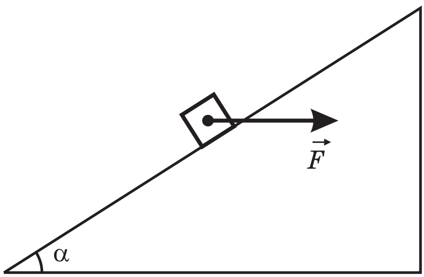


Рис. 49

Ответ: $m = \dfrac{F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$.

Задача 76. Два деревянных бруска массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг лежат на горизонтальной поверхности (рис. 50). Какую минимальную силу надо приложить, чтобы вытащить нижний брусок из-под верхнего, если коэффициент трения нижнего бруска о поверхность и верхнего о нижний одинаков и равен $\mu = 0{,}2$?

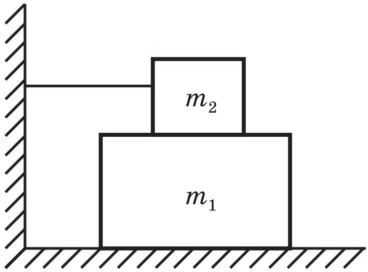


Рис. 50

Ответ: $F = \mu g(m_1 + 2m_2) = 7{,}8$ Н.

Задача 74. Автомобиль движется со скоростью $\upsilon_1 = 54$ км/ч в ту сторону, куда дует ветер, скорость которого $\upsilon_2 = 10$ м/с. Во сколько раз увеличится сила сопротивления движению автомобиля, если он станет двигаться навстречу ветру с той же скоростью? Считать силу сопротивления в обоих случаях прямо пропорциональной квадрату относительной скорости автомобиля.

Ответ: $\dfrac{F_{\text{сопр}2}}{F_{\text{сопр}1}} = \left(\dfrac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{\upsilon_1 - \upsilon_2}\right)^2 = 25.$

Задача 75. Брусок массой 400 г прижат к вертикальной стене силой 4 Н. Коэффициент трения скольжения бруска по стене равен 0,5. Какую силу, направленную вверх, нужно приложить к бруску, чтобы он перемещался вверх равномерно?

Ответ: $F = 6$ Н.

Задача 76. Аэростат массой m равномерно опускается вертикально вниз. На него действует со стороны окружающего воздуха сила аэродинамического сопротивления $F_{\text{сопр}}$. Какой массы груз Δm нужно сбросить с аэростата, чтобы он стал равномерно подниматься вертикально вверх, если при этом сила сопротивления воздуха останется прежней?

Ответ: $\Delta m = \dfrac{2F_{\text{сопр}}}{g}$.

Задача 77. В неподвижной воде тянут лодку, перемещая ее равномерно с помощью двух канатов, образующих угол $\alpha = 60°$. При этом лодка движется прямолинейно. Силы натяжения канатов $\vec{F}$ по 100 Н каждая. Найти силу сопротивления воды движению лодки $\vec{F}_{\text{сопр}}$.

Ответ: $F_{\text{сопр}} = = F\sqrt{2(1+\cos\alpha)} = 170$ Н.

Задача 78. На рис. 51 изображен график проекции скорости тела массой 5 кг, движущегося вниз. Чему равен вес этого тела?

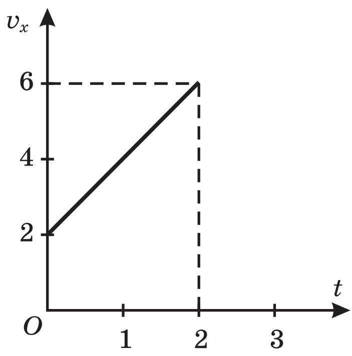


Рис. 51

Ответ: $P = 40$ Н.

Задача 79. Автодрезина ведет равноускоренно две платформы массами $m_1 = 12$ т и $m_2 = 8$ т. Сила тяги, развиваемая дрезиной, $F_{\text{тяги}} = 1{,}78$ кН. Коэффициент сопротивления движению $\mu = 0{,}05$. С какой силой натянуто сцепление между платформами?

Ответ: $F_{\text{н}} = \dfrac{m_2 F_{\text{тяги}}}{m_1 + m_2} = 712$ Н.

Задача 80. Имеется установка, изображенная на рис. 52. Брусок массой $m_1 = 1$ кг привязан к веревке, которая перекинута через невесомый блок. К свободному концу веревки привязан груз массой $m_2 = 2$ кг. Коэффициент трения между

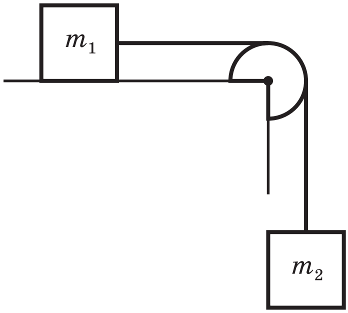


Рис. 52

бруском и поверхностью стола $\mu = 0{,}04$. Определить ускорение бруска.

Ответ: $a = \dfrac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} = 6{,}4$ м/с^2.

Задача 81. Тело массой $m = 50$ кг придавлено к вертикальной стене силой $F_{давл} = 4$ Н. Какая сила F необходима для того, чтобы перемещать его вертикально вверх вдоль стены с ускорением $a = 0{,}2$ м/с^2, если коэффициент трения $\mu = 0{,}5$?

Ответ: $F = m(a + g) + \mu F_{давл} = 502$ Н.

Задача 82. Брусок скатывается с наклонной плоскости длиной l и высотой h, двигаясь равноускоренно без начальной скорости. Найти скорость бруска у основания наклонной плоскости, если коэффициент трения бруска о плоскость равен μ .

Ответ: $v = \sqrt{2g\left(h - k\sqrt{l^2 - h^2}\right)}$.

Задача 83. Груз массой m располагается на поверхности клина с углом при основании α. К грузу прикреплена нить, другой конец которой привязан к гвоздю, вбитому в вершину клина (рис. 53). Клин перемещается в горизонтальном направлении с ускорением a. Найти силу натяжения нити $F_н$ и силу давления груза на поверхность клина $F_{давл}$.

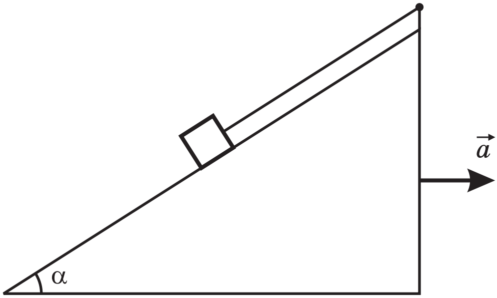


Рис. 53

Ответ: $F_{н} = m(a\cos\alpha + g\sin\alpha)$, $F_{давл} = \dfrac{mg - F_{Н}\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

Задача 84. Два груза массами m_1 и m_2 связаны нитью, перекинутой через неподвижный и невесомый блок (рис. 54). Грузы неподвижны. За какое время левый груз, масса которого m_1 больше массы правого m_2, пройдет расстояние S, если исчезнет сила, удерживающая грузы в неподвижном состоянии?

Ответ: $t = \sqrt{\dfrac{2S(m_1 + m_2)}{g(m_1 - m_2)}}$.

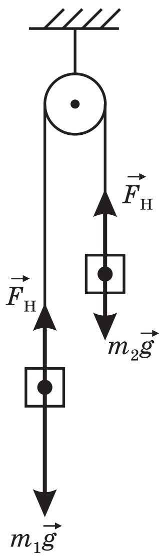


Рис. 54

Задача 85. Уравнение движения тела под действием приложенной к нему силы $F = 2$ кН имеет вид: $S = t + 0{,}1t_2$. Все величины выражены в единицах СИ. Найти массу этого тела.

Ответ: $m = 5 \cdot 103$ кг.

Задача 86. Найти абсолютное удлинение Δl буксирного троса с жесткостью $k = 100$ кН/м при буксировке автомобиля массой $m = 2$ т с ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2. Трением пренебречь.

Ответ: $\Delta l = \dfrac{ma}{k} = 0{,}01$ м.

Задача 87. К концам однородного стержня длиной l приложены силы F_1 и F_2 (рис. 55). Какова сила натяжения стержня $F_н$ в сечении, расположенном на расстоянии x, составляющем треть длины стержня от его левого конца?

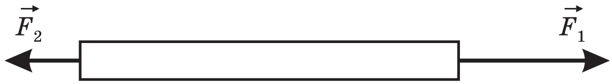


Рис. 55

Ответ: $F_{\text{Н}} = \dfrac{2F_1 + F_2}{3}$.

Задача 88. Найти абсолютное удлинение Δl буксирного троса с жесткостью $k = 100$ кН/м при буксировке автомобиля массой $m = 2$ т с ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2. Трением пренебречь.

Ответ: $\Delta l = \dfrac{ma}{k} = 0{,}01$ м.

Задача 89. На рис. 56 изображен график проекции скорости тела массой 10 кг, на которое действует сила тяги 600 Н. Тело движется по горизонтальной поверхности. Чему равен коэффициент сопротивления?

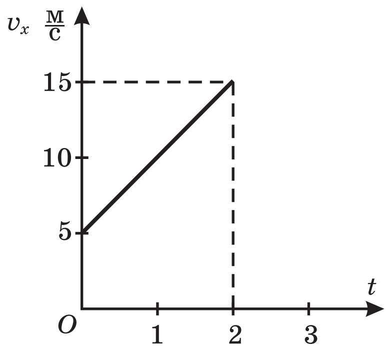


Рис. 56

Ответ: $\mu = 1$.

Задача 90. С какой силой была прижата собака Лайка к своему лежаку в контейнере второго искусственного спутника Земли во время подъема ракеты вблизи поверхности Земли, если ускорение ракеты было $a = 5g$, а масса собаки $m = 2{,}4$ кг? Какую перегрузку испытывала Лайка?

Ответ: $F_{давл} = 6mg = 141$ Н, $n = 6$.

Задача 91. На горизонтальной дороге автомобиль делает поворот радиусом $R = 16$ м. Какова наибольшая величина скорости v, которую может развить автомобиль, чтобы его не занесло, если коэффициент трения скольжения колес о дорогу равен $\mu = 0{,}4$?

Ответ: $v = \sqrt{\mu g R} = 7{,}9$ м/с.

Задача 92. Конькобежец движется со скоростью $v = 10$ м/с по окружности радиусом $R = 30$ м. Под каким углом α к горизонту он должен наклониться, чтобы сохранить равновесие?

Ответ: $\alpha = \operatorname{arcctg}\dfrac{v^2}{gR} = 71°$.

Задача 93. Ведро с водой вращают в вертикальной плоскости. С какой минимальной частотой ν надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась? Длина веревки, к которой привязано ведро, $l = 1$ м.

Ответ: $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l}} = 0{,}5$ с$^{-1}$.

Задача 94. Мальчик массой $m = 50$ кг качается на качелях с длиной подвеса $l = 4$ м. С какой силой $F_{давл}$ он давит на сидение при прохождении среднего положения и со скоростью $v = 6$ м/с?

Ответ: $F_{давл} = m\left(\dfrac{v^2}{l} + g\right) = 940$ Н.

Задача 95. К концу горизонтального стержня длиной L прикреплена невесомая и нерастяжимая нить длиной $l = 1$ м

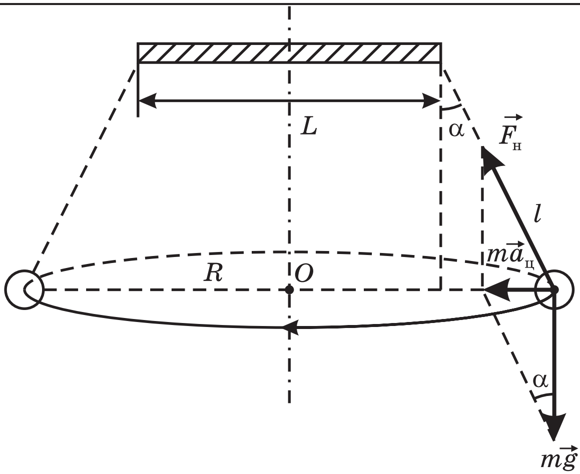


Рис. 57

с шариком на конце. С какой частотой ν вращается стержень, если нить с шариком отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 30°$?

Ответ: $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g\,\mathrm{tg}\alpha}{0{,}5L + l\sin\alpha}} = 0{,}4\ \text{с}^{-1}$.

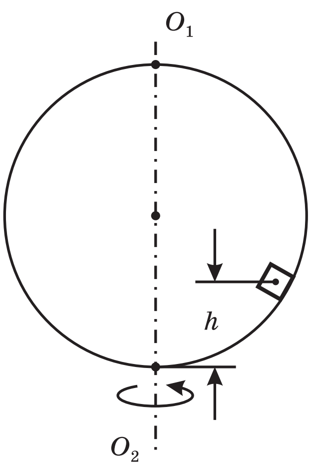


Рис. 58

Задача 96. Внутри полого шара диаметром D находится маленький кубик. Шар вращается с частотой ν вокруг оси O_1O_2, проходящей через его центр (рис. 58). На какую высоту h поднимется кубик, перемещаясь по поверхности шара в процессе его вращения? Трением пренебречь.

Ответ: $h = \dfrac{D}{2} - \dfrac{g}{(2\pi\nu)^2}$.

Задача 97. Во сколько раз ускорение свободного падения g на расстоянии от центра Земли, равном n радиусам Земли, меньше ускорения свободного падения g_0 на земной поверхности?

Ответ: $g_0/g = n^2$.

Задача 98. Расстояние между Землей и Луной равно 60 земным радиусам. В какой точке прямой, соединяющей центры Земли и Луны, ракета, движущаяся к Луне, будет притягиваться к Земле и Луне с одинаковой силой. Масса Земли в 81 раз больше массы Луны, а радиус Земли — в 3,8 раза больше радиуса Луны.

Ответ: $x = 6R_{\text{Земли}}$.

Задача 99. Средняя высота, на которой спутник движется вокруг Земли, H =1700 км. Найти скорость движения спутника v, если радиус Земли $R = 6400$ км.

Ответ: $v = \frac{2\pi}{T}(H+R) = 7 \cdot 10^3$ м/с.

Задача 100. Геостационарный спутник запущен на круговую орбиту и все время находится над одной и той же точкой Земли. Найти высоту H спутника над земной поверхностью. Масса Земли M и ее радиус R известны.

Ответ: $H = \sqrt[3]{g\left(\frac{RT}{2\pi}\right)^2} - R$.

Задача 101. На экваторе некоторой планеты тело весит в 2 раза меньше, чем на полюсе. Планета вращается с периодом $T = 2$ ч. Определить плотность вещества планеты ρ.

Ответ: $\rho = \frac{6\pi}{GT^2} = 5{,}4 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Задача 102. Радиус планеты вдвое меньше радиуса Земли, а ускорение свободного падения на ней равно 9,8 м/с^2. Чему равно отношение массы планеты к массе Земли?

Ответ: $\frac{M_{\textit{планеты}}}{M_{\textit{Земли}}} = 0{,}25$.

Задача 103. Уравнение движения тела массой 2 кг имеет вид: $x = 2 + 3t$. Все величины выражены в единицах СИ. Чему равен импульс тела?

Ответ: $p = 6$ кг · м/с.

Задача 104. Пуля массой 200 г ударилась о стальную преграду под углом 30° к ее поверхности со скоростью 50 м/с и отскочила от нее. Удар абсолютно упругий. Какой импульс силы получит стенка при ударе о нее пули?

Ответ: $F\Delta t = 2mv \cos 60^\circ = 10$ Н · с.

Задача 105. Школьник массой 40 кг, стоя на коньках, бросил под углом 60° к горизонту груз массой 4 кг со скоростью 2 м/с. Какую по модулю скорость приобрел в этот момент школьник?

Ответ: $v_1 = \dfrac{m_2}{m_1} v_2 \cos \alpha = 0{,}1$ м/с.

Задача 106. Стальной шарик массой 100 г абсолютно упруго ударился о металлическую поверхность, масса которой неизмеримо больше массы шарика. Скорость шарика в момент удара 10 м/с, угол между вектором скорости шарика и перпендикуляром к этой поверхности 60°. Чему равно изменение импульса шарика в результате удара?

Ответ: $\Delta p = 2mv\cos\alpha = 1$ кг · м/с.

Задача 107. Две одинаковые тележки движутся в одну сторону. Скорость одной тележки 2 м/с, а скорость второй вдвое меньше. Чему равна скорость тележек после их неупругого столкновения?

Ответ: $v = 0{,}75v_1 = 1{,}5$ м/с.

Задача 108. Снаряд, выпущенный вертикально вверх, взорвался на максимальной высоте. При этом образовалось три осколка. Два осколка разлетелись под прямым углом друг к другу. Масса первого осколка m_1, его скорость v_1, масса второго осколка m_2, его скорость v_2. Чему равна скорость v_3 третьего осколка массой m_3?

Ответ: $v_3 = \dfrac{\sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}}{m_3}$.

Задача 109. Охотник стреляет из ружья с движущейся лодки в направлении ее движения. Какова была скорость лодки v_0 до выстрела, если она остановилась после двух сделанных подряд выстрелов? Масса лодки $m_1 = 120$ кг, масса охотника $m_2 = 80$ кг, масса заряда $m_3 = 25$ г. Скорость вылета заряда из ружья $v = 600$ м/с.

Ответ: $v_0 = \dfrac{2m_3 v}{m_1 + m_2 + 2m_3} = 0{,}15$ м/с.

Задача 110. С судна, движущегося со скоростью $v_1 = 54$ км/ч, произведен выстрел из пушки под углом $\alpha = 60°$ к горизонту в направлении, противоположном движению судна. Снаряд вылетел со скоростью $u = 1$ км/с. На сколько изменилась скорость судна, если масса снаряда $m_2 = 50$ кг, а масса судна $m_1 = 200$ т ?

Ответ: $\Delta v = \dfrac{m_2}{m_1}\left(v_1 + u\cos\alpha\right) = 0{,}13$ м/с.

Задача 111. Лодка массой $m_1 = 100$ кг стоит неподвижно в стоячей воде. Мальчик массой $m_2 = 40$ кг переходит с кормы на нос лодки. На какое расстояние S при этом передвинется лодка, если ее длина $l = 2$ м? Сопротивлением воды пренебречь.

Ответ: $S = \dfrac{m_2 l}{m_1 + m_2} = 0{,}57$ м.

Задача 112. Космонавт массой m соединен с космическим кораблем массой M тросом длиной l. Перебирая трос, он приближается к кораблю. На какое расстояние S_1 он переместится до сближения? На какое расстояние S_2 переместится при этом корабль?

Ответ: $S_1 = \dfrac{Ml}{m + M}$, $S_2 = l - S_1$.

Задача 113. Снаряд, летевший горизонтально со скоростью $v = 80$ м/с, разорвался на высоте $h = 30$ м на два равных осколка. Один осколок упал через $t = 1$ с точно под местом взрыва. Какова будет скорость второго осколка v_2 и в каком направлении он станет двигаться?

Ответ: $v_2 = \sqrt{\left(\frac{h}{t} - \frac{gt}{2}\right)^2 + 4v^2} = 162$ м/с,

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2\upsilon}\left(\frac{h}{t} + \frac{gt}{2}\right),\ \alpha = 9^\circ.$$

Задача 114. На неподвижной горизонтальной платформе установлено орудие, ствол которого направлен под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Масса платформы с орудием $M = 15$ т. На какое расстояние S откатится платформа с орудием после выстрела, если масса вылетевшего снаряда $m = 20$ кг и вылетает он со скоростью $v = 600$ м/с? Коэффициент сопротивления движению платформы $\mu = 0{,}1$.

Ответ: $S = \frac{1}{2\mu g}\left(\frac{m\upsilon}{M-m}\cos\alpha\right)^2 = 0{,}08$ м.

Задача 115. Какую работу надо совершить, чтобы однородный стержень длиной 1,5 м и массой 2 кг, лежащий горизонтально, поставить вертикально, медленно поднимая его за один конец?

Ответ: $A = mg\frac{l}{2} = 15$ Дж.

Задача 116. Для растяжения пружины на $x_1 = 4$ мм надо совершить работу $A_1 = 0{,}02$ Дж. Какую работу A_2 надо совершить, чтобы растянуть эту пружину на $x_2 = 4$ см ?

Ответ: $A_2 = A_1\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 = 2$ Дж.

Задача 117. Две пружины с жесткостями $k_1 = 200$ Н/м и $k_2 = 400$ Н/м соединены последовательно друг с другом. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть их на $x = 10$ см?

Ответ: $A = \frac{k_1 k_2 x^2}{2(k_2 + k_1)} = 0{,}7$ Дж.

Задача 118. Какую работу A надо совершить, чтобы по плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ втащить груз массой $m = 400$ кг на высоту $h = 2$ м при коэффициенте трения $\mu = 0{,}3$? Каков при этом КПД η? Движение груза равномерное и прямолинейное.

Ответ: $A = mgh(1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha) = 1{,}2 \cdot 10^4$ Дж,

$$\eta = \frac{mgh}{A} 100\,\% = 65\,\%.$$

Задача 119. Какую работу совершает двигатель автомобиля «Жигули» массой $m = 1{,}3$ т на первых $S = 75$ м пути, если это расстояние автомобиль проходит за $t = 10$ с, а коэффициент сопротивления движению равен $\mu = 0{,}05$?

Ответ: $A = mS\left(\frac{2S}{t^2} + \mu g\right) = 2 \cdot 10^5$ Дж.

Задача 120. Груженая шахтная клеть массой $m = 10$ т поднимается с ускорением $a = 0{,}5$ м/с^2. Определить работу по подъему клети за первые $t = 10$ с движения.

Ответ: $A = 0{,}5mat^2(a + g) = 3 \cdot 10^6$ Дж.

Задача 121. В воде из глубины $h = 5$ м поднимают на веревке до поверхности камень объемом $V = 0{,}6$ м^3. Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, плотность камня $\rho_к = 2{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3. Найти работу по подъему камня.

Ответ: $A = Vhg(\rho_к + \rho_в Vg) = 4{,}5 \cdot 10^4$ Дж.

Задача 122. Локомотив мощностью $N = 2 \cdot 10^3$ л.с. (лошадиных сил) ведет в гору поезд массой $m = 2{,}5 \cdot 10^5$ кг. Какой максимальный уклон он может преодолеть при скорости $v = 36$ км/ч, если коэффициент сопротивления движению равен $\mu = 0{,}005$?

Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{N}{mgv} = 0{,}055$.

Задача 123. Автомобиль массой $m = 3$ т приближается к подъему со скоростью $v_0 = 18$ км/ч. Найти мощность, развиваемую двигателем автомобиля на подъеме длиной $l = 100$ м и высотой $h = 10$ м, если его скорость на вершине стала равна $v = 27$ км/ч, а коэффициент сопротивления движению на всем подъеме был одинаков и равен $\mu = 0{,}2$.

Ответ: $N = \frac{m}{2l}(v_0 + v)\left(0{,}5\left(v^2 - v_0^2\right) + g\left(h + \mu\sqrt{l^2 - h^2}\right)\right) = 15$ кВт.

Задача 124. Через блок перекинута веревка массой M, концы которой связаны. Мальчик массой m начинает карабкаться по веревке вверх. Какую максимальную мощность N он должен развить, чтобы в течение времени t находиться на одной и той же высоте? Какую работу A он совершит за это время? Блок невесомый, трением в нем можно пренебречь.

Ответ: $N_{\max} = \frac{t}{M}(mg)^2$, $A = \frac{N_{\max}}{2}t$.

Задача 125. Подъемный кран поднимает груз массой m со скоростью v. Определить мощность двигателя крана, если его КПД η.

Ответ: $N = \frac{mgv}{\eta} 100\,\%$.

Задача 126. Насос поднимает нефть объемом $V = 80$ м^3 на высоту $H = 8$ м за $t = 10$ мин. Найти мощность двигателя насоса, если его КПД $\eta = 45\%$. Плотность нефти $\rho = 800$ кг/м^3.

Ответ: $N = \frac{\rho V g H}{\eta t} 100\,\% = 186$ Вт.

Задача 127. Какую мощность развивает двигатель подъемного крана, если он равномерно поднимает груз 600 кг на высоту 4 м за 3 с?

Ответ: $N = mg\frac{H}{t} = 8$ кВт.

Задача 128. Снаряд массой 5 кг вылетел из дула орудия под углом 60° к горизонту со скоростью 400 м/с. Чему равна его кинетическая энергия в высшей точке траектории?

Ответ: $E_{\text{k}} = \frac{m(v_0 \cos\alpha)^2}{2} = 100$ кДж.

Задача 129. Тело массой 800 г, двигаясь равномерно, прошло за 2 мин путь 60 м. Чему равна его кинетическая энергия?

Ответ: $E_k = \frac{m}{2}\left(\frac{S}{t}\right)^2 = 0{,}1$ Дж.

Задача 130. Кинетическая энергия тела массой 2 кг равна 9 Дж. Чему равен импульс этого тела?

Ответ: $p = \sqrt{2mE_k} = 6$ кг · м/с.

Задача 131. Скорость мяча перед ударом о стенку была вдвое больше его скорости сразу после удара. При ударе выделилось 15 Дж теплоты. Чему равна кинетическая энергия мяча перед ударом?

Ответ: $E_{k1} = \frac{4}{3}Q = 20$ Дж.

Задача 132. Чему равна потенциальная энергия тела массой 0,2 кг, брошенного свободно вверх с начальной скоростью 30 м/с, через 2 с после броска?

Ответ: $E_{\text{р}} = mg(v_0 t - \frac{gt^2}{2}) = 80$ Дж.

Задача 133. Тело массой 4 кг упало с высоты 2 м с начальной скоростью 4 м/с. Сопротивление не учитывать. Чему равна его кинетическая энергия при приземлении?

Ответ: $E_k = m\left(gh + \frac{v^2}{2}\right) = 112$ Дж.

Задача 134. На вершине наклонной плоскости длиной l потенциальная энергия бруска, соскользнувшего с нее, была E_p, а у основания наклонной плоскости она стала равна E_k. Чему равна сила трения, которая действовала на брусок при соскальзывании?

Ответ: $F = \frac{E_k - E_p}{l}$.

Задача 135. Конькобежец, разогнавшись, въезжает на ледяную гору, наклоненную под углом 30° к горизонту, и проезжает по ней до полной остановки 10 м. Трением пренебречь. Чему равна его скорость у основания горки перед въездом?

Ответ: $v = \sqrt{2gS\sin\alpha} = 10$ м/с.

Задача 136. Брусок массой 200 г скатывается с наклонной плоскости без начальной скорости. Длина наклонной плоскости 1 м, угол при ее основании 30°. Скорость бруска у основания наклонной плоскости 2 м/с. Чему равна работа силы трения на всей длине?

Ответ: $A = m\left(\frac{v^2}{2} - gl\sin\alpha\right) = -0{,}6$ Дж.

Задача 137. Тело массой 800 г, упавшее с высоты 3 м, у земли имело скорость 4 м/с. Чему равна работа сил сопротивления падению по модулю?

Ответ: $A = m\left(gh - \frac{v^2}{2}\right)$ Дж $= 17{,}6$ Дж.

Задача 138. Снаряд, получивший при выстреле начальную скорость $v_0 = 300$ м/с, летит вертикально вверх. На какой высоте его кинетическая энергия станет равна потенциальной? Сопротивлением пренебречь.

Ответ: $\boxed{h = \frac{v_0^2}{4g}} = 2296$ м.

Задача 139. Чему равны значения потенциальной и кинетической энергий камня массой $m = 1$ кг, брошенного вертикально вверх со скоростью $v_0 = 10$ м/с через $t = 1$ с после бросания? Сопротивление не учитывать.

Ответ: $E_К = \frac{m(v_0 - gt)^2}{2} = 0{,}02$ Дж,

$$E_П = \frac{mv_0^2}{2} - E_К = 49{,}98 \text{ Дж}.$$

Задача 140. С какой начальной скоростью v_0 надо бросить вниз мяч с высоты $h = 1$ м, чтобы он после абсолютно упругого удара подпрыгнул на высоту $H = 1{,}5$ м. Сопротивлением пренебречь.

Ответ: $\upsilon_0 = \sqrt{2g(H-h)} = 3{,}14$ м/с.

Задача 141. Шарик массой $m = 500$ г висит на нити длиной $l = 1$ м. На какую максимальную высоту его можно отвести от положения равновесия, чтобы при свободных колебаниях шарика нить не оборвалась, если предельное натяжение, которое может она выдержать, $F = 10$ Н? Сопротивлением пренебречь.

Ответ: $h = \dfrac{l}{2gm}(F - mg) = 0{,}5$ м.

Задача 142. Тело, соскальзывая с некоторой высоты по наклонному желобу, делает «мертвую петлю» в вертикальной плоскости (рис. 59). Радиус петли R. С какой минимальной высоты оно должно соскользнуть, чтобы не сорваться в верхней точке петли? Трение не учитывать.

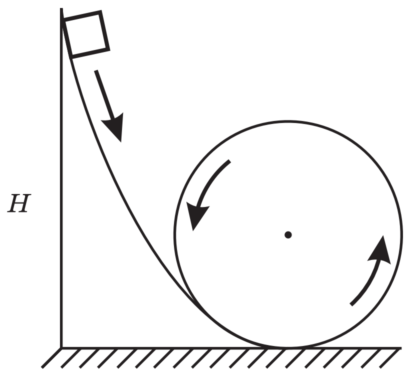


Рис. 59

Ответ: $H = 2{,}5R$.

Задача 143. Небольшое тело соскальзывает с вершины полусферы радиусом R (рис. 60). На какой высоте тело

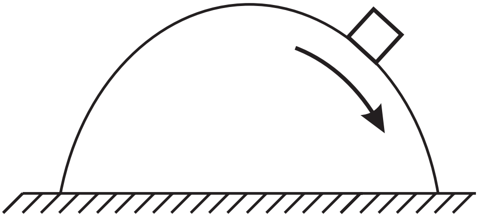


Рис. 60

сорвется с поверхности полусферы и полетит вниз? Трение не учитывать.

Ответ: $h = \frac{2}{3}R$.

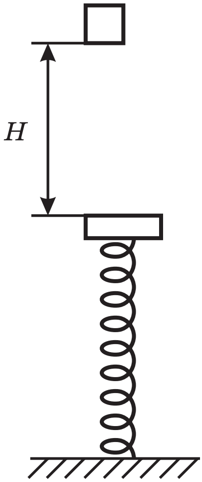


Рис. 61

Задача 144. С какой высоты свободно упало тело массой m на невесомый горизонтальный столик, укрепленный на вертикальной пружине длиной l_0, если длина пружины при максимальном сжатии стала равна l (рис. 61)? Если же это тело положить на столик, то деформация пружины станет равна x_0.

Ответ: $H = (l_0 - l)\left(\frac{(l_0 - l)}{2x_0} - 1\right)$.

Задача 145. Автоматический пистолет имеет подвижный кожух, связанный с корпусом пружиной с жесткостью k. Масса кожуха m_1, масса пули m_2. При выстреле кожух, сжимая пружину, отходит назад на расстояние x. Чему равна скорость пули при вылете из ствола пистолета в горизонтальном направлении?

Ответ: $\upsilon = \frac{x}{m_2}\sqrt{m_1 k}$.

Задача 146. Между двумя шариками массами m и M находится сжатая пружина (рис. 62). Если шарик массой M

удерживать на месте, а шарик массой m отпустить, то он отлетит со скоростью υ_0. С какими скоростями υ_1 и υ_2 будут двигаться шарики, если их отпустить одновременно?

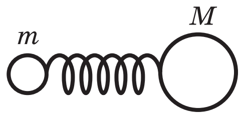


Рис. 62

Ответ: $\upsilon_1 = \dfrac{\upsilon_0}{\sqrt{1+\dfrac{m}{M}}}$, $\upsilon_2 = \dfrac{m}{M}\upsilon_1$.

Задача 147. Два шара массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг движутся горизонтально и поступательно навстречу друг другу со скоростями $\upsilon_1 = 8$ м/с и $\upsilon_2 = 4$ м/с и неупруго сталкиваются. Найти изменение механической энергии шариков.

Ответ: $\Delta E = -\dfrac{m_1 m_2(\upsilon_1+\upsilon_2)^2}{2(m_1+m_2)} = -86$ Дж.

Задача 148. Два маленьких шарика массами m_1 и m_2 подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины l. Шарик массой m_1 отклоняют на угол α и отпускают. На какую высоту поднимутся шарики после соударения, если удар неупругий? Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: $h_2 = l\left(\dfrac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2(1-\cos\alpha_1)$.

Задача 149. Шарик массой m, летящий горизонтально со скоростью υ_0, абсолютно упруго ударяется о неподвижный шар массой M, висящий на нити длиной l. Удар центральный. На какой угол отклонится шар массой M после удара?

Ответ: $\alpha = \arccos\left(1-\dfrac{2}{gl}\left(\dfrac{m\upsilon_0}{m+M}\right)^2\right)$.

Задача 150. Ядро атома, имевшее кинетическую энергию $E_{к0}$, распалось на два осколка равной массы, которые разлетелись со скоростями υ_1 и υ_2. Под каким углом друг к другу разлетелись осколки, если их общая кинетическая энергия после распада стала равна $E_К$?

Ответ: $\alpha = \arccos\left(\frac{v_1^2 + v_2^2}{2v_1v_2}\left(2\frac{E_{К0}}{E_К} - 1\right)\right)$.

Задача 151. Искусственный спутник Земли движется на высоте H над ее поверхностью, делая N полных оборотов за время t. Во сколько раз кинетическая энергия спутника $E_К$ отличается от его гравитационной потенциальной энергии $E_П$?

Ответ: $\frac{E_П}{E_К} = \frac{g}{2(R+H)^3}\left(\frac{Rt}{\pi N}\right)^2$.

Задача 152. К концам горизонтального стержня массой $m = 10$ кг и длиной $l = 0{,}4$ м подвешены грузы массами $m_1 = 40$ кг и $m_2 = 10$ кг. Где надо подпереть стержень, чтобы он находился в равновесии?

Ответ: $x = \frac{l(0{,}5m + m_2)}{m_1 + m + m_2} = 0{,}1$ м.

Задача 153. На конце горизонтального стержня длиной $l = 30$ см прикреплен шар радиусом $R = 6$ см. На каком расстоянии от центра шара находится центр тяжести этой системы, если массы стержня и шара одинаковы?

Ответ: $x = \frac{0{,}5l + R}{2} = 10{,}5$ см.

Задача 154. Шар радиусом R, изготовленный из материала с плотностью ρ, висит на нити длиной l, другой конец которой прикреплен к вертикальной стене (рис. 63). Определить, с какой силой шар давит на стену.

Ответ: $F = \frac{mgR}{\sqrt{l(l+2R)}}$.

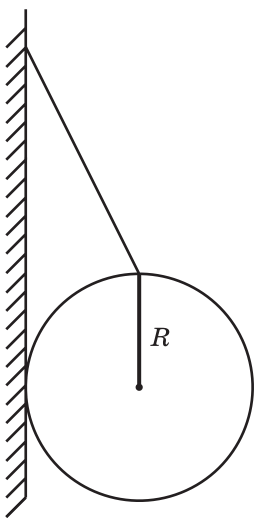


Рис. 63

Задача 155. Груз массой $m =$ $= 500$ г колеблется на нити длиной $L = 80$ см. Чему равен момент силы тяжести относительно оси, проходящей через точку О перпендикулярно плоскости чертежа, в момент, показанный на рис. 64? Угол $\alpha = 30°$.

Ответ: $M = mgL \sin \alpha =$ $= 2$ Н · м.

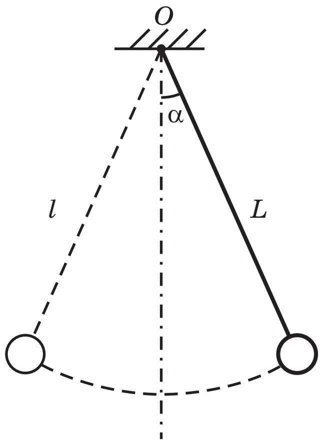


Рис. 64

Задача 156. К концу тонкого стержня длиной 80 см приложена сила 2 Н, направленная под углом 30° к стержню (рис. 65). Стержень может вращаться вокруг оси, проходящей через его середину C перпендикулярно стержню и плоскости чертежа. Чему равен момент этой силы?

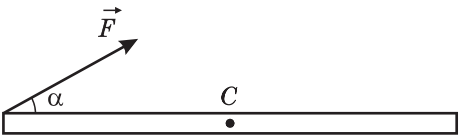


Рис. 65

Ответ: $M = 0{,}5\, FL \sin\alpha = 0{,}8$ Н · м.

Задача 157. Какую минимальную силу F, направленную горизонтально, нужно приложить к катку цилиндрической формы массой m и радиусом R, чтобы перекатить его через ступеньку высотой h (рис. 66)?

Ответ: $F = \dfrac{mg\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$.

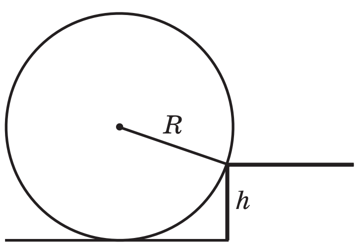


Рис. 66

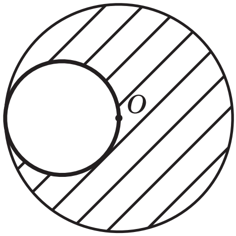


Рис. 67

Задача 158. Из однородной круглой пластинки радиусом R вырезан круг вдвое меньшего радиуса так, как это показано на рис. 67. Найти центр тяжести полученной пластинки.

Ответ: $x = \dfrac{R}{6}$ — расстояние от центра тяжести до центра пластинки O.

Задача 159. Однородный стержень шарнирно закреплен в точке O. Одна пятая часть его длины погружена в воду (рис. 68). При этом стержень находится в равновесии. Найти плотность вещества стержня. Плотность воды $\rho_в$ известна.

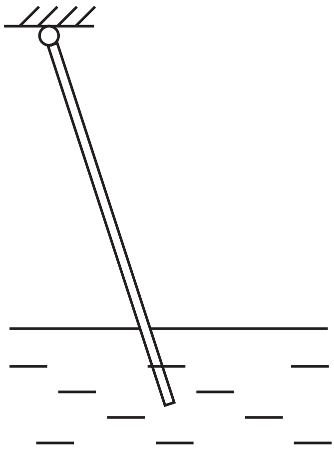


Рис. 68

Ответ: $\rho_{ст} = \dfrac{9}{25}\ \rho_в$.

Задача 160. Горизонтальная доска массой $m = 10$ кг подперта на расстоянии $h = 1/3$ ее длины. Какую силу, перпендикулярную доске, надо приложить к ее короткому концу, чтобы удержать доску в равновесии?

Ответ: $F = \dfrac{mg}{2}$.

Задача 161. Лестница прислонена к стене. Коэффициент трения между нею и полом μ. Чему равен наименьший угол α между лестницей и полом, при котором она еще останется в равновесии?

Ответ: $\alpha = \operatorname{arctg} 2\mu$.

Задача 162. Давление воздуха в сосуде с отверстием, закрытом круглой пробкой диаметром $D = 4$ см, превышает атмосферное давление в $N = 5$ раз. Найти атмосферное давление $p_{атм}$, если для того, чтобы удержать пробку, необходимо к ней приложить минимальную силу $F = 510$ Н.

Ответ: $p_{атм} = \dfrac{4F}{\pi D^2 (N-1)} = 1{,}015 \cdot 10^5$ Па.

Задача 163. До какой высоты надо налить жидкость в цилиндрический сосуд с радиусом основания R, чтобы силы давления, производимые ею на дно и стенки сосуда, были одинаковы?

Ответ: $h = R$.

Задача 164. На какую глубину погрузилась подводная лодка в море, если давление, испытываемое ею на этой глубине, в $n = 11$ раз больше атмосферного? Атмосферное давление $p_{атм} = 750$ мм рт. ст. Плотность морской воды $\rho = 1030$ кг/м^3.

Ответ: $H = \dfrac{p_{атм}(n-1)}{\rho g} = 99$ м.

Задача 165. В цилиндрический сосуд налиты вода и масло, причем массы их одинаковы. Общая высота столба жидкостей $h = 20$ см. Найти давление, оказываемое жидкостями на дно сосуда. Плотность воды $\rho_1 = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность масла $\rho_2 = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3

Ответ: $p = 2gh \dfrac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = 1{,}8$ Па.

Задача 166. Плотность тела 4000 кг/м^3, его объем 50 см^3. Чему равен вес тела в жидкости плотностью 1000 кг/м^3?

Ответ $P = gV(\rho_{тела} - \rho_{жидк}) = 1{,}5$ Н.

Задача 167. В цилиндрический сосуд налита вода до высоты 40 см. Плотность воды 1000 кг/м^3. Чему равно давление воды на стенки сосуда?

Ответ: $p = \frac{1}{2}\rho gh = 2$ кПа.

Задача 168. Стальной кубик с длиной ребра 8 см лежит на столе. Плотность стали 7800 кг/м^3. Чему равно давление кубика на стол?

Ответ: $p = \rho lg = 6{,}24$ кПа.

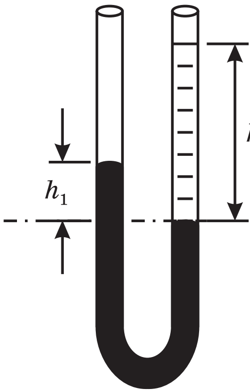


Рис. 69

Задача 169. На рис. 69 изображены сообщающиеся сосуды, в которые налиты две разнородные жидкости: ртуть и вода. Плотность ртути $\rho_1 = 13600$ кг/м^3, плотность воды $\rho_2 = 1000$ кг/м^3, высота $h_1 = 5$ см. Найти высоту столбика воды в левом колене.

Ответ: $h_2 = h_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} = 68$ см.

Задача 170. Тело плавает в масле плотностью 900 кг/м^3 так, что 2/3 объема тела выступают над поверхностью масла. Чему равна плотность тела?

Ответ: $\rho_т = \frac{1}{3}\rho_м = 300$ кг/м^3.

Задача 171. С какой силой надо действовать на малый поршень гидравлического пресса, чтобы большой поршень мог поднять груз массой 100 кг, если площадь большого поршня в 5 раз больше площади малого?

Ответ: $F_1 = \frac{mg}{5} = 200$ Н.

Задача 172. Куб с длиной ребра 20 см плавает в воде наполовину погруженным в нее. Плотность воды 1000 кг/м^3. Чему равна выталкивающая сила, действующая на куб?

Ответ: $F_{\text{выт}} = \rho_{\text{воды}} g \dfrac{l^3}{2} = 40$ Н.

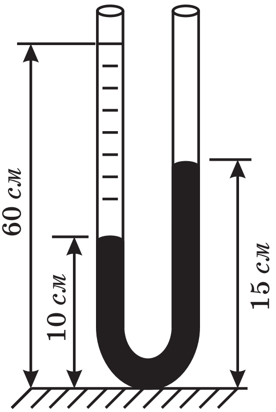


Рис. 70

Задача 173. На горизонтальном столе укреплены вертикальные сообщающиеся сосуды в виде U-образной трубки. В сосуды налита вода, а затем в левый сосуд налита другая жидкость меньшей плотности. Расстояние от стола до верхнего уровня другой жидкости в левом колене 60 см, расстояние от стола до верхнего уровня воды в левом колене 10 см, расстояние от стола до верхнего уровня воды в правом колене 15 см (рис. 70). Чему равна плотность другой жидкости?

Ответ: $\rho_1 = \rho_2 \dfrac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} = 500$ кг/м^3.

Задача 174. Малый поршень гидравлического пресса за один ход опускается на 25 см, а большой при этом поднимается на 5 мм. К малому поршню приложена сила 200 Н. Какая сила действует на большой поршень?

Ответ: $F = 10$ кН.

Задача 175. Давление, производимое на малый поршень гидравлического пресса, осуществляется посредством рычага, соотношение плеч которого $\dfrac{l_1}{l_2} = 10$ (рис. 71). Какой

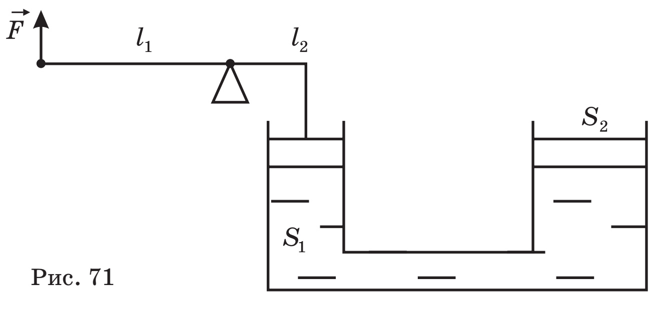


Рис. 71

массы груз может быть поднят большим поршнем, если к длинному плечу рычага приложена сила $F = 0{,}01$ кН? Площади поршней $S_1 = 10$ см^2, $S_2 = 500$ см^2, КПД пресса $\eta = 0{,}75$.

Ответ: $m = \frac{\eta}{g} F \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{S_2}{S_1} = 38$ кг.

Задача 176. В сообщающиеся сосуды разного сечения налита ртуть так, что ее уровень располагается на расстоянии L от края сосуда. Затем в широкий сосуд налили до края воду. На какую высоту поднялся при этом уровень ртути в узком сосуде? Сечение широкого сосуда в N раз больше, чем узкого, плотности ртути ρ_1 и воды ρ_2 известны.

Ответ: $h = \frac{\rho_2 L N}{\rho_1 (N+1) - \rho_2}$.

Задача 177. Вес однородного тела в воде в n раз меньше, чем в воздухе. Найти плотность тела ρ_1. Плотность воды ρ_2 известна, выталкивающей силой в воздухе пренебречь.

Ответ: $\rho_1 = \rho_2 \frac{n}{n-1}$.

Задача 178. Тело, привязанное к нити, уравновесили на весах. Затем его на 0,3 объема погрузили в масло. При этом равновесие нарушилось, и для его восстановления пришлось снять с чашки весов гирьку, масса которой составила шестую часть массы тела. Найти плотность ρ_1 тела. Плотность масла $\rho_2 = 900$ кг/м^3.

Ответ: $\rho_1 = 1{,}8\rho_2 = 1{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Задача 179. Объем надводной части плавающего айсберга $V_1 = 100$ м^3. Найти объем всего айсберга. Плотность воды $\rho_в = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность льда $\rho_л = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Ответ: $V_1 = 1000$ м^3.

Задача 180. Полый медный шар плавает в воде, наполовину погрузившись в нее. Найти массу меди в нем, если объем полости $V_{пол} = 15$ см^3. Плотность меди $\rho_м = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Ответ: $V_{пол} = \dfrac{2m}{\rho_в} - \dfrac{m}{\rho_м} = 7{,}9$ кг.

Задача 181. Плавающий куб погружен в ртуть на четверть своего объема. Какая часть объема куба будет погружена в ртуть, если поверх нее налить слой воды, полностью покрывающий куб? Плотность воды $\rho_в = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность ртути $\rho_{рт} = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Ответ: $\dfrac{V_2}{V} = \dfrac{\rho_{рт} - 4\,\rho_в}{4(\rho_{рт} - \rho_в)} = 0{,}2.$

Задача 182. Кусок стекла падает в масле с ускорением $a = 6{,}5$ м/с^2. Чему равна плотность стекла $\rho_с$? Плотность масла $\rho_м = 900$ кг/м^3. Сопротивлением движению стекла пренебречь.

Ответ: $\rho_с = \dfrac{\rho_М g}{g - a} = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Задача 183. Кусок стекла массой $m = 1$ кг падает в воде с постоянной скоростью. Найти силу сопротивления воды падению стекла. Плотность стекла $\rho_с = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Ответ: $F_{сопр} = mg\left(1 - \dfrac{\rho_В}{\rho_с}\right) = 6{,}2$ Н.

Задача 184. Аэростат массой $m = 500$ кг и объемом $V = 600$ м^3 начинает подниматься вертикально вверх. Определить, на какой высоте он окажется через $t = 1$ с. Считать плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ кг/м^3 постоянной, пренебрегая ее изменением с высотой. Сопротивление движению аэростата $F_с = 10$ Н.

Ответ: $h = \dfrac{t^2}{2m}\left(g(\rho V - m) - F_с\right) = 273$ м.

Задача 185. Воздушный шар объемом V опускается с ускорением. Масса шара, включая оболочку, газ и корзинку с балластом, равна m. Какую массу Δm балласта надо сбросить, чтобы этот шар стал подниматься с прежним ускорением? Найти подъемную силу $F_{под}$ при этом. Сопротивление воздуха $F_{сопр}$ известно.

Ответ: $\Delta m = \dfrac{2mg(\rho V - m)}{F_{сопр} + g(\rho V - 2m)}$.

Задача 186. Вес тела в масле P_1, а в воде P_2. Найти плотность вещества тела ρ_1. Плотность воды ρ_2, плотность масла ρ_3 известны.

Ответ: $\rho_1 = \dfrac{P_2\rho_3 - P_1\rho_2}{P_2 - P_1}$.

Задача 187. Найти наименьшую площадь плоской льдины, способной удержать человека массой $m = 80$ кг. Толщина льдины $h = 80$ см, плотность воды $\rho_в$ взять из предыдущих задач, плотность льда $\rho_л = 0{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Ответ: $S = \dfrac{m}{h(\rho_в - \rho_л)} = 2{,}5 \cdot 10^5$.

Задача 188. Камень массой $m = 200$ г падает в жидкости с постоянной скоростью. Найти силу сопротивления движению камня в ней, если плотность воды $\rho_в = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность камня $\rho_к = 2{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Ответ: $F_с = mg\left(1 - \dfrac{\rho_в}{\rho_к}\right) = 1{,}2$ Н.

Задача 189. Шарик, сделанный из материала, плотность которого в n раз меньше плотности воды, падает в нее с высоты H. На какую глубину h он погрузится?

Ответ: $h = \dfrac{H}{n-1}$.

Раздел 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Краткая теория и советы к решению задач

При решении задач молекулярной физики часто используются формулы плотности вещества и концентрации молекул.

Плотность вещества ρ — это отношение его массы m к объему V:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Плотность твердых и жидких веществ при 0 °C дана в справочных материалах. Плотность газов зависит от давления и температуры.

Концентрация молекул n — это отношение всего числа молекул N в объеме V к этому объему:

$$n = \frac{N}{V}.$$

Количество вещества, в котором содержится столько же атомов, сколько их имеется в 12 г углерода, называется молем. Итальянский ученый Авогадро подсчитал, что в одном моле любого вещества содержится $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул. Это число называется числом Авогадро.

Масса одного моля вещества называется его молярной массой M. Молярная масса вещества может быть определена с помощью таблицы Менделеева, т.к. численно равна его относительной молекулярной массе. Например, относительная атомная масса кислорода 16, но кислород — двухатомный газ, поэтому его относительная молекулярная масса равна 32. С учетом этого молярная масса кислорода равна 32 г/моль, или в СИ — 0,032 кг/моль.

Количество вещества ν (количество молей) равно отношению массы вещества m к молярной массе M:

$$\nu = \frac{m}{M}.$$

Массу одной молекулы m_o можно определить разными способами. Можно, например, разделить массу всего вещества m на число молекул в нем N:

$$m_o = \frac{m}{N}.$$

Можно найти массу одной молекулы, разделив плотность вещества на концентрацию молекул в нем:

$$m_o = \frac{\rho}{n}.$$

Масса одной молекулы также равна отношению молярной массы M к числу Авогадро N_A:

$$m_o = \frac{M}{N_A}.$$

Число молекул N можно определить, умножив количество вещества, т.е. число молей ν, на число молекул в одном моле, т.е. на число Авогадро:

$$N = \nu N_A.$$

В молекулярной физике основным объектом является идеальный газ, молекулы которого представляют собой материальные точки, не взаимодействующие на расстоянии. Газ при низком давлении и высокой температуре близок к идеальному. Воздух при нормальных условиях (давлении 10^5 Па и температуре 0 °С) можно считать идеальным газом.

Основным уравнением кинетической теории идеального газа является уравнение, устанавливающее связь давления газа p с массой молекулы этого газа, концентрацией молекул и квадратом их средней квадратичной скорости:

$$p = \frac{1}{3} m_o n \overline{v}^2.$$

Поскольку $\frac{m_o \overline{v}^2}{2} = \overline{E}$ — средняя кинетическая энергия молекул, то основное уравнение кинетической теории идеального газа можно записать еще и так:

$$p = \frac{2}{3} n \overline{E}.$$

Абсолютная температура газа T есть мера средней кинетической энергии теплового движения его молекул. Эту связь выражает формула

$$\overline{E} = \frac{3}{2} kT.$$

Здесь $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура газа.

Абсолютная температура T связана с температурой по шкале Цельсия t соотношением

$$T = t + 273.$$

Изменение температуры по обеим шкалам одинаково:

$$\Delta T = \Delta t.$$

Средняя квадратичная скорость молекул идеального газа определяется формулами

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_o}}, \quad \overline{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Связь давления идеального газа с концентрацией его молекул и абсолютной температурой устанавливает формула

$$p = knT.$$

Макропараметрами состояния идеального газа являются его давление p, объем V и абсолютная температура T. Связь между ними устанавливает уравнение состояния идеального газа или уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT.$$

Здесь $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К) — молярная (универсальная) газовая постоянная. Она связана с постоянной Больцмана и числом Авогадро соотношением

$$k = \frac{R}{N_A}.$$

Если при неизменной массе идеального газа меняются все три его параметра, то соотношение между ними для двух состояний газа устанавливает уравнение Клапейрона или объединенный газовый закон:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}.$$

Процесс, происходящий в неизменной массе газа при постоянной температуре, называется изотермическим процессом. Соотношение между его параметрами для двух состояний идеального газа устанавливает закон Бойля-Мариотта:

$$\text{при } T = const \qquad p_1V_1 = p_2V_2.$$

Графики изотермического процесса в разных координатных осях изображены на рис. 72.

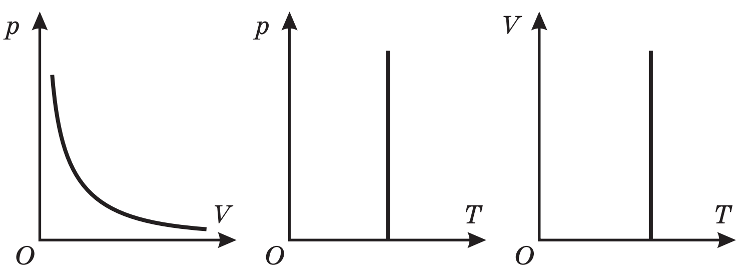


Рис. 72

Процесс, происходящий в газе данной массы при неизменном давлении, называется изобарным (или изобарическим). Соотношение между параметрами для двух состояний идеального газа при изобарном процессе устанавливает закон Гей-Люссака:

$$\text{при } p = const \qquad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Графики изобарного процесса в разных координатных осях изображены на рис. 73.

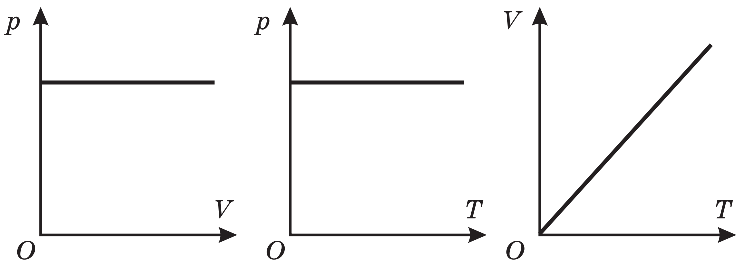


Рис. 73

Процесс, происходящий в газе данной массы при неизменном объеме, называется изохорным (изохорическим). Соотношение между параметрами для двух состояний идеального газа при неизменном объеме устанавливает закон Шарля:

$$\text{при } V = const \qquad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Графики изохорного процесса в разных координатных осях изображены на рис. 74.

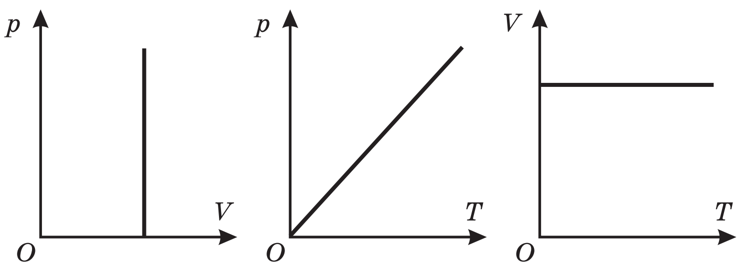


Рис. 74

Если в сосуде находится несколько газов, то объем каждого из них равен объему сосуда, а общее давление равно сумме давлений каждого газа в отдельности (закон Дальтона).

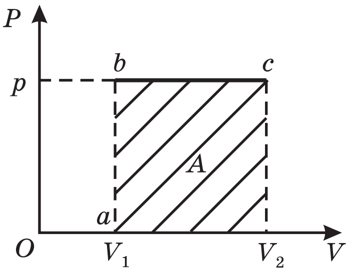


Рис. 75

Работа A при изобарном изменении объема газа равна произведению давления газа p на изменение его объема ΔV:

$$A = p\Delta V = p(V_2 - V_1).$$

Графически в координатных осях p–V (рис. 75) работа A изобарного расширения газа от объема V_1 до объема V_2 равна площади прямоугольника, одной стороной которого служит отрезок ab, численно равный давлению газа p, а другой — отрезок bc, численно равный изменению объема газа $V_2 - V_1$.

При расширении газа силы давления совершают положительную работу, увеличивая объем газа. При сжатии газа внешние силы совершают отрицательную работу, поскольку изменение объема газа в этом случае меньше нуля, ведь при сжатии конечный объем V_2 меньше начального объема V_1.

Если газ содержится в закрытом сосуде, т. е. его объем постоянный, то процесс, происходящий с ним, изохорный. При этом изменение объема газа равно нулю и, значит, работа изменения его объема тоже равна нулю:

$$\text{при } V = const \qquad A = 0$$

Таким образом, при изохорном процессе газ работы не совершает.

В термодинамике любую группу тел или частиц называют термодинамической системой. Если термодинамической системе извне передается некоторое количество теплоты Q , то оно расходуется на изменение внутренней энергии системы ΔU и на совершение системой работы против внешних сил A:

$$Q = \Delta U + A.$$

Полученное выражение получило название первого закона термодинамики (первого начала термодинамики).

Если система получает извне количество теплоты, то в этой формуле перед Q ставится плюс, если отдает его во внешнюю среду, то — минус. Если температура системы повышается, т.е. ее внутренняя энергия увеличивается, то в этой формуле перед ΔU ставится плюс, если она уменьшается, то — минус. Если система расширяется, совершая работу против внешних сил, то в этой формуле перед A ставится плюс, если внешние силы сжимают систему, то — минус.

Применение первого закона термодинамики к изотермическим процессам:

к изотермическому: при $T = \text{const}$ $\Delta U = 0$ и $Q = A$

к изохорному: при $V = \text{const}$ $A = 0$ и $Q = \Delta U$

к изобарному: при $p = \text{const}$ $Q = \Delta U + A$.

Здесь T — абсолютная температура, ΔU — изменение внутренней энергии, Q — количество теплоты, A — работа, V — объем, p — давление.

Пусть газ находится в сосуде с теплоизолированными стенками, через которые тепло не может проникать ни наружу, ни внутрь. Но эти стенки могут растягиваться, т. е. объем газа, как и его давление, и температура, могут изменяться. При этих условиях процесс, протекающий в газе, является адиабатным.

Адиабатным называется процесс, протекающий в термодинамической системе без теплообмена с внешней средой.

Поскольку при адиабатном процессе термодинамическая система не получает и не отдает тепло, то количество теплоты в формуле первого закона термодинамики равно нулю, поэтому применительно к адиабатному процессу первый закон термодинамики примет вид:

$$\text{при } Q = 0 \qquad \Delta U = -A.$$

Применение первого закона термодинамики к адиабатному процессу: при адиабатном процессе изменение внутренней энергии термодинамической системы равно работе системы, взятой со знаком «минус».

При адиабатном процессе работа термодинамической системы против внешних сил может совершаться только за счет запаса внутренней энергии самой системы, поэтому при совершении работы внутренняя энергия системы уменьшается и ее температура понижается. И наоборот, если внешние силы адиабатно совершают над термодинамической системой работу, то ее внутренняя энергия увеличивается и температура повышается. Значит, если внешние силы совершают отрицательную работу, например сжимая газ, то его внутренняя энергия увеличивается, т. е. ее изменение положительно, а если, наоборот, газ, расширяясь, совершает положительную работу против внешних сил, то его внутренняя энергия уменьшается, т. е. ее изменение отрицательно. Поэтому в последнем равенстве стоит знак «минус».

Подчеркнем еще раз: при адиабатном сжатии газа его внутренняя энергия увеличивается и, согласно формуле,

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$$

температура газа повышается, т. е. он нагревается. И наоборот, при адиабатном расширении газа его внутренняя энергия уменьшается и, согласно той же формуле, температура понижается, т. е. газ охлаждается.

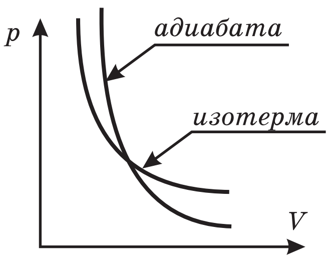


Рис. 76

На графике в координатах p–V адиабата изображается кривой, которая идет круче гиперболы — изотермы (рис. 76).

Процесс в реальном газе можно считать адиабатным, если он протекает очень быстро, столь быстро, что газ не успевает обменяться теплом с внешней средой. Примером такого процесса может служить процесс истечения отработанного газа из сопла ракеты, который резко расширяется и при этом сильно охлаждается.

Работа адиабатного расширения газа согласно первому закону термодинамики:

$$A = -\Delta U,$$

где изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа равно:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\left(T_2 - T_1\right).$$

Тогда формула работы адиабатного изменения объема идеального одноатомного газа будет:

$$A = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT\left(T_1 - T_2\right).$$

При адиабатном сжатии газа совершается большая работа, чем при изотермическом, поскольку при адиабатном сжатии внешние силы затрачивают энергию не только на уменьшение объема газа, но и на его нагревание, а при изотермическом — только на уменьшение объема. Поэтому при адиабатном сжатии давление растет быстрее, чем при изотермическом.

Любые термодинамические процессы со статистически огромным количеством молекул и атомов могут самопроизвольно протекать только в одном направлении, т. е. они необратимы, поскольку вероятность обратного процесса равна нулю. Это утверждение называется вторым законом (вторым началом) термодинамики.

Некоторые другие формулировки второго закона термодинамики:

а) любые самопроизвольные процессы в термодинамической системе, состоящей из статистически огромного числа частиц, всегда переводят эту систему из менее вероятного состояния в более вероятное и никогда наоборот;

б) невозможен самопроизвольный процесс передачи тепла от тел, менее нагретых, телам, более нагретым;

в) невозможно изготовить вечный двигатель второго рода — устройство, в котором бы все тепло, полученное от нагревателя, полностью превращалось бы в механическую работу.

В этом состоит статистический смысл второго закона термодинамики.

Тепловые двигатели — это устройства, в которых тепловая энергия превращается в механическую.

Тепловые двигатели разнообразны как по конструкции, так и по назначению. К ним относятся паровые машины,

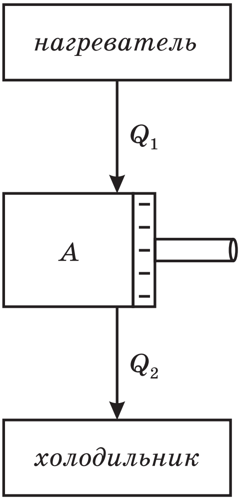


Рис. 77

паровые турбины, двигатели внутреннего сгорания, реактивные двигатели. Однако, несмотря на многообразие, в принципе действия различных тепловых двигателей есть общее. Основными частями любого теплового двигателя являются: нагреватель, рабочее тело и холодильник. На рис. 77 изображена условная схема любого теплового двигателя.

Работа A, совершенная двигателем, равна разности количества теплоты Q_1, полученной от нагревателя, и количества теплоты Q_2, отданной холодильнику:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

Все тепловые двигатели работаютциклично, т. е. все тепловые процессы в них многократно повторяются.

Разные тепловые двигатели при одинаковом количестве теплоты, полученной от нагревателя рабочим веществом, могут совершать разную работу. Работоспособность разных двигателей при одинаковых затратах тепловой энергии характеризуется их коэффициентом полезного действия (КПД η).

Коэффициентом полезного действия теплового двигателя называется отношение работы, совершенной этим двигателем, к количеству теплоты, полученному от нагревателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\,\% \quad \text{или} \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\,\%.$$

КПД любого теплового двигателя всегда меньше $100\,\%$, т. е. не только не может превысить $100\,\%$, но даже стать равным этой величине.

Круговой цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, соответствует максимальному КПД.

Французский инженер Сади Карно в 1824 г. вывел формулу максимального КПД идеального теплового двигателя, в котором рабочим телом являлся идеальный газ и цикл которого состоял из двух изотерм и двух адиабат — цикла Карно.

Формула КПД цикла Карно, т. е. максимального КПД теплового двигателя, имеет вид:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} 100\,\%.$$

Здесь T_1 — абсолютная температура нагревателя, T_2 — абсолютная температура холодильника.

Анализ формулы максимального КПД позволяет наметить пути повышения КПД реальных тепловых двигателей. Для этого нужно увеличить числитель этой формулы, т. е. разность температур нагревателя и холодильника (внешней среды) $T_1 - T_2$. Поскольку изменить температуру внешней среды невозможно, нужно повысить температуру нагревателя, выбирая соответствующие виды топлива. Очевидно, что КПД данного теплового двигателя при одинаковой температуре нагревателя зимой выше, чем летом, так как зимой температура внешней среды ниже. Повышение КПД тепловых двигателей — важная техническая задача.

Парообразованием называют процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное. Обратный процесс называют конденсацией. Парообразование делят на испарение и кипение.

Испарение — это процесс парообразования, происходящий с открытой поверхности жидкости и при любой температуре. Ненасыщенный пар — это пар, в котором число молекул, вылетевших из жидкости, больше числа молекул, вернувшихся в нее. Ненасыщенный пар подчиняется законам идеального газа.

Насыщенный пар — это пар, в котором поддерживается динамическое равновесие между числом молекул, вылетевших из жидкости, и числом молекул, вернувшихся в нее.

Давление и плотность насыщенного пара, а также концентрация его молекул максимальны при данной температуре и не зависят от его объема. при нагревании насыщенный пар становится ненасыщенным. И наоборот, при охлаждении ненасыщенный пар становится насыщенным, Кипение — это процесс парообразования, происходящий не только с открытой поверхности, но и внутри жидкости, при строго определенной для данной жидкости температуре.

Температура кипения зависит от рода жидкости и давления внешней среды. При повышении давления температура кипения увеличивается — и наоборот, при понижении давления температура кипения уменьшается.

Плотность водяного пара в воздухе называется его абсолютной влажностью. Отношение абсолютной влажности воздуха при данной температуре ρ к плотности насыщенного пара при той же температуре $\rho_{нас}$ называется его относительной влажностью:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_{нас}} 100\,\% \,.$$

Относительной влажностью называют также отношение давления ненасыщенного пара в воздухе p при некоторой температуре к давлению насыщенного пара $p_{нас}$ при той же температуре:

$$\varphi = \frac{p}{p_{нас}} 100\,\%$$

Температуру, при которой водяной пар становится насыщенным, называют точкой росы.

Твердые тела делят на кристаллические и аморфные.

Кристаллическими называют вещества, у которых атомы или молекулы расположены в определенном порядке, образуя кристаллическую решетку, где наблюдается повторяемость в их расположении. Основное свойство кристаллических веществ — анизотропия, т.е. различие их физических свойств в разных направлениях. К кристаллическим веществам относятся металлы, глина, кремний, поваренная соль, лед и другие вещества.

Аморфными называют тела, в которых отсутствует упорядоченность в расположении атомов и молекул. Их основное свойство — изотропия, т.е. одинаковость физических свойств в разных направлениях. К аморфным веществам относятся сахар, стекло, каучук, пластмассы и другие вещества.

Процессы плавления и отвердевания у кристаллических и аморфных веществ происходят различно.

Плавлением называют процесс перехода твердого вещества в жидкое состояние. Обратный процесс у кристаллических веществ называется кристаллизацией, а у аморфных — отвердеванием.

В термодинамике рассматривают процессы перехода тепловой энергии от одних тел к другим. Каждое тело обладает своей *внутренней энергией*.

Внутренней энергией называется сумма кинетических и потенциальных энергий всех молекул тела.

Так как у молекул идеального газа нет потенциальной энергии взаимодействия, то внутренней энергией идеального газа называется сумма только кинетических энергий его молекул.

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа определяется формулой

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT \quad \text{или} \quad U = \frac{3}{2}\nu RT.$$

Здесь U — внутренняя энергия газа, m — масса газа, M — молярная масса газа, R — молярная газовая постоянная, T — абсолютная температура, ν — количество вещества или число молей.

Изменить внутреннюю энергию можно двумя путями: путем совершения работы и путем теплопердачи.

Теплопередачей называют передачу тепла от одного тела другому без совершения механической работы или без превращения тепловой энергии в иные виды.

Теплопередачу делят на теплопроводность, конвекцию и излучение.

Теплопроводность — это передача тепла от горячего тела холодному при их соприкосновении.

Конвекция — это передача тепла путем взаимного перемещения теплых и холодных слоев жидкости и газа.

Излучение — это передача тепла с помощью электромагнитных волн.

При теплопередаче тела передают друг другу количество теплоты.

Количество теплоты Q — это мера изменения внутренней энергии тела, происшедшего без совершения механической работы.

Количество теплоты — скалярная величина. Единица измерения ее в СИ — джоуль (Дж).

При нагревании, плавлении и парообразовании тело получает извне количество теплоты, а при охлаждении, кристаллизации и конденсации выделяет его во внешнюю среду. Для характеристики способности вещества поглощать теплоту при нагревании, плавлении или парообразовании и выделять ее при охлаждении, кристаллизации и конденсации, а также при сгорании, введены понятия удельной теплоемкости c, удельной теплоты плавления λ, удельной теплоты парообразования r и удельной теплоты сгорания q.

Удельная теплоемкость c — это величина, равная отношению количества теплоты, полученного при нагревании тела или выделенного при его охлаждении, к массе этого тела и изменению его температуры:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}.$$

Удельная теплоемкость разных веществ приведена в справочной литературе.

Иногда в условии задачи речь идет не об удельной теплоемкости вещества, а о теплоемкости тела C. Это другая величина.

Теплоемкость тела — это величина, равная отношению количества теплоты Q, поглощенной телом при нагревании, к изменению его температуры ΔT при этом:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Теплоемкость тела равна произведению удельной теплоемкости на массу тела:

$$C = cm.$$

Зная удельную теплоемкость или теплоемкость тела, можно определить количество теплоты, которое поглотится при нагревании или выделится при охлаждении данной массы тела на известную разность температур по формулам:

$$Q = cm\,\Delta t = cm(t_2 - t_1),$$

$$Q = cm\,\Delta T = cm(T_2 - T_1),$$

$$Q = C\,\Delta t = C(t_2 - t_1),$$

$$Q = C\,\Delta T = C(T_2 - T_1).$$

Удельная теплота плавления λ — это величина, равная отношению количества теплоты, полученного при плавлении тела или выделенного при его кристаллизации, к массе тела:

$$\lambda = \frac{Q}{m}.$$

Удельная теплота плавления данного вещества равна удельной теплоте его кристаллизации. Определив по справочнику удельную теплоту плавления данного кристаллического вещества, можно вычислить количество теплоты, требуемое для того, чтобы расплавить некоторую массу этого вещества, или которое выделится при кристаллизации, при температуре его плавления по формуле:

$$Q = m\lambda.$$

Следует знать, что вода и лед могут находиться в тепловом равновесии, когда лед не тает, а вода не замерзает, только при 0 °C.

Пока лед не нагреется до 0 °C, он таять не начнет. Так и вода, пока не охладится до 0 °C, не начнет превращаться в лед.

Удельная теплота парообразования r (или L) — это величина, равная отношению количества теплоты, полученному при парообразовании или выделенному при конденсации, к массе вещества:

$$r = \frac{Q}{m}.$$

Удельная теплота парообразования данной жидкости равна ее удельной теплоте конденсации. Ее величину можно найти для каждой жидкости в справочной литературе. Зная удельную теплоту парообразования данной жидкости и ее массу, можно определить количество теплоты, которое поглотит эта жидкость при полном превращении ее в пар в процессе кипения или выделит при конденсации, по формуле

$$Q = mr.$$

Температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении 100 °C — и при этих условиях до более высокой температуры воду нагреть нельзя.

Удельная теплота сгорания q — это величина, равная отношению количества теплоты, выделившегося при сгорании вещества, к его массе:

$$q = \frac{Q}{m}.$$

Удельную теплоту сгорания данного топлива можно найти в справочной литературе.

Зная удельную теплоту сгорания топлива и его массу, можно определить количество теплоты, которое выделится при его полном сгорании, по формуле:

$$Q = mq.$$

Основные формулы молекулярной физики и термодинамики

Формула концентрации молекул

$$\boldsymbol{n} = \frac{N}{V}$$

Здесь n — концентрация (м$^{-3}$), N — количество молекул (безразмерное), V — объем (м^3).

Формула относительной молекулярной массы

$$M_r = \frac{m_o}{\frac{1}{12}m_C}$$

Здесь M_r — относительная молекулярная масса (безразмерная), $m_о$ — масса одной молекулы (кг), m_C — масса атома углерода (кг).

Формула количества вещества (количества молей)

$$\nu = \frac{m}{M}$$

Здесь ν — количество вещества (количество молей) (моль), m — масса вещества (кг), M — молярная масса (кг/моль).

Формулы массы одной молекулы

$$m_о = \frac{m}{N}, \quad m_0 = \frac{M}{N_A}, \quad m_о = \frac{\rho}{n}$$

Здесь $m_о$ — масса одной молекулы (кг), m — масса вещества (кг), N — количество молекул (безразмерное), M — молярная масса (кг/моль), $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — число Авогадро, ρ — плотность вещества (кг/м^3), n — концентрация молкул (м$^{-3}$).

Формулы количества молекул

$$N = nV, \quad N = \nu N_A, \quad N = \frac{m}{m_o}$$

Здесь N — количество молекул (безразмерное), n — концентрация молекул (м$^{-3}$), V — объем (м^3), ν — количество вещества (количество молей) (моль), N_A — число Авогадро (моль$^{-1}$), m — масса вещества (кг), $m_о$ — масса одной молекулы.

Формулы средней квадратичной скорости молекул

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_o}},$$

где $k = \dfrac{R}{N_A}$

Здесь $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с), $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К) — молярная газовая постоянная, T — абсолютная температура (К), M — молярная масса (кг/моль), $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, $m_{о}$ — масса одной молекулы (кг).

Формула объема моля

$$V_{\text{моль}} = \frac{M}{\rho}$$

Здесь $V_{\text{моль}}$ — объем одного моля (м^3/моль), M — молярная масса (кг/моль), ρ — плотность вещества (кг/м^3).

Основное уравнение кинетической теории идеального газа

$$p = \frac{1}{3} m_o n \bar{v}^2, \quad p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

Здесь p — давление газа (Па), $m_{о}$ — масса одной молекулы (кг), n — концентрация молекул (м$^{-3}$), $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с), $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж).

Формула средней кинетической энергии молекул

$$\bar{E}_k = \frac{m_o \bar{v}^2}{2}$$

Здесь $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж), $m_{о}$ — масса одной молекулы (кг), $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с).

Связь шкал Цельсия и Кельвина

$$T = t + 273\,^{\circ}$$

Здесь T — абсолютная температура (К), t — температура по шкале Цельсия.

Связь средней кинетической энергии молекул идеального газа с абсолютной температурой

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT$$

Здесь $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж), k — постоянная Больцмана (Дж/К), T — абсолютная температура (К).

Уравнение состояния идеального газа — уравнение Клапейрона — Менделеева

$$pV = \frac{m}{M}RT, \quad pV = \nu RT, \quad pV_{\text{моль}} = RT$$

Здесь p — давление газа (Па), V — объем (м^3), m — масса газа (кг), M — молярная масса (кг/моль), R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К), T — абсолютная температура (К), ν — количество вещества (количество молей) (моль), $V_{\text{моль}}$ — объем моля (м^3/моль).

Объединенный газовый закон — уравнение Клапейрона

при $m = \text{const}$ $$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

Здесь p_1, V_1, T_1 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, p_2, V_2, T_2 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Закон Бойля — Мариотта (изотермический процесс)

при $T = \text{const}$ и $m = \text{const}$ $\quad p_1V_1 = p_2V_2$

Здесь T — абсолютная температура газа, m — масса газа (кг), p_1 и V_1 — давление (Па) и объем газа (м^3) в первом состоянии, p_2 и V_2 — давление (Па) и объем (м^3) газа во втором состоянии.

Закон Гей-Люссака (изобарный процесс)

при $p = \text{const}$ и $m = \text{const}$ $$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Здесь p — давление газа (Па), m — масса газа (кг), V_1 и T_1 — объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, V_2 и T_2 — объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Закон Шарля

при $V = \text{const}$ и $m = \text{const}$ $\qquad \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{T_1}{T_2}$

Здесь V — объем газа (м^3), m — масса газа (кг), p_1 и T_1 — давление (Па) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, p_2 и T_2 — давление (Па) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Связь давления идеального газа с концентрацией его молекул и температурой

$$p = k\,nT$$

Здесь p — давление газа (Па), k — постоянная Больцмана (Дж/К), n — концентрация молекул газа (м$^{-3}$), абсолютная температура T (К).

Работа при изобарном изменении объема газа

$$A = p\Delta V = p(V_2 - V_1)$$

Здесь A — работа (Дж), p — давление газа (Па), ΔV — изменение объема газа (м^3), V_1 и V_2 — соответственно начальный и конечный объемы газа (м^3).

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT, \quad U = \frac{3}{2}\nu RT,$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$$

Здесь U — внутренняя энергия газа (Дж), m — масса газа (кг), M — молярная масса газа (кг/моль), R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К), T — абсолютная температура (К), ν — количество вещества или число молей (моль), ΔU — изменение внутренней энергии (Дж), ΔT — изменение температуры (К).

Первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A$$

Здесь Q — количество теплоты, переданное термодинамической системе (Дж), ΔU — изменение внутренней энергии системы (Дж), A — работа против внешних сил (Дж).

Применение первого закона термодинамики к термодинамическим процессам

к изотермическому: при $T = \mathrm{const}$ $\Delta U = 0$ и $Q = A$;
к изохорному: при $V = \mathrm{const}$ $A = 0$ и $Q = \Delta U$;
к изобарному: при $p = \mathrm{const}$ $Q = \Delta U + A$;
к адиабатному: при $Q = 0$ $\Delta U = -A$

Здесь T — абсолютная температура (К), ΔU — изменение внутренней энергии (Дж), Q — количество теплоты (Дж), A — работа (Дж), V — объем (м^3), p — давление (Па).

Коэффициент полезного действия теплового двигателя

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\,\%, \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\,\%$$

Здесь η — коэффициент полезного действия (безразмерный или в %), $A = Q_1 - Q_2$ — работа, совершенная двигателем (Дж), Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим веществом от нагревателя (Дж), Q_2 — количество теплоты, отданное рабочим веществом холодильнику (Дж).

Коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} 100\,\%$$

Здесь η — коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя (безразмерный или в %), T_1 — абсолютная температура нагревателя (К), T_2 — абсолютная температура холодильника (К)

Формулы относительной влажности

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_{нас}} 100\,\%, \quad \varphi = \frac{p}{p_{нас}} 100\,\%$$

Здесь φ — относительная влажность (безразмерная или в %), ρ — плотность водяного пара в воздухе при данной температуре (кг/м^3), $\rho_{нас}$ — плотность насыщенного водяного пара при той же температуре (кг/м^3), p — давление водяного пара в воздухе при данной температуре (Па),

$p_{нас}$ — давление насыщенного водяного пара в воздухе при той же температуре (Па)

Формулы количества теплоты при нагревании или охлаждении тел

$$Q = cm\Delta t = cm(t_2 - t_1),$$

$$Q = cm\Delta T = cm(T_2 - T_1),$$

$$Q = C\Delta t = C(t_2 - t_1),$$

$$Q = C\Delta T = C(T_2 - T_1)$$

Здесь Q — количество теплоты, переданное телу при нагревании или отданное им при охлаждении (Дж), c — удельная теплоемкость вещества (Дж/(кг · К), m — масса тела (кг), Δt — изменение температуры тела по шкале Цельсия, t_1 и t_2 — температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты по шкале Цельсия, ΔT — изменение абсолютной температуры тела (К), T_1 и T_2 — абсолютные температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты (К), $C = cm$ — теплоемкость тела (Дж/К).

Формула количества теплоты при плавлении или кристаллизации

$$Q = m\lambda$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж), m — масса тела (кг), λ — удельная теплота плавления вещества (Дж/кг).

Формула количества теплоты при парообразовании или конденсации

$$Q = mr$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж), m — масса тела (кг), r — удельная теплота парообразования (Дж/кг).

Формула количества теплоты при сгорании топлива

$$Q = mq$$

Здесь Q — количество выделившейся теплоты, m — масса топлива (кг), q — удельная теплота сгорания (Дж/кг).

Решение задач молекулярной физики и термодинамики

Задача 1. Во сколько раз число атомов в 12 кг углерода превышает число молекул в 16 кг кислорода?

Обозначим m_1 массу углерода, m_2 — массу кислорода, ν_1 — количество молей (количество вещества) углерода, ν_2 — количество молей кислорода, M_1 — молярную массу углерода, M_2 — молярную массу кислорода, N_A — число Авогадро, N_1 — число атомов углерода, N_2 — число атомов кислорода.

Дано:
$m_1 = 12$ кг
$m_2 = 16$ кг
$M_1 = 0{,}012$ кг/моль
$M_2 = 0{,}032$ кг/моль

$\frac{N_1}{N_2}$ – ?

Решение

Число молекул углерода N_1 можно найти, умножив число молей углерода ν_1 на число молекул в каждом моле, т.е. на число Авогадро N_A:

$$N_1 = \nu_1 N_A. \quad (1)$$

Число молей углерода ν_1 найдем, разделив массу углерода m_1, т.е. массу всех его молей, на массу каждого моля M_1, т.е. на молярную массу углерода:

$$\nu_1 = \frac{m_1}{M_1}. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) вместо ν_1 в правую часть формулы (1), мы найдем искомое число молекул углерода в общем виде:

$$N_1 = \frac{m_1}{M_1} N_A. \qquad (3)$$

Аналогично определим число молекул кислорода N_2:

$$N_2 = \frac{m_2}{M_2} N_A. \qquad (4)$$

Нам осталось разделить (3) на (4), и задача в общем виде будет решена:

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{m_1N_AM_2}{M_1m_2N_A}=\frac{m_1M_2}{m_2M_1}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{12\cdot 0{,}032}{16\cdot 0{,}012}=2.$$

Ответ: $N_1/N_2=2$.

Таким образом, число молекул углерода вдвое больше числа молекул кислорода.

Задача 2. Определить число атомов в 1 $м^3$ меди. Молярная масса меди $M = 0{,}0635$ кг/моль, ее плотность $\rho = 900$ кг/$м^3$.

Обозначим V объем меди, M — ее молярную массу, ρ — плотность меди, m_0 — массу каждого атома, $N_А$ — число Авогадро, N — число атомов меди в объеме V.

Дано:
$V = 1$ $м^3$
$M = 0{,}0635$ кг/моль
$\rho = 900$ кг/$м^3$
$N_А = 6{,}02\cdot 10^{23}$ $моль^{-1}$

N — ?

Решение

Число атомов N в объеме V можно найти, умножив концентрацию атомов n, т.е. число атомов в единице объема, на объем V:

$$N = nV. \qquad (1)$$

Концентрацию атомов n найдем, разделив плотность меди ρ, т.е. массу единицы объема меди, на массу каждого атома меди m_0:

$$n=\frac{\rho}{m_0}. \qquad (2)$$

Массу каждого атома меди определим, разделив массу атомов в одном моле, т.е. ее атомную массу M, на число атомов в одном моле, т.е. на число Авогадро N_A:

$$m_0=\frac{M}{N_A}. \qquad (3)$$

Подставим (3) в (2). Так мы «уйдем» от не известной нам массы атома меди:

$$n=\frac{\rho N_A}{M}. \qquad (4)$$

Теперь подставим правую часть равенства (4) вместо концентрации n в формулу (1). Так мы решим задачу в общем виде:

$$N = \frac{\rho N_A}{M} V.$$

Произведем вычисления:

$$N = \frac{900 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{0{,}0635} \approx 8{,}5 \cdot 10^{27}.$$

Ответ: $N = 8{,}5 \cdot 10^{27}$.

Задача 3. Плотность алмаза 3500 кг/м^3. Какой объем займут 10^{22} атомов этого вещества?

Обозначим ρ плотность алмаза, N — число молекул, ν — количество молей (количество вещества) алмаза в объеме V, m — масса алмаза, M — молярная масса алмаза, $N_А$ — число Авогадро.

Указание: алмаз состоит из атомов углерода, поэтому его молярная масса 0,012 кг/моль.

Дано:
$\rho = 3500$ кг/моль
$N = 10^{22}$
$M = 0{,}012$ кг/моль

V — ?

Решение

Объем алмаза V найдем, разделив его массу m на массу каждой единицы объема, т.е. на плотность ρ:

$$V = \frac{m}{\rho}. \qquad (1)$$

Массу алмаза можно найти, умножив число молей в этой массе ν на массу каждого моля, т.е. на молярную массу алмаза M:

$$m = \nu M. \qquad (2)$$

Число молей ν определим, разделив все число молекул N на число молекул в каждом моле, т.е. на число Авогадро $N_А$:

$$\nu = \frac{N}{N_A}. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (3) вместо ν в (2), а то, что получится после этой подстановки, — вместо массы m в формулу (1). Проделаем эти действия:

$$m = \frac{N}{N_A}M \quad \text{и} \quad V = \frac{NM}{N_A \rho}.$$

Произведем вычисления:

$$V = \frac{10^{22} \cdot 0{,}012}{6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot 3500}\ \text{м}^3 \approx 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \text{м}^3.$$

Ответ: $V = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ м^3.

Задача 4. Как изменится давление газа, если концентрация его молекул увеличится в 3 раза, а средняя скорость молекул уменьшится в 3 раза?

Обозначим n_1 начальную концентрацию молекул газа, n_2 — их конечную концентрацию, $\bar{v}_1$ — начальную среднюю скорость молекул газа, $\bar{v}_2$ — их конечную среднюю скорость, m_0 — массу молекулы газа, p_1 — начальное давление газа, p_2 — его конечное давление.

Дано:

$\frac{n_2}{n_1} = 3$

$\frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2} = 3$

$\frac{p_2}{p_1}$ — ?

Решение

Все названные выше величины входят в основное уравнение кинетической теории идеального газа, поэтому с него мы и начнем. Запишем это уравнение для первого и второго состояний газа:

$$p = \frac{1}{3}m_0 n\overline{v_1^2} \quad \text{и} \quad p = \frac{1}{3}m_0 n\overline{v_2^2}.$$

Теперь разделим левые и правые части этих уравнений друг на друга. От этого равенство не нарушится, а неизвестная нам масса молекулы сократится, и мы сможем найти искомое отношение давлений. Будем делить второе уравнение на первое, нам ведь надо найти отношение p_2/p_1:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{1}{3}m_0 n_2 \overline{v_2^2}}{\frac{1}{3}m_0 n_1 \overline{v_1^2}} = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{\bar{v}_2}{\bar{v}_1}\right)^2 \quad \text{или} \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{n_2}{n_1}}{\left(\frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2}\right)^2} = \frac{3}{(3)^2} = \frac{1}{3}.$$

Мы вычислили, что конечное давление втрое меньше начального, значит, оно уменьшится в 3 раза.

Ответ: $p_2/p_1 = 1/3$.

Задача 5. В колбе объемом 1,2 л содержится $3 \cdot 10^{22}$ атомов гелия. Какова средняя кинетическая энергия каждого атома? Давление газа в колбе 10^5 Па.

Обозначим V объем колбы, равный объему газа в ней, N — число молекул гелия в колбе, p — давление газа, n — концентрацию молекул, $\bar{E}$ — среднюю кинетическую энергию молекул гелия.

Дано:	***Решение***
$V = 1{,}2$ л $N = 3 \cdot 10^{22}$ $p = 10^5$ Па	Среднюю кинетическую энергию молекул гелия найдем из формулы, связывающей ее с концентрацией молекул в колбе n и давлением газа p:
$\bar{E}$ — ?	

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E},$$

откуда

$$\bar{E} = \frac{3p}{2n}.$$

Концентрация молекул гелия n равна отношению числа молекул N в объеме V к этому объему:

$$n = \frac{N}{V}.$$

Нам осталось подставить правую часть этого выражения вместо n в предыдущую формулу, и задача в общем виде будет решена:

$$\bar{E} = \frac{3pV}{2N}.$$

Переведем в единицы СИ размерность объема:
$1{,}2 \text{ л} = 0{,}0012 \text{ м}^3$.

Произведем вычисления:

$$\bar{E} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 0{,}0012}{2 \cdot 3 \cdot 10^{22}} = 6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Ответ: $\bar{E} = 6 \cdot 10^{-21}$ Дж.

Задача 6. Вычислить среднюю квадратичную скорость молекул газа, если его масса $m = 6$ кг, объем $V = 4{,}9$ м^3 и давление $p = 200$ кПа.

Обозначим $\bar{v}^2$ среднюю квадратичную скорость молекул, m_0 — массу каждой молекулы газа, n — концентрацию молекул, N —все число молекул в этом объеме. Остальные величины обозначены в условии задачи.

Дано:
$m = 6$ кг
$V = 4{,}9$ м^3
$p = 200$ кПа
$\bar{v}^2$ — ?

Решение

Среднюю квадратичную скорость молекул газа найдем из основного уравнения кинетической теории, в которое входит и эта величина:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \ \bar{v}^2,$$

откуда

$$\bar{v}^2 = \frac{3p}{m_0 n}.$$

Концентрация молекул газа n равна отношению их числа N в объеме V к этому объему:

$$n = \frac{N}{V}.$$

Подставим последнее выражение в предыдущую формулу и посмотрим, что получится:

$$\bar{v}^2 = \frac{3pV}{m_0 N}.$$

Произведение массы каждой молекулы m_0 на их число N в объеме V равно массе m всех молекул в этом объеме, которая нам известна. Значит, заменив произведение $m_0 N$ в знаменателе последней формулы на массу всего газа m, мы решим задачу в общем виде:

$$m_0 N = m,$$

поэтому

$$\bar{v}^2 = \frac{3pV}{m}.$$

Выразим единицу давления в СИ:

$200 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^2 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \text{ Па} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}.$

Произведем вычисления:

$$\bar{v}^2 = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 4{,}9}{6} = 4{,}9 \cdot 10^5 \ \text{м}^2/\text{с}^2.$$

Ответ: $\bar{v}^2 = 4{,}9 \cdot 10^5$ м^2/с^2.

Задача 7. Где больше молекул: в комнате объемом 50 м^3 при нормальном атмосферном давлении и температуре 20 °С или в стакане воды объемом 200 см^3?

Обозначим: V_1 объем комнаты, p — давление воздуха, t — температуру воздуха в комнате по шкале Цельсия, T — абсолютную температуру воздуха, т.е. его температуру по шкале Кельвина, V_2 — объем воды в стакане, N_1 — число молекул воздуха в комнате, N_2 — число молекул воды в стакане, k — постоянную Больцмана, m — массу воды в стакане, $m_о$ — массу молекулы воды, ρ — плотность воды, M — молярную массу воды, $N_А$ — число Авогадро.

Дано:

$V_1 = 50$ м^3
$p = 10^5$ Па
$t = 20$ °С
$V_2 = 200$ см^3
$k = 1{,}38 \cdot 10^{23}$ Дж/К
$\rho = 10^3$ кг/м^3
$M = 0{,}018$ кг/моль
$N_А = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$

N_1 — ?
N_2 — ?

Решение

Число молекул N_1 воздуха в комнате найдем из формулы

$p = knT$, где $n = \dfrac{N_1}{V_1}$, поэтому

$$p = k\frac{N_1}{V_1}T,$$

откуда

$$N_1 = \frac{pV_1}{kT}. \qquad (1)$$

Здесь $T = t + 273 = 20 + 273 = = 293$ К.

Поскольку тепервсе величины в формуле (1) известны, вычислим N_1:

$$N_1 = \frac{10^5 \cdot 50}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 293} = 1{,}2 \cdot 10^{27}.$$

Число молекул воды N_2 можно найти, разделив массу воды в стакане m на массу одной молекулы $m_о$:

$$N_2 = \frac{m}{m_0}. \qquad (2)$$

Массу всей воды в стакане найдем, умножив ее плотность ρ, т.е. массу каждой единицы объема воды, на объем воды V_2:

$$m = \rho V_2. \qquad (3)$$

Выразим объем воды в единицах СИ:
200 см^3 = 200 · 10^{-6} м^3 = 2 · 10^{-4} м^3.

Массу одной молекулы воды m_0 найдем, разделив молярную массу воды M, т.е. массу всех молекул в одном моле воды, на их число в нем, т.е. на число Авогадро $N_А$:

$$m_0 = \frac{M}{N_A}. \qquad (4)$$

Подставив (3) и (4) в (2), мы найдем число молекул в стакане воды:

$$N_2 = \frac{\rho V_2 N_A}{M}.$$

Вычислим это число молекул:

$$N_2 = \frac{10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{22}}{0{,}018} = 6{,}7 \cdot 10^{22}.$$

Сравнив численные величины N_1 и N_2, мы увидим, что число молекул воздуха в комнате больше, чем число молекул воды в стакане.

Ответ: $N_1 = 1{,}2 \cdot 10^{27}$, $N_2 = 6{,}7 \cdot 10^{22}$, в комнате молекул воздуха больше, чем молекул в стакане воды.

Задача 8. На сколько процентов увеличивается средняя квадратичная скорость молекул воды в нашей крови при повышении температуры от 37 до 40 °С?

Обозначим t_1 начальную температуру, t_2 — конечную температуру, $\bar{v}_1$ — среднюю квадратичную скорость молекул при 37 °С, $\bar{v}_2$ — среднюю квадратичную скорость молекул при 40 °С, $\Delta\bar{v}$ — изменение средней квадратичной скорости молекул, k — постоянную Больцмана, m_0 — массу молекулы воды.

Дано:
$t_1 = 37$ °C
$t_2 = 40$ °C
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

$\dfrac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}_1}100\%$ — ?

Решение

Нам надо найти относительное изменение скорости молекул воды, выраженное в процентах. Абсолютное изменение скорости молекул $\Delta\bar{v}$ равно разности между средней квадратичной скоростью молекул $\bar{v}_2$ при температуре 40 °C и средней квадратичной скоростью молекул $\bar{v}_1$ при 37 °C:

$$\Delta\bar{v} = \bar{v}_2 - \bar{v}_1.$$

По формуле средней квадратичной скорости

$$\bar{v}_1 = \sqrt{\frac{3kT_1}{m_0}} \tag{1}$$

$$\text{и } \bar{v}_2 = \sqrt{\frac{3kT_2}{m_0}},$$

поэтому

$$\Delta\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT_2}{m_0}} - \sqrt{\frac{3kT_1}{m_0}} = \sqrt{\frac{3k}{m_0}}\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right). \tag{2}$$

Нам осталось разделить (2) на (1) и, выполнив сокращения, выразить полученное отношение в процентах:

$$\frac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}_1}100\% = \frac{\sqrt{\frac{3k}{m_0}}\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right)}{\sqrt{\frac{3kT_1}{m_0}}}100\% = \frac{\sqrt{\frac{3k}{m_0}}\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right)}{\sqrt{\frac{3k}{m_0}}\sqrt{T_1}}100\% =$$

$$= \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{\sqrt{T_1}}100\% = \left(\frac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}} - \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_1}}\right)100\% = \boxed{\left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - 1\right)100\%}$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и произведем вычисления: 37 °C = 310 K, 40 °C = 313 K.

$$\frac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}_1}100\% = \left(\sqrt{\frac{313}{310}} - 1\right)100\% = 0{,}48\ \%\,.$$

Ответ: $\frac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}_1}100\% = 0{,}48\ \%$.

Задача 9. Во сколько раз изменится температура идеального газа, если его объем увеличится в 4 раза в процессе, подчиняющемся выражению $pV^2 = \mathrm{const}$?

Обозначим V_1 начальный объем, V_2 — конечный объем, p_1 — начальное давление, p_2 — конечное давление, T_1 — начальную температуру, T_2 — конечную температуру.

Дано:

$V_2 = 4V_1$

$pV^2 = \mathrm{const}$

$\frac{T_2}{T_1}$ — ?

Решение

В этом процессе изменяются все три параметра состояния данной массы идеального газа: и давление, и объем, и температура, поэтому воспользуемся объединенным газовым законом:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2},$$

откуда

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2V_2}{p_1V_1}\,. \tag{1}$$

Согласно выражению, которому подчиняется процесс,

$$p_1V_1^2 = p_2V_2^2,$$

откуда

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2. \tag{2}$$

Подставим правую часть равенства (2) в выражение (1). Получим:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_1^2}{V_2^2}\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{4V_1} = \frac{1}{4},\quad T_2 = \frac{T_1}{4},$$

т.е. температура уменьшится в 4 раза.

Ответ: температура уменьшится в 4 раза.

Задача 10. На графике (рис. 78) изображен процесс изотермического расширения азота массой 100 г. Определить температуру азота.

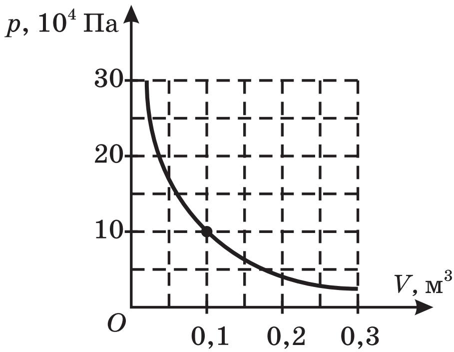


Рис. 78

Обозначим m массу азота, p — его давление, V — объем азота, M — его молярную массу, T — температуру азота, R — молярную газовую постоянную.

Дано:
$m = 100$ г $= 0{,}1$ кг
$p = 10 \cdot 10^4$ Па
$V = 0{,}1$ м^3
$M = 0{,}028$ кг/моль

T — ?

Решение

Если внимательно рассмотреть рис. 78, то можно заметить, что изотерма проходит через точку, соответствующую давлению $p = 10 \cdot 10^5$ Па и объему $V = 0{,}1$ м^3. Согласно уравнению состояния идеального газа — уравнению Менделеева – Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

откуда

$$T = \frac{pVM}{mR}.$$

$$T = \frac{10 \cdot 10^4 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}028}{0{,}1 \cdot 8{,}31} \text{ К} = 337 \text{ К}.$$

Ответ: $T = 337$ К.

Задача 11. В баллоне с газом имелась щель, через которую газ просачивался. При нагревании этого газа его температура повысилась в 3 раза, а давление увеличилось в 1,5 раза. Во сколько раз изменилась масса газа в баллоне?

Обозначим m_1 массу газа в баллоне до утечки газа, m_2 — массу газа в баллоне после утечки, p_1 — начальное давление, p_2 — конечное давление, T_1 — начальную температуру, T_2 — конечную температуру, M — молярную массу газа, R — молярную газовую постоянную.

Дано:

$T_2 = 3T_1$

$p_2 = 1{,}5p_1$

$\dfrac{m_1}{m_2}$ — ?

Решение

Воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона с учетом, что объем баллона и газа в нем не менялся. Запишем это уравнение для первого и второго состояний газа:

$$p_1V = \frac{m_1}{M}RT_1 \quad \text{и} \quad p_2V = \frac{m_2}{M}RT_2.$$

Теперь разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{p_1V}{p_2V} = \frac{m_1RT_1M}{Mm_2RT_2},$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1T_1}{m_2T_2},$$

откуда

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p_1T_2}{p_2T_1} = \frac{p_1 \cdot 3T_1}{1{,}5p_1 \cdot T_1} = 2, \quad m_2 = \frac{m_1}{2}.$$

Ответ: масса газа уменьшилась в 2 раза.

Задача 12. Три сферы радиусами 4 см, 8 см и 10 см заполнены газом и соединены тонкими трубками, перекрытыми кранами. Давление газа в левой сфере 0,2 МПа, давление газа в средней сфере 0,4 МПа, давление газа в правой сфере 0,8 МПа. Каким станет давление газа, если оба крана открыть?

Дано:
$R_1 = 4$ см
$R_2 = 8$ см
$R_3 = 10$ см
$p_{01} = 0{,}2$ МПа
$p_{02} = 0{,}4$ МПа
$p_{03} = 0{,}8$ МПа

p — ?

Решение

Когда краны откроют, газы перемешаются и каждый газ займет объем, равный $V_1 + V_2 + V_3$. Согласно закону Дальтона давление смеси газов p равно сумме парциальных давлений p_1, p_2 и p_3 каждого газа в этой смеси:

$$p = p_1 + p_2 + p_3.$$

Поскольку температура и масса каждого газа не менялись, для нахождения их парциальных давлений применим закон Бойля – Мариотта:

$$p_{01}V_1 = p_1(V_1 + V_2 + V_3),$$

откуда

$$p_1 = \frac{p_{01}V_1}{V_1 + V_2 + V_3}. \qquad (1)$$

Объемы шаров выразим через их радиусы, которые нам даны:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3, \; V_2 = \frac{4}{3}\pi R_2^3 \text{ и } V_3 = \frac{4}{3}\pi R_3^3.$$

Подставим правые части этих равенств вместо объемов в формулу (1):

$$p_1 = \frac{4\pi p_{01}R_1^3}{3\left(\frac{4}{3}\pi R_1^3 + \frac{4}{3}\pi R_2^3 + \frac{4}{3}\pi R_3^3\right)} = \frac{p_{01}R_1^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}. \qquad (2)$$

Аналогичные формулы запишем сразу для давлений p_2 и p_3:

$$p_2 = \frac{p_{02}R_2^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3} \qquad (3)$$

и

$$p_3 = \frac{p_{03}R_3^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}. \qquad (4)$$

Нам осталось подставить правые равенств (2), (3) и (4) в формулу (1), и задача будет решена. Поскольку знаменатели их одинаковы, запишем их под одной чертой:

$$p = \frac{p_{01}R_1^3 + p_{02}R_2^3 + p_{03}R_3^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}.$$

Задача в общем виде решена. Можно оставить давление в мегапаскалях, ведь все кубические сантиметры сократятся. Подставим числа и вычислим:

$$p = \frac{0{,}2 \cdot 4^3 + 0{,}4 \cdot 8^3 + 0{,}8 \cdot 10^3}{4^3 + 8^3 + 10^3} \text{ МПа} = 0{,}65 \text{ МПа}.$$

Ответ: $p = 0{,}65$ МПа.

Задача 13. Газ сжат изотермически от объема $V_1 = 8$ л до объема $V_2 = 6$ л. Давление при этом возросло на $\Delta p = 4$ кПа. Каким было начальное давление p_1?

Обозначим T температуру газа, p_2 — его конечное давление. Остальные величины в этой задаче уже имеют буквенные обозначения.

Дано:
$T = \text{const}$
$V_1 = 8$ л
$V_2 = 6$ л
$\Delta p = 4$ кПа

p_1 — ?

Решение

Поскольку данная масса газа находилась при неизменной температуре, т.е. происходящий в газе процесс был изотермическим, применим для решения этой задачи закон Бойля – Мариотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2. \qquad (1)$$

Конечное давление p_2 нам не дано, но его можно представить как сумму начального давления p_1 и изменения давления Δp:

$$p_2 = p_1 + \Delta p. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1) и, выполнив несложные алгебраические преобразования, найдем начальное давление p_1:

$$p_1 V_1 = (p_1 + \Delta p) V_2, \qquad p_1 V_1 = p_1 V_2 + \Delta p V_2,$$

$$p_1 V_1 - p_1 V_2 = \Delta p V_2, \qquad p_1 (V_1 - V_2) = \Delta p V_2,$$

откуда

$$p_1 = \frac{\Delta p V_2}{V_1 - V_2}.$$

Здесь не обязательно переводить все размерности в СИ, ведь литры сократятся и останется ответ в килопаскалях. Произведем вычисления:

$$p_1 = \frac{4 \cdot 6}{8-6} \text{ кПа} = 12 \text{ кПа}.$$

Ответ: $p_1 = 12$ кПа.

Задача 14. Компрессор, обеспечивающий работу отбойных молотков, засасывает из атмосферы $V = 100$ л воздуха за 1 с. Сколько отбойных молотков может работать от этого компрессора, если для каждого молотка необходимо $V_1 = 100$ см^3 воздуха в 1 с при давлении $p = 5$ МПа? Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа.

Обозначим N количество отбойных молотков, T — температуру воздуха. Остальные величины, необходимые для решения этой задачи, уже обозначены.

Дано:
$V = 100$ л
$V_1 = 100$ см^3
$p = 5$ МПа
$p_0 = 100$ кПа
$T = \text{const}$

N —?

Решение

Для N молотков компрессор засасывает каждую секунду воздух объемом V. Значит, для одного молотка компрессор засасывает воздух объемом $\frac{V}{N}$ при атмосферном давлении p_0. Затем этот воздух сжимается при постоянной температуре, т.е. изотермически, до объема V_1 и давления p_1. По закону Бойля – Мариотта, произведение давления данной массы воздуха на его объем при неизменной температуре есть величина постоянная, поэтому мы можем записать:

$$p_0 \frac{V}{N} = pV_1.$$

Отсюда найдем число молотков N:

$$N = \frac{p_0 V}{pV_1}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
$100 \text{ л} = 100 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 0{,}1 \text{ м}^3$,

$100\ см^3 = 100 \cdot 10^{-6}\ м^3 = 10^{-4}\ м^3$,
$5\ МПа = 5 \cdot 10^6\ Па$,
$100\ кПа = 10^5\ Па$.
Произведем вычисления:

$$N = \frac{10^5 \cdot 0{,}1}{5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-4}} = 20.$$

Ответ: $N = 20$.

Задача 15. На рис. 79 изображен термодинамический цикл в координатах p — V, происходящий в газе. При этом цикле внутренняя энергия газа увеличилась на 500 кДж. Какое количество теплоты было передано газу?

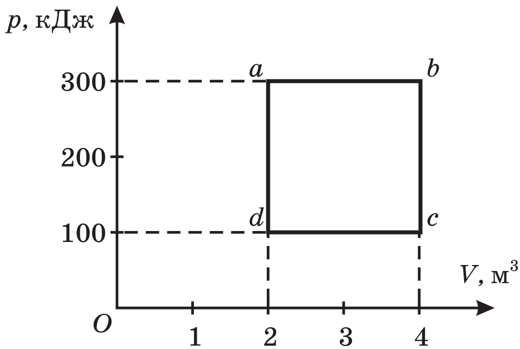


Рис. 79

Обозначим p давление газа, V — его объем, ΔU — изменение внутренней энергии, Q — количество теплоты, A — совершенную работу.

Дано:
$p_1 = 100$ кПа
$p_2 = 300$ кПа
$V_1 = 2\ м^3$
$V_2 = 4\ м^3$
$\Delta U = 500$ кДж

Q — ?

Решение

По первому закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A.$$

Работа, совершенная за термодинамический цикл, численно равна площади прямоугольника $abcd$. А площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Поэтому

$$A = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1).$$

С учетом этого равенства,

$$Q = \Delta U + (p_2 - p_1)(V_2 - V_1).$$

$$Q = 500 \cdot 10^3 \text{ Дж} + (300 \cdot 10^3 - 100 \cdot 10^3)(4 - 2) \text{ Дж} = \\ = 900 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 900 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 900$ кДж.

Задача 16. На рис. 80 изображен термодинамический процесс изменения состояния идеального газа в координатах p — T. В этом процессе газ отдал внешней среде 10 кДж теплоты. Чему равна работа внешних сил?

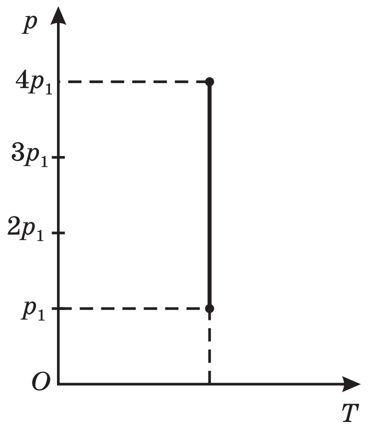


Рис. 80

Обозначим p давление газа, T — его температуру, ΔU — изменение внутренней энергии, Q — количество теплоты, A — совершенную работу.

Дано:	Решение
$Q = 10$ кДж $T = \text{const}$	Из графика на рис. 80 следует, что это изотермический процесс. А при изотермическом процессе изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$. Но тогда,
A — ?	

согласно первому закону термодинамики,

$$Q = \Delta U + A,$$

при $\Delta U = 0$ работа внешних сил $A = Q = 10$ кДж.

Ответ: $A = 10$ кДж.

Задача 17. Идеальный одноатомный газ, находящийся в теплоизолированном сосуде объемом V под давлением p, заперт поршнем массой M (рис. 81). Справа поршень удерживают упоры 1 и 2, не давая газу расширяться. В поршень попадает пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью v, и застревает в нем. Считая, что всю механическую энергию поршень передаст газу, определить, во сколько раз повысится температура газа. Процесс в газе изобарный.

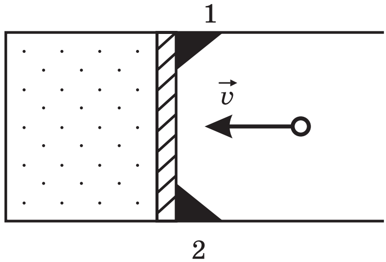


Рис. 81

Обозначим E_k всю кинетическую энергию поршня с застрявшей в нем пулей, ΔU — увеличение внутренней энергии газа, A — работу изобарного сжатия газа, R — молярную газовую постоянную, ν — количество молей газа, ΔT — изменение температуры газа, T_1 — начальную температуру газа, T_2 — конечную температуру газа.

Дано:
V
p
M
m
v
$\dfrac{T_2}{T_1}$ — ?

Решение

Согласно условию задачи, вся кинетическая энергия поршня с застрявшей в нем пулей E_k пойдет на увеличение внутренней энергии газа ΔU и на совершение отрицательной работы изобарного сжатия газа A:

$$E_k = \Delta U - A.$$

Воспользовавшись формулами кинетической энергии, изменения внутренней энергии идеального одноатомного газа и работы при изобарном процессе в газе, запишем:

$$E_k = \frac{(m+M)v_0^2}{2}, \quad \Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T, \quad A = p\Delta V = \nu R\Delta T .$$

Здесь v_0 — скорость поршня с пулей сразу после попадания в него пули. Подставив правые части этих выражений в предыдущую формулу, получим:

$$\frac{(m+M)v_0^2}{2} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T - \nu R\Delta T = \frac{1}{2}\nu R\Delta T,$$

$$(m+M)v_0^2 = \nu R\Delta T,$$

откуда

$$\Delta T = \frac{(m+M)v_0^2}{\nu R}. \quad (1)$$

Искомое отношение

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}. \quad (2)$$

Начальную температуру газа T_1 найдем из уравнения Менделеева — Клапейрона, записав его для первого состояния газа:

$$pV = \nu RT_1,$$

откуда

$$T_1 = \frac{pV}{\nu R}. \quad (3)$$

Подставим правые части равенств (1) и (3) в формулу (2):

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(m+M)v_0^2 \cdot \nu R}{\nu R \cdot pV} = 1 + \frac{(m+M)v_0^2}{pV}. \quad (4)$$

Нам осталось найти скорость поршня с пулей сразу после попадания в него пули. Ее мы найдем с помощью закона сохранения импульса, согласно которому импульс летящей пули mv равен импульсу поршня с застрявшей в нем пулей $(m+M)v_0$:

$$mv = (m + M)v_0,$$

откуда

$$v_0 = \frac{mv}{m + M}. \qquad (5)$$

Подставим правую часть равенства (5) в выражение (4):

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(m+M)(mv)^2}{pV(m+M)^2} = 1 + \frac{(mv)^2}{pV(m+M)}.$$

Задача решена.

Ответ: $\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(mv)^2}{pV(m+M)}$.

Задача 18. Определить температуру газа, находящегося в закрытом сосуде, если давление газа увеличивается на $0{,}4\ \%$ первоначального давления при нагревании на 1 К.

Обозначим p_1 начальное давление газа, p_2 — его конечное давление, Δp — изменение давления, T_1 — начальную температуру, T_2 — конечную температуру, ΔT — изменение температуры, V — объем газа.

Дано:

$\frac{\Delta p}{p_1} 100\ \% = 0{,}4\ \%$

$\Delta T = 1$ К

$V = \text{const}$

T_1 — ?

Решение

Поскольку газ находится в закрытом сосуде, процесс его нагревания изохорный и к нему применим закон Шарля:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (1)$$

Конечное давление p_2 равно сумме начального давления p_1 и изменения давления Δp:

$$p_2 = p_1 + \Delta p, \qquad (2)$$

и, кроме того, конечная температура T_2 тоже равна сумме начальной температуры T_1 и ее изменения ΔT:

$$T_2 = T_1 + \Delta T. \qquad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1):

$$\frac{p_1}{p_1+\Delta p}=\frac{T_1}{T_1+\Delta T}$$

или $\dfrac{p_1+\Delta p}{p_1}=\dfrac{T_1+\Delta T}{T_1}$, $\qquad \dfrac{p_1}{p_1}+\dfrac{\Delta p}{p_1}=\dfrac{T_1}{T_1}+\dfrac{\Delta T}{T_1}$,

$1+\dfrac{\Delta p}{p_1}=1+\dfrac{\Delta T}{T_1}$, $\qquad \dfrac{\Delta p}{p_1}=\dfrac{\Delta T}{T_1}$.

Но согласно условию задачи $\dfrac{\Delta p}{p_1}100\,\%=0{,}4\,\%$ или, что то же самое, $\dfrac{\Delta p}{p_1}=0{,}004$, поэтому $\dfrac{\Delta T}{T_1}=0{,}004$, откуда

$$T_1=\frac{\Delta T}{0{,}004}.$$

Подставим числовое значение $\Delta T = 1$ К:

$$T_1=\frac{1}{0{,}004}\text{ К}=250\text{ К}.$$

Ответ: $T_1 = 250$ К.

Задача 19. Плотность некоторого газообразного вещества равна 2,5 кг/м^3 при температуре 10 °С и нормальном атмосферном давлении. Найдите молярную массу этого вещества.

Обозначим ρ плотность этого вещества, t — его температуру по шкале Цельсия, T — его абсолютную температуру, p — давление газа, V — его объем, M — молярную массу, m — массу газа, R — молярную газовую постоянную.

Дано:
$\rho = 2{,}5$ кг/м^3
$t = 10$ °С
$p = 10^5$ Па
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

M — ?

Решение

Для решения воспользуемся уравнением Менделеева — Клапейрона, где затем массу газа выразим через плотность и объем:

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

где масса газа $m = \rho V$, поэтому

$$pV = \frac{\rho V}{M}RT, \quad p = \frac{\rho}{M}RT,$$

откуда

$$M = \frac{\rho RT}{p}.$$

Выразим температуру в единицах СИ:
10 °C = 283 К.
Произведем вычисления:

$$M = \frac{2{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 283}{10^5} \text{ кг/моль} = 0{,}059 \text{ кг/моль}.$$

Ответ: $M = 0{,}059$ кг/моль.

Задача 20. Высота горы на Памире равна 7134 м. Атмосферное давление на этой высоте равно $3{,}8 \cdot 10^4$ Па. Определите плотность воздуха на вершине горы при температуре 0 °C.

Обозначим p давление воздуха на вершине горы, t — температуру по шкале Цельсия, T — абсолютную температуру, V — некоторый объем воздуха, m — массу воздуха в этом объеме, M — молярную массу воздуха, R — молярную газовую постоянную, ρ — плотность воздуха на вершине.

Дано:
$p = 3{,}8 \cdot 10^4$ Па
$t = 0$ °C
$M = 0{,}029$ кг/моль
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

ρ — ?

Решение

Поскольку речь идет о плотности воздуха, для решения задачи можно воспользоваться уравнением Менделеева — Клапейрона, выразив затем массу воздуха через его плотность и объем. Запишем это уравнение применительно к воздуху на вершине:

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

где $m = \rho V$.

С учетом этого

$$pV = \frac{\rho V}{M}RT, \quad p = \frac{\rho}{M}RT,$$

откуда

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

Произведем вычисления:

$$\rho = \frac{3{,}8 \cdot 10^4 \cdot 0{,}029}{8{,}31 \cdot 273}\ \text{кг/м}^3 = 0{,}49\ \text{кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho = 0{,}49$ кг/м^3.

Задача 21. На рис. 82, *а*) дан график изменения состояния идеального газа в координатах V–T. Представьте этот процесс в координатах p–V и p–T.

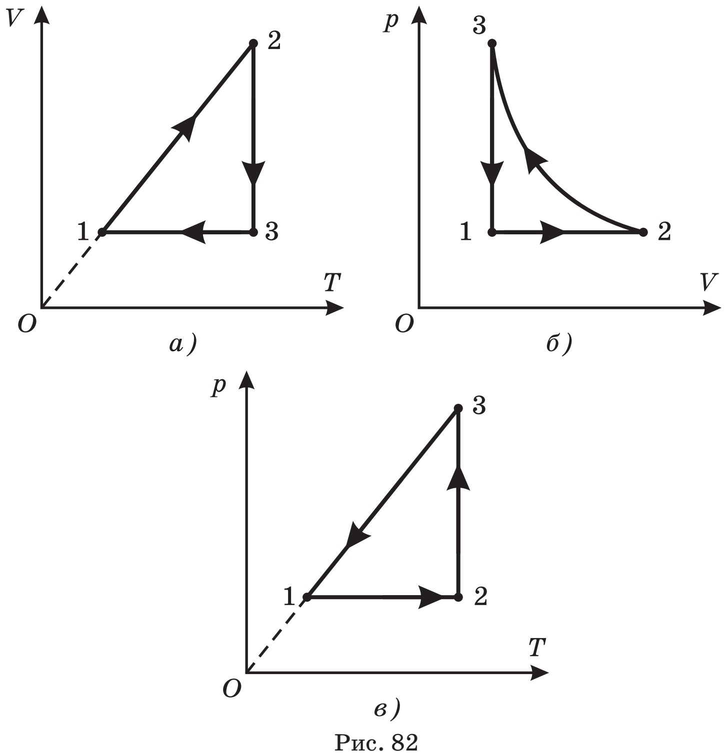


Рис. 82

Решение

На рисунке изображен круговой процесс в идеальном газе, в результате которого газ вернулся в исходное состояние с прежними параметрами. Рассмотрим каждый участок этого процесса.

Участок 1-2. На этом участке объем газа увеличивался прямо пропорционально его абсолютной температуре, значит, это изобарное нагревание и расширение.

Участок 2-3. Здесь температура газа не менялась, а его объем уменьшался. Значит, это изотермическое сжатие, при котором давление газа увеличивается.

Участок 3-1. На этом участке постоянным оставался объем газа, а температура уменьшалась, следовательно, происходило изохорное охлаждение газа, при котором уменьшается его давление.

Построим график этого же кругового процесса в координатных осях $p–V$. Проведем оси координат, обозначим их, поставим точку 1 и подумаем, как надо построить изобару 1-2, чтобы имело место расширение газа. Очевидно, она «пойдет» параллельно оси объемов направо. Ограничим ее точкой 2.

Участок 2-3 соответствует изотермическому сжатию газа с увеличением давления. В координатах $p–V$ изотерма изображается гиперболой, которая «пойдет» справа налево и вверх. Ограничим ее точкой 3, которая должна располагаться строго над точкой 1, ведь последний участок нашего графика представляет собой изохору, которая «пойдет» параллельно оси давлений сверху вниз. Проведем эту изохору от точки 3 до точки 1, замкнув график (рис. 82, б). Одно задание сделано.

Теперь построим этот же график, но уже в координатных осях $p–T$. Проведем оси координат, обозначим их, поставим точку 1 и подумаем, как теперь «пойдет» наша изобара. Очевидно, что так же, как и на рисунке 1, слева направо, параллельно оси температур, ведь температура газа повышается. Ограничим изобару точкой 2.

Следующий участок графика — изотермическое сжатие газа с ростом его давления. Понятно, что изотерма в этом случае должна «идти» вверх, чтобы температура не менялась, причем ее надо вести до точки, которая расположится на одной прямой с точкой 1 и началом координат 0. Обозначим эту точку цифрой 2.

Следующий участок графика — изохорное охлаждение с уменьшением давления. Поскольку давление газа согласно закону Шарля уменьшается прямо пропорционально температуре, наша изохора должна «смотреть» прямо в начало координат, т.е. ее продолжение должно проходить через начало координат — через точки 1 и 0. Проведем ее до точки 1 и в ней замкнем график (рис. 82, в).

Задача 22. В баллоне находится газ при температуре 15 °С. Во сколько раз уменьшится давление газа, если 40 % его выйдет из баллона, а температура при этом понизится на 8 °С?

Обозначим t начальную температуру газа по шкале Цельсия, T — эту же температуру по шкале Кельвина (абсолютную температуру), ΔT — изменение температуры, m — начальную массу газа, Δm — изменение массы газа в баллоне (или массу газа, вышедшего из баллона), V — объем газа, R — молярную газовую постоянную, M — молярную массу газа, p_1 — начальное давление газа в баллоне, p_2 — его конечное давление.

Указание: изменение температуры по шкале Цельсия Δt равно изменению температуры по шкале Кельвина ΔT, т.е. если $\Delta t = 8$ °С, то и $\Delta T = 8$ К.

Дано:

$t = 15$ °С

$\frac{\Delta m}{m} 100\,\% = 40\,\%$

$\Delta T = 8$ К

$\frac{p_1}{p_2}$ — ?

Решение

Поскольку здесь речь идет о массе газа, воспользуемся уравнением Менделеева — Клапейрона, в которое эта масса входит. Запишем это уравнение для первого состояния, когда в баллоне была вся масса газа:

$$p_1 V = \frac{m}{M} RT.$$

После того как из баллона вышла масса газа Δm, в нем осталась масса $m - \Delta m$, и при этом температура газа понизилась на ΔT, т.е. стала равной $T-\Delta T$. Поэтому теперь запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для нового состояния:

$$p_2V=\frac{m-\Delta m}{M}R(T-\Delta T).$$

Теперь, чтобы найти отношение $\frac{p_1}{p_2}$, надо разделить первое уравнение на второе и выполнить сокращения:

$$\frac{p_1V}{p_2V}=\frac{mRTM}{M(m-\Delta m)R(T-\Delta T)},$$

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{mT}{(m-\Delta m)(T-\Delta T)}.$$

Но нам не даны ни масса газа m, ни ее изменение Δm, а дано отношение $\frac{\Delta m}{m}$, выраженное в процентах.

Если $\frac{\Delta m}{m}100\,\%=40\,\%$, то $\frac{\Delta m}{m}=0,4$. Чтобы получить отношение $\frac{\Delta m}{m}$ в последнем уравнении, разделим в его правой части числитель и знаменатель на m (от этого равенство не нарушится):

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{\frac{m}{m}T}{\left(\frac{m}{m}-\frac{\Delta m}{m}\right)(T-\Delta T)},\qquad \frac{p_1}{p_2}=\frac{T}{\left(1-\frac{\Delta m}{m}\right)(T-\Delta T)}.$$

Теперь заменим отношение $\frac{\Delta m}{m}$ его числовым значением $\left(\frac{\Delta m}{m}=0,4\right)$:

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{T}{(1-0,4)(T-\Delta T)}=\boxed{\frac{T}{0,6(T-\Delta T)}}$$

Выразим начальную температуру в единицах СИ:
15 °C = 288 K.

Произведем вычисления:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{288}{0,6(288-8)} = 1,7.$$

Ответ: $p_1/p_2 = 1,7$.

Задача 23. В цилиндре под двумя одинаковыми тонкими поршнями находится сжатый идеальный газ. Расстояния от дна цилиндра до нижнего поршня и от нижнего поршня до верхнего одинаковы и равны h (рис. 83). Давление воздуха под верхним поршнем вдвое больше атмосферного. Вся система находится в равновесии. На верхний поршень надавливают так, что он опускается на место нижнего, сжимая газ. Каким станет расстояние x от нижнего поршня до дна сосуда? Атмосферное давление постоянно.

Обозначим h расстояние от дна цилиндра до нижнего поршня и от нижнего поршня до верхнего, x — расстояние x от нижнего поршня до дна сосуда после сжатия, $p_{атм}$ — атмосферное давление, p_1 — давление газа под верхним поршнем, $p_п$ — давление поршня, V_1 — объем воздуха под верхним поршнем вначале, S — площадь основания поршней и дна цилиндра, p_2 — давление под верхним поршнем после опускания верхнего поршня на место нижнего,

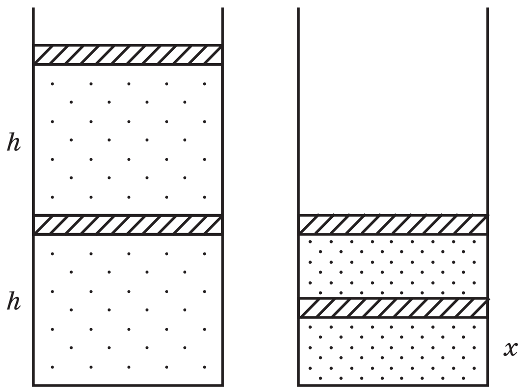


Рис. 83

$p_с$ — давление силы, придавившей поршень, V_2 — новый объем воздуха под верхним поршнем, p_3 — давление газа под нижним поршнем до опускания верхнего, p_4 — давление газа под нижним поршнем после его сжатия, T_3 — объем воздуха под нижнем поршнем после сжатия.

Дано:
h
$p_1 = 2p_{атм}$
$T = \text{const}$

x — ?

Решение

Поскольку об изменении температуры нам ничего не сказано, мы имеем право считать процесс сжатия газа изотермическим. Значит, здесь можно применить закон Бойля — Мариотта, записав его применительно к газу сначала под верхним поршнем, потом под нижним.

Закон Бойля — Мариотта применительно к газу под верхним поршнем будет выглядеть так:

$$p_1V_1 = p_2V_2. \tag{1}$$

Давление газа под верхним поршнем p_1 при равновесии равно сумме атмосферного давления $p_{атм}$ и давления поршня $p_п$:

$$p_1 = p_{атм} + p_п.$$

Но по условию задачи $p_1 = 2p_{атм}$, поэтому $2p_{атм} = p_{атм} + p_п$, откуда

$$p_п = p_{атм}. \tag{2}$$

Объем воздуха под верхним поршнем вначале был равен:

$$V_1 = hS. \tag{3}$$

После опускания верхнего поршня на место нижнего газ под ними сжался и давление под верхним поршнем стало p_2. Теперь оно равно сумме давлений атмосферы $p_{атм}$, поршня $p_п$ и некоторой силы, придавившей поршень, $p_с$:

$$p_2 = p_{атм} + p_п + p_с$$

или с учетом (2)

$$p_2 = 2p_{атм} + p_с. \tag{4}$$

Новый объем воздуха под верхним поршнем станет равен:

$$V_2 = (h - x)S. \tag{5}$$

Подставим равенства $p_1 = 2\,p_{атм}$, (3), (4) и (5) в формулу (1):

$$2p_{атм}hS = (2p_{атм} + p_с)(h - x)S$$

или после сокращения S

$$2p_{атм}h = (2p_{атм} + p_с)(h - x). \tag{6}$$

Теперь перейдем к газу под нижним поршнем. Запишем применительно к нему закон Бойля — Мариотта:

$$p_3V_1 = p_4V_3. \tag{7}$$

Давление газа под нижним поршнем p_3 до опускания верхнего было равно сумме давления газа под верхним поршнем p_1 и давления самого нижнего поршня $p_п$:

$$p_3 = p_1 + p_п = 2p_{атм} + p_{атм},$$

согласно условию задачи и равенству (2).

Поэтому

$$p_3 = 3p_{атм}. \tag{8}$$

Давление газа p_4 под нижним поршнем после его сжатия стало равно сумме давления газа под верхним поршнем p_2 и давления самого нижнего поршня $p_п$:

$$p_4 = p_2 + p_п = 2p_{атм} + p_с + p_{атм} = 3p_{атм} + p_с, \tag{9}$$

согласно (2) и (4).

Новый объем воздуха под нижним поршнем станет равен:

$$V_3 = xS. \tag{10}$$

Подставим правые части равенств (8), (3), (9) и (10) в формулу (7):

$$3p_{атм}hS = (3p_{атм} + p_с)xS,$$

$$3p_{атм}h = (3p_{атм} + p_с)x. \tag{11}$$

Теперь нам предстоит решить систему уравнений (6) и (11) относительно искомого расстояния x, исключив из них неизвестные давления. Давайте в этих уравнениях сначала раскроем скобки и сделаем приведение подобных членов — может, мы их при этом немного упростим. Начнем с уравнения (6)

$$2p_{\text{атм}}h = 2p_{\text{атм}}h + p_{\text{с}}h - 2p_{\text{атм}}x - p_{\text{с}}x,$$

$$2p_{\text{атм}}x = p_{\text{с}}(h - x). \qquad (12)$$

Теперь проделаем то же самое с уравнением (11):

$$3p_{\text{атм}}h = 3p_{\text{атм}}x + p_{\text{с}}x,$$

$$3p_{\text{атм}}(h - x) = p_{\text{с}}x. \qquad (13)$$

Если теперь разделить левые и правые части уравнений (12) и (13) друг на друга, то все неизвестные давления сократятся и мы сумеем найти расстояние x:

$$\frac{2p_{\text{атм}}x}{3p_{\text{атм}}(h-x)} = \frac{p_c(h-x)}{p_c x},$$

$$\frac{2x}{3(h-x)} = \frac{h-x}{x}, \qquad 2x^2 = 3(h-x)^2,$$

откуда

$$x\sqrt{2} = (h-x)\sqrt{3}, \;\; x\sqrt{2} = h\sqrt{3} - x\sqrt{3}.$$

Отсюда
$$x = \frac{h\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \approx 0{,}55h.$$

Задача решена.
Ответ: $x = 0{,}55h$.

Задача 24. Чему равна плотность пара в пузырьках, поднимающихся к поверхности воды, кипящей при атмосферном давлении?

Указание: температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении равна 100 °С.

Обозначим t температуру пара по шкале Цельсия, T — эту же температуру по шкале Кельвина (абсолютную температуру), p — давление пара в пузырьках, m — массу пара в некотором объеме V, R — молярную газовую постоянную, ρ — плотность пара, M — его молярную массу.

Дано:
$t = 100\ ^\circ C$
$p = 10^5$ Па
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)
$M = 0{,}018$ кг/моль

ρ — ?

Решение

Выразим плотность пара ρ через его массу m в некотором объеме V:

$$\rho = \frac{m}{V}. \qquad (1)$$

Отношение массы газа к объему определим из уравнения Менделеева — Клапейрона, в которое входят эти величины:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

откуда

$$\frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$\rho = \frac{pM}{RT}.$$

Выразим температуру пара в единицах СИ:
$100\ ^\circ C = 373$ К.
Произведем вычисления:

$$\rho = \frac{10^5 \cdot 0{,}018}{8{,}31 \cdot 373}\ \text{кг/м}^3 \approx 0{,}58\ \text{кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho = 0{,}58$ кг/м^3.

Задача 25. Воздушный шар имеет объем 200 м^3. Температура воздуха снаружи 17 °С, температура воздуха внутри шара 127 °С. Давление атмосферы нормальное, в шаре имеется отверстие. Шар движется вверх равномерно. Сопротивлением пренебречь. Найти массу нерастяжимой оболочки шара.

Обозначим V объем шара, t_1 — температуру наружного воздуха по шкале Цельсия, t_2 — температуру внутри шара по шкале Цельсия, T_1 — температуру наружного воздуха по шкале Кельвина, T_2 — температуру воздуха внутри шара по шкале Кельвина, p — давление атмосферы, ρ — плотность воздуха снаружи, m — массу воздуха внутри шара,

m_0 — массу оболочки, R — молярную газовую постоянную, M — его молярную массу воздуха, $F_{\text{выт}}$ — выталкивающую силу, g — ускорение свободного падения.

Дано:
$V = 200$ м^3
$t_1 = 17$ °C
$t_2 = 127$ °C
$p = 10^5$ Па
$M = 0{,}029$ кг/моль
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

m_0 — ?

Решение

Поскольку шар поднимается вверх равномерно, то направленная вверх выталкивающая сила уравновешена суммарной силой тяжести воздуха внутри шара и его оболочки, согласно первому закону Ньютона:

$$F_{\text{выт}} = (m + m_0)g. \qquad (1)$$

По формуле выталкивающей силы

$$F_{\text{выт}} = \rho g V.$$

Плотность наружного воздуха $\rho = \dfrac{pM}{RT_1}$, поэтому

$$F_{\text{выт}} = \frac{pM}{RT_1} gV. \qquad (2)$$

Массу воздуха внутри шара определим из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT_2,$$

откуда

$$m = \frac{pVM}{RT_2}. \qquad (3)$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в выражение (1), и из полученного уравнения найдем массу оболочки:

$$\frac{pM}{RT_1} gV = \left(\frac{pVM}{RT_2} + m_0\right) g,$$

откуда
$$m_0 = \frac{pVM}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right).$$

Выразим температуру в градусах Кельвина:

17 °C = 290 К, 127 °C = 400 К.

Произведем вычисления:

$$m_0 = \frac{10^5 \cdot 200 \cdot 0{,}029}{8{,}31}\left(\frac{1}{290} - \frac{1}{400}\right) \text{ кг} = 66 \text{ кг}.$$

Ответ: $m_0 = 66$ кг.

Задача 26. Молярная масса газа у поверхности планеты 0,04 кг/моль, температура у ее поверхности 427 °C и давление составляет 80 земных атмосфер. Считая температуру у поверхности Земли равной 27 °C, найти, во сколько раз плотность газа у поверхности планеты больше плотности воздуха у поверхности Земли. Молярная масса воздуха 0,029 кг/моль

Дано:

$M_1 = 0{,}04$ кг/моль

$t_1 = 427$ °C

$T_1 = 700$ К

$p_1 = 80\, p_2$

$t_2 = 27$ °C

$T_2 = 300$ К

$M_2 = 0{,}029$ кг/моль

$\frac{\rho_1}{\rho_2}$ — ?

Решение

Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона применительно к газу у поверхности планеты и воздуху у поверхности Земли:

$$p_1 V_1 = \frac{m_1}{M_1} R T_1,$$

где $\frac{m_1}{V_1} = \rho_1$, поэтому

$$p_1 = \frac{\rho_1}{M_1} R T_1,$$

откуда

$$\rho_1 = \frac{p_1 M_1}{R T_1} = \frac{80\, p_2 M_1}{R T_1}. \tag{1}$$

Аналогично, применительно к земному воздуху,

$$\rho_2 = \frac{p_2 M_2}{R T_2}. \tag{2}$$

Нам осталось разделить выражение (1) на выражение (2):

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{80\, p_2 M_1 R T_2}{R T_1 p_2 M_2} = \frac{80 M_1 T_2}{T_1 M_2} = \frac{80 \cdot 0{,}04 \cdot 300}{700 \cdot 0{,}029} = 47.$$

Ответ: $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 47$.

Задача 27. В вертикальной стеклянной трубке, запаянной снизу и открытой сверху, с площадью отверстия S находится столбик ртути высотой h. Во сколько раз уменьшится длина воздушного столбика под ртутью, если в трубку долить ртуть массой m? Плотность ртути ρ, давление атмосферы p_0.

Дано:
S
h
m
ρ
p_0
g
$\frac{l_1}{l_2}$ — ?

Решение

Поскольку температура T_1 воздуха, запертого столбиком ртути, не изменялась в процессе его сжатия столбиком ртути вследствие увеличения массы ртути, то применим к первому и второму состояниям воздуха под ртутью закон Бойля — Мариотта:

$$p_1V_1 = p_2V_2. \tag{1}$$

Здесь p_1 — это давление воздуха под ртутью, равное сумме давления атмосферы p_0 и давления столбика ртути высотой h:

$$p_1 = p_0 + \rho gh. \tag{2}$$

Объем столбика воздуха длиной l_1

$$V_1 = l_1 S. \tag{3}$$

Давление воздуха под ртутью, когда ее долили в трубку, $p_2 = p_0 + \rho g(h + \Delta h)$, где дополнительная длина столбика ртути

$$\Delta h = \frac{m}{\rho S},$$

поэтому

$$p_2 = p_0 + \rho g\left(h + \frac{m}{\rho S}\right). \tag{4}$$

Новый объем воздушного столбика под ртутью

$$V_2 = l_2 S. \tag{5}$$

Подставим правые части равенств (2), (3), (4) и (5) в уравнение (1):

$$(p_0 + \rho gh)\, l_1 S = \left(p_0 + \rho g\left(h + \frac{m}{\rho S}\right)\right) l_2 S.$$

Отсюда $\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{p_0 + \rho g\left(h + \dfrac{m}{\rho S}\right)}{p_0 + \rho g h} = \dfrac{p_0 S + g(\rho h S + m)}{S(p_0 + \rho g h)}$.

Ответ: $\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{p_0 S + g(\rho h S + m)}{S(p_0 + \rho g h)}$.

Задача 28. В комнате объемом $V = 120$ м^3 при температуре $t = 15$ °С относительная влажность воздуха $\varphi = 60$ %. Определите массу водяных паров в воздухе комнаты. Давление насыщенных паров p_0 при $t = 15$ °С равно 12,8 мм рт. ст.

Обозначим p давление ненасыщенных водяных паров в комнате при 15 °С, M — молярную массу водяного пара, m — массу пара в комнате, R — молярную газовую постоянную, T — абсолютную температуру в комнате. Остальные величины, необходимые для решения задачи, обозначены в ее условии.

Дано:
$V = 120$ м^3
$t = 15$ °С
$\varphi = 60$ %
$p_0 = 12{,}8$ мм рт. ст.
$M = 0{,}018$ кг/моль
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

m — ?

Решение

Массу пара в комнате найдем из уравнения Менделеева — Клапейрона, которое приближенно применимо и к насыщенному пару:

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

откуда

$$m = \frac{pVM}{RT}. \qquad (1)$$

Давление p ненасыщенного пара в комнате найдем из формулы относительной влажности:

$$\varphi = \frac{p}{p_0}100\,\%,$$

откуда

$$p = \frac{\varphi p_0}{100\,\%}. \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), решим задачу в общем виде:

$$m=\frac{\varphi p_0MV}{RT100\,\%}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
15 °С = 288 К,
12,8 мм рт. ст. = 12,8 · 133 Па = 1702 Па.
Произведем вычисления:

$$m=\frac{60\cdot 1702\cdot 0{,}018\cdot 120}{8{,}31\cdot 288\cdot 100}\ \text{кг}\approx 0{,}92\ \text{кг}.$$

Ответ: m = 0,92 кг.

Задача 29. При температуре t = 20 °С относительная влажность в комнате $\varphi_1 = 20\ \%$. Какую массу воды нужно испарить для увеличения влажности до $\varphi_2 = 50\ \%$, если объем комнаты V = 40 м^3? Плотность насыщенных паров воды при температуре t = 20 °С равна $\rho_0 = 1{,}73\cdot 10^{-2}$ кг/м^3.

Обозначим p давление водяного пара в комнате при 20 °С, p_0 — давление насыщенного водяного пара при этой же температуре, m — массу водяного пара в комнате при влажности 20 %, M — молярную массу водяного пара, R — молярную газовую постоянную, T — абсолютную температуру воздуха в комнате, ρ — плотность пара в воздухе при начальной влажности, $\Delta\rho$ — изменение плотности пара при дополнительном испарении воды, Δm — массу воды, которую нужно испарить, чтобы влажность в комнате стала равна 50 %. Обозначения остальных величин даны в условии задачи.

Дано:
t = 20 °С
φ_1 = 20 %
φ_2 = 50 %
V = 40 м^3
$\rho_0 = 1{,}73\cdot 10^{-2}$ кг/м^3

Δm — ?

Решение

Сначала установим связь между плотностью водяного пара и относительной влажностью. Мы знаем, что

$$\varphi_1=\frac{p}{p_0}100\,\%. \qquad (1)$$

Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT,$$

где $m = \rho V$, поэтому

$$pV = \frac{\rho V}{M}RT \quad \text{и} \quad p = \frac{\rho}{M}RT.$$

Здесь p и ρ — давление и плотность ненасыщенного пара при 20 °C = 293 K. Аналогично для насыщенного пара при этой же температуре мы можем написать

$$p_0 = \frac{\rho_0}{M}RT.$$

Разделив левые и правые части двух последних равенств друг на друга, получим:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho RTM}{M\rho_0 RT} = \frac{\rho}{\rho_0}. \qquad (2)$$

Тогда согласно формулам (1) и (2) мы можем записать:

$$\varphi_1 = \frac{\rho}{\rho_0}100\%. \qquad (3)$$

Запомните эту формулу, она вам может пригодиться при решении задач на влажность, в которых идет речь о массе и плотности пара.

После того как испарят Δm воды, плотность водяного пара в комнате увеличится на $\Delta\rho$ и станет равна $\rho + \Delta\rho$, а относительная влажность увеличится до φ_2 и станет теперь равна

$$\varphi_2 = \frac{\rho + \Delta\rho}{\rho_0}100\%. \qquad (4)$$

Найдем из формулы (3) плотность пара ρ при первоначальной влажности φ_1, ведь она нам известна:

$$\rho = \frac{\varphi_1 \rho_0}{100\%}.$$

Теперь подставим правую часть этого выражения в числитель формулы (4) вместо плотности пара ρ, которая нам не дана:

$$\varphi_2 = \frac{\dfrac{\varphi_1\rho_0}{100\%} + \Delta\rho}{\rho_0} 100\% .$$

Из этой формулы найдем увеличение плотности пара $\Delta\rho$, а затем, умножив ее на объем комнаты V, определим и искомую массу воды Δm, которую надо дополнительно испарить.

$$\frac{\varphi_2\rho_0}{100\%} = \frac{\varphi_1\rho_0}{100\%} + \Delta\rho, \quad \Delta\rho = \frac{\varphi_2\rho_0}{100\%} - \frac{\varphi_1\rho_0}{100\%} = \frac{\rho_0}{100\%}(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (5)$$

Поскольку $\Delta m = \Delta\rho V$, то с учетом равенства получим окончательно:

$$\Delta m = \frac{\rho_0 V}{100\%}(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Ответ: $\Delta m = \dfrac{\rho_0 V}{100\%}(\varphi_2 - \varphi_1)$.

Задача 30. Во сколько раз изменится внутренняя энергия данной массы идеального газа, если его объем уменьшить вдвое, а давление увеличить втрое.

Обозначим p_1 начальное давление газа, p_2 — его конечное давление, V_1 — начальный объем газа, V — его конечный объем, U_1 — начальную внутреннюю энергию газа, U_2 — его конечную внутреннюю энергию, m — массу газа, M — молярную массу газа, R — молярную газовую постоянную, T — абсолютную температуру газа.

Дано:

$\dfrac{p_2}{p_1} = 3$

$\dfrac{V_1}{V_2} = 2$

$\dfrac{U_2}{U_1}$ — ?

Решение

Начальная внутренняя энергия газа U_1 равна:

$$U_1 = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT.$$

Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M}RT,$$

поэтому $$U_1 = \frac{3}{2} p_1 V_1 .$$

Аналогично, для конечного состояния газа мы можем записать:

$$U_2 = \frac{3}{2} p_2 V_2.$$

Разделим левые и правые части двух последних равенств друг на друга:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{3 p_2 V_2 \cdot 2}{2 p_1 V_1 \cdot 3} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}.$$

Согласно условию задачи $p_2 = 3\,p_1$ и $V_1 = 2\,V_2$. Подставим эти равенства в последнее уравнение:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{3 p_1 V_2}{p_1 \cdot 2V_2} = 1{,}5.$$

т.е. внутренняя энергия увеличится в полтора раза.

Ответ: $U_2/U_1 = 1{,}5$.

Задача 31. Начальная масса воздуха в цилиндре отбойного молотка 0,1 г, масса оставшегося в цилиндре воздуха после одного хода поршня 0,5 г, температура воздуха 27 °С. Определить работу изобарного расширения воздуха за один ход поршня в цилиндре. Атмосферное давление 10^5 Па.

Обозначим начальную массу воздуха в цилиндре m_1, его конечную массу — m_2, давление воздуха в цилиндре — p, температуру по шкале Цельсия — t, изменение объема газа — ΔV, температуру по шкале Кельвина — T, молярную газовую постоянную — R, работу газа — A.

Дано:

$m_1 = 0{,}1$ г

$m_2 = 0{,}5$ г

$t = 27$ °С

$p = 10^5$ Па

$M = 0{,}029$ кг/моль

$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

A — ?

Решение

При изобарном изменении объема газа его работа A определяется произведением давления газа p и изменения его объема ΔV:

$$A = p\Delta V.$$

Из уравнения Менделеева — Клапейрона следует, что

$$p\Delta V = \frac{\Delta m}{M}RT = \frac{m_2 - m_1}{M}RT.$$

Следовательно, $A = \frac{m_2 - m_1}{M}RT.$

Выразим все величины в единицах СИ:
0,1 г = 0,0001 кг,
0,5 г = 0,0005 кг,
27 °С = 300 К.
Произведем вычисления:

$$A = \frac{0{,}0005 - 0{,}0001}{0{,}029}8{,}31 \cdot 300 \text{ Дж} \approx 34{,}4 \text{ Дж}.$$

Ответ: A = 34,4 Дж.

Задача 32. Масса геля 4 кг. Его изохорно нагревают на 100 К. Найти количество теплоты, переданное газу при нагревании.

Обозначим m массу гелия, M — его молярную массу, ΔT — изменение температуры, V — объем гелия, ΔV — изменение его объема, R — молярную газовую постоянную, Q — количество теплоты.

Дано:
m = 4 кг
M = 0,0004 кг/моль
V = const
ΔT = 100 К
R = 8,31 Дж/(моль · К)

Q — ?

Решение

При неизменном объеме тепло Q, переданное гелию, целиком идет на увеличение его внутренней энергии ΔU,

$$Q = \Delta U,$$

где $\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$, поэтому

$$Q = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T.$$

Произведем вычисления:

$$Q = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{0{,}004}8{,}31 \cdot 100 \text{ Дж} = 1{,}25 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Ответ: $Q = 1{,}25 \cdot 10^6$ Дж.

Задача 33. Масса водорода 2 кг, его удельная теплоемкость при постоянном давлении 14 кДж/(кг · К). Водород изобарно нагревают на 10 К. Найти изменение внутренней энергии водорода.

Обозначим m массу водорода, ΔT — изменение его температуры, c_p — удельную теплоемкость водорода при постоянном давлении, ΔU — изменение внутренней энергии водорода при нагревании, Q — количество теплоты, переданное ему, A — совершенную водородом работу, M — молярную массу водорода, R — молярную газовую постоянную, p — давление водорода, ΔV — изменение его объема.

Дано:
$m = 2$ кг
$\Delta T = 10$ К
$c_p = 14$ кДж/(кг · К)
$M = 0{,}002$ кг/моль
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

ΔU — ?

Решение

Согласно первому закону термодинамики количество теплоты Q, переданное водороду при нагревании, расходуется на изменение его внутренней энергии ΔU и на совершение работы A против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A,$$

откуда

$$\Delta U = Q - A. \quad (1)$$

Количество теплоты Q равно произведению известных нам массы водорода m, его удельной теплоемкости при постоянном давлении c_p и изменения температуры ΔT:

$$Q = mc_p\Delta T. \quad (2)$$

Работу расширения газа найдем как произведение его давления p на изменение объема ΔV:

$$A = p\Delta V.$$

Поскольку эти величины нам не известны, перейдем к известным, воспользовавшись уравнением Менделеева — Клапейрона, согласно которому:

$$p\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T\,,$$

поэтому

$$A = \frac{m}{M} R\Delta T. \qquad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1):

$$\Delta U = mc_p\Delta T - \frac{m}{M} R\Delta T,$$

$$\Delta U = m\Delta T\left(c_p - \frac{R}{M}\right).$$

Мы решили задачу в общем виде. Выразим удельную теплоемкость в единицах СИ:

14 кДж/(кг · К) = $1{,}4 \cdot 10^4$ Дж/(кг · К).

Произведем вычисления:

$$\Delta U = 2 \cdot 10 \left(1{,}4 \cdot 10^4 - \frac{8{,}31}{0{,}002}\right) \text{ Дж} = 1{,}97 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta U = 1{,}97 \cdot 10^5$ Дж.

Задача 34. 4 моля идеального одноатомного газа адиабатно сжимают, совершив работу 500 Дж. Найти изменение его температуры.

Обозначим ν количество вещества, A — совершенную над газом работу, ΔT — изменение температуры газа, Q — количество теплоты, ΔU — изменение внутренней энергии газа, R — молярную газовую постоянную.

Дано:

$\nu = 4$ моль

$A = 500$ Дж

$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

ΔT — ?

Решение

Воспользуемся первым законом термодинамики:

$$Q = \Delta U + A.$$

При адиабатном процессе система не обменивается теплом с внешней средой, поэтому $Q = 0$. В этом случае

$$0 = \Delta U + A \quad \Delta U = -A.$$

Поскольку газ сжимают, совершенная над ним работа отрицательна, а изменение внутренней энергии положительно, т.к. она увеличивается, вследствие чего его температура повышается. По формуле внутренней энергии идеального одноатомного газа ее изменение равно:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

Согласно сказанному выше

$$\frac{3}{2}\nu R\Delta T = A,$$

откуда
$$\Delta T = \frac{2A}{3\nu R}.$$

Произведем вычисления:

$$\Delta T = \frac{2 \cdot 500}{3 \cdot 4 \cdot 8{,}31}\ \text{К} = 10\ \text{К}.$$

Ответ: $\Delta T = 10$ К.

Задача 35. В герметически закрытом сосуде находятся 5 моль идеального одноатомного газа при 27 °С. Какое количество теплоты надо передать этому газу, чтобы его давление увеличилось в 3 раза?

Обозначим ν количество молей идеального одноатомного газа, t_1 — его начальную температуру по шкале Цельсия, p_1 — начальное давление, p_2 — конечное давление, Q — количество теплоты, ΔU — изменение внутренней энергии, A — работу расширения, R — молярную газовую постоянную, ΔT — изменение температуры газа, T_1 — его начальную температуру по шкале Кельвина, T_2 — его конечную температуру по шкале Кельвина.

Дано:
$\nu = 5$ моль
$t_1 = 27$ °С
$\dfrac{p_2}{p_1} = 3$
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

Q — ?

Решение

Применим для решения этой задачи первый закон термодинамики:

$$Q = \Delta U + A.$$

Но работа расширения газа здесь равна нулю, ведь газ находится в закрытом сосуде и его объем не меняется. Значит, первый закон термодинамики в нашем случае примет вид:

$$Q = \Delta U,$$

где изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T. \qquad (1)$$

Значит, задача сводится к нахождению изменения температуры $\Delta T = T_2 - T_1$. Нам известно, во сколько раз повысилось давление газа в закрытом сосуде вследствие нагревания, поэтому мы воспользуемся законом Шарля:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{или} \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Согласно условию $\frac{p_2}{p_1} = 3$, поэтому $3 = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}$, откуда

$$\Delta T = 2T_1. \qquad (2)$$

Подставив равенство (2) в формулу (1), мы решим задачу в общем виде:

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}\nu R \cdot 2T_1 = 3\nu RT_1.$$

Задача в общем виде решена. Выразим температуру в единицах СИ: 27 °C = 300 К.

Произведем вычисления:

$$Q = 3 \cdot 5 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \text{ Дж} = 3{,}7 \cdot 10^4 \text{ Дж} = 37 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 37$ кДж.

Задача 36. Какое количество теплоты нужно передать 2 моль идеального одноатомного газа, чтобы изобарно увеличить его объем в 3 раза, если начальная температура 300 К?

Обозначим ν количество молей газа (количество вещества), V_1 — начальный объем газа, V_2 — конечный объем газа, T_1 — начальную температуру газа, T_2 — конечную температуру газа, Q — переданное количество теплоты, p — давление газа, ΔU — изменение внутренней энергии газа, A — работу изобарного расширения газа, R — молярную газовую постоянную.

Дано:
$\nu = 2$ моль
$V_2 = 3V_1$
$p = \text{const}$
$T_1 = 300$ К
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

Q — ?

Решение

Согласно первому закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right).$$

Работа изобарного расширения

$$A = p(V_2 - V_1).$$

Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона

$$p(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1) = A.$$

С учетом этого

$$Q = \frac{3}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right) + \nu R(T_2 - T_1) = 2{,}5\,\nu R(T_2 - T_1).$$

Температуру T_2 найдем из закона Гей-Люссака: при $p = \text{const}$ $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$, где по условию $\frac{V_2}{V_1} = 3$, поэтому и $\frac{T_2}{T_1} = 3$, откуда $T_2 = 3T_1$.

С учетом этого, $Q = 2{,}5\,\nu R(3T_1 - T_1) = 5\nu RT_1$.

$$Q = 5 \cdot 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \text{ Дж} = 24930 \text{ Дж} = 24{,}93 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 24{,}93$ кДж.

Задача 37. Тепловой двигатель совершает круговой цикл, соответствующий графику на рис. 84. Цикл состоит из двух изохор 1 — 2 и 3 — 4, и двух адиабат 2 — 3 и 4 — 1. Найти КПД этого цикла.

Обозначим p_1 давление газа в первом состоянии, p_2 — давление газа во втором состоянии, p_3 — давление газа в третьем состоянии, p_4 — давление газа во четвертом состоянии, V_1 — объем газа в первом состоянии, V_2 — объем газа во втором состоянии, Q_1 — количество теплоты, полученное газом извне в изохорном процессе 1 — 2, Q_2 — количество теплоты, отданное внешней среде в процессе 3 — 4, ν — количество молей газа, R — молярную газовую постоянную,

ΔT_1 — изменение температуры газа на участке 1 — 2, ΔT_2 — изменение температуры газа на участке 3 — 4.

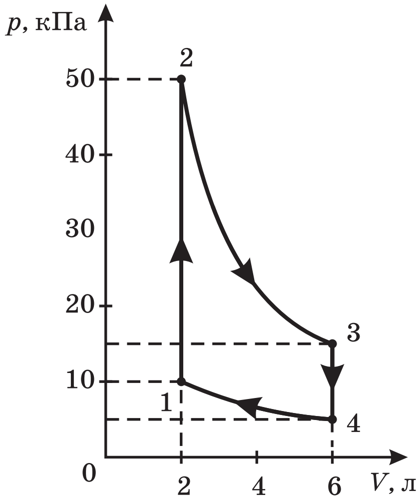


Рис. 84

Дано:
$p_1 = 10$ кПа
$p_2 = 50$ кПа
$V_1 = 2$ л
$V_2 = 6$ л

η — ?

Решение

В изохорном процессе 1 — 2 газ получает извне количество теплоты Q_1. Больше ни в одном процессе этого графика он теплоты не получает. Ведь в адиабатных процессах 2 — 3 и 4 — 1 передачи тепла не происходит, а при изохорном уменьшении давления в процессе 3 — 4 газ охлаждается, т.е. он отдает тепло внешней среде в количестве Q_2. Поэтому КПД этого кругового процесса

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} 100\% . \qquad (1)$$

Количество теплоты, полученное газом при изохорном увеличении давления, соответствующем участку 1 — 2 графика, в соответствии с первым законом термодинамики, когда работа расширения $A = 0$, равно изменению внутренней энергии газа:

$$Q_1 = \Delta V_1 = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_1,$$

где в соответствии с уравнением Менделеева — Клапейрона

$$(p_2 - p_1)V_1 = \nu R \Delta T_1.$$

С учетом этого

$$Q_1 = \frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1. \qquad (2)$$

При изохорном уменьшении давления, соответствующем участку 3 — 4 графика, количество теплоты Q_2, выделенное в процессе охлаждения газа, найдем по аналогичной формуле:

$$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_2 = \frac{3}{2}(p_3 - p_4)V_2. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (3) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена. Проделаем эти действия:

$$\eta = \frac{\frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1 - \frac{3}{2}(p_3 - p_4)V_2}{\frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1} 100\% = \left(1 - \frac{(p_3 - p_4)V_2}{(p_2 - p_1)V_1}\right)100\%.$$

Здесь можно не переводить единицы величин в СИ, ведь все они сокращаются. Произведем вычисления:

$$\eta = \left(1 - \frac{(15 - 5)6}{(50 - 10)2}\right)100\% = 25\%.$$

Ответ: $\eta = 25\%$.

Задача 38. В идеальном газе происходит процесс, изображенный на рис. 85. Какое количество теплоты подведено к газу на протяжении всего процесса, начиная от состояния 1 и кончая состоянием 4?

Обозначим p_1 давление газа в первом состоянии, p_2 — давление газа во втором состоянии, V_1 — объем газа в первом состоянии, V_2 — объем газа во втором состоянии, V_3 — объем газа в третьем состоянии, Q — количество теплоты,

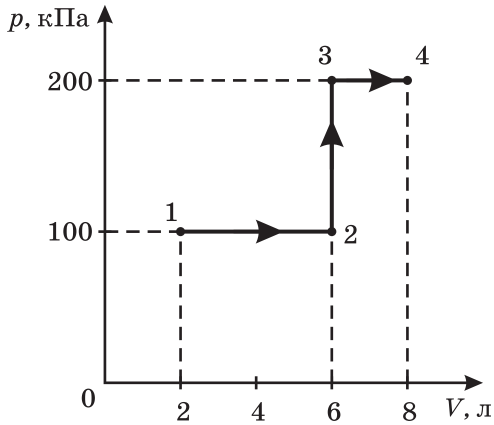


Рис. 85

подведенное к газу на протяжении всего процесса, Q_1 — количество теплоты, полученное газом при изобарном расширении (участок 1 — 2), Q_2 — количество теплоты, полученное газом при изохорном нагревании (участок 2 — 3), Q_3 — количество теплоты, полученное газом на участке 3 — 4, ΔU_1 — изменение внутренней энергии газа на участке 1 — 2, A_1 — работу, совершенную газом против внешних сил на участке 1 — 2, ν — количество молей газа, R — молярную газовую постоянную, ΔT_1 — изменение температуры газа на участке 1 — 2, A_2 — работу при изохорном процессе на участке 2 — 3, T_2 — температуру газа в состоянии 2.

Дано:
$p_1 = 100$ кПач
$p_2 = 200$ кПа
$V_1 = 2$ л
$V_2 = 6$ л
$V_3 = 8$ л

Q — ?

Решение

Количество теплоты, полученное газом в этом процессе, равно сумме количеств теплоты, полученных на каждом из трех его участков:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \qquad (1)$$

Согласно первому закону термодинамики, количество теплоты Q_1, полученное газом при изобарном расширении (участок 1 — 2), равно сумме изменения внутренней энергии газа ΔU_1 и работе A_1, совершенной газом против внешних сил:

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_1,$$

где $\Delta U_1 = \dfrac{3}{2}\nu R\Delta T_1$, $A_1 = p_1(V_2 - V_1)$ и $p_1(V_2 - V_1) = \nu R\Delta T_1$, поэтому мы вправе записать:

$$Q_1 = \frac{3}{2}p_1\left(V_2 - V_1\right) + p_1\left(V_2 - V_1\right) = 2{,}5\,p_1\left(V_2 - V_1\right). \qquad (2)$$

Количество теплоты Q_2, полученное газом при изохорном нагревании (участок 2 — 3), равно только изменению внутренней энергии газа ΔU_2, ведь при изохорном процессе работа газа $A_2 = 0$.

Поэтому, в соответствии с предыдущими рассуждениями, мы запишем:

$$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_2 = 1{,}5\left(p_2 - p_1\right)V_2. \qquad (3)$$

Процесс, соответствующий участку 3 — 4, снова является изобарным, поэтому по аналогии с предыдущим изобарным процессом мы запишем:

$$Q_3 = 2{,}5\,p_2\left(V_3 - V_2\right). \qquad (4)$$

Подставив правые части выражений (2), (3) и (4) в равенство (1), мы решим задачу в общем виде:

$$Q = 2{,}5\,p_1\left(V_2 - V_1\right) + 1{,}5\left(p_2 - p_1\right)V_2 + 2{,}5\,p_2\left(V_3 - V_2\right).$$

Задача в общем виде решена — можно подставлять числа. Но если вам попадется такая задача в общем виде, без числовых данных, то следует правую часть этого выражения упростить: раскрыть скобки и сделать приведение подобных членов. Проделаем эти действия и мы:

$$Q = 2{,}5\,p_1V_2 - 2{,}5\,p_1V_1 + 1{,}5\,p_2V_2 - 1{,}5\,p_1V_2 + 2{,}5\,p_2V_3 - 2{,}5\,p_2V_2 =$$
$$= p_1V_2 - 2{,}5\,p_1V_1 - p_2V_2 + 2{,}5\,p_2V_3 = p_1\left(V_2 - 2{,}5V_1\right) + p_2\left(2{,}5V_3 - V_2\right).$$

Выразим все величины в единицах СИ:

100 кПа = $1 \cdot 10^5$ Па,
200 кПа = $2 \cdot 10^5$ Па,
2 л = $2 \cdot 10^{-3}$ м^3,
6 л = $6 \cdot 10^{-3}$ м^3,
8 л = $8 \cdot 10^{-3}$ м^3.

Произведем вычисления:

$$Q = 1 \cdot 10^5(6 \cdot 10^{-3} - 2{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) + + 2 \cdot 10^5(2{,}5 \cdot 8 \cdot 10^{-3} - - 6 \cdot 10^{-3})\ \text{Дж} = 3800\ \text{Дж} = 3{,}8\ \text{кДж}.$$

Ответ: $Q = 3{,}8$ кДж.

Задача 39. 10 молей идеального газа нагрели на 100 К. В процессе нагревания давление газа росло прямо пропорционально его объему. Какое количество теплоты было сообщено газу?

Обозначим ν количество молей, ΔT — изменение температуры газа, p — давление, k — коэффициент пропорциональности между давлением и объемом V, Q — количество теплоты, полученное газом, ΔU — изменение его внутренней энергии, A — работу против внешних сил, R — молярную газовую постоянную, p_1 V_1 и T_1 — давление, объем и температуру в начальном состоянии газа, p_2 V_2 и T_2 — давление, объем и температуру в конечном состоянии газа.

Дано:
$\nu = 10$ моль
$\Delta T = 100$ К
$p = kV$
$R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)

Q — ?

Решение

Согласно первому закону термодинамики количество теплоты Q, полученное газом, равно сумме изменения его внутренней энергии ΔU и работы против внешних сил A:

$$Q = \Delta U + A. \qquad (1)$$

Изменение внутренней энергии найдем, воспользовавшись соответствующей формулой:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 1{,}5\,\nu R\Delta T. \qquad (2)$$

Работу расширения газа здесь найти труднее, поскольку процесс не является изобарным, а другой формулы для нахождения работы расширения газа мы не знаем. Тогда воспользуемся графическим способом. Изобразим на графике в координатах p—V процесс, при котором давление газа прямо пропорционально его объему (рис. 86). На таком графике работа A равна площади трапеции $abcd$, а площадь

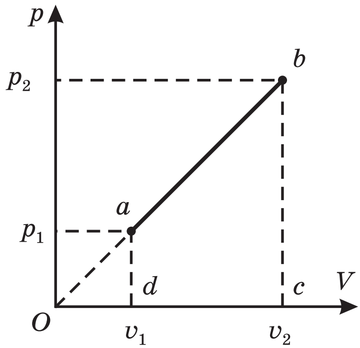


Рис. 86

трапеции равна произведению полусуммы ее оснований и высоты. Следовательно,

$$A = \frac{p_1 + p_2}{2}\left(V_2 - V_1\right) = \frac{kV_2 + kV_1}{2}\left(V_2 - V_1\right) = 0{,}5k\left(V_2^2 - V_1^2\right). \quad (3)$$

Теперь запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для начального и конечного состояний газа:

$$p_1 V_1 = \nu RT_1 \quad \text{и} \quad p_2 V_2 = \nu RT_2.$$

Согласно условию $p_1 = kV_1$ и $p_2 = k\,V_2$.

Подставим правые части этих равенств в два предыдущих уравнения:

$$kV_1^2 = \nu RT_1 \quad \text{и} \quad kV_2^2 = \nu RT_2.$$

А теперь вычтем из последнего уравнения предпоследнее. Так мы придем к правой части равенства (3):

$$kV_2^2 - kV_1^2 = \nu RT_2 - \nu RT_1,\; k\left(V_2^2 - V_1^2\right) = \nu R\left(T_2 - T_1\right) = \nu R\Delta T.$$

Тогда с учетом равенства (3)

$$A = 0{,}5\nu R\Delta T. \quad (4)$$

Подставив равенства (2) и (4) в формулу (1), мы решим задачу в общем виде:

$$Q = 1{,}5\nu R\Delta T + 0{,}5\nu R\Delta T = 2\nu R\Delta T.$$

Произведем вычисления:

$$Q = 2 \cdot 10 \cdot 8{,}31 \cdot 100 \text{ Дж} = 16620 \text{ Дж} = 16{,}62 \text{ кДж}.$$

Ответ: $Q = 16{,}62$ кДж.

Задача 40. На рис. 87 изображен график зависимости температуры металлического куба со стороной 10 см от выделенного им количества теплоты. Плотность металла 7000 кг/м^3. Определить удельную теплоемкость металла.

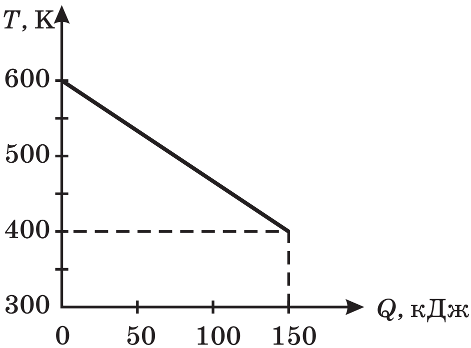


Рис. 87

Обозначим a длину стороны куба, V — его объем, m — массу куба, ρ — плотность меди, c — удельную теплоемкость металла, T_1 — начальную температуру, T_2 — конечную температуру, ΔT — изменение температуры, Q — количество выделенной теплоты.

Дано:
$a = 10$ см $= 0{,}1$ м
$\rho = 7000$ кг/м^3
$T_1 = 400$ К
$T_2 = 600$ К
$Q = 150$ кДж

c — ?

Решение

Из рис. 87 следует, что при выделении 150 кДж тепла температура куба понизилась с 600 К до 400 К. Удельную теплоемкость найдем по формуле

$$c = \frac{Q}{m\Delta T},$$

где

$$m = \rho V \quad \text{и} \quad V = a^3.$$

Изменение температуры $\Delta T = T_1 - T_2$. С учетом этого получим:

$$c = \frac{Q}{\rho a^3 (T_1 - T_2)}.$$

$$c = \frac{150\,000}{7000 \cdot 0{,}1^3 (600 - 400)} \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} = 107 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Ответ: $c = 107$ Дж/(кг ·К).

Задача 41. В калориметр налита вода массой 0,25 кг при температуре 25 °С. В эту воду впустили стоградусный пар массой 10 г. Теплоемкость калориметра 1000 Дж/К, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования $2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/К. Найти температуру при тепловом равновесии этих тел.

Обозначим m_1 массу воды в калориметре, t_1 — начальную температуру этой воды, m_2 — массу водяного пара, t_2 — начальную температуру пара, C — теплоемкость калориметра, t — установившуюся в калориметре температуру после всех тепловых процессов, c — удельную теплоемкость воды, r — удельную теплоту парообразования, Q_1 — количество теплоты, полученное холодной водой при нагревании от температуры t_1 до t, Q_2 — количество теплоты, полученное холодным калориметром при нагревании тоже от температуры t_1 до t, Q_3 — количество теплоты, отданное паром при конденсации, в процессе которой его температура не менялась, Q_4 — количество теплоты, отданное водой, образовавшейся из горячего пара при охлаждении от температуры t_2 до t.

Дано:
$m_1 = 0{,}25$ кг
$t_1 = 25$ °С
$m_2 = 10$ г
$t_2 = 100$ °С
$C = 1000$ Дж/К
$c = 4200$ Дж/(кг · К)
$r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/К

t — ?

Решение

Согласно закону сохранения тепловой энергии сумма количеств теплоты, полученных и отданных в этих процессах водой и калориметром равна количеству теплоты, отданной паром:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4.$$

Здесь

$$Q_1 = cm_1(t - t_1), \quad Q_2 = C(t - t_1),$$

$$Q_3 = rm_2, \quad Q_4 = cm_2(t_2 - t).$$

С учетом этих равенств

$$cm_1(t - t_1) + C(t - t_1) = rm_2 + cm_2(t_2 - t).$$

Мы записали уравнение теплового баланса. Раскроем скобки, члены, содержащие искомую температуру t, оставим по одну сторону от знака равенства, а не содержащие — перенесем в другую, вынесем t за скобки и определим:

$$cm_1t - cm_1t_1 + Ct - Ct_1 = rm_2 + cm_2t_2 - cm_2t,$$

$$cm_1t + Ct + cm_2t = cm_1t_1 + Ct_1 + rm_2,$$

$$t(c(m_1 + m_2) + C) = t_1(cm_1 + C) + rm_2,$$

$$t = \frac{t_1(cm_1 + C) + rm_2}{c(m_1 + m_2) + C}.$$

Выразим в единицах СИ массу пара: 10 г = 0,01 кг.

Произведем вычисления:

$$t = \frac{25(4200 \cdot 0,25 + 1000) + 2,3 \cdot 10^6 \cdot 0,001}{4200(0,25 + 0,01) + 1000}\ ^\circ\text{C} \approx 35\ ^\circ\text{C}.$$

Ответ: $t = 35$ °C.

Задача 42. В калориметр налита вода массой 0,4 кг при 10 °C. В воду положили 0,6 кг льда при −40 °C. Определить температуру после установления теплового равновесия. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Обозначим m_1 массу воды в калориметре, t_1 — ее начальную температуру, m_2 — массу льда, t_2 — начальную температуру льда, t — температуру, установившуюся в калориметре после всех тепловых процессов, c_1 — удельную теплоемкость воды, c_2 — удельную теплоемкость льда, λ — удельную теплоту плавления льда, $t_о = 0$ °C — температуру плавления льда и кристаллизации воды, Q_1 — количество теплоты, отданное водой в калориметре при охлаждении от температуры t_1 до $t_о$, Q_2 — количество теплоты, необходимое льду, чтобы нагреться от температуры t_2 до $t_о$, Q_3 — количество теплоты, которое выделит вода, если, остыв до 0 °C, полностью превратится в лед, Q_4 — количество теплоты, необходимое льду, чтобы полностью растаять.

Решение

Глядя на массы воды и льда, а также на их начальные температуры, сразу и не скажешь, что произошло: то ли весь лед растаял, то ли вся вода замерзла. Ведь масса льда и его начальная отрицательная температура достаточно велики по сравнению с массой воды в калориметре и ее начальной температурой. Чтобы понять, в каком агрегатном состоянии окажутся эти вещества, давайте подсчитаем, сколько теплоты Q_1 выделит вода массой m_1 при охлаждении от t_1 = 10 °C до $t_о$ = 0 °C, сколько теплоты Q_2 потребуется льду, чтобы нагреться от температуры t_2 = –40 °C до $t_о$ = 0 °C, и сколько теплоты нужно этому льду чтобы полностью растаять — а потом сравним полученные величины.

Дано:
$m_1 = 0{,}4$ кг
$t_1 = 10$ °C
$m_2 = 0{,}6$ кг
$t_2 = -40$ °C
$t_о = 0$ °C
$c_1 = 4200$ Дж/(кг · К)
$c_2 = 2100$ Дж/(кг · К)
$\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг

---

t — ?

Вода при охлаждении от 10 °C до 0 °C выделит $Q_1 = c_1m_1(t_о - t_1) = 4200 \cdot 0{,}4(0 - 10)$ Дж $= -16\,800$ Дж теплоты.

Льду, чтобы нагреться до 0 °C, требуется $Q_2 = c_2m_2(t_о - t_2) = 2100 \cdot 0{,}6(0 - (-40))$ Дж $= 50\,400$ Дж теплоты.

Значит, теплоты, выделенной водой при охлаждении до 0 °C, недостаточно, чтобы лед нагрелся до температуры плавления, т.е. тоже до 0 °C.

Вода остынет до 0 °C и станет кристаллизоваться, т.е. превращаться в лед. Если она полностью превратится в лед, то выделит еще $Q_3 = -\lambda m_1 = 3{,}3 \cdot 10^5 \cdot 0{,}4$ Дж $= -132\,000$ Дж теплоты.

Теплоты $Q_1 + Q_3 = -(16\,800 + 132\,000)$ Дж $= -148\,800$ Дж хватит льду, чтобы нагреться до температуры таяния, т.е. до 0 °С. Но хватит ли ее, чтобы его полностью растопить? Чтобы весь лед растаял при 0 °С, ему надо еще $Q_4 = \lambda m_2 =$ $= 3{,}3 \cdot 10^5 \cdot 0{,}6$ Дж = 198 000 Дж теплоты.

Значит, чтобы весь лед нагреть до 0 °С и полностью растопить, ему надо сообщить $Q_2 + Q_4 = 50\,400 + 198\,000$ Дж = = 248 400 Дж теплоты.

Следовательно, теплоты, выделенной водой при охлаждении и замерзании, хватит на то, чтобы лед нагрелся до 0 °С, но не хватит на то, чтобы он весь растаял. Значит, окончательная температура будет 0 °С.

Ответ: $t = 0$ °С.

Задача 43. В 3 л воды при 40 °С бросили 50 г льда при –4 °С. Какая установилась температура после того, как весь лед растаял? Удельная теплоемкость воды $4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплоемкость льда $2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Обозначим m_1 массу воды, t_1 — начальную температуру воды, m_2 — массу льда, t_2 — начальную температуру льда, c_1 — удельную теплоемкость воды, c_2 — удельную теплоемкость льда, λ — удельную теплоту плавления льда, t_0 — температуру плавления льда, t — установившуюся температуру, Q_1 — количество теплоты, отданное горячей водой при охлаждении, Q_2 — количество теплоты, поглощенное льдом при нагревании, Q_2 — количество теплоты, поглощенное льдом при плавлении, Q_2 — количество теплоты, поглощенное водой из льда при нагревании.

Дано:
$m_1 = 3$ кг
$t_1 = 40$ °С
$m_2 = 50$ г
$t_2 = -4$ °С
$c_1 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К)
$c_2 = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К)
$\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг
$t_0 = 0$ °С

---

t — ?

Решение

Следует знать, что 1 л воды имеет массу 1 кг, поэтому мы вместо объема 3 л записали массу воды 3 кг, ведь в формулах количеств теплоты везде стоит масса.

Для решения этой задачи воспользуемся законом сохранения тепловой энергии, ведь здесь не идет речь о КПД процесса, и, значит, сумма всех отданных количеств теплоты одними телами равна сумме всех количеств теплоты, полученных другими. В нашей задаче отдает количество теплоты Q_1 только горячая вода, остывая от температуры t_1 до t, поэтому

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - t).$$

Получает эту теплоту лед. Поскольку он был при отрицательной температуре, то сначала он нагревается от $t_2 =$ $= -4$ °С до $t_0 = 0$ °С (выше 0 °С лед нагреть нельзя, он при этой температуре тает). Поэтому количество теплоты Q_2, полученное льдом при нагревании, равно:

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_0 - t_2).$$

Поскольку тепло продолжает поступать от остывающей воды, лед тает. При этом он получает количество теплоты Q_3, которое равно:

$$Q_3 = m_2 \lambda.$$

Далее, вода, образовавшаяся из растаявшего льда и потому имеющая такую же массу m_2, начнет нагреваться от $t_0 = 0$ °С до искомой температуры t и при этом получит количество теплоты Q_4, которое равно:

$$Q_4 = c_1 m_2 (t - t_0).$$

Теперь запишем закон сохранения тепловой энергии:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4,$$

в который подставим вместо количеств теплоты правые части предыдущих равенств:

$$c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t_0 - t_2) + m_2 \lambda + c_1 m_2 (t - t_0).$$

Полученное уравнение называется уравнением теплового баланса. Из него, раскрыв скобки там, где есть искомая температура t, найдем ее, поскольку остальные величины нам известны:

$$c_1 m_1 t_1 - c_1 m_1 t = c_2 m_2 (t_0 - t_2) + m_2 \lambda + c_1 m_2 t - c_1 m_2 t_0.$$

Последний член этого уравнения $c_1 m_2 t_0 = 0$, т.к. $t_0 = 0$. Из оставшегося выражения найдем t:

$$t = \frac{c_1 m_1 t_1 - m_2\left(c_2\left(t_0 - t_2\right) + \lambda\right)}{c_1\left(m_1 + m_2\right)}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Произведем вычисления:

$$t = \frac{4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 40 - 0{,}05\left(2{,}1 \cdot 10^3\left(0 - (-40)\right) + 3{,}3 \cdot 10^5\right)}{4{,}2 \cdot 10^3\left(3 + 0{,}05\right)}\ ^\circ\text{C} = 38\ ^\circ\text{C}.$$

Ответ: $t = 38$ °С.

Задача 44. Агрегат мощностью 50 кВт охлаждается проточной водой, текущей со скоростью 4 м/с по охватывающей агрегат трубке радиусом 5 см. Начальная температура воды 10 °С. До какой температуры нагревается вода, если половина тепловой мощности агрегата идет на ее нагревание? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К).

Обозначим N мощность агрегата, v — скорость течения, R — радиус трубы, t_1 — начальную температуру воды, c — удельную теплоемкость воды, η – КПД агрегата, t_2 — конечную температуру воды, $Q_{пол}$ — количество теплоты, пошедшее на нагревание воды, $Q_{затр}$ — количество теплоты, выделяемое агрегатом, ρ — плотность воды, V — ее объем, l — длину столбика воды, t — время, за которое некоторое сечение этого столбика воды перемещается на длину l, m — массу протекающей по трубке воды.

Дано:
$N = 50$ кВт
$v = 4$ м/с
$R = 5$ см
$t_1 = 10$ °С
$\eta = 50$ %
$c = 4200$ Дж/(кг · К)
$\rho = 1000$ кг/м^3

t_2 — ?

Решение

Мы записали КПД равным 50%, потому что только половина, т.е. 50% выделяемого агрегатом тепла, идет на нагревание воды. Запишем формулу КПД этого агрегата следующим образом:

$$\eta = \frac{Q_{пол}}{Q_{затр}} 100\%. \qquad (1)$$

Здесь $Q_{пол}$ — количество теплоты, пошедшее на нагревание воды,

$$Q_{пол} = cm(t_2 - t_1). \tag{2}$$

Чтобы ввести в эту формулу известную нам скорость воды, выразим массу протекающей по трубке воды через ее плотность ρ и объем V, а объем, в свою очередь, — через некоторую длину столбика воды $l = v\,t$, где t — время, за которое некоторое сечение этого столбика воды пробегает длину l:

$$m = \rho V,$$

где $$V = lS = vtS.$$

Здесь $S = \pi R^2$ — площадь поперечного сечения трубки с водой. Собрав все эти равенства в формулу массы воды, получим:

$$m = \rho vt\pi R^2, \tag{3}$$

Подставим правую часть равенства (3) вместо массы в формулу (2):

$$Q_{пол} = \rho vt\pi R^2 (t_2 - t_1). \tag{4}$$

Теперь выразим затраченное агрегатом количество теплоты через его тепловую мощность:

$$Q_{затр} = Nt. \tag{5}$$

Нам осталось подставить правые части выражений (4) и (5) в формулу (1) и, сократив неизвестное время t, найти искомую температуру t_1. Проделаем эти действия:

$$\eta = \frac{\rho vt\pi R^2 (t_2 - t_1)}{Nt} 100\% = \frac{\rho v\pi R^2 (t_2 - t_1)}{N} 100\%.$$

Отсюда найдем t_2:

$$t_2 = t_1 + \frac{\eta N}{\pi\rho v R^2 100\%}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим величины мощности и радиуса в единицах СИ:

5 кВт $= 5 \cdot 10^3$ Вт,

5 см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м.

Произведем вычисления:

$$t_2 = 10\ °C + \frac{50 \cdot 5 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 1000 \cdot 4 \cdot \left(5 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot 100}\ °C = 89{,}6\ °C.$$

Ответ: $t_2 = 89{,}6$ °C.

Задача 45. С какой скоростью v должна вылететь из ружья свинцовая дробинка при выстреле, сделанном вертикально вниз с высоты $h = 50$ м, чтобы при ударе о камень она полностью расплавилась? Начальная температура дробинки $T_1 = 400$ K, температура плавления свинца $T_2 = 600$ K. Удельная теплоемкость свинца $c = 0{,}13$ кДж/(кг · K), удельная теплота плавления свинца $\lambda = 25$ кДж/кг.

Обозначим h высоту, с которой произведен выстрел, T_1 — начальную температуру дробинки, T_1 — температуру плавления свинца, c — удельную теплоемкость свинца, λ — удельную теплоту плавления свинца, $E_к$ — кинетическую энергию дробинки при вылете из ружья, $E_П$ — ее потенциальную энергию на высоте, v — скорость дробинки при вылете из ружья, Q_1 — количество теплоты, полученное пулей при нагревании, Q_2 — количество теплоты, полученное пулей при плавлении, m — массу пули

Дано:
$h = 50$ м
$g = 10$ м/с^2
$T_1 = 400$ K
$T_2 = 600$ K
$c = 0{,}13$ кДж/(кг · K)
$\lambda = 25$ кДж/кг

v — ?

Решение

Вылетая из ружья со скоростью v и находясь при этом на высоте h, пуля обладает кинетической энергией $E_К = \frac{mv^2}{2}$ и потенциальной энергией $E_П = mgh$.

$E_К + E_П$ — это ее полная механическая энергия в момент вылета из ружья.

Ударившись о камень, пуля сначала нагрелась от температуры T_1 до температуры плавления T_2, а затем расплавилась при температуре T_2. Количество теплоты Q_1, полученное пулей при нагревании, $Q_1 = cm(T_2 - T_1)$ и количество теплоты Q_2, полученное пулей при плавлении, $Q_2 = m\lambda$.

По закону сохранения энергии

$$E_к + E_п = Q_1 + Q_2 \quad \text{и} \quad \frac{mv^2}{2} + mgh = cm(T_2 - T_1) + m\lambda.$$

Сократим массу и определим скорость пули:

$$v = \sqrt{2\left(c\left(T_2 - T_1\right) + \lambda - gh\right)}.$$

Переведем все единицы в СИ:
0,13 кДж/(кг · К) = 130 Дж/(кг · К),
25 кДж/кг = $2{,}5 \cdot 10^4$ Дж/кг.
Подставим числа и произведем вычисления:

$$v = \sqrt{2\left(130 \cdot (600 - 400) + 2{,}5 \cdot 10^4 - 10 \cdot 50\right)} = 317 \text{ м/с}$$

Ответ: $v = 317$ м/с.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Если бы все молекулы водорода, содержащиеся в $m = 10$ мг этого газа, расположили вплотную друг к дружке по цепочке, то какова была бы длина l этой цепочки? Диаметр молекулы водорода $d = 2{,}3$ Å, молярная масса водорода $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Ответ: $l = dN_А \dfrac{m}{M} = 6{,}9 \cdot 10^{11}$ м.

Задача 2. В результате нагревания давление газа в закрытом сосуде увеличилась в N раз. Во сколько раз увеличилась средняя квадратичная скорость его молекул?

Ответ: $\dfrac{\bar{v}_2}{\bar{v}_1} = \sqrt{N}$.

Задача 3. Давление газа $p = 100$ кПа, а средняя квадратичная скорость его молекул $\bar{v}_{кв} = 400$ м/с. Найти его плотность ρ.

Ответ: $\rho = \dfrac{3p}{\bar{v}_{кв}^2} = 1{,}9$ кг/м^3.

Задача 4. Газ находится в надувном шарике, объем которого может изменяться. Во сколько раз изменится давление газа, если его объем уменьшится в полтора раза, а средняя кинетическая энергия молекул увеличится в 3 раза?

Ответ: давление увеличится в 4,5 раза.

Задача 5. Найти число молекул газа N, средняя квадратичная скорость которых при температуре $t^\circ = 27$ °С равна $\bar{v}_{кв} = 400$ м/с, если масса газа $m = 10$ г.

Ответ: $N = \dfrac{m\bar{v}_{кв}^{2}}{3kT} = 2 \cdot 10^{23}$.

Задача 6. В цилиндр с газом вдвигают поршень со скоростью v_1. Найти, какую часть кинетической энергии приобретает молекула в результате столкновения с поршнем, если скорость молекулы относительно стен цилиндра равна v_2 и перпендикулярна основанию поршня. Удар абсолютно упругий.

Ответ: $\dfrac{\Delta E_К}{E_{К1}} = 4\dfrac{v_1}{v_2}\left(1 + \dfrac{v_1}{v_2}\right)$.

Задача 7. Из-за неисправности вентиля из баллона вытекает газ. Найти массу вытекшего газа Δm, если вначале масса была m_1, а из-за утечки газа давление в баллоне уменьшилось в n раз.

Ответ: $\Delta m = m_1\left(1 - \dfrac{1}{n}\right)$.

Задача 8. Ампула объемом $V = 1$ см^3, содержащая воздух при нормальных условиях ($p_0 = 10^5$ Па и $T_0 = 273$ К), оставлена в космосе, где давление можно принять равным нулю. В ампуле пробито отверстие. Через сколько времени t давление в ампуле тоже станет равным нулю, если за каждую секунду из нее вылетает $N_0 = 10^8$ молекул?

Ответ: $t = \dfrac{pVt_1}{kTN_0} = 2{,}7 \cdot 10^{11}$ с.

Задача 9. В колбе емкостью $V = 100$ см^3 содержится некоторый газ при температуре $t° = 27$ °C. Насколько понизится давление газа, если вследствие утечки из колбы выйдет $\Delta N = 10^{20}$ молекул?

Ответ: $\Delta p = kT\dfrac{\Delta N}{V} = 4{,}14$ кПа.

Задача 10. Найти среднюю кинетическую энергию $\bar{E}_K$ молекул кислорода, если $\nu = 5$ моль этого газа в баллоне объемом $V = 8$ л создают давление $p = 0{,}5$ МПа.

Ответ: $\bar{E}_K = \dfrac{3pV}{2N_A\nu} = 2\cdot 10^{-21}$ Дж.

Задача 11. В вертикальной, открытой сверху трубке диаметром d под столбиком ртути находится ν молей газа. При нагревании газа на ΔT столбик ртути поднялся на высоту h. Найти вес P столбика ртути в трубке. Атмосферное давление нормальное.

Ответ: $P = \dfrac{\nu R\Delta T}{h} - \dfrac{\pi}{4}p_{атм}d^2$.

Задача 12. Найти плотность ρ смеси кислорода и углекислого газа. Молярная масса кислорода $M_1 = 0{,}032$ кг/моль, молярная масса углекислого газа $M_1 = 0{,}044$ кг/моль. Масса кислорода $m_1 = 50$ г, масса углекислого газа $m_2 = 80$ г. Смесь газов находится под давлением $p = 50$ атм и при температуре $t° = 7$ °C.

Ответ: $\rho = \dfrac{pM_1M_2(m_1 + m_2)}{RT(m_1M_2 + m_2M_1)} = 8{,}4$ кг/м^2.

Задача 13. Сосуд объемом $V = 2$ л разделен пополам полупроницаемой закрепленной перегородкой. В левую половину сосуда впустили смесь азота массой $m_1 = 10$ г и водорода массой $m_2 = 4$ г, а в правой половине остался вакуум. Какое давление p установится в левой половине сосуда после окончания процесса диффузии, если через перегородку может диффундировать (проникать) только водород, а для молекул азота отверстия в перегородке слишком малы? Температура в обеих половинах одинакова и равна $t^\circ = 27$ °C. Молярная масса азота $M_1 = 0{,}028$ кг/моль, молярная масса водорода $M_2 = 0{,}002$ кг/моль.

Ответ: $p = \dfrac{RT}{V}\left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{2M_2}\right) = 2{,}5 \cdot 10^7$ Па.

Задача 14. Воздушный шар диаметром $D = 8$ м удерживается веревкой, натянутой вертикально. На сколько изменится натяжение веревки при понижении температуры воздуха с $t_1^\circ = 27$ °C до $t_2^\circ = 7$ °C. Атмосферное давление нормальное. Молярная масса воздуха $M = 0{,}028$ кг/моль.

Ответ: $\Delta F_{\text{н}} = \dfrac{\pi}{6} g \dfrac{pMD^3}{R}\left(\dfrac{1}{T_2} - \dfrac{1}{T_1}\right) = 0{,}4$ Н.

Задача 15. Тонкий резиновый шар радиусом $R_1 = 2$ см заполнен воздухом при температуре $t_1^\circ = 20$ °C и давлении $p_1 = 0{,}1$ МПа. Каков будет радиус шара R_2, если его опустить в воду с температурой $t_2^\circ = 4$ °C на глубину $h = 20$ м? Атмосферное давление нормальное. Плотность воды $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Ответ: $R_2 = R_1 \sqrt[3]{\dfrac{p_1 T_2}{T_1(p_0 + \rho g h)}} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ см.

Задача 16. В цилиндре под тяжелым поршнем массой m с площадью основания S находится газ, занимающий объем V_1 при температуре T_1 (рис. 86). После того как на поршень поставили гирю массой m_0 и газ нагрели на ΔT, поршень поднялся на высоту h относительно первоначального положения. Найти массу гири m_0. Давление атмосферы нормальное.

Ответ: $m_0 = \left(\dfrac{p_0 S}{g} + m\right)\dfrac{\Delta T V_1 - T_1 h S}{T_1(V_1 + hS)}$.

Задача 17. Сколько рейсов вверх-вниз должен сделать водяной паук-серебрянка, чтобы на глубине $h = 80$ см построить воздушный домик шарообразной формы диаметром $D = 1$ см, прикрепив его к водяному растению, если за каждый подъем на поверхность он прицепляет к своей мохнатой лапке пузырек воздуха диаметром $d = 1{,}5$ мм? Плотность воды $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3, атмосферное давление нормальное.

Ответ: $N = \left(1 + \dfrac{\rho g h}{p_{атм}}\right)\left(\dfrac{D}{d}\right)^3 = 319.$

Задача 18. В горизонтально расположенной трубке длиной L, закрытой с одного конца, посередине находится столбик ртути длиной h, запирающий столбик воздуха. Трубку располагают вертикально отверстием вверх. Найти длину l воздушного столбика под опустившейся ртутью. Плотность ртути ρ, атмосферное давление p. На сколько опускается столбик ртути?

Ответ: $l = \dfrac{p_{атм}(l - h)}{2(p_{атм} + \rho g h)}$, $\Delta h = \dfrac{L - h}{2} - l$.

Задача 19. Открытую с обоих концов вертикальную стеклянную трубку длиной $l = 60$ см опускают в сосуд с ртутью на $1/3$ ее длины. Затем, закрыв верхний конец трубки, вынимают ее из ртути. Какой высоты h столбик ртути остается в трубке? Атмосферное давление нормальное, плотность ртути ρ.

Ответ: $h = l + \dfrac{p}{2\rho g} - \sqrt{\dfrac{p}{\rho g}\left(1 + \dfrac{p}{4\rho g}\right) + \dfrac{l^2}{2}} = 0{,}25$ м.

Задача 20. Один сосуд сферической формы радиусом R_1 заполнен газом под давлением p_1, а в другом сосуде радиусом R_2 — вакуум. Сосуды соединяют трубкой, объемом которой можно пренебречь. Какое давление установится в сосудах после соединения?

Ответ: $p_2 = \dfrac{p_1 R_1^3}{R_1^3 + R_2^3}$.

Задача 21. Закрытый горизонтальный цилиндрический сосуд длиной H разделен на две равные половины невесомой перегородкой, скользящей без трения. Обе половины заполнены газом, причем в одной из них давление в n раз больше, чем в другой. Перегородки удерживают неподвижно. На какое расстояние h передвинется перегородка, если ее отпустить?

Ответ: $h = \dfrac{H(n-1)}{2(n+1)}$.

Задача 22. Сколько времени требуется, чтобы камеру автомобильной шины объемом V накачать до давления p, если при каждом качании насос захватывает из атмосферы цилиндрический столб воздуха высотой h и диаметром d, а время одного качания t_1? Начальное давление в камере p_1.

Ответ: $t = \dfrac{4Vt_1}{\pi d^2 h}\left(\dfrac{p}{p_1} - 1\right)$.

Задача 23. На сколько градусов надо нагреть газ, чтобы он, изобарно расширившись, увеличил объем на 30 %, если до нагревания его температура была $t_1^\circ = 27$ °C?

Ответ: $\Delta T = 0{,}3T_1 = 87$ K.

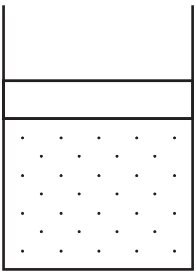


Рис. 88

Задача 24. Температура воздуха в цилиндре $t_1^\circ = 17$ °C (рис. 88). После нагревания на $\Delta T = 30$ K поршень переместился на $\Delta l = 5$ см. Какой объем V_2 займет воздух после нагревания? Площадь поршня $S = 10$ см^2. Процесс изобарный.

Ответ: $V_2 = \Delta l S\left(\dfrac{T_1}{\Delta T} + 1\right) = 5{,}5 \cdot 10^{-4}$ м^3.

Задача 25. На рис. 89 изображен некоторый замкнутый круговой процесс (цикл) в координатных осях V — T, происходящий с одной и той же массой идеального газа. Изобразите этот цикл в координатных осях p — V и p — T.

Задача 26. Как изменяется давление данной массы идеального газа при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 90)?

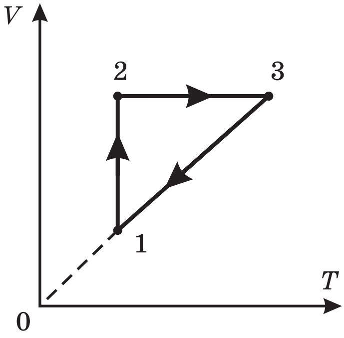


Рис. 89

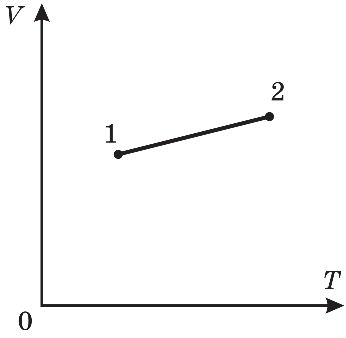


Рис. 90

Задача 27. В комнате объемом $V = 50$ м^3 находится воздух с относительной влажностью $\varphi = 60$ % при температуре $t^\circ = 20$ °С. Найти число молекул водяного пара в комнате. Плотность насыщенного водяного пара при 20 °С равна 17,3 г/м^3.

Ответ: $N = \dfrac{\varphi p_{\text{нас}} V N_A}{RT100\%} = 2 \cdot 10^{25}$.

Задача 28. Какова внутренняя энергия идеального одноатомного газа U, занимающего объем V при температуре T, если концентрация его молекул n?

Ответ: $U = \dfrac{3}{2} knTV$.

Задача 29. Найти изменение внутренней энергии ΔU воды массой $m = 1$ кг, взятой при $t_1^\circ = 0$ °С, при превращении ее в пар с температурой $t_2^\circ = 100$ °С? Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Ответ: $\Delta U = m\left(c\left(t_2^0 - t_1^0\right) + r\right) = 2{,}7 \cdot 10^6$ Дж.

Задача 30. Сосуд массой $m = 2$ кг изготовлен из стали. Сосуд содержит $\nu = 5$ моль идеального одноатомного газа объемом $V = 100$ см^3. Ему сообщают $Q = 500$ Дж теплоты, не давая газу расширяться. Найти изменение давления газа ΔU. Удельная теплоемкость стали $c = 460$ Дж/(кг · К).

Ответ: $\Delta p = \dfrac{\nu RQ}{V\left(1{,}5\nu R + cm\right)} = 2 \cdot 10^5$ Па.

Задача 31. В вертикальном цилиндре под поршнем находится газ объемом $V_1 = 200$ см^3 при температуре $T_1 = 350$ К. Масса поршня $m = 30$ кг, площадь его основания $S = 100$ см^2. Газ нагрели на $\Delta T = 100$ К, сообщив ему $Q = 50$ кДж теплоты. Найти изменение внутренней энергии газа ΔU. Трением поршня о стенки сосуда пренебречь. Атмосферное давление нормальное.

Ответ: $\Delta U = Q - \left(p\ + \dfrac{mg}{S}\right)V_1\dfrac{\Delta T}{T_1}\ = 43$ Дж.

Задача 32. $\nu = 2$ моль идеального газа, взятого при температуре $T_1 = 350$ К, изобарно расширились, совершив при этом работу $A = 10$ кДж. Во сколько раз увеличился при этот объем газа?

Ответ: $\dfrac{V_2}{V_1} = 1 + \dfrac{A}{\nu RT_1} = 2{,}7$.

Задача 33. ν молей идеального газа нагреваются так, что его температура изменяется от T_1 до T_2 прямо пропорционально квадрату давления газа. Определить совершенную при этом работу A.

Ответ: $A = 0{,}5\nu R\left(T_2 - T_1\right)$.

Задача 34. Некоторая масса газа, занимающего объем $V_1 = 0{,}01$ м^3, находится под давлением $p_1 = 0{,}1$ МПа и при температуре $T_1 = 300$ К. Газ нагревается вначале при постоянном объеме до температуры $T_2 = 320$ К, а затем при постоянном давлении до температуры $T_3 = 350$ К. Найти работу, совершенную газом при переходе из состояния 1 в состояние 3.

Ответ: $A = p_1V_1\dfrac{T_3 - T_2}{T_2}\ = 100$ Дж.

Задача 35. В горизонтально расположенном цилиндрическом сосуде находится идеальный газ массой m_1, закрытый поршнем массой m_2. Вследствие изобарного расширения газа при его нагревании поршень приобретает скорость υ, двигаясь из состояния покоя. Внутренняя энергия газа U прямо пропорциональна его абсолютной температуре T: $U = kT$, где k — коэффициент пропорциональности. Молярная масса газа M. Какое количество теплоты передано газу при этом? Теплоемкостями сосуда и поршня можно пренебречь.

Ответ: $Q = \dfrac{m_2\upsilon^2\left(Mk + m_1R\right)}{2m_1R}$.

Задача 36. Какое количество теплоты получает идеальный одноатомный газ, переходя из состояния 1 в состояние 3 (рис. 91), если в состоянии 1 его давление $p_1 = 0{,}2$ МПа, а объем $V_1 = 20$ л?

Ответ: $Q = 11{,}5 p_1V_1 = 4{,}6 \cdot 10^4$ Дж.

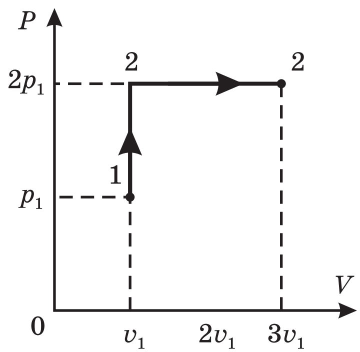


Рис. 91

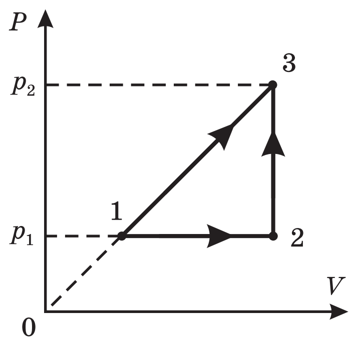


Рис. 92

Задача 37. Если идеальный газ перевести из состояния 1 в состояние 3 сначала изобарно (участок 1—2, рис. 92), а затем изохорно (участок 2—3), то будет произведена некоторая работа, а если переход из состояния 1 в состояние 3 произвести непосредственно по прямой 1—3, то работа увеличится в n раз. Найти давление газа p_3 в состоянии 3, если в состоянии 1 $p_1 = 100$ кПа, а $n = 5$.

Ответ: $p_3 = p_1(2n-1) = 900$ кПа.

Задача 38. Температура нагревателя идеальной тепловой машины равна $t_1^\circ = 117$ °C, а холодильника $t_2^\circ = 27$ °C. Количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя за $t = 1$ с, равно $Q_1 = 60$ кДж. Найти количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за это время, и мощность машины N.

Ответ: $Q_2 = Q_1 \dfrac{T_2}{T_1} = 4{,}6 \cdot 10^4$ Дж, $N = \dfrac{Q_1 - Q_2}{t} = 1{,}4 \cdot 10^4$ Вт.

Задача 39. Паровая машина мощностью $N = 14{,}7$ кВт потребляет за $t = 1$ ч работы $m = 8{,}1$ кг угля с удельной теплотой сгорания (или теплотворной способностью, это одно и то же) $q = 3{,}3 \cdot 10^7$ Дж/кг. Температура котла $t_1^\circ = 200$ °C, температура холодильника $t_2^\circ = 58$ °C. Найти фактический КПД $\eta_ф$ этой машины. Определить, во сколько раз КПД $\eta_{ид}$ идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно при тех же температурах нагревателя и холодильника, превосходит КПД этой паровой машины $\eta_ф$.

Ответ: $\eta_ф = \dfrac{Nt}{mq} 100\% = 20\ \%$, $\dfrac{\eta_{ид}}{\eta_ф} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1 \eta_ф} 100\%. = 1{,}5.$

Задача 40. Для ванны необходимо приготовить $V = 320$ л воды при температуре $t = 40$ °C. Из горячего крана смесителя идет вода при $t_1 = 70$ °C, а из холодного — при 40 °C. Сколько горячей и холодной воды нужно влить, чтобы приготовить ванну?

Ответ: $V_1 = \dfrac{V(t - t_2)}{t_1 - t_2} = 145$ л, $V_2 = V - V_1 = 175$ л.

Задача 41. В сосуд с водой массой $m_1 = 250$ г при температуре $t_1^\circ = 18$ °C, опустили медную гирьку массой $m_1 = 100$ г, нагретую до $t_2^\circ = 90$ °C. После этого в сосуде установилась температура $t^\circ = 20$ °C. Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4186$ Дж/(кг · К), удельная теплоемкость меди $c_2 = 380$ Дж/(кг · К). Определить теплоемкость сосуда C.

Ответ: $C = \dfrac{c_2 m_2 (t_2 - t) - c_1 m_1 (t - t_1)}{t - t_1} = 284$ Дж/К.

Задача 42. В сосуд, содержащий $m_1 = 8$ кг воды при $T_1 = 280$ К, положили кусок льда при $T_2 = 280$ К, после чего температура образовавшегося льда стала $T_3 = 270$ К. Какая масса льда m_2 была положена в воду? Теплоемкостью сосуда пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4186$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/кг, удельная теплоемкость льда $c_2 = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К). Температура плавления льда и кристаллизации воды $T_0 = 273$ К.

Ответ: $m_2 = m_1 \dfrac{c_1 (T_1 - T_0) + \lambda + c_2 (T_0 - T_3)}{c_2 (T_3 - T_2)} = 3{,}5$ кг.

Задача 43. В сосуд с теплоемкостью C налита вода массой m_1, в которой плавает лед массой m_2. В сосуд впускают пар массой m_3 при температуре t_1° выше 100 °С. Какая температура t° установится в сосуде при тепловом равновесии, если известно, что весь лед растаял, а пар сконденсировался? Удельная теплоемкость воды c_1, удельная теплоемкость пара c_2, удельная теплота плавления льда λ, удельная теплота парообразования воды r.

$$t_0 < t < t_2,$$

где $t_0 = 0$ °С и $t_2 = 27$ °С $t_2 = 100$ °С.

Ответ: $t^0 = \dfrac{m_3 \left(c_2 (t_1 - t_2) + L + c_1 t_2\right) - m_2 \lambda}{\left(C_{\text{"}} + c_1 (m_1 + m_2 + m_3)\right)}$.

Задача 44. В стеклянной пробирке массой m_1 находится лед массой m_2, взятый при отрицательной температуре t_1°. Поместив пробирку над горящей спиртовкой, этот лед переводят в стоградусный пар ($t_2^\circ = 100$ °С). Какую массу спирта m_3 пришлось при этом сжечь? Удельная теплоемкость стекла c_1, удельная теплоемкость льда c_2, удельная теплота плавления льда λ, удельная теплоемкость воды c_3, удельная теплота парообразования воды r, температура таяния льда $t_0^\circ = 0$ °С. КПД спиртовки равен η. Удельная теплота сгорания спирта q

Ответ:

$$m_3 = \frac{100\,\%}{\eta q}\Big(c_1 m_1\left(t_2 - t_1\right) + m_2\Big(c_2\left(t_0 - t_1\right) + \lambda + c_3\left(t_2 - t_0\right) + r\Big)\Big).$$

Задача 45. Алюминиевый чайник массой $m_1 = 1$ кг содержит $m_2 = 2$ кг воды при $t_1 = 20$ °С. Чайник с водой ставят на примус, в котором сгорает $m_3 = 50$ г керосина. Какая масса воды m_4 при этом выкипит, если тепловые потери составляют 60 %? Удельная теплоемкость алюминия $c_1 = 880$ Дж/(кг · К), удельная теплоемкость воды $c_2 = 4186$ Дж/(кг · К), удельная теплота сгорания керосина $q = 4{,}6 \cdot 10^7$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг, температура кипения воды $t_2 = 100$ °С.

Ответ: $m_4 = \dfrac{1}{r}\left(\dfrac{m_3 q \eta}{100\%} - \left(t_2 - t_1\right)\left(c_1 m_1 + c_2 m_2\right)\right) = 0{,}08$ кг.

Задача 46. Два свинцовых шарика одинаковой массы движутся горизонтально со скоростями v и $2v$ навстречу друг другу. Определить повышение температуры ΔT этих шаров в результате их неупругого соударения.

Ответ: $\Delta T = 1{,}125\dfrac{v^2}{c}$.

Задача 47. С высоты H свободно падает кусок металла с удельной теплоемкостью c. На сколько градусов поднялась его температура, если 10 % его первоначальной механической энергии при ударе о землю превратилось в теплоту?

Ответ: $\Delta T = \dfrac{\eta g H}{c \cdot 100\%}$.

Задача 48. Свинцовая пуля пробивает стену. Скорость пули до удара $v_0 = 350$ м/с, после удара $v = 200$ м/с. Температура пули перед ударом $t_1 = 30$ °С. Найти, какая часть пули расплавилась. Температура плавления свинца $t_2 = 327$ °С, удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления свинца $\lambda = 25$ кДж/(кг · К).

Ответ: $\frac{\Delta m}{m_1} = \frac{v_1^2 - v_2^2 - 2c(t_2 - t_1)}{2\lambda - v_2^2} = 0{,}1.$

Задача 49. С какой скоростью v должны лететь навстречу друг другу две одинаковые льдинки, имеющие температуру $t_1 = -10$ °С, чтобы при соударении они обратились в пар при $t_2 = 100$ °С? Удельная теплоемкость льда $c_1 = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot\ 10$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c_2 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), температура таяния льда $t_0^\circ = 0$ °С, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Ответ: $\upsilon = \sqrt{2(c_1(t_0 - t_1) + \lambda + c_2(t_2 - t_0) + r)} = 2{,}5$ км/с

Задача 50. Какую массу m_1 керосина потребовалось бы сжечь, чтобы вывести спутник массой $m_2 = 1$ т на круговую орбиту вблизи поверхности Земли, если бы все количество теплоты, выделенной керосином, превратилось в механическую энергию спутника? Радиус Земли $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ м, удельная теплота сгорания керосина $q = 46$ МДж/кг.

Ответ: $m_1 = \frac{m_2 g R}{2q} = 682$ кг.

Задача 51. Автомобиль массой $m_1 = 4{,}6$ т трогается с места и на подъеме $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}025$, двигаясь равноускоренно, за $t = 40$ с проходит $S = 200$ м. Найти объем V сгоревшего при этом бензина, если коэффициент сопротивления движению $\mu = 0{,}02$ и КПД подъема $\eta = 20\ \%$. Удельная теплота сгорания бензина $q = 46$ МДж/кг, плотность бензина $\rho = 800$ кг/м^3.

Ответ: $V = \frac{m_1 S}{\rho q \eta}\left(\frac{2S}{t^2} + g(\operatorname{tg}\alpha + \mu)\right)100\% = 8{,}6 \cdot 10^{-5}$ м^3.

Задача 52. Стальной осколок, падая с высоты $h = 500$ м, имел у поверхности земли скорость $\upsilon = 50$ м/с. Насколько повысилась температура осколка, если считать, что вся работа сопротивления воздуха пошла на его нагревание? Начальная скорость осколка равна нулю. Удельная теплоемкость стали $c = 460$ Дж/(кг · К).

Ответ: $\Delta T = \frac{1}{c}\left(gh - \frac{v^2}{2}\right) = 8$ К.

Задача 53. Маленький шарик из вещества с удельной теплоемкостью c, подвешенный на нити длиной l, отклонили на угол α_1 от положения равновесия и отпустили. После неупругого удара о вертикальную стенку он отклонился на меньший угол α_2. Найти повышение температуры шарика ΔT. Теплоемкостью стенки пренебречь.

Ответ: $\Delta T = \frac{gl}{c}\left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right)$.

Задача 54. Тело соскальзывает без начальной скорости с наклонной плоскости длиной l , которая образует с горизонтом угол α. Скорость тела у основания наклонной плоскости v. Найти повышение температуры тела ΔT вследствие трения о наклонную плоскость. Удельная теплоемкость его вещества c. На нагревание тела пошло четверть всей выделившейся при трении теплоты.

Ответ: $\Delta T = \frac{2gl\sin\alpha - v^2}{8c}$.

Раздел 3. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Краткая теория и советы к решению задач

Электромагнетизм включает электростатику, законы постоянного тока и магнетизм.

1) Электростатика

В задачах электростатики рассматривают взаимодействие зарядов и действие электрических полей неподвижных зарядов на заряды, внесенные в эти поля.

Количественной мерой взаимодействия заряженных тел является электрический заряд q. Заряд может быть положительным и отрицательным.

Наименьшим (элементарным) положительным зарядом обладает элементарная частица «протон», входящая в состав ядра атома. Наименьшим (элементарным) отрицательным зарядом обладает элементарная частица «электрон», входящая в состав атома.

Элементарный положительный заряд по модулю равен элементарному отрицательному заряду и отличается от него лишь знаком.

Заряд электрона e равен по модулю заряду протона.

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}.$$

Заряды одного знака (одноименные заряды) отталкиваются друг от друга, а заряды противоположных знаков (разноименные заряды) притягиваются друг к другу.

Электрические заряды рождаются только парами. В каждой такой паре заряды равны по модулю и противоположны по знаку. Если два равных по модулю и противоположных по знаку заряда привести в соприкосновение, то они нейтрализуются. В результате суммарный заряд системы тел, в которой возникли или исчезли заряды, останется прежним.

Янтарь или эбонит, потертые о мех или шерсть, приобретают отрицательный заряд, а при этом мех или шерсть — такой же по модулю положительный заряд. Стекло, потертое о шелк, приобретает положительный заряд, а шелк при этом — такой же по модулю отрицательный заряд.

Любой заряд q содержит в себе целое число N элементарных зарядов e:

$$q = Ne.$$

Заряды делят на свободные и связанные. Свободными называют заряды, способные перемещаться по всему заряженному телу под действием электрического поля. Связанными называют заряды, способные лишь смещаться внутри молекулы или атома, но не способные перемещаться по всему заряженному телу под действием электрического поля.

Основным законом электростатики является закон Кулона: сила, с которой взаимодействуют два точечных покоящихся электрических заряда, прямо пропорциональна произведению модулей этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$$

Величина коэффициента пропорциональности k зависит от выбора системы единиц. В СИ $k = 9 \cdot 10^9$ Н · м^2/Кл^2. Безразмерная величина ε, входящая в знаменатель закона Кулона, называется относительной диэлектрической проницаемостью среды, в которую помещены заряды. Относительная диэлектрическая проницаемость среды показывает, во сколько раз сила взаимодействия электрических зарядов в вакууме больше, чем в данной среде.

ε вакуума = 1, ε воздуха тоже примерно равна 1.

Сила Кулона направлена вдоль прямой, соединяющей взаимодействующие заряды. Если на данный заряд действует несколько других зарядов, то равнодействующая $F_р$, действующая на данный заряд, равна векторной сумме сил, действующих на него со стороны каждого из других зарядов в отдельности. На рис. 93 на положительный заряд q действуют положительный заряд q_1 с силой $\vec{F}_1$ и отрицательный заряд $-q_2$ с силой $\vec{F}_2$. Их равнодействующая $\vec{F}$ изображается диагональю параллелограмма, построенного на силах $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ как на сторонах.

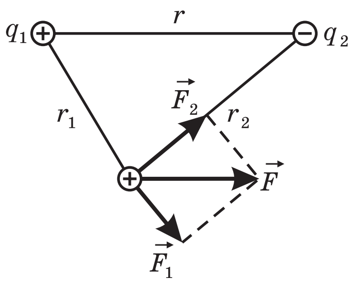


Рис. 93

Модуль этой равнодействующей можно найти по теореме косинусов или Пифагора. Следует знать: если расстояния между зарядами r, r_1 и r_2 равны соответственно 5 см, 3 см и 4 см или 10 см, 6 см и 8 см, или этим же числам с одинаковым количества нулей (например, 50 см, 30 см и 40 см или 0,10 см, 0,6 см и 0,8 см и т.п.), то на рис. 93 все треугольники прямоугольные, и при решении задачи можно применить теорему Пифагора:

$$r^2 = {r_1}^2 + {r_2}^2 \quad \text{и} \quad F^2 = {F_1}^2 + {F_2}^2,$$

где

$$F_1 = k\frac{q_1 q}{\varepsilon r_1^2} \quad \text{и} \quad F_2 = k\frac{q_2 q}{\varepsilon r_2^2}.$$

Если на некоторый заряд (мы говорим «заряд», подразумевая заряженное тело), кроме силы Кулона, действуют и другие силы, например, сила тяжести, сила натяжения, сила трения и т. п., то при решении таких задач часто применяют законы Ньютона. Если заряд под действием приложенных к нему сил покоится или движется равномерно и прямолинейно, то применяют первый закон Ньютона. При этом все противоположно направленные силы приравнивают друг другу. Например, на положительно заряженный шарик q_1 на нити действуют сила Кулона $F_к$ со стороны

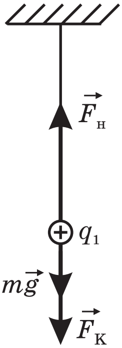


Рис. 94

другого отрицательно заряженного шарика $-q_2$, сила тяжести mg и сила натяжения нити $F_н$ (рис. 94). Положительно заряженный шарик будет оставаться в покое при выполнении условия:

$$F_н = F_к + mg.$$

На рис. 95 одноименно заряженные шарики на нитях, оттолкнувшись, разошлись друг от друга на некоторое расстояние. В такой задаче надо, выполнив рисунок, приложить к шарикам силы Кулона, тяжести и натяжения так, чтобы равнодействующая сил Кулона и тяжести $F_{р1}$ была направлена вдоль нити от точки подвеса и по модулю равнялась силе натяжения нити, направленной к точке подвеса.

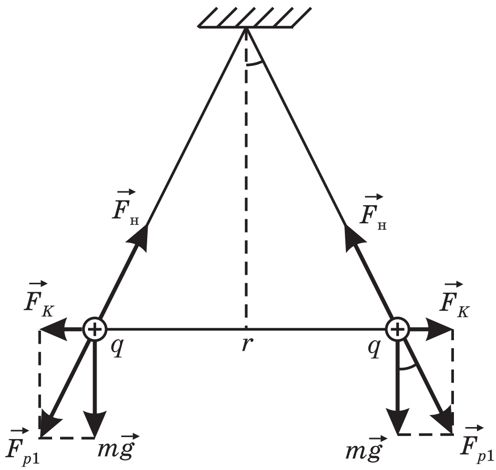


Рис. 95

При решении подобной задачи могут пригодиться приведенные ниже формулы:

$$F_{р1} = F_н,\ F_{p_1} = \sqrt{(mg)^2 + F_K^2}, \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{F_K}{mg},\ F_K = k\frac{q^2}{r^2}.$$

Если заряженное тело под действием приложенных к нему сил движется по окружности, то их равнодействующую $F_р$ приравняйте, согласно второму закону Ньютона, к произведению массы тела и его центростремительного ускорения. Если этой равнодействующей является сама сила Кулона, как на рис. 96, то она и равна этому произведению:

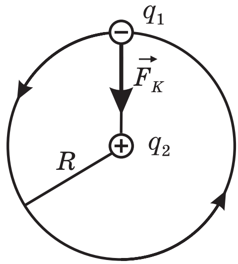


Рис. 96

$$F_к = ma_ц, \quad F_K = k\frac{q_1 q_2}{R^2}.$$

Электрическое поле — это форма материи, окружающая электрические заряды.

Электрическое поле является составной частью единого электромагнитного поля.

Электрическое поле, окружающее неподвижные заряды-источники поля, называется электростатическим (т. е. полем неподвижных зарядов).

Силовой характеристикой электрического поля является его напряженность E.

Напряженность электрического поля в данной точке равна отношению силы F, действующей на пробный заряд q, внесенный в эту точку, к модулю этого заряда:

$$E = \frac{F}{q}.$$

Напряженность — векторная величина. Вектор напряженности сонаправлен с вектором силы, действующей на положительный пробный заряд, внесенный в данную точку электрического поля (рис. 97). Если заряд-источник положительный, то вектор напряженности «отворачивается» от него (рис. 98, *а*), а если отрицательный, — то «поворачивается» к нему (рис. 98, *б*).

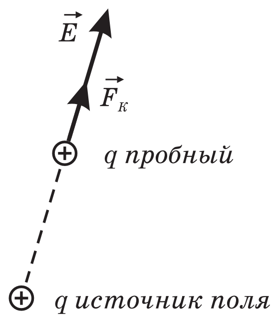


Рис. 97

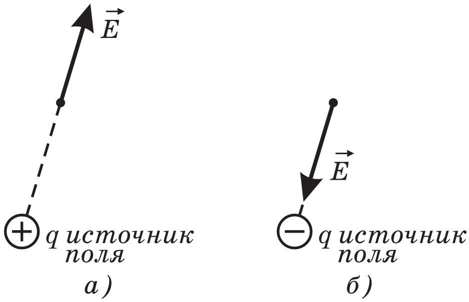


Рис. 98

Направление и величина вектора напряженности электрического поля в данной точке определяются исключительно знаком заряда-источника и не зависят от знака пробного заряда. Напряженность электрического поля точечного заряда-источника в некоторой точке поля прямо пропорциональна модулю этого заряда и обратно пропорциональна квадрату расстояния между этой точкой поля и зарядом-источником:

$$E = k\frac{q}{\varepsilon r^2}.$$

По этим формулам можно также определить напряженность поля заряженной сферы, если заряд по ней распределен равномерно. В этом случае r — расстояние от точки поля, в которой определяется напряженность, до центра сферы.

Относительная диэлектрическая проницаемость среды ε показывает, во сколько раз напряженность E_0 электрического поля в вакууме больше напряженности E в диэлектрике:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Если электрическое поле создано несколькими зарядами-источниками, то результирующая напряженность этого поля определяется принципом суперпозиции полей.

Принцип суперпозиции полей: напряженность электрического поля, созданного в данной точке несколькими заря-

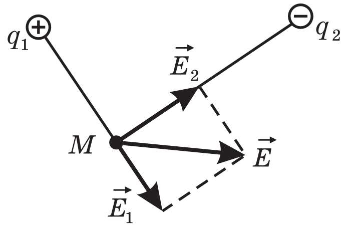


Рис. 99

дами-источниками, равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в этой точке каждым зарядом в отдельности.

На рис. 99 применен принцип суперпозиции полей для определения напряженности поля, созданного в точке M двумя точечными зарядами q_1 и q_2, положительным и отрицательным.

Следует знать, что закон Кулона можно применять только к взаимодействию точечных зарядов или равномерно заряженных шаров — полых или сплошных, все равно. Если же заряд, даже точечный, находится в поле протяженного заряда — в поле бесконечной заряженной плоскости или двух плоскостей — то определять действующую на него электрическую силу можно только воспользовавшись формулой

$$F = qE.$$

Электрическое поле, в каждой точке которого вектор напряженности одинаков, называется однородным. Силовые линии однородного поля — это параллельные прямые, расположенные на одинаковом расстоянии друг от друга.

Примерами однородного поля являются поле бесконечной, равномерно заряженной плоскости (рис. 100, *а*) и поле между двумя бесконечными, равномерно и разноименно заряженными плоскостями (рис. 100, *б*).

Напряженность в любой точке однородного поля бесконечной и равномерно заряженной плоскости определяется по формуле

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

Здесь E — напряженность электрического поля такой плоскости, σ — поверхностная плотность зарядов на ней, ε_0 — электрическая постоянная, ε — диэлектрическая проницаемость среды.

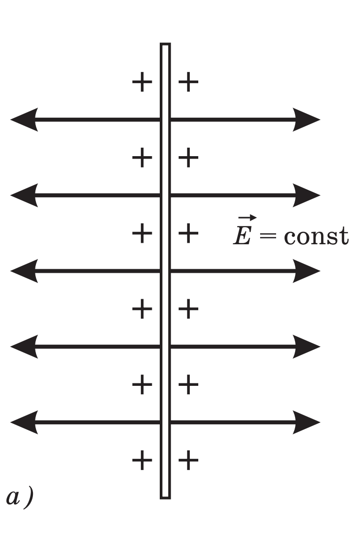


Рис. 100

Напряженность электрического поля между двумя бесконечными, равномерно и разноименно заряженными плоскостями, определяется формулой

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

В электрическом поле на заряд действует сила, под действием которой он перемещается. Следовательно, электрические силы совершают работу перемещения заряда в электрическом поле.

Работа перемещения заряда A, совершаемая электрическими силами в однородном электростатическом поле, равна произведению, напряженности поля E, модуля этого заряда q и проекции вектора перемещения d на силовую линию:

$$A = Eqd.$$

Работа перемещения заряда в однородном электростатическом поле не зависит от формы траектории заряда, а зависит от положения в этом поле начальной и конечной точек перемещения.

Работа перемещения заряда по замкнутой траектории, совершаемая силами электростатического поля, равна нулю.

Под действием силы заряд движется в электрическом поле с ускорением. При этом его кинетическая энергия возрастает на некоторую величину, а потенциальная убывает на такую же величину. При обратном движении заряда, наоборот, потенциальная энергия заряда возрастает, а кинетическая убывает. В результате энергия заряда, движущегося по замкнутой траектории, остается неизменной в полном соответствии с законом сохранения энергии.

Поскольку электростатическое поле действует на помещенный в него заряд с силой, значит, оно сообщает заряду энергию. Энергетической характеристикой электрического поля является его потенциал.

Потенциал электрического поля равен отношению потенциальной энергии заряда в этом поле к величине этого заряда,

$$\varphi = \frac{W_p}{q}.$$

Здесь φ — потенциал электрического поля, W_p — потенциальная энергия заряда q в этом поле.

Потенциал — скалярная алгебраическая величина. Он может быть положительным и отрицательным. Условились считать потенциал поля, созданного положительными зарядами-источниками, положительным, а потенциал поля, созданного отрицательными зарядами-источниками, отрицательным. Чем ближе к положительному заряду-источнику и чем дальше от отрицательного располагается точка, тем выше ее потенциал.

Потенциал поля точечного заряда в данной точке поля прямо пропорционален модулю этого заряда, обратно пропорционален расстоянию от этой точки до заряда и зависит от среды, в которой находится заряд:

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r}.$$

Потенциал поля, созданного в данной точке множеством зарядов-источников, равен алгебраической сумме потенциалов полей, созданных в этой точке каждым зарядом в отдельности (с учетом плюсов и минусов) По последней формуле можно определить и потенциал поля заряженной сферы. В этом случае r — расстояние от центра сферы до точки поля, расположенной вне сферы. Потенциал поля в точках на поверхности сферы с неподвижными зарядами или в любых точках внутри сферы (сплошной или пустой), если внутри нее нет зарядов, определяет формула

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon R},$$

где R — радиус сферы.

Если два заряженных проводника одинакового размера и формы привести в соприкосновение, то потенциал их сделается одинаковым и их общий заряд разделится между ними поровну, поэтому если их потом развести, то на каждом останется половина прежнего суммарного заряда. А если у проводников разные размеры или форма, то при соприкосновении у них тоже сделается одинаковый потенциал, но заряды будут разными. При этом будет выполняться закон сохранения зарядов, согласно которому суммарный заряд проводников до их соединения равен суммарному заряду после соединения.

Отметим, что внутри поверхносто заряженной сферы электрическое поле отсутствует, поэтому напряженность там в каждой точке равна нулю, тогда как потенциал не равен нулю.

Потенциал заряженного проводника — полого или сплошного, все равно — в любой точке внутри него такой же, как и на его поверхности.

Если заряженный проводник заземлить, то его потенциал станет равен потенциалу Земли. При этом из земли на проводник придет заряд, равный заряду проводника, но противоположного знака, поэтому заряды нейтрализуют друг друга и проводник разрядится.

Место, где соединяются концы более двух проводников, называют узлом. При этом потенциалы всех этих концов становятся одинаковыми.

Если заряд q перемещается в электрическом поле между точками с разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ под действием электрической силы, то электрическое поле совершает работу A, и при этом кинетическая энергия заряда изменяется на величину этой работы:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU = E_{k2} - E_{k1}.$$

Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ (или напряжение U) между двумя точками электростатического поля равно отношению работы перемещения заряда из одной точки поля в другую к величине этого заряда:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = U = \frac{A}{q}.$$

Здесь A — работа перемещения заряда q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2.

Напряженность однородного электростатического поля E равна отношению разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ (напряжения U) между двумя его точками к проекции отрезка d, соединяющего эти точки, на линию вектора напряженности:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}, \quad E = \frac{U}{d}.$$

Вектор напряженности всегда направлен в сторону понижения потенциала. Действительно, вектор напряженности всегда направлен от положительного заряда-источника к отрицательному, а по мере удаления от положительного заряда и приближения к отрицательному потенциал точек поля понижается.

Электроемкостью (емкостью) проводника C называется отношение заряда q, сообщенного проводнику, к потенциалу φ, который он при этом приобрел:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Емкость — скалярная положительная величина. Она зависит от формы проводника, его размеров и окружающей среды. Приближение к проводнику других проводников или внесение его в диэлектрическую среду увеличивает емкость проводника.

Емкость уединенного проводника сферической формы прямо пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости среды, окружающей проводник, и радиусу проводника:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Два одинаковых по форме и размерам проводника имеют одинаковую емкость независимо от их вещества. Медный и алюминиевый шары одинакового радиуса имеют одинаковую емкость. Если до соприкосновения они были заряженными, то после соприкосновения или соединения их проводником алгебраическая сумма их бывших зарядов распределится между ними поровну так, что на каждом проводнике окажется половина этой суммы. Например, если заряд одного проводника был равен +6 нКл, а заряд другого проводника был равен −4 нКл, то после их соединения на каждом окажется заряд $\frac{6+(-4)}{2}$ нКл = 1 нКл. Но так будет, если емкости этих проводников одинаковы. Если же нет, то следует помнить, что заряды на них перераспределятся так, что одинаковыми станут потенциалы этих проводников, и при этом сумма новых зарядов на проводниках останется равной сумме их прежних зарядов.

Система из двух близко расположенных проводников называется конденсатором. Пластины конденсатора называют его обкладками.

Если обкладки конденсатора зарядить разноименно (для этого достаточно сообщить заряд одной из обкладок, при этом на второй обкладке вследствие электростатической индукции возникнет заряд противоположного знака), то между ними возникнет электрическое поле, которое почти целиком будет сосредоточено между обкладками и почти не будет рассеиваться в окружающем пространстве.

Заряды распределятся по внутренним поверхностям обкладок, а на их внешних поверхностях заряд будет равен 0.

Простейшим по устройству и наиболее распространенным является плоский конденсатор, представляющий собой две плоские проводящие пластины, разделенные слоем диэлектрика. При условии что расстояние между обкладками плоского конденсатора значительно меньше корня квадратного из площади обкладок, электрическое поле между обкладками будет однородным и будет практически целиком сосредоточено между ними, тогда как за обкладками поле будет отсутствовать. Однородность поля будет нарушаться только вблизи краев обкладок.

Каждый конденсатор характеризуется его емкостью и максимальным напряжением на обкладках, при котором диэлектрик еще не теряет своих изолирующих свойств. При превышении максимального напряжения (напряжения пробоя) диэлектрик будет пробит и конденсатор испортится.

Емкость любого конденсатора равна отношению заряда на его обкладках к разности потенциалов (напряжению) между ними:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \quad C = \frac{q}{U}.$$

Емкость плоского конденсатора C прямо пропорциональна относительной диэлектрической проницаемости ε диэлектрика между обкладками, площади обкладок S и обратно пропорциональна расстоянию d между обкладками:

$$C = \frac{\varepsilon_o \varepsilon S}{d}.$$

Через конденсатор постоянный ток не идет.

Если изменить расстояние между обкладками конденсатора или заменить диэлектрик, не отключая конденсатор от источника зарядов (источника напряжения), то изменятся его емкость и заряд, а напряжение будет оставаться прежним, а если это проделать, отключив конденсатор от источника, то будут изменяться его емкость и напряжение, а заряд изменяться не будет.

Конденсаторы соединяют последовательно и параллельно. На рис. 101, *а*) изображено последовательное соединение трех конденсаторов, а на рис. 101, б) — их параллельное соединение.

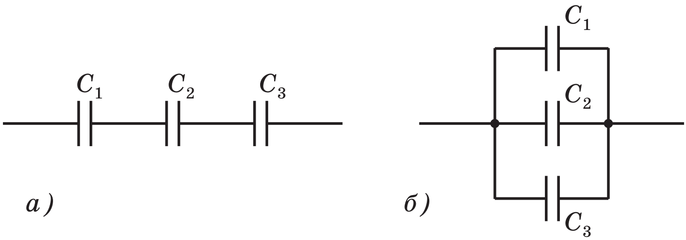


Рис. 101

При последовательном соединении:

1) заряд на всех конденсаторах одинаков,

2) общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах:

$$U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_N;$$

3) величина, обратная общей емкости, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов:

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ ... \ + \frac{1}{C_N}.$$

Если все последовательно соединенные конденсаторы имеют одинаковую емкость, то их общая емкость в N раз меньше емкости каждого из них, а общее напряжение на них в N раз больше напряжения на каждом конденсаторе:

$$C_{общ} = \frac{C}{N}, \quad U_{общ} = NU.$$

Здесь N — количество конденсаторов с одинаковой емкостью. Если два последовательных конденсатора имеют емкости C_1 и C_2, то их общую емкость $C_{общ}$ можно определить по формуле

$$C_{общ} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Если их три, то

$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1C_2C_3}{C_1C_2 + C_2C_3 + C_3C_1}.$$

При последовательном соединении конденсаторов их общая емкость всегда меньше самой меньшей емкости.

Если конденсаторы соединить так, чтобы их левые обкладки оказались соединенными в одной точке, а правые — в другой, то такое соединение будет называется параллельным.

1) напряжения на параллельно соединенных конденсаторах одинаковы;

2) общий заряд батареи параллельно соединенных конденсаторов равен сумме зарядов на каждом из них:

$$q_{\text{общ}} = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_N;$$

3) общая емкость батареи параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов:

$$C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N.$$

Если все N конденсаторов одинаковы, то

$$q_{\text{общ}} = Nq \quad \text{и} \quad C_{\text{общ}} = NC.$$

Если конденсаторы соединены обкладками в одной точке (рис. 102), то алгебраическая сумма зарядов на этих обкладках равна нулю:

$$q_1 + q_2 + q_3 = 0.$$

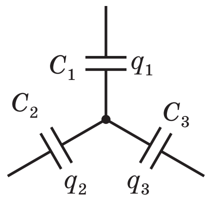


Рис. 102

Следует также помнить, что все соединенные обкладки конденсаторов имеют одинаковый потенциал. Поэтому обкладки с одинаковым потенциалом можно соединять или разъединять с целью упрощения схемы. Если левые обкладки двух конденсаторов с одинаковой емкостью имеют одинаковые потенциалы, то потенциалы их правых обкладок тоже будут одинаковы.

Если вам предложат определить общую емкость батареи конденсаторов, подобную той, что на рис. 103, *а*), то учтите, что потенциалы обкладок 1 и 5 равны, например, φ_1, потенциалы обкладок 4 и 8 равны φ_2, а в силу симметрии схемы потенциалы обкладок 2, 3, 6 и 7 тоже будут одинаковы и равны, например, φ, как и потенциалы точек a и b. Но тогда обкладки конденсатора емкостью C, соединенные с этими точками, тоже будут иметь одинаковый потенциал φ, поэтому разность потенциалов между ними будет равна нулю. А поскольку его емкость C не равна нулю, то, согласно формуле емкости, заряд этого конденсатора тоже будет равен нулю:

$$q = C(\varphi - \varphi) = 0.$$

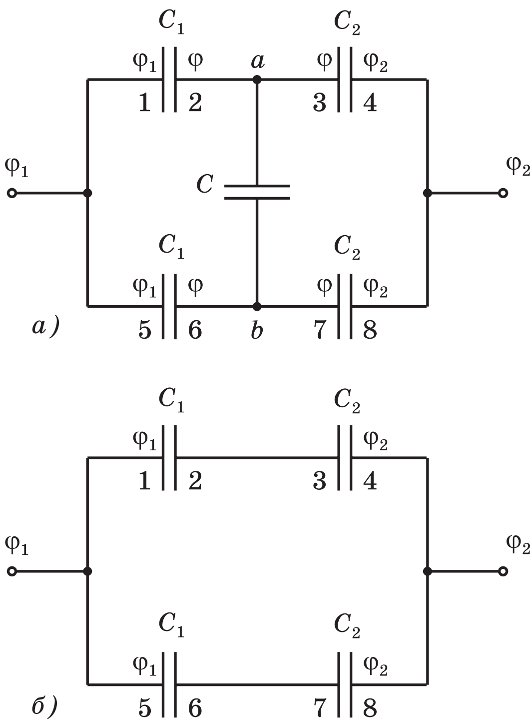


Рис. 103

Значит, такой конденсатор окажется незаряженным и его можно исключить из схемы, заменив эквивалентной схемой (рис. 103, б), емкость которой уже определить несложно:

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Энергию заряженного проводника определяют формулы

$$W_{эл} = \frac{C\varphi^2}{2}, \quad W_{эл} = \frac{q^2}{2C}, \quad W_{эл} = \frac{q\varphi}{2}.$$

Энергия системы проводников равна сумме энергий каждого из них. Если два проводника соединить металлической проволокой, то по ней пройдет ток. При этом выделится некоторое количество теплоты, равное разности общих энергий проводников после и до соединения, а потенциалы проводников станут одинаковы.

Энергию заряженного конденсатора определяют формулы

$$W_{эл} = \frac{CU^2}{2}, \quad W_{эл} = \frac{q^2}{2C}, \quad W_{эл} = \frac{qU}{2}.$$

Если в задаче требуется определить работу по изменению емкости конденсатора — например если из него вынули прокладку, или заменили ее, или изменили расстояние между обкладками, — то эту работу можно приравнять разности энергий конденсатора после и до этих действий.

Если заряженные конденсаторы соединяют проводником, то при наличии разности потенциалов между соединяемыми обкладками по проводнику пройдет кратковременный ток и при этом в нем выделится некоторое количество теплоты, а общая энергия конденсаторов уменьшится. Это количество теплоты будет равно разности суммарной энергии конденсаторов после и до их соединения проводником.

Электрическое поле может существовать независимо от его источников и распространяться в пространстве, перенося при этом энергию. Поэтому важно выразить величину этой энергии через величину, характеризующую само поле, т. е. через его напряженность. Поскольку, когда поле распространяется в пространстве, оно не имеет четко очерченных границ, внутри которых сосредоточена его энергия, то для характеристики энергетических свойств электрического поля английским физиком Максвеллом было введено понятие объемной плотности энергии $w_{эл}$.

Объемная плотность энергии электрического поля $w_{эл}$ равна отношению энергии электрического поля в некотором объеме пространства $W_{эл}$, к величине этого объема V:

$$w_{эл} = \frac{W_{эл}}{V}.$$

Следующая формула определяет величину объемной плотности энергии электрического поля через его силовую характеристику — напряженность E и диэлектрическую проницаемость среды ε, в которой оно создано:

$$w_{эл} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}.$$

2) Законы постоянного тока

Электрический ток — это упорядоченное движение электрических зарядов.

В металлах носителями зарядов являются свободные электроны, в электролитах — положительные и отрицательные ионы, в полупроводниках — электроны и дырки, в газах — ионы обоих знаков и электроны.

За направление тока в проводнике принято направление положительных зарядов. Во внешней части цепи, к которой относятся все ее участки, кроме источника тока, ток течет от плюса к минусу, во внутренней части, т. е. внутри источника тока, — от минуса к плюсу.

Участок цепи внутри источника тока называют внутренней частью цепи, а всю остальную часть цепи, в которую входят потребители тока, измерительные приборы, приборы управления и соединительные провода, — внешней частью цепи.

Силой тока I называется отношение заряда q, прошедшего через поперечное сечение проводника, ко времени прохождения этого заряда t:

$$I = \frac{q}{t}.$$

Сила тока в металлическом проводнике равна произведению концентрации свободных электронов n, модуля элементарного заряда e, скорости упорядоченного движения свободных электронов по проводнику v и площади поперечного сечения проводника S:

$$I = nev\,S.$$

Силу тока в цепи измеряют с помощью приборов — амперметров. Амперметр включается в цепь последовательно тому участку, в котором измеряют силу тока.

Плотность тока j — это отношение силы тока к площади поперечного сечения проводника, по которому идет ток:

$$j = \frac{I}{S}.$$

Плотность тока равна произведению концентрации свободных электронов, модуля элементарного заряда и скорости упорядоченного движения свободных электронов по проводнику:

$$j = nev.$$

Плотность тока — векторная величина. Вектор плотности тока направлен в сторону упорядоченного движения положительных зарядов по проводнику.

Проводник оказывает сопротивление электрическому току.

Сопротивление проводника R равно отношению напряжения U на проводнике к силе тока I в нем:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Сопротивление линейных проводников прямо пропорционально их длине l и обратно пропорционально площади поперечного сечения S:

$$R = \rho\frac{l}{S}.$$

Здесь ρ — удельное сопротивление вещества проводника.

Удельное сопротивление зависит от вещества и температуры проводника.

С повышением температуры проводника усиливаются тепловые колебания ионов решетки, поэтому сопротивление проводника возрастает. Зависимость сопротивления металлов от температуры выражают формулы

$$R = R_o(1 + \alpha t) \quad \text{или} \quad R = R_o(1 + \alpha\Delta T).$$

Основным законом электродинамики является закон Ома.

Закон Ома для проводника (участка цепи): сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению на его концах и обратно пропорциональна сопротивлению проводника:

$$I = \frac{U}{R}.$$

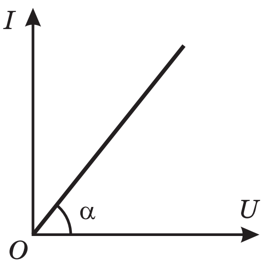


Рис. 104

Проводники, для которых выполняется закон Ома, называются резисторами. Все металлические проводники — резисторы. Вольт-амперной характеристикой резистора, т.е. графиком зависимости силы тока в резисторе от приложенного к нему напряжения, является прямая линия (рис. 104).

Проводники можно соединять последовательно и параллельно. При последовательном соединении проводников (рис. 105):

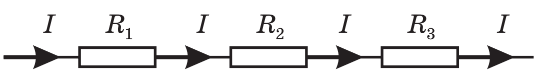


Рис. 105

1) сила тока во всех проводниках одинакова;

2) общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных проводниках:

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N;$$

3) общее сопротивление равно сумме сопротивлений отдельных проводников:

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_N.$$

Если все N проводников имеют одинаковое сопротивление, то

$$R_{\text{общ}} = NR \quad \text{и} \quad U_{\text{общ}} = NU.$$

Напряжения на двух последовательных проводниках прямо пропорциональны их сопротивлениям:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Параллельное соединение проводников (рис. 106).

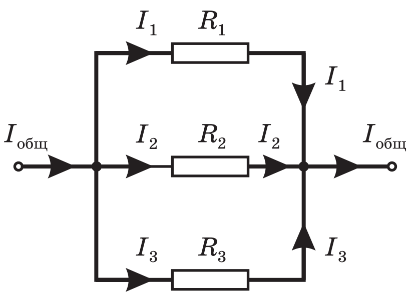


Рис. 106

При параллельном соединении проводников:

1) напряжения на всех проводниках одинаковы;

2) сила тока в общем (неразветвленном) участке цепи равна сумме сил токов в отдельных проводниках:

$$I_{\text{общ}} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_N;$$

3) величина, обратная общему сопротивлению, равна сумме величин, обратных сопротивлениям отдельных проводников:

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}.$$

Если все N проводников, соединенных параллельно, имеют одинаковое сопротивление, то силу тока в общей части цепи и их общее сопротивление определяют формулы:

$$R_{\text{общ}} = \frac{R}{N}, \quad I_{\text{общ}} = NI.$$

Общее сопротивление двух параллельных проводников можно вычислить по формуле

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

а трех — по формуле

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}.$$

Силы токов в двух параллельных проводниках обратно пропорциональны их сопротивлениям:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

В схеме с последовательными и параллельными проводниками советуем вывести из плюса источника тока общий ток — его можно обозначить $I_{\text{общ}}$ — и вести его, не меняя индекса, до первого узла. Узел — это место, где соединено более двух проводников. Далее этот ток разветвляется по параллельным проводникам и индекс его меняется. Советуем теперь индекс силы тока в параллельной ветви ставить таким же, как и индекс сопротивления, по которому этот ток течет.

В последнем узле токи, текущие по параллельным ветвям, стекаются в общий ток, который течет и через источник тока. Силы токов в параллельных проводниках одинаковы только тогда, когда одинаковы сопротивления этих проводников. Сумма сил токов, входящих в узел, равна сумме сил токов, выходящих из узла.

В формуле закона Ома сопротивление R — это всегда общее сопротивление всей внешней части цепи, а сила тока $I_{\text{общ}}$ — это сила тока только в неразветвленном участке цепи, но не в отдельных параллельных ветвях.

Напряжение на параллельных ветвях можно найти, умножив:

а) силу общего тока на общее сопротивление всего параллельного участка;

б) силу тока в любой параллельной ветви на ее сопротивление;

Если вам попадется схема, подобная той, что на рис. 107, обратите внимание, есть ли симметрия между сопротивлениями слева и справа от перемычки *ав*, а также между верхними и нижними сопротивлениями. Если есть, то точки *а* и *в* имеют одинаковый потенциал φ и, значит, разность потенциалов между ними равна нулю. Поэтому ток по перемычке сопротивлением R идти не будет и ее можно из схемы исключить, значительно упростив ее расчет:

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 + R_2}{2}.$$

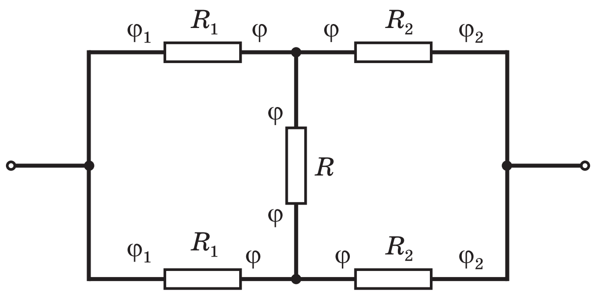


Рис. 107

Запомните: все концы проводников с одинаковыми потенциалами можно соединить в один узел или, наоборот, развести, получив более простую схему, общее сопротивление которой останется прежним.

Если в некоторый участок цепи включен конденсатор, то постоянный ток по этому участку идти не будет, но на обкладках конденсатора возникнет разность потенциалов, равная разности потенциалов на концах участка, к которому конденсатор подключен параллельно.

Если проводник представляет собой сплав разных металлов, равномерно распределенных по его объему, то его можно представить как параллельное соединение проводников из каждого металла в отдельности. При этом длина каждого из таких проводников равна длине проводника из сплава, а площадь поперечного сечения проводника из сплава равна сумме площадей поперечных сечений проводников из отдельных металлов, входящих в сплав. Например, если проводник из сплава меди и стали имеет длину l и площадь поперечного сечения S, то его сопротивление R можно определить через сопротивления медного и стального участков следующим образом:

$$R = \frac{R_{\text{меди}} R_{\text{стали}}}{R_{\text{меди}} + R_{\text{стали}}},$$

где $R_{\text{меди}} = \rho_{\text{меди}} \dfrac{l}{S_{\text{меди}}}$ и $R_{\text{стали}} = \rho_{\text{стали}} \dfrac{l}{S_{\text{стали}}}$,

и кроме того, $S = S_{\text{меди}} + S_{\text{стали}}$.

Амперметр — прибор для измерения силы тока. Поскольку сила тока одинакова при последовательном соединении проводников, амперметр включают последовательно тому участку цепи, в котором измеряют силу тока.

Каждый амперметр рассчитан на некоторую максимальную силу тока, которую нельзя превысить, иначе прибор «сгорит», испортится. Максимально возможную для данного амперметра силу тока обычно указывают на корпусе прибора и в его паспорте. Но иногда необходимо измерить большую силу тока, чем та, на которую данный амперметр рассчитан, а другого прибора под рукой нет. Для этого достаточно подключить к нему параллельно сопротивление, которое называют шунтом, а саму эту операцию – шунтированием прибора.

Пусть амперметр имеет сопротивление $R_{\text{А}}$ и рассчитан на измерение токов не более $I_{\text{А}}$, а требуется измерить ток силой I_0, который в N раз больше тока $I_{\text{А}}$,

$$N = \frac{I_0}{I_A}.$$

Если ток I_0 пустить непосредственно в амперметр, то прибор испортится. Чтобы этого не случилось, часть тока I_0 отводят в параллельный амперметру шунт, сопротивление которого $R_{\text{ш}}$ подбирают таким, чтобы амперметр мог измерять токи до I_0.

Определим, каким должно быть сопротивление шунта $R_ш$. Чтобы амперметр мог измерять ток I_0, в N раз превышающий ток $I_А$, если его сопротивление $R_А$, к нему подключают параллельно шунт (рис. 108).

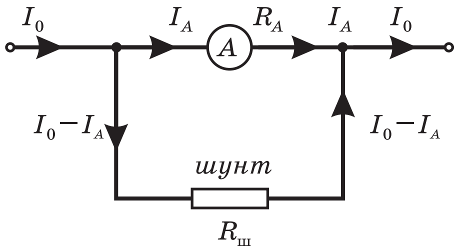


Рис. 108

Сопротивление шунта рассчитывают по формуле

$$R_ш = \frac{R_A}{N-1}, \quad \text{где } N = \frac{I_0}{I_A}.$$

Следовательно, сопротивление шунта должно быть в $N - 1$ раз меньше сопротивления амперметра.

В итоге мы получим новый прибор, цена деления которого увеличится в N раз.

Вольтметр — это прибор, предназначенный для измерения напряжения в цепи. Поскольку напряжение одинаково при параллельном соединении проводников, вольтметр подключается параллельно тому участку, на котором напряжение измеряется.

Максимальное напряжение, на которое рассчитан данный вольтметр, указывается в его паспорте и на корпусе прибора. Но иногда нужно измерить напряжение, большее, чем максимальное напряжение, на которое рассчитан данный вольтметр. Чтобы при этом прибор не «сгорел», к нему подключают последовательно сопротивление (резистор), которое так и называют «добавочное сопротивление» (рис. 109).

При этом общее сопротивление вольтметра вместе с добавочным сопротивлением становится больше сопротивления самого вольтметра и через них пойдет ток, значительно

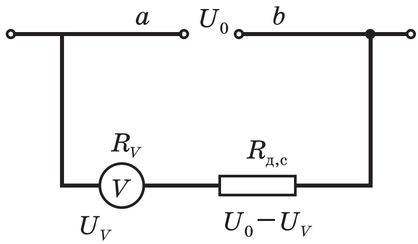


Рис. 109

меньший по сравнению с током, текущим в участке цепи, на котором измеряется напряжение. Поэтому этим малым током можно будет пренебречь и считать, что ни ток, ни напряжение на этом участке практически не изменяется при подключении к нему вольтметра.

Пусть максимально допустимое напряжение на вольтметре U_V, а нам надо измерить напряжение U_0 на участке цепи ab, к которому вольтметр подключен и которое в N раз больше U_V:

$$N = \frac{U_0}{U_V},$$

т. е. мы хотим в N раз увеличить цену деления шкалы прибора.

Чтобы вольтметр мог измерить напряжение, в N раз большее напряжения, на которое он рассчитан, добавочное сопротивление, подключенное к нему последовательно, должно быть в $N - 1$ раз больше сопротивления самого вольтметра R_V:

$$R_{д.с.} = R_V(N - 1).$$

Для создания и поддержания на концах проводника постоянной разности потенциалов необходимо наличие в цепи источника тока, энергия которого шла бы на разделение зарядов на его полюсах, т. е. постоянно накапливала отрицательные заряды на одном полюсе источника, а положительные — на другом. В источнике тока на свободные заряды помимо сил Кулона действуют также и силы неэлектростатического происхождения (химического в гальванических элементах и аккумуляторах, механического и магнитного в генераторах тока и т. д.). Эти силы получили название сторонних сил.

Сторонние силы — это силы неэлектростатического происхождения, способные поддерживать разность потенциалов на концах проводника.

В источнике тока сторонние силы $F_{ст}$ совершают работу разделения зарядов на полюсах источника. Именно эти силы понуждают положительные заряды двигаться к положительному полюсу источника, отталкивающему их. Для характеристики способности сторонних сил совершать большую или меньшую работу перемещения зарядов введено понятие электродвижущей силы (ЭДС).

Электродвижущая сила $\mathcal{E}$ равна отношению работы сторонних сил $A_{стор.\,сил}$ к величине перемещаемого ими заряда q:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{стор.сил}}{q}.$$

ЭДС — скалярная алгебраическая величина, т. е. она может быть положительной или отрицательной. ЭДС источника считается положительной, если, обходя контур, содержащий несколько источников тока, в произвольно выбранном направлении, мы переходим внутри источника (в узком промежутке между толстой и короткой черточкой, обозначающей отрицательный полюс источника, и длинной тонкой, обозначающей его положительный полюс) в сторону повышения потенциала, т. е. от толстой короткой (минуса) к длинной тонкой (плюсу).

На рис. 110 изображен контур, в который включены три источника тока с ЭДС $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ и $\mathcal{E}_3$. Стрелкой внутри контура показано направление произвольного обхода контура, т. е. мы обходим контур по часовой стрелке. При этом в источнике тока с ЭДС $\mathcal{E}_1$ мы переходим в сторону повышения потенциала, т. е. от минуса к плюсу, поэтому ЭДС этого источника тока положительна. В источнике тока с ЭДС $\mathcal{E}_2$ мы, наоборот, двигаемся в сторону понижения потенциала, переходя от плюса к минусу, поэтому ЭДС этого источника отрицательна. По тем же причинам ЭДС $\mathcal{E}_3$ тоже отрицательна.

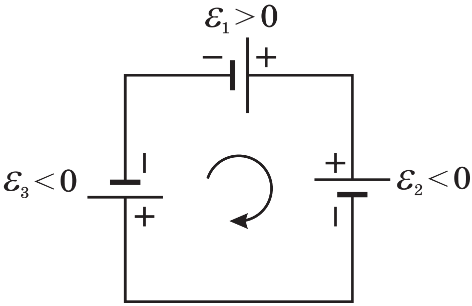


Рис. 110

Результирующая ЭДС контура равна алгебраической сумме ЭДС каждого источника. Поэтому ЭДС контура, изображенного на рис. 110, равна:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3.$$

Единица ЭДС в СИ та же, что и единица потенциала и напряжения, т. е. вольт (В).

ЭДС источника равна разности потенциалов на его полюсах при разомкнутой внешней цепи. Поэтому для измерения ЭДС источника надо разомкнуть цепь, в которую он включен, и подключить вольтметр к его полюсам.

Если на данном участке цепи не действует ЭДС, т. е. если там нет источника тока, то

$$U = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Напряжение на участке цепи, не содержащем ЭДС, равно разности потенциалов на концах этого участка.

ЭДС источника тока равно сумме напряжений на всех участках замкнутой цепи.

$$\mathcal{E} = U_{\text{внешн}} + U_{\text{внутр}}.$$

Вольтметр, подключенный к полюсам источника тока при замкнутой цепи, показывает общее напряжение на всей внешней части цепи.

$I = \dfrac{\mathcal{E}}{R + r}$ — закон Ома для полной (замкнутой) цепи: сила тока в цепи прямо пропорциональна ЭДС источника тока и обратно пропорциональна сумме сопротивлений внешнего и внутреннего участков цепи.

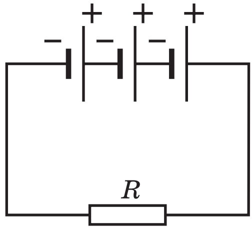


Рис. 111

Если цепь содержит N одинаковых источников тока, соединенных последовательно, т. е. разноименными полюсами (рис. 111), то и ЭДС, и внутреннее сопротивление такой батареи увеличиваются в N раз по сравнению с ЭДС и внутренним сопротивлением одного источника тока. Тогда формула закона Ома для замкнутой цепи с N последовательно соединенными одинаковыми источниками примет вид:

$$I = \frac{\mathcal{E} N}{R + N r}.$$

Одинаковыми считаются источники тока с одинаковыми ЭДС и внутренними сопротивлениями.

Если цепь содержит N одинаковых источников тока, соединенных параллельно, т. е. одноименными полюсами (рис. 112), то ЭДС такой батареи равна ЭДС одного элемента, а внутреннее сопротивление уменьшается в N раз по сравнению с внутренним сопротивлением одного элемента. Тогда закон Ома для цепи, содержащей N одинаковых источников тока, соединенных параллельно, примет вид:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \dfrac{r}{N}}.$$

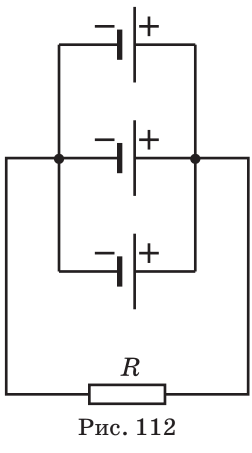


Рис. 112

Если полюса источника тока замкнуты проводником с пренебрежимо малым сопротивлением, т. е. если цепь не содержит внешнего сопротивления (нагрузки) R, то такое соединение концов цепи называется коротким замыканием. При коротком замыкании закон Ома для полной цепи примет вид:

при $R = 0 \quad I_{\text{к.з.}} = \dfrac{\mathcal{E}}{r}$ — сила тока короткого замыкания.

В любой электрической цепи энергия источника тока превращается в потребителях в иные виды энергии и при этом электрический ток совершает ту или иную работу. Работа тока на данном участке цепи

$$A = UI\,t, \qquad A = \frac{U^2}{R}t, \;\; A = I^2Rt.$$

Из этих формул следует, что при неизменной силе тока работа тока прямо пропорциональна сопротивлению участка цепи, где она производится, а при неизменном напряжении она обратно пропорциональна этому сопротивлению.

Быстрота совершения током работы на данном участке цепи характеризуется мощностью тока P. Мощность тока равна отношению работы ко времени, за которое она совершена:

$$P = \frac{A}{t}.$$

С учетом приведенных выше формул формулу мощности тока можно выразить так:

$$P = UI, \quad P = I^2 R, \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

При прохождении тока по проводнику положительные ионы в узлах кристаллических решеток проводника за счет энергии тока начинают сильнее колебаться, что сопровождается увеличением внутренней энергии проводника, т. е. его нагреванием. При этом энергия тока выделяется в виде теплоты, которую называют джоулевым теплом. Количество теплоты Q, выделяющейся в проводнике при прохождении по нему электрического тока, практически одновременно и независимо друг от друга определили английский ученый Д. Джоуль и русский ученый Э.Х. Ленц. Закон, открытый ими, получил название закона Джоуля — Ленца.

Закон Джоуля–Ленца: количество теплоты, выделившейся в проводнике при прохождении по нему электрического тока, прямо пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени прохождения тока:

$$Q = I^2Rt.$$

Закон Джоуля — Ленца можно записать иначе, воспользовавшись законом Ома для участка цепи:

$$Q = \frac{U^2}{R}t \quad \text{и} \quad Q = UI\,t.$$

КПД электрической цепи η можно определить по формулам:

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}}100\%, \qquad \eta = \frac{R}{R+r}100\%$$

Электролитами называют вещества, распадающиеся в жидком состоянии на ионы. К ним относятся кислоты, соли и основания, а также их расплавы. Ток в электролите — это упорядоченное движение ионов противоположного знака под действием электрического поля в электролите.

Явление выделения вещества на электродах при прохождении в электролите электрического тока называется электролизом.

Английский ученый М. Фарадей, изучая экспериментально явление электролиза разных веществ, открыл закон, получивший название первого закона Фарадея для элетролиза: масса вещества m, выделившегося на электроде при электролизе, прямо пропорциональна заряду q, прошедшему через электролит:

$$m = kq.$$

Коэффициент пропорциональности k в этой формуле называется электрохимическим эквивалентом вещества, выделяющегося на электроде.

Электрохимический эквивалент — скалярная положительная величина. Его единица измерения в СИ — кг/Кл.

Величина электрохимического эквивалента разных веществ приводится в справочниках и задачниках по физике.

Поскольку из определения силы тока следует, что $q = I\,t$, то, подставив это выражение вместо q в предыдущую формулу, получим другую запись первого закона Фарадея для электролиза:

$$m = k\,I\,t.$$

Здесь I — сила тока в электролите, t — время его прохождения, т. е. время электролиза.

Другая формулировка первого закона Фарадея для электролиза: масса вещества, выделившегося на электроде при электролизе, прямо пропорциональна силе тока в электролите и времени его прохождения.

При электролизе выделение вещества происходит одновременно на обоих электродах. Поскольку при этом на катоде и аноде выделяются разные вещества, их массы различны, так как различны их электрохимические эквиваленты.

Иная запись закона Фарадея для электролиза:

$$m = \frac{1}{F}\frac{M}{n}It.$$

Это выражение иногда называют объединенным законом Фарадея для электролиза. Его формулировка: масса вещества m, выделившегося на электроде при электролизе, прямо пропорциональна молярной массе M этого вещества, силе тока в электролите I, времени электролиза t и обратно пропорциональна валентности n этого вещества.

Если в задаче на электролиз что-либо сказано о толщине h осаждаемого на электроде вещества, то его массу m можно выразить через плотность ρ и объем V, а объем — через толщину и площадь покрытия S:

$$m = \rho V \text{ и } V = hS.$$

3) Магнетизм

Магнитное поле — это форма материи, окружающей движущиеся электрические заряды. Магнитное поле окружает проводники с током.

Силовой характеристикой магнитного поля является магнитная индукция.

Магнитная индукция B — это величина, равная отношению максимального момента силы, вращающей контур с током в магнитном поле, к силе тока в этом контуре и его площади:

$$B = \frac{M_{\max}}{IS}.$$

Другое определение магнитной индукции: магнитная индукция — это величина, равная отношению максимальной силы, действующей на проводник с током в магнитном поле, к силе тока в нем и длине этого проводника в магнитном поле:

$$B = \frac{F_{\max}}{Il}.$$

Магнитная индукция — векторная величина. Вектор магнитной индукции совпадает по направлению с положительной нормалью n к плоскости контура. За направление положительной нормали $\vec{n}$ принято направление поступательного движения правого винта (буравчика), когда его головка вращается по току в контуре (рис. 113).

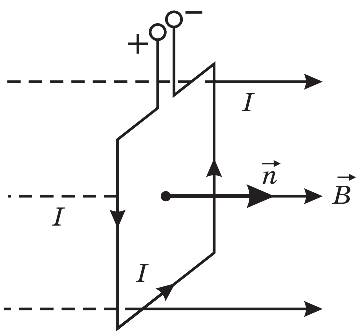


Рис. 113

Правым винтом может служить ваша правая рука. Если свернуть четыре пальца правой руки в направлении тока в контуре, то большой палец, отставленный на 90°, покажет направление положительной нормали и вектора магнитной индукции.

Единица магнитной индукции в СИ — тесла (Тл).

Магнитное поле изображают графически с помощью магнитных силовых линий или линий магнитной индукции.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ располагается по касательной к линии магнитной индукции.

В природе не существует магнитных зарядов, поэтому линии магнитной индукции всегда замкнуты. Магнитное поле является вихревым, в отличие от потенциального электростатического поля, линии которого всегда разомкнуты, т. к. начинаются и оканчиваются на электрических зарядах.

Линии магнитной индукции охватывают проводники с током.

Линии магнитной индукции поля прямого тока представляют собой концентрические окружности с центром на проводнике с током (рис. 114). Их направление можно определить с помощью правого винта или с помощью вашей правой руки: если большой палец правой руки направить по направлению тока в проводнике, то четыре загнутых пальца покажут направление линии магнитной индукции. По мере удаления от проводника с током индукция магнитного поля этого тока уменьшается.

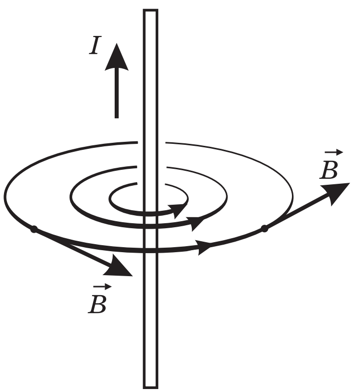


Рис. 114

Магнитное поле, в каждой точке которого вектор магнитной индукции одинаков, называется однородным. Линии магнитной индукции однородного поля представляют собой прямые, расположенные на одинаковом расстоянии друг от друга. Чем гуще они располагаются, тем больше магнитная индукция.

Примером однородного магнитного поля является магнитное поле внутри длинного соленоида — катушки с током (рис. 115, *а*).

Такое поле снаружи подобно магнитному полю полосового магнита (рис. 115, б). Вне магнита линии магнитной индукции выходят из северного полюса N и входят в его южный полюс S. Магнитное поле полосового магнита наибольшее на его полюсах, а в центре его магнитная индукция равна нулю.

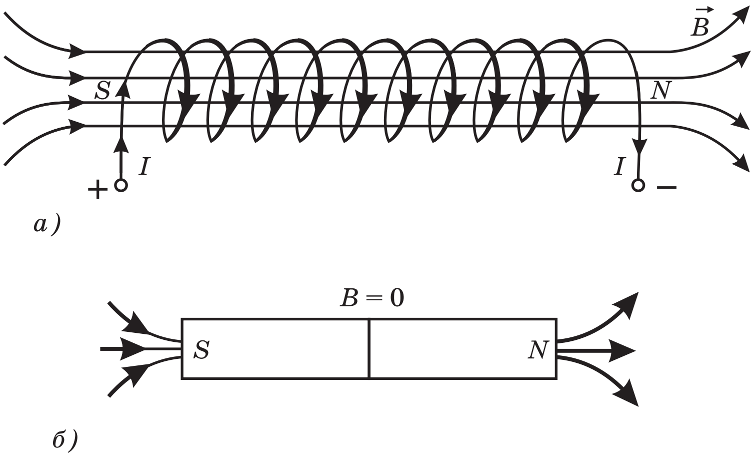


Рис. 115

Если в однородное поле внести рамку с током, расположив ее плоскость параллельно линиям магнитной индукции, то на стороны рамки, перпендикулярные линиям магнитной индукции, будет действовать пара сил Ампера $F_{\text{А}}$, которая создаст максимальный вращающий момент сил $M_{\max}$, равный произведению индукции магнитного поля, силы тока в ней и ее площади:

$$M_{\max} = BIS.$$

Направление силы Ампера можно определить по правилу левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы

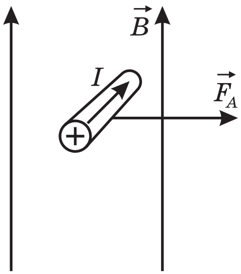


Рис. 116

магнитные линии входили в ладонь, а четыре вытянутых пальца направить по току в проводнике, то большой палец, отставленный на 90°, покажет направление силы Ампера, действующей на этот проводник в данном магнитном поле (рис. 116).

Если проводник с током расположить параллельно магнитным линиям, то сила Ампера на него действовать не будет.

Величину силы Ампера определяет закон Ампера: сила F, действующая на проводник с током в однородном магнитном поле, равна произведению магнитной индукции этого поля B, силы тока в проводнике I, длины проводника в магнитном поле l и синуса угла α между направлением магнитного поля и направлением тока в проводнике:

$$F_{\text{А}} = BI\,l \sin\alpha\,.$$

Величину момента сил M, вращающих контур площадью S с током силой I в магнитном поле индукцией B при произвольном расположении контура, можно определить по формуле

$$M = BI\,S \sin a.$$

Здесь a — угол между направлением вектора индукции магнитного поля и направлением положительной нормали к контуру.

Момент сил, вращающих контур с током в однородном магнитном поле, равен произведению индукции этого поля, силы тока в контуре, площади контура и синуса угла между векторами магнитной индукции и нормалью к плоскости контура.

Сила Лоренца $F_{\text{л}}$, действующая на заряд q, движущийся в однородном магнитном поле, равна произведению индукции этого поля B на заряд, на скорость его движения и на синус угла α между направлением магнитного поля и направлением движения заряда

$$F_{\text{л}} = Bqv \sin a.$$

Определить направление силы Лоренца можно тоже по правилу левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы магнитные линии входили в нее, а четыре вытянутых пальца направить по направлению движения положительного заряда (или против направления движения отрицательного заряда), то большой палец, отставленный на 90°, покажет направление силы Лоренца (рис. 117).

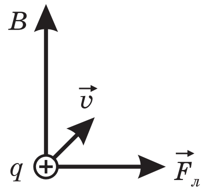


Рис. 117

Сила Лоренца всегда перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, вектору перемещения заряда, поэтому она работы перемещения заряда в магнитном поле не совершает, вследствие чего кинетическая энергия заряда, движущегося в магнитном поле под действием силы Лоренца, не изменяется.

Из механики мы знаем, что если на тело действует постоянная по модулю сила, все время перпендикулярная вектору скорости тела, то такое тело движется равномерно по окружности. Следовательно, заряженная частица, влетевшая в однородное магнитное поле перпендикулярно его магнитным линиям, движется равномерно по окружности, охватывающей магнитные линии.

На рис. 118 положительно заряженная частица с зарядом q, влетевшая в однородное магнитное поле индукцией $\vec{B}$ в направлении, показанном вектором, движется вокруг магнитных линий по часовой стрелке. Если же в это магнитное поле влетит отрицательно заряженная частица (например электрон), тоже перпендикулярно линиям магнитного поля, то она станет двигаться вокруг магнитных линий против часовой стрелки.

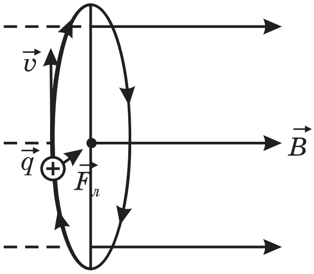


Рис. 118

Если заряженная частица влетает в магнитное поле под углом к магнитным линиям, то она станет двигаться по винтовой линии (рис. 119), вращаясь по окружности с линейной скоростью, равной нормальной составляющей v_x вектора скорости v, и одновременно перемещаясь равномерно вдоль линий вектора индукции магнитного поля с тангенциальной составляющей vy вектора скорости v.

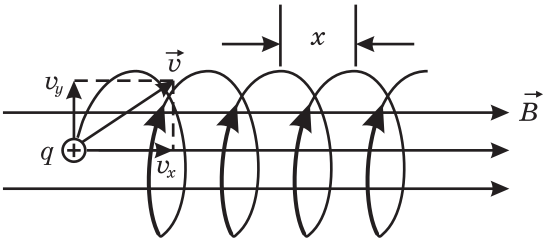


Рис. 119

Расстояние x, которое она пролетит вдоль магнитной линии за один оборот, называется шагом винта. Поскольку вдоль магнитной линии частица движется с постоянной скоростью v, то шаг винта равен

$$x = v_x T = vT \cos \alpha .$$

Здесь T — период, т. е. время одного оборота частицы вокруг магнитных линий.

Если заряженная частица движется одновременно в электрическом и магнитном полях (т. е. в электромагнитном поле), то на нее действует обобщенная сила Лоренца, равная векторной сумме силы Лоренца, действующей на нее со стороны магнитного поля, и силы Кулона, действующей со стороны электрического поля.

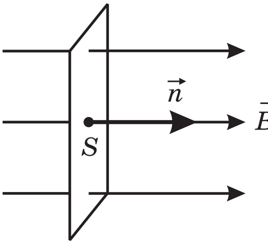


Рис. 120

Пусть в однородном магнитном поле индукцией $\vec{B}$ находится некоторая площадка S, перпендикулярная магнитным линиям поля, которые ее свободно пересекают (рис. 120). Магнитным потоком Φ сквозь эту площадку (потоком вектора магнитной индукции) называется произведение индукции магнитного поля B на величину площадки S:

$$\Phi = BS.$$

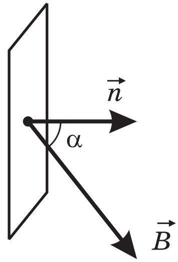


Рис. 121

Если площадка S расположена параллельно магнитным линиям, то они ее не пересекают, поэтому магнитный поток через площадку в этом случае равен нулю.

Если вектор индукции магнитного поля направлен под углом α к нормали (рис. 121), то

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

Магнитный поток Φ, создаваемый однородным магнитным полем сквозь некоторую площадку в нем, равен произведению индукции этого магнитного поля B на величину площадки S и на косинус угла α между вектором магнитной индукции и нормалью к площадке.

Магнитный поток — скалярная алгебраическая величина, т. е. он может быть положителен и отрицателен, поскольку косинус угла α может быть больше и меньше нуля. Если магнитные линии выходят из площадки S, т. е. если угол α меньше $90°$, то косинус угла α больше нуля и магнитный поток положителен. Если же магнитные линии входят в площадку S со стороны, обратной по отношению к нормали, то угол α будет больше $90°$ и меньше $180°$ и косинус такого угла будет меньше нуля, поэтому и магнитный поток в этом случае будет отрицателен.

Если магнитный поток пересекает замкнутую поверхность (представьте ее в виде надутого воздушного шарика), то, поскольку все магнитные линии непрерывны и замыкаются сами на себя, число входящих в эту поверхность магнитных линий, создающих отрицательный поток, будет равно числу выходящих магнитных линий, создающих численно такой же по модулю, но положительный поток. Поэтому полный поток вектора магнитной индукции сквозь замкнутую поверхность равен нулю. Это важное свойство магнитного поля свидетельствует об отсутствии в природе магнитных зарядов и вихревом характере магнитного поля.

Когда магнитный поток сквозь площадь, ограниченную проводящим контуром, изменяется, в этом контуре возникает индукционный ток.

Русский ученый Э. Ленц сформулировал правило определения направления индукционного тока, возникающего в контуре при изменении магнитного потока, пересекающего этот контур. Оно получило название правила Ленца: индукционный ток всегда направлен так, что своим магнитным полем он противодействует любому изменению магнитного потока, вызвавшего этот ток.

Обратимся к рис. 122, *а*). Когда магнитный поток сквозь контур, создаваемый внешним по отношению к контуру магнитным полем индукцией B, нарастает, индукционный ток I_i в контуре направлен так, что его магнитное поле индукцией B_i (на рис. 122 оно изображено штриховыми стрелками), антинаправлено внешнему магнитному полю, противодействуя увеличению магнитного потока. Отметим, что направление тока I_i связано с направлением своего магнитного поля B_i правилом правого винта — буравчика. Когда же магнитный поток, создаваемый внешним магнитным полем индукцией B, по какой-то причине убывает (рис. 122, *б*), индукционный ток в контуре изменяет свое направление на противоположное и при этом его магнитное

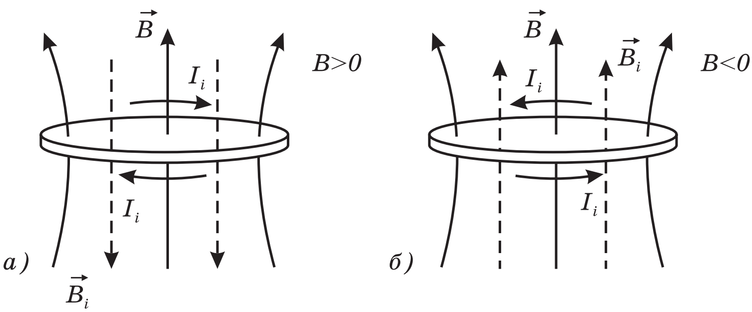


Рис. 122

поле оказывается сонаправленным с внешним полем. Теперь магнитное поле индукционного тока противодействует убыли магнитного потока, создаваемого внешним магнитным полем сквозь контур, поддерживая его.

Явление возникновения индукционного тока в контуре при изменении магнитного потока, пересекающего этот контур, называется электромагнитной индукцией. По закону Ома сила индукционного тока I_i прямо пропорциональна ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ и обратно пропорциональна сопротивлению контура R:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}.$$

Закон Фарадея для электромагнитной индукции: ЭДС электромагнитной индукции, возникающая в контуре при всяком изменении магнитного потока, пересекающего этот контур, равна скорости изменения магнитного потока, взятой со знаком «минус»,

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Эта формула справедлива, когда магнитный поток изменяется монотонно, т. е. когда за равные промежутки времени Δt он изменяется на одинаковую величину $\Delta\Phi$ и ЭДС индукции постоянна. Если же магнитный поток изменяется произвольно, то увеличиваясь, то уменьшаясь, что бывает при вращении контура в магнитном поле, то пользоваться этой формулой для определения мгновенного значения ЭДС индукции нельзя, по ней можно определить только среднее значение ЭДС индукции.

При произвольном изменении магнитного потока сквозь контур ЭДС индукции равна первой производной магнитного потока по времени, взятой со знаком «минус»:

$$\mathcal{E}_i = -\Phi'$$

Знак «минус» в этих формулах объясняется правилом Ленца.

Если контур, пересекаемый переменным магнитным потоком, содержит не один, а N витков, то ЭДС индукции в нем будет в N раз больше, чем в одном витке. При этом предыдущие формулы примут вид:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N, \qquad \mathcal{E}_i = -\Phi' N.$$

ЭДС индукции, возникающая в проводнике, движущемся поступательно в однородном магнитном поле под углом α к магнитным линиям, равна произведению индукции этого поля на скорость проводника, на его длину в этом поле и на синус угла между вектором индукции магнитного и вектором скорости проводника:

$$\mathcal{E}_i = Bvl\,sin\,\alpha.$$

ЭДС индукции $\mathcal{E}_\mathrm{i}$, возникающая в контуре, вращающемся равномерно в однородном магнитном поле, равна произведению угловой скорости ω контура на индукцию B магнитного поля, на площадь контура S и на синус угла α между вектором магнитной индукции и нормалью к плоскости контура:

$$\mathcal{E}_i = B\omega S\,sin\,\alpha.$$

В случае, когда плоскость контура параллельна магнитным линиям, угол $a = 90°$ и $\sin\alpha = 1$. Тогда ЭДС индукции в контуре будет максимальна:

$$\mathcal{E}_{i\,max} = \omega BS.$$

Если контур содержит N витков, то ЭДС индукции в нем в N раз больше, чем в одном витке:

$$\mathcal{E}_i = B\omega SN\sin\alpha \quad \text{и} \quad \mathcal{E}_{i\,max} = BSN.$$

Явление возникновения ЭДС индукции и индукционного тока в контуре вследствие изменения тока, текущего в этом контуре, называется явлением самоиндукции.

ЭДС индукции, возникающая при изменении тока в контуре, называется ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_s$, а индукционный ток в нем — током самоиндукции I_s.

Магнитный поток Φ сквозь катушку (или контур любой иной формы) прямо пропорционален силе тока в ней:

$$\Phi = LI.$$

Здесь L — коэффициент пропорциональности между током и связанным с ним магнитным потоком. Он называется коэффициентом самоиндукции контура или его индуктивностью. Величина индуктивности зависит от формы и размеров самого контура, а также от магнитных свойств среды, и постоянна для данного контура.

ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_s$, возникающая в контуре при изменении тока в нем, прямо пропорциональна скорости изменения силы тока в контуре, взятой со знаком «минус»:

$$\mathcal{E}_s = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Если ток в контуре изменяется произвольно, то пользоваться этой формулой для определения мгновенной ЭДС самоиндукции нельзя, по ней можно определить лишь среднее значение ЭДС самоиндукции за время Δt. Для определения мгновенного значения ЭДС самоиндукции в этом случае надо пользоваться формулой

$$\mathcal{E}_s = -LI'.$$

Мгновенная ЭДС самоиндукции прямо пропорциональна первой производной силы тока по времени, взятой со знаком «минус».

Магнитное поле, как и всякое силовое поле, обладает энергией.

Энергия магнитного поля катушки с током равна половине произведения индуктивности этого соленоида на квадрат силы тока в нем:

$$W_M = \frac{LI^2}{2}.$$

Поскольку магнитное поле размыто по пространству, то, чтобы охарактеризовать его энергетические свойства, вводят величину, равную энергии магнитного поля в единице объема пространства, занятого этим полем. Эта величина называется объемной плотностью энергии магнитного поля $w_м$.

Объемная плотность энергии магнитного поля $w_м$ равна отношению энергии магнитного поля $W_м$ к объему V пространства, занятого им:

$$w_M = \frac{W_M}{V}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля прямо пропорциональна квадрату магнитной индукции этого поля и обратно пропорциональна относительной магнитной проницаемости среды, занятой им:

$$w_M = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}.$$

Основные формулы электромагнетизма

Кратность электрического заряда

$$q = Ne$$

Здесь q — заряд (Кл), N — число нескомпенсированных элементарных зарядов в заряде q (безразмерное), $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — элементарный заряд (Кл)

Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

Здесь σ — поверхностная плотность заряда (Кл/м^2), q — заряд на поверхности (Кл), S — площадь этой поверхности (м^2).

Закон Кулона

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \qquad F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$$

Здесь F — сила взаимодействия точечных зарядов (Н), $k = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл^2 — коэффициент пропорциональности, q_1 и q_2 — модули взаимодействующих зарядов (Кл), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), $\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная, r — расстояние между зарядами (м).

Напряженность электрического поля

$$E = \frac{F}{q}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м), F — сила, действующая на заряд (Н), q — заряд (Кл).

Напряженность поля точечного заряда

$$E = k\frac{q}{\varepsilon r^2}, \qquad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$$

Здесь E — напряженность поля (Н/Кл или В/м), k — коэффициент пропорциональности (Н · м^2/Кл^2), q — модуль заряда (Кл), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), ε_o — электрическая постоянная (Ф/м), r — расстояние от точки с напряженностью E до заряда q (м).

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (В/м), σ — поверхностная плотность зарядов на плоскости (Кл/м^2), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная).

Напряженность поля двух разноименно и равномерно заряженных плоскостей с одинаковой поверхностной плотностью зарядов (напряженность поля плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

Все величины те же, что и в предыдущей формуле.

Работа перемещения заряда в однородном электрическом поле

$$A = Eqd$$

Здесь A — работа перемещения заряда (Дж), E — напряженность однородного поля (Н/Кл или В/м), q — перемещаемый заряд (Кл), d — проекция перемещения на силовую линию однородного поля (м).

Потенциал электрического поля

$$\varphi = \frac{W_p}{q}$$

Здесь φ — потенциал электрического поля (В), W_p — потенциальная энергия заряда (Дж), q — заряд, обладающий этой энергией в электрическом поле (Кл).

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$$

Все величины те же, что и в аналогичной формуле напряженности

Разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = U = \frac{A}{q}$$

Здесь $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В), U — напряжение (В), A — работа перемещения заряда (Дж), q — перемещаемый заряд (Кл).

Связь напряженности с разностью потенциалов в однородном электрическом поле

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}, \quad E = \frac{U}{d}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В), U — напряжение между этими точками (В), d — проекция расстояния между этими точками на силовую линию поля (м).

Электроемкость проводника

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Здесь C — емкость проводника (Ф), q — заряд проводника (Кл), φ — его потенциал (В).

Емкость сферического проводника

$$C = 4\pi\varepsilon_o\varepsilon R$$

Здесь C — емкость сферического проводника (Ф), ε_o — электрическая постоянная (Ф/м), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), R — радиус сферы (м).

Емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \quad C = \frac{q}{U}$$

Здесь C — емкость конденсатора (Ф), q — его заряд (Кл), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между его обкладками (В), U — напряжение между обкладками (В).

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_o\varepsilon S}{d}$$

Здесь C — емкость плоского конденсатора (Ф), ε_o — электрическая постоянная (Ф/м), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), S — площадь обкладок конденсатора (м^2), d — расстояние между обкладками (м).

Последовательное соединение конденсаторов

q — одинаков на всех конденсаторах,

$$U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N,$$

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ \ldots \ + \frac{1}{C_N},$$

если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

$$C_{общ} = \frac{C}{N}, \quad U_{общ} = NU$$

Здесь q — заряд конденсаторов (Кл), $U_{общ}$ — общее напряжение на батарее конденсаторов (В), U_1, U_2, U_3, ... U_N — напряжения на отдельных конденсаторах (В), N — число конденсаторов (безразмерное), $C_{общ}$ — общая емкость батареи конденсаторов (Ф), C_1, C_2, C_3, ... C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф).

Параллельное соединение конденсаторов

U — одинаково на всех конденсаторах

$$q_{\text{общ}} = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_N,$$

$$C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_N,$$

если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

$$C_{\text{общ}} = NC, \quad q_{\text{общ}} = qN$$

Здесь U — напряжение на конденсаторах (В), $q_{\text{общ}}$ — общий заряд батареи конденсаторов (Кл), q_1, q_2, q_3, ... q_N — заряды отдельных конденсаторов (Кл), N — число конденсаторов (безразмерное), $C_{\text{общ}}$ — емкость батареи конденсаторов (Ф), C_1, C_2, C_3, ... C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф)

Формулы энергии электрического поля проводника

$$W_{\text{эл}} = \frac{C\varphi^2}{2}, \quad W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}, \quad W_{\text{эл}} = \frac{q\varphi}{2}$$

Здесь $W_{\text{эл}}$ — энергия электрического поля (Дж), C — емкость проводника (Ф), φ — потенциал проводника (В), q — заряд проводника (Кл).

Формулы энергии электрического поля конденсатора

$$W_{\text{эл}} = \frac{CU^2}{2}, \quad W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}, \quad W_{\text{эл}} = \frac{qU}{2}$$

Здесь $W_{\text{эл}}$ — энергия электрического поля конденсатора (Дж), C — емкость конденсатора (Ф), q — заряд на его обкладках (Кл), U — напряжение на обкладках конденсатора (В).

Формула энергии системы точечных зарядов

$$W_{\text{эл}} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + q_3\varphi_3 + \ldots + q_N\varphi_N)$$

Здесь $W_{\text{эл}}$ — энергия системы N точечных зарядов (Дж), q_1, q_2, q_3, ... q_N — заряды, входящие в систему (Кл), φ_1, φ_2, φ_3, ... φ_N — потенциалы полей, созданных в точке, где находится один из зарядов, остальными зарядами системы (В).

Формулы силы тока

$$I = \frac{q}{t}, \quad I = nevS$$

Здесь I — сила постоянного тока (А), q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника (Кл), t — время прохождения заряда (с), n — концентрация свободных электронов ($м^{-3}$), e — модуль заряда электрона (Кл), v — скорость упорядоченного движения электронов по проводнику (м/с), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$).

Формулы плотности тока

$$j = \frac{I}{S}, \quad j = nev$$

Здесь j — плотность тока ($А/м^2$), I — сила тока (А), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$), n — концентрация свободных электронов в проводнике ($м^{-3}$), e — модуль заряда электрона (Кл), v — скорость упорядоченного движения свободных электронов (м/с).

Формулы сопротивления проводника

$$R = \frac{U}{I}, \quad R = \rho\frac{l}{S}$$

Здесь R — сопротивление проводника (Ом), U — напряжение на нем, I — сила тока в проводнике, ρ — удельное сопротивление (Ом · м), l — длина проводника (м), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$).

Зависимость сопротивления металлического проводника от температуры

$$R = R_о(1 + \alpha\, t),$$

$$R = R_о(1 + \alpha\, \Delta T)$$

Здесь R — сопротивление проводника при температуре t °С (Ом), $R_о$ — сопротивление проводника при 0 °С (Ом), α — температурный коэффициент сопротивления ($К^{-1}$), t — температура по шкале Цельсия, $\Delta T = T - 273°$ — изменение абсолютной температуры проводника при нагревании от 0 °С = 273 К до абсолютной температуры T (К).

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = \frac{U}{R}$$

Здесь I — сила тока (А), U — напряжение (В), R — сопротивление участка (Ом).

Последовательное соединение проводников

I — одинакова во всех проводниках,

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N,$$

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_N,$$

если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

$$R_{\text{общ}} = NR, \quad U_{\text{общ}} = NU,$$

$\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{R_1}{R_2}$ — для двух последовательных проводников.

Здесь I — сила тока (А), $U_{\text{общ}}$ — общее напряжение на всех последовательно соединенных проводниках (В), U_1, U_2, U_3, ... U_N — напряжения на отдельных проводниках (В), $R_{\text{общ}}$ — общее сопротивление всех последовательно соединенных проводников (Ом), R_1, R_2, R_3, ... R_N — сопротивления отдельных проводников (Ом), N — количество проводников (безразмерное).

Параллельное соединение проводников

U — одинаково на всех проводниках,

$$I_{\text{общ}} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_N,$$

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N},$$

если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

$$R_{\text{общ}} = \frac{R}{N}, \quad I_{\text{общ}} = NI,$$

$R_{\text{общ}} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ — общее сопротивление двух параллельных проводников,

$R_{общ} = \dfrac{R_1R_2R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}$ — общее сопротивление трех параллельных проводников,

$\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$ — для двух параллельных проводников.

Здесь U — напряжение на проводниках (В), $I_{общ}$ — сила тока в неразветвленном участке цепи (А), $I_1, I_2, I_3, \ldots I_N$ — сила тока в отдельных проводниках (А), $R_{общ}$ — общее сопротивление параллельных проводников (Ом), $R_1, R_2, R_3, \ldots R_N$ — сопротивления отдельных проводников (Ом), N — количество проводников (безразмерное).

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}$$

Здесь I — сила тока (А), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка (В), $\mathcal{E}$ — ЭДС, действующая в участке (В), R — сопротивление участка (Ом).

Формула ЭДС

$$\mathcal{E} = \frac{A_{стор.сил}}{q}.$$

Здесь $\mathcal{E}$ — ЭДС (В), $A_{стор.сил}$ — работа сторонних сил (Дж), q — перемещаемый заряд (Кл).

Закон Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

в случае соединенных последовательно одинаковых источников тока

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + Nr}N,$$

в случае соединенных параллельно одинаковых источников тока

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \dfrac{r}{N}}$$

Здесь I — сила тока в цепи (А), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), R — сопротивление внешней части цепи (Ом), r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом), N — количество одинаковых источников тока (безразмерное).

Сила тока короткого замыкания

$$\text{при } R = 0 \qquad I = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Расчет сопротивления шунта к амперметру

$$R_{\text{ш}} = \frac{R_A}{N-1}$$

Здесь $R_{\text{ш}}$ — сопротивление шунта (Ом), $R_{\text{А}}$ — сопротивление амперметра (Ом), $N = \dfrac{I}{I_A}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемая амперметром сила тока I больше силы тока $I_{\text{А}}$, на которую он рассчитан (безразмерное число).

Расчет добавочного сопротивления к вольтметру

$$R_{\text{д.с.}} = R_{\text{В}}(N-1)$$

Здесь $R_{\text{д.с.}}$ — добавочное сопротивление (Ом), $R_{\text{В}}$ — сопротивление вольтметра (Ом), $N = \dfrac{U}{U_B}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемое напряжение U больше напряжения $U_{\text{В}}$, на которое рассчитан вольтметр (безразмерное число).

Работа тока

$$A = UI\,t, \qquad A = q\,(\varphi_1 - \varphi_2) = qU, \qquad A = I^2 R\,t$$

$$A = \frac{U^2}{R}t, \qquad A = \mathcal{E} I\,t, \qquad A = P\,t$$

Здесь A — работа тока (Дж), U — напряжение на участке цепи (В), I — сила тока в цепи (А), t — время прохождения тока (с), q — прошедший по цепи заряд (Кл), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка цепи (В), R — сопротивление участка цепи (Ом), ε — ЭДС источника тока (В), P — мощность тока (Вт).

Мощность тока

$$P = UI, \quad P = I^2 R, \quad P = \frac{U^2}{R},$$

$$P = \mathcal{E} I, \quad P = \frac{A}{t}$$

Здесь P — мощность тока (Вт), U — напряжение (В), I — сила тока (А), R — сопротивление (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), A — работа тока (Дж), t — время (с).

Закон Джоуля — Ленца

$$Q = I^2 R t, \quad Q = \frac{U^2}{R} t, \quad Q = UI\,t$$

Здесь Q — количество теплоты, выделившейся в проводнике с током (Дж). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Коэффициент полезного действия (КПД) электрической цепи

$$\eta = \frac{U}{\varepsilon} 100\%, \quad \eta = \frac{R}{R + r} 100\%$$

Здесь η — КПД электрической цепи ($\%$ или безразмерный), U — напряжение на внешнем участке цепи (В), R — сопротивление внешнего участка цепи (Ом), r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом), ε — ЭДС источника тока (В).

Закон Фарадея для электролиза

$$m = kq, \quad m = kI\,t, \quad m = \frac{1}{F} \frac{M}{n} It$$

Здесь m — масса вещества, выделившегося на электроде (кг), k — электрохимический эквивалент этого вещества (кг/Кл), q — заряд, прошедший через электролит, I — сила тока в электрохимической ванне (А), t — время электролиза (с), F — число Фарадея (Кл/моль), M — молярная масса выделившегося вещества (кг/моль), n — валентность этого вещества (безразмерная).

Формулы индукции магнитного поля

$$B = \frac{M_{max}}{IS}, \qquad B = \frac{F_{max}}{Il}$$

Здесь B — индукция магнитного поля (Тл), M_{max} — максимальный момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м), I — сила тока в контуре (А), S — площадь контура ($м^2$), F_{max} — максимальная сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н), l — длина проводника в магнитном поле (м).

Формула силы Ампера

$$F_А = BI\,l \sin\alpha$$

Здесь $F_А$ — сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н), B — индукция магнитного поля (Тл), I — сила тока в проводнике (А), l — длина проводника в магнитном поле (м), α — угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции (рад).

Формула момента сил, вращающих контур с током в магнитном поле

$$M = BI\,S \sin\alpha$$

Здесь M — момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м), B — индукция магнитного поля (Тл), I — сила тока в контуре (А), S — площадь контура ($м^2$), α — угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции (рад).

Формула силы Лоренца, действующей на заряд, движущийся в магнитном поле

$$F_Л = B\,qv \sin\alpha$$

Здесь $F_Л$ — сила Лоренца, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле (Н), B — индукция магнитного поля (Тл), q — заряд (Кл), v — скорость заряда (м/с), α — угол между векторами магнитной индукции и скорости (рад).

Формула магнитного потока

$$\Phi = BS \cos \alpha \; \Phi = LI$$

Здесь Φ — магнитный поток сквозь поверхность (Вб), S — площадь поверхности (м^2), α — угол между нормалью к поверхности и вектором магнитной индукции (рад), L — индуктивность контура (Гн), I — сила тока в контуре (А).

Формулы ЭДС электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N, \quad \mathcal{E}_i = -\Phi' N$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в контуре (В), $\Delta\Phi/\Delta t$ — скорость изменения магнитного потока, пересекающего контур (Вб/с), N — число витков в контуре (безразмерное), Φ' — первая производная магнитного потока по времени (Вб/с).

Формулы ЭДС индукции в проводнике, движущемся поступательно в магнитном поле

$$\mathcal{E}_i = Bv\,l\,sin\,\alpha, \quad \mathcal{E}_{i\,max} = Bvl$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в проводнике (В), B — индукция магнитного поля (Тл), v — скорость проводника в магнитном поле (м/с), l — длина проводника в магнитном поле (м), α — угол между векторами скорости и магнитной индукции (рад), $\varepsilon_{i\,max}$ — максимальная ЭДС индукции, когда проводник движется перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Формулы ЭДС индукции в контуре, вращающемся в магнитном поле

$$\varepsilon_i = B\omega SN\,sin\,\alpha\,, \quad \mathcal{E}_{i\,max} = B\omega SN$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции во вращающемся контуре (В), B — индукция магнитного поля (Тл), ω — угловая скорость вращения (рад/с), S — площадь контура, N — число витков в контуре (безразмерное), α — угол между вектором индукции и нормалью к плоскости контура, $\mathcal{E}_{i\,max}$ —максимальная ЭДС индукции, когда угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции равен 90°, т.е.

когда плоскость контура параллельна линиям магнитной индукции.

Формулы ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_S = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}, \qquad \mathcal{E}_S = -LI'$$

Здесь $\mathcal{E}_S$ — ЭДС самоиндукции в контуре (В), L — индуктивность контура (Гн), $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ — скорость изменения силы тока в контуре (А/с), I' — первая производная силы тока по времени.

Формула магнитной проницаемости магнетика

$$\mu = \frac{B}{B_o}$$

Здесь μ — магнитная проницаемость магнетика (безразмерная), B — индукция магнитного поля в магнетике (Тл), B_o — индукция магнитного поля в вакууме (Тл).

Формула энергии магнитного поля

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$$

Здесь $W_{\text{м}}$ — энергия магнитного поля (Дж), L — индуктивность контура (Гн), I — сила тока в контуре (А).

Решение задач электромагнетизма

Задача 1. Масса электрона $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг, а масса протона $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. Во сколько раз сила их кулоновского притяжения больше силы гравитационного притяжения.

Обозначим G — гравитационную постоянную, F_1 — силу кулоновского притяжения электрона к ядру, F_2 — силу их гравитационного притяжения, k — коэффициент пропорциональности, r — расстояние между ядром и электроном, e — модуль заряда электрона и ядра.

Дано:
$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг²
$k = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл²

$\frac{F_1}{F_2}$ — ?

Решение

Сила кулоновского взаимодействия электрона с ядром определяется формулой

$$F_1 = k\frac{e^2}{r^2}.$$

Сила их гравитационного взаимодействия определяется формулой

$$F_2 = G\frac{m_e m_p}{r^2}.$$

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{ke^2r^2}{r^2Gm_em_p} = \frac{ke^2}{Gm_em_p}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{9 \cdot 10^9\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}} \approx 2{,}3 \cdot 10^{39}.$$

Ответ: $F_1/F_2 = 2{,}3 \cdot 10^{39}$.

Задача 2. С одной капли воды массой $m = 0{,}03$ г на другую каплю перешел 1 % всех ее электронов. Расстояние между каплями 1 км. Определить, с какой кулоновской силой теперь будут взаимодействовать эти капли.

Обозначим r расстояние между каплями, N_1 — число электронов, переданных от одной капли другой, $N_о$ — число всех электронов на капле до того, как у нее забрали 1% электронов, m — массу капли, k — коэффициент пропорциональности, F — силу взаимодействия капель, e — модуль заряда электрона, q — модуль заряда каждой капли, $N_А$ — число Авогадро, N — число молекул в капле, M — молярную массу воды, ν — число молей в капле.

Дано:
$r = 1$ км
$N_1 = 0{,}01\ N_о$
$m = 0{,}03$ г
$k = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл^2
$N_А = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
$M = 0{,}018$ кг/моль

F — ?

Решение

Вначале обе капли были нейтральны. Когда же у одной капли отняли $N_1 = 0{,}01\ N_о$ электронов, она приобрела положительный заряд $q = eN_1$. Когда другой капле передали эти электроны, она приобрела такой же по модулю, но отрицательный заряд, и стала притягиваться к первой капле. По закону Кулона сила этого притяжения равна:

$$F = k\frac{q^2}{r^2} = k\left(\frac{eN_1}{r}\right)^2 = k\left(\frac{e \cdot 0{,}01 N_o}{r}\right)^2. \qquad (1)$$

Чтобы найти число всех электронов $N_о$ в капле воды массой m, надо знать число молекул в ней. Это число молекул N равно произведению числа молей в капле на число молекул в одном моле, т.е. на число Авогадро:

$$N = \nu\ N_А.$$

Число молей, в свою очередь, равно отношению всей массы капли к массе одного моля, т.е. к молярной массе M:

$$\nu = \frac{m}{M}.$$

С учетом этого все число молекул воды в капле равно:

$$N = \frac{m}{M} N_A.$$

В каждой молекуле воды содержится 2 атома водорода, имеющих по электрону в каждом, и атом кислорода, содержащий 8 электронов. Значит, всего в каждой молекуле воды имеется $2 + 8 = 10$ электронов. Тогда N молекул воды содержат $10N$ электронов. Поэтому всего в капле воды содержится

$$N_0 = 10N = 10\frac{m}{M} N_A \text{ электронов.}$$

Подставим это выражение в формулу (1):

$$F = k\left(\frac{0{,}01e \cdot 10mN_A}{rM}\right)^2 = k\left(\frac{emN_A}{10rM}\right)^2.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
0,03 г = $3 \cdot 10^{-5}$ кг,
1 км = 1000 м.
Произведем вычисления:

$$F = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{10 \cdot 1000 \cdot 0{,}018}\right)^2 \text{ Н} \approx 2{,}3 \cdot 10^6 \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 2{,}3 \cdot 10^6$ Н.

Задача 3. Два одинаковых маленьких шарика имеют заряды $q_1 = 9 \cdot 10^{-9}$ Кл и $-2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Их привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Определить, во сколько раз изменилась сила их кулоновского взаимодействия.

Обозначим r расстояние между шариками, q_1 — заряд первого шарика, q_2 — заряд второго шарика, q — заряд каждого шарика после соприкосновения, k — коэффициент пропорциональности, F_1 — сила взаимодействия шариков до соприкосновения, F_2 — сила их взаимодействия после соприкосновения.

Дано:
$q_1 = 9 \cdot 10^{-9}$ Кл
$q_2 = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл
$k = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл²

$\dfrac{F_2}{F_1}$ – ?

Решение

Поскольку заряды разноименные, они до соприкосновения притягиваются, и сила их притяжения определяется законом Кулона:

$$F_1 = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}. \qquad (1)$$

Когда заряды привели в соприкосновение часть положительного заряда первого шарика нейтрализовала отрицательный заряд второго шарика. В результате на обоих шариках вместе остался заряд

$$9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} - 2 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 7 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}.$$

Поскольку шарики одинаковы, на каждом из них появился заряд, равный половине этого общего заряда, т.е. на каждом шарике после соединения заряд стал равен $q = 3{,}5 \cdot 10^{-9}$ Кл. Теперь заряды на шариках одноименные, поэтому они отталкиваются с силой

$$F_2 = k\frac{q^2}{r^2}. \qquad (2)$$

Разделим равенство (2) на равенство (1):

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{kq^2r^2}{r^2k|q_1||q_2|} = \frac{q^2}{|q_1||q_2|}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\left(3{,}5 \cdot 10^{-9}\right)^2}{9 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}} = 0{,}68 \text{ или } \frac{F_1}{F_2} = 1{,}47,$$

т.е. сила их кулоновского взаимодействия уменьшилась в 1, 47 раза.

Ответ: $\frac{F_1}{F_2} = 1{,}47$.

Задача 4. Два положительных заряда $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл и $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл расположены на расстоянии 1 м друг от друга. Посередине между ними помещают отрицательный заряд $-3 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определить модуль и направление вектора силы, действующей на отрицательный заряд со стороны двух положительных зарядов.

Обозначим q_1 первый заряд, q_2 — второй заряд, r — расстояние между ними, q — заряд на теле, помещенном посередине между первым и вторым зарядами, k — коэффициент пропорциональности, F_1 — силу Кулона, действующую на это тело со стороны первого заряда, F_2 — силу Кулона, действующую на это тело со стороны второго заряда, F — равнодействующую этих сил, которую требуется определить.

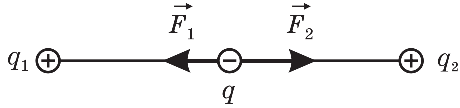


Рис. 123

Дано:
$q_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл
$q_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл
$r = 1$ м
$q = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл
$k = 9 \cdot 10^9$ Н · м²/Кл²

F — ?

Решение

Заряды q_1 и q_2 положительны, а заряд q отрицателен, значит, он притягивается к каждому из них. Со стороны заряда q_1 на заряд q действует сила притяжения F_1, а со стороны заряда q_2 на заряд q действует тоже сила притяжения F_2. Поскольку заряд q_2 по модулю больше заряда q_1, значит, и сила F_2 по модулю больше силы F_1 (рис. 123), поэтому равнодействующая этих сил равна:

$$F = F_2 - F_1.$$

По закону Кулона

$$F_1 = k\frac{|q_1||q|}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4k\frac{|q_1||q|}{r^2} \quad \text{и} \quad F_2 = k\frac{|q_2||q|}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = 4k\frac{|q_2||q|}{r^2}.$$

Подставим правые части этих формул в первое равенство:

$$F = 4k\frac{|q_2||q|}{r^2} - 4k\frac{|q_1||q|}{r^2} = 4k\frac{|q|}{r^2}\left(|q_2| - |q_1|\right).$$

Произведем вычисления:

$$F = 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-9}}{1^2}\left(2 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-8}\right) \text{ Н} = 1{,}1 \cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

Ответ: $F = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Н.

Задача 5. Четыре одинаковых заряда расположены в вершинах квадрата и находятся в равновесии. Заряды соединены непроводящими ток нитями. Сила натяжения каждой нити 10 мН. Найти силу, действующую на каждый заряд со стороны двух ближайших к нему зарядов.

Обозначим $F_н$ силу натяжения каждой нити, $F_{р1}$ — силу, действующую на каждый заряд со стороны двух ближайших к нему зарядов, $F_{к1}$ — силу, действующую на заряд в четвертой вершине со стороны зарядов в вершинах 1 и 3, $F_{к2}$ — силу, действующую на заряд в четвертой вершине со стороны заряда в вершине 2, k — коэффициент пропорциональности, q — модуль заряда, r — расстояние между зарядами, равное длине нити.

Дано:	***Решение***
$F_н = 10$ мН	
$F_{р1}$ — ?	

Выполним чертеж (рис. 124), на котором покажем все силы, приложенные к одному из зарядов, например, к заряду q в вершине 4. На остальные заряды действуют аналогичные силы.

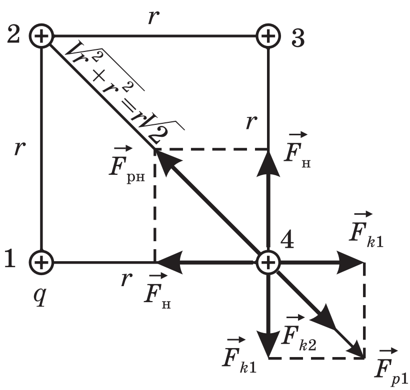


Рис. 124

На заряд в четвертой вершине действуют 5 сил: две одинаковые по модулю силы Кулона $F_{к1}$ со стороны зарядов в вершинах 1 и 3, сила Кулона $F_{к2}$ со стороны заряда в вершине 2 и две одинаковые по модулю силы натяжения нитей $F_н$, связывающих этот заряд с зарядами в вершинах 1 и 3.

Поскольку заряд в равновесии, все силы уравновешены. Нам надо найти силу $F_{р1}$, которая является равнодействующей двух сил Кулона $F_{к1}$. По теореме Пифагора

$$F_{р1} = \sqrt{F_{к1}^2 + F_{к1}^2} = F_{к1}\sqrt{2} = 1{,}4F_{к1}. \qquad (1)$$

Теперь запишем условие равновесия сил:

$$F_{р1} + F_{к2} = F_{рн}, \qquad (2)$$

где $F_{рн} = \sqrt{F_н^2 + F_н^2} = F_к\sqrt{2} = 1{,}4F_н$ — равнодействующая двух сил натяжения, приложенных к заряду в вершине 4.

По закону Кулона

$$F_{к1} = k\frac{q^2}{r^2}, \qquad F_{к2} = k\frac{q^2}{\left(\sqrt{r^2+r^2}\right)^2} = k\frac{q^2}{2r^2}.$$

С учетом этих равенств выражение (2) примет вид:

$$1{,}4\ k\frac{q^2}{r^2} + k\frac{q^2}{2r^2} = 1{,}4\,F_н, \qquad 1{,}9\,k\frac{q^2}{r^2} = 1{,}4\,F_н,$$

откуда $k\frac{q^2}{r^2} = F_{к1} = \frac{1{,}4}{1{,}9}\ F_н = \frac{14}{19}\ F_н.$

Теперь подставим это равенство в формулу (1):

$$F_{р1} = 1{,}4 \cdot \frac{14}{19}\ F_н = 1{,}03\,F_н.$$

Произведем вычисления:

$$F_{р1} = 1{,}03 \cdot 10\ мН = 10{,}3\ мН.$$

Ответ: $F_{р1} = 5{,}2$ мН.

Задача 6. Определить период вращения электрона вокруг ядра в атоме водорода. Радиус орбиты электрона принять равным $5 \cdot 10^{-11}$ м.

Обозначим e модуль заряда электрона, m_e — его массу, r — радиус орбиты электрона, ε — диэлектрическую проницаемость среды, ε_0 — электрическую постоянную, T — период вращения электрона, F — силу, действующую на электрон со стороны ядра, a — центростремительное ускорение электрона, ω — его угловую скорость.

Дано:
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Клч
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$r = 5 \cdot 10^{-11}$ м
$\varepsilon = 1$
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

T — ?

Решение

По закону Кулона сила взаимодействия электрона и ядра атома водорода равна:

$$F = k\frac{e^2}{r^2}.$$

Эта сила по второму закону Ньютона равна:

$$F = m_e a.$$

С учетом этого

$$k\frac{e^2}{r^2} = m_e a. \tag{1}$$

Центростремительное ускорение электрона a выразим через его угловую скорость ω, а ее, в свою очередь, через искомый период T:

$$a = \omega^2 r,$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому

$$a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r. \tag{2}$$

Подставим правую часть равенства (2) в выражение (1):

$$k\frac{e^2}{r^2} = m_e\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r, \quad \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{ke^2}{m_e r^3},$$

откуда

$$T = \frac{2\pi}{e}\sqrt{\frac{m_e r^3}{k}}.$$

Произведем вычисления:

$$T = \frac{2\cdot 3{,}14}{1{,}6\cdot 10^{-19}}\sqrt{\frac{9{,}1\cdot 10^{-31}\left(5\cdot 10^{-11}\right)^3}{9\cdot 10^9}}\ \text{с} = 1{,}5\cdot 10^{-16}\ \text{с}.$$

Ответ: $T = 1{,}5\cdot 10^{-16}$ с.

Задача 7. Точка M находится посередине между зарядами $-q$ и $-4q$ (рис. 125). Какой заряд надо поместить вместо заряда $-4q$ в точку 2, чтобы напряженность электрического поля в точке M увеличилась в 3 раза?

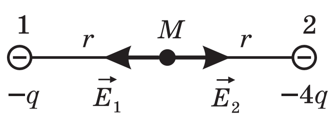


Рис. 125

Обозначим E_1 напряженность поля заряда $-q$, E_2 — напряженность поля заряда $-4q$, $E_{р1}$ — напряженность результирующего поля в первом случае, q_0 — искомый заряд, E_0 — напряженность поля заряда q_0, $E_{р2}$ — напряженность результирующего поля во втором случае, r — расстояние между точками 1 и M, k — коэффициент пропорциональности.

Дано:
$-q$
$-4q$
$E_{р2} = 3E_{р1}$

q_0 — ?

Решение

Заряд q_0 должен быть отрицательным. Ниже в формулах приведены модули зарядов. В первом случае

$$E_{р1} = E_2 - E_1 = k\frac{4q}{r^2} - k\frac{q}{r^2} = 3k\frac{q}{r^2}.$$

Во втором случае

$$E_{р2} = E_0 - E_1 = k\frac{q_0}{r^2} - k\frac{q}{r^2} = k\frac{(q_0 - q)}{r^2}.$$

Поскольку $E_{р2} = 3E_{р1}$, то

$$k\frac{(q_0 - q)}{r^2} = 3 \cdot 3k\frac{q}{r^2}, \qquad q_0 - q = 9q,$$

откуда
$$q_0 = 10q.$$

Ответ: $q_0 = 10q$, знак у заряда q_0 отрицательный.

Задача 8. Вектор напряженности однородного электрического поля направлен вниз, напряженность этого поля равна $1{,}3 \cdot 10^5$ В/м. В это поле помещена капелька масла массой $2 \cdot 10^{-9}$ г. Капелька оказалась в равновесии. Найти заряд капельки и число избыточных электронов на ней.

Обозначим E напряженность электрического поля, m — массу капельки, g — ускорение свободного падения, F — силу, с которой электрическое поле действует на капельку, q — заряд капельки, e — модуль заряда электрона, N — число избыточных электронов на капельке.

Дано:
$E = 1{,}3 \cdot 10^5$ В/м
$m = 2 \cdot 10^{-9}$ г
$g = 10$ м/с^2
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

q — ?
N — ?

Решение

Поскольку капелька содержит избыточные электроны, ее заряд отрицателен. Положительные заряды — источники электрического поля — расположены над капелькой и притягивают ее, а расположенные под ней отрицательные заряды отталкивают капельку, поэтому сила $\vec{F}$, с которой поле действует на капельку, направлена вверх. Ей противодействует сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вниз (рис. 126). Капелька находится в равновесии, значит, эти силы уравновешивают друг друга и их модули одинаковы:

$$F = mg.$$

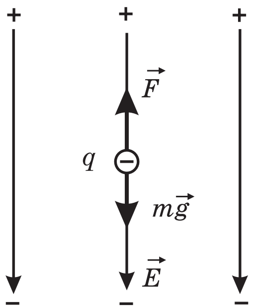


Рис. 126

Из определения напряженности сила F, действующая на капельку, равна: $F = qE$, поэтому $qE = mg$, откуда

$$q = \frac{mg}{E}.$$

Выразим в единицах СИ массу капельки:

$2 \cdot 10^{-9}$ г $= 2 \cdot 10^{-12}$ кг.

Произведем вычисления:

$$q = \frac{2 \cdot 10^{-12} \cdot 10}{1{,}3 \cdot 10^5} \text{ Кл} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-16} \text{ Кл}.$$

Число избыточных электронов найдем, разделив модуль заряда капельки, т.е. заряд всех избыточных электронов, на модуль заряда одного электрона:

$$N = \frac{q}{e}.$$

Произведем вычисления:

$$N = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-16}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \approx 938.$$

Ответ: $q = 1{,}5 \cdot 10^{-16}$ Кл, $N = 938$.

Задача 9. Сторона равностороннего треугольника r. В двух его вершинах расположены два заряда: положительный $+q_1$ и отрицательный $-q_2$ (рис. 127). Определить напряженность поля этих зарядов в третьей вершине.

Обозначим E_1 напряженность поля заряда q_1, E_2 — напряженность поля заряда q_2, k — коэффициент пропорциональности, α — угол при вершине равностороннего треугольника, E — результирующую напряженность поля обоих зарядов в третьей вершине.

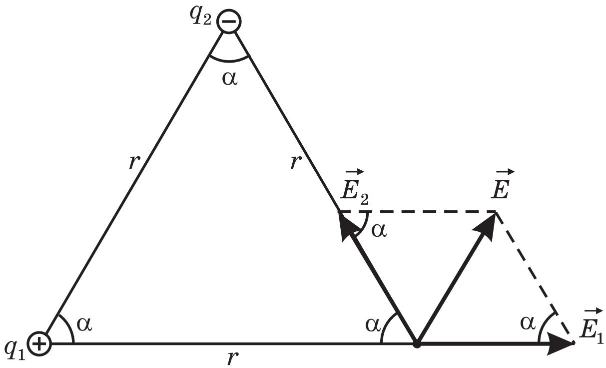


Рис. 127

Дано:	*Решение*
$+q_1$ $-q_2$ r k $\alpha = 60°$	Результирующий вектор $\vec{E}$ равен векторной сумме векторов $\vec{E_1}$ и $\vec{E_2}$, а его модуль может быть найден по теореме косинусов:
E — ?	$$E = \sqrt{E_1^{\,2} + E_2^{\,2} - 2E_1E_2\cos\alpha},$$

где $\cos\alpha = \cos 60° = \dfrac{1}{2}$, поэтому

$$E = \sqrt{E_1^{\,2} + E_2^{\,2} - E_1E_2}.$$

Напряженности E_1 и E_2 определим по формуле напряженности поля точечного заряда:

$$E_1 = k\frac{q_1}{r^2} \quad \text{и} \quad E_2 = k\frac{q_2}{r^2}.$$

Здесь q_1 и q_2 — модули зарядов.

Подставим правые части этих выражений под корень предыдущей формулы:

$$E = \sqrt{\left(k\frac{q_1}{r^2}\right)^2 + \left(k\frac{q_2}{r^2}\right)^2 - k\frac{q_1}{r^2}k\frac{q_2}{r^2}} = \frac{k}{r^2}\sqrt{{q_1}^2 + {q_2}^2 - q_1 q_2}.$$

Задача решена.

Ответ: $E = \frac{k}{r^2}\sqrt{{q_1}^2 + {q_2}^2 - q_1 q_2}$.

Задача 10. Разность потенциалов между электродами электронной пушки равна 500 В. Определить скорость вылетающих из нее электронов.

Обозначим U напряжение между катодом и анодом, e — модуль заряда электрона, m_e — массу электрона, A — работу электрического поля, разогнавшего электрон, ΔE_k — изменение кинетической энергии электрона при разгоне, E_{ko} — начальную кинетическую энергию электрона, E_k — его конечную кинетическую энергию, $v_о$ — начальную скорость электрона, v — его конечную скорость

Дано:
$U = 500$ В
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг
$v_о = 0$

v — ?

Решение

Согласно теореме об изменении кинетической энергии работа электрического поля равна изменению кинетической энергии. Но поскольку начальная кинетическая энергия электрона была равна нулю, т.к. была равна нулю его начальная скорость, то мы можем записать:

$$A = \Delta E_k = E_k,$$

т.к. $E_{ko} = 0$.

Из определения напряжения мы знаем, что работа электрического поля равна произведению перемещаемого заряда на напряжение. В нашем случае $A = eU$. По формуле кинетической энергии

$$E_k = \frac{m_e v^2}{2}.$$

Приравняем правые части двух последних формул и из полученного соотношения найдем скорость:

$$eU = \frac{m_e v^2}{2},$$

откуда $v = \sqrt{\frac{2eU_1}{m_e}}$.

Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 500}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \text{ м/с} = 1{,}3 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 1{,}3 \cdot 10^7$ м/с.

Задача 11. Отношение заряда электрона к его массе (удельный заряд электрона) $1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, его начальная скорость в электрическом поле равна $1 \cdot 10^7$ м/с, а конечная $3 \cdot 10^7$ м/с. Электрон перемещается по силовой линии поля. Определить разность потенциалов между начальной и конечной точками перемещения электрона.

Обозначим A работу перемещения заряда в электрическом поле, U — разность потенциалов между точками его перемещения, E_{k1} — кинетическую энергию электрона в начальной точке перемещения, E_{k2} — его кинетическую энергию в конечной точке.

Дано:

$v_1 = 1 \cdot 10^7$ м/с

$v_2 = 3 \cdot 10^7$ м/с

$\frac{e}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг

U — ?

Решение

Работа электрического поля, разогнавшего электрон, равна изменению его кинетической энергии:

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right).$$

С другой стороны, работа поля определяется произведением перемещаемого заряда на разность потенциалов:

$$A = eU.$$

Приравняем правые части этих равенств:

$$eU = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right),$$

откуда $U = \dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2\dfrac{e}{m}}$.

Произведем вычисления:

$$U = \frac{\left(3\cdot 10^7\right)^2 - \left(1\cdot 10^7\right)^2}{2\cdot 1{,}76\cdot 10^{11}}\ \text{В} = 2{,}3\cdot 10^3\ \text{В}.$$

Ответ: $U = 2{,}3 \cdot 10^3$ В.

Задача 12. Электрон влетел в поле конденсатора параллельно его обкладкам со скоростью $2 \cdot 10^7$ м/с (рис. 128). Длина конденсатора 0,05 м, расстояние между его обкладками 0,02 м, разность потенциалов между ними $U = 200$ В. Отношение заряда электрона к его массе $1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. Определить смещение электрона к положительной обкладке за время пролета конденсатора.

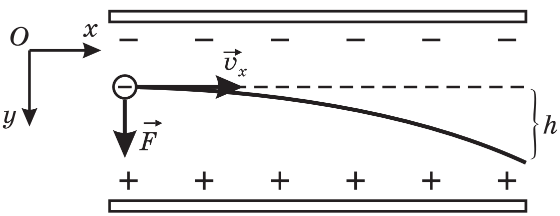


Рис. 128

Обозначим v_x проекцию скорости электрона на ось OX, l — длину конденсатора, U — разность потенциалов между его обкладками, d — расстояние между обкладками конденсатора, e/m — отношение заряда электрона к его массе, v_{oy} — проекцию начальной скорости электрона на ось OY при влете в конденсатор, y — координату на оси OY, равную расстоянию, на которое сместится электрон вдоль оси OY за время пролета конденсатора, t — время движения электрона в конденсаторе, a — его ускорение, F — силу, действующую на электрон со стороны поля конденсатора, E — напряженность поля конденсатора.

Дано:
$v_х = 2 \cdot 10^7$ м/с
$v_{оу} = 0$
$l = 0{,}05$ м
$U = 200$ В
$d = 0{,}02$ м
$\dfrac{e}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг

h — ?

Решение

За время, пока электрон будет лететь вдоль оси OX равномерно и прямолинейно, он спустится вдоль оси OY на расстояние h, двигаясь равноускоренно без начальной скорости. Поэтому уравнения движения электрона вдоль осей координат будут иметь вид:

$$x = v_х t \quad \text{и} \quad h = \frac{at^2}{2}.$$

Из первой формулы $t = \dfrac{x}{v_x}$.

Подставим это выражение во вторую формулу:

$$h = \frac{a}{2}\left(\frac{x}{v_x}\right)^2. \qquad (1)$$

Ускорение электрона найдем по второму закону Ньютона:

$$a = \frac{F}{m},$$

где из формулы напряженности $F = eE$, поэтому

$$a = \frac{eE}{m}.$$

Напряженность однородного поля конденсатора связана с разностью потенциалов на его обкладках формулой

$$E = \frac{U}{d},$$

поэтому

$$a = \frac{eU}{md}. \qquad (2)$$

Нам осталось подставить (2) в (1) с учетом, что $x = l$:

$$h = \frac{e}{m} \cdot \frac{U}{2d} \left(\frac{l}{\upsilon_x} \right)^2.$$

Произведем вычисления:

$$h = 1{,}76 \cdot 10^{11} \frac{200}{2 \cdot 0{,}02} \left(\frac{0{,}05}{2 \cdot 10^7} \right)^2 \text{ м} \approx 5{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \approx 5{,}5 \text{ мм}.$$

Ответ: $h = 5{,}5$ мм.

Задача 13. Горизонтальная равномерно и положительно заряженная плоскость создает однородное электрическое поле напряженностью $E = 5$ кВ/м. На нее с высоты $h = 2$ м бросают вниз с начальной скоростью $v_0 = 0{,}5$ м/с маленький шарик массой $m = 50$ г, несущий положительный заряд $q = 50$ нКл. Найти скорость шарика в момент удара о плоскость.

Обозначим E напряженность электрического поля, h — высоту, с которой бросают шарик, v_0 — скорость бросания, m — массу шарика, q — заряд шарика, v — скорость шарика в момент удара о плоскость, a — ускорение шарика при падении, g — ускорение свободного падения, $F_{эл}$ — электрическую силу отталкивания шарика в электрическом поле.

Дано:
$E = 10$ кВ/м
$h = 2$ м
$v_0 = 0{,}5$ м/с
$m = 50$ г
$q = 50$ нКл
$g = 10$ м/с^2

v — ?

Решение

Скорость шарика в конце падения с высоты h найдем из формулы кинематики, ведь нам известны его начальная скорость и пройденный путь, равный высоте падения: $v^2 - v_0{}^2 = 2ah$, откуда

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2ah}. \qquad (1)$$

Ускорение шарика a найдем из второго закона Ньютона. На шарик действуют направленная вниз сила тяжести mg и направленная вверх электрическая сила отталкивания $F_{эл}$. По второму закону Ньютона произведение массы шарика и его ускорения равно разности этих сил: $ma = mg - F_{эл}$, откуда

$$a = \frac{mg - F_{эл}}{m} = g - \frac{F_{эл}}{m}.$$

Силу $F_{эл}$ определим из формулы напряженности:

$$F_{эл} = qE.$$

Подставим правую часть этого равенства в предыдущую формулу:

$$a = g - \frac{qE}{m}. \qquad (2)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (2) в выражение (1), и задача в общем виде будет решена:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2\left(g - \frac{qE}{m}\right)h}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
5 кВ/м = $5 \cdot 10^3$ В/м, 50 г = 0,05 кг,
50 нКл = $50 \cdot 10^{-9}$ Кл = $5 \cdot 10^{-8}$ Кл.
Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{0{,}025 + 2\left(10 - \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^3}{0{,}05}\right)} \text{ м/с} = 4{,}5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 4{,}5$ м/с.

Задача 14. Точка N отстоит от точечного заряда-источника на вдвое большем расстоянии, чем точка M (рис. 129). При перемещении заряда из точки M в точку N электрическое поле совершило работу 9 Дж. Какую работу оно совершит, перемещая этот заряд из точки M в точку на середине отрезка MN?

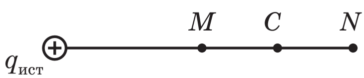


Рис. 129

Обозначим $r_1 = r$ расстояние от точки M до заряда-источника, $r_2 = 2r$ — расстояние от точки N до заряда-источника, A_1 — работу, совершенную полем при перемещении заряда из точки M в точку N, A_2 — работу, совершенную полем при перемещении заряда из точки M в точку C на середине отрезка MN, W_M — потенциальную энергию заряда в точке M, W_N — потенциальную энергию заряда в точке N, W_C — потенциальную энергию заряда в точке C, $q_{ист}$ — модуль заряда-источника, q — модуль перемещаемого заряда, φ_M — потенциал электрического поля заряда-источника в точке M, φ_N — потенциал электрического поля заряда-источника в точке N, φ_C — потенциал электрического поля заряда-источника в точке C, k — коэффициент пропорциональности.

Дано:
$r_1 = r$
$r_2 = 2r$
$A_1 = 9$ Дж

A_2 — ?

Решение

Работа перемещения заряда из точки M в точку N равна изменению его потенциальной энергии, взятой со знаком «минус»: $A_1 = -(W_N - W_M) = W_M - W_N$. Аналогично $A_2 = W_M - W_C$. Потенциальная энергия заряда в точках M, C и N определяется формулами $W_M = q\varphi_M$, $W_C = q\varphi_C$ и $W_N = q\varphi_N$, поэтому

$$A_1 = q\varphi_M - q\varphi_N = q(\varphi_M - \varphi_N) \quad (1)$$

и

$$A_2 = q(\varphi_M - \varphi_C). \quad (2)$$

По формуле потенциала поля точечного источника

$$\varphi_M = k\frac{q_{\text{ист}}}{r}, \quad \varphi_C = k\frac{q_{\text{ист}}}{1{,}5r} \quad \text{и} \quad \varphi_N = k\frac{q_{\text{ист}}}{2r}.$$

Подставим правые части этих выражений в формулы (1) и (2):

$$A_1 = q\left(k\frac{q_{ист}}{r} - k\frac{q_{ист}}{2r}\right) = k\frac{q_{ист}}{2r}$$

и

$$A_2 = q\left(k\frac{q_{ист}}{r} - k\frac{q_{ист}}{1{,}5r}\right) = k\frac{q_{ист}}{3r}.$$

Теперь разделим левые и правые части этих равенств друг на друга:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{kq_{ист}\cdot 3r}{2r\cdot kq_{ист}} = 1{,}5,$$

откуда $$A_2 = \frac{A_1}{1{,}5} = \frac{9}{1{,}5}\ \text{Дж} = 6\ \text{Дж}.$$

Ответ: $A_2 = 6$ Дж.

Задача 15. К конденсатору емкостью 10 пФ последовательно подключили два параллельных конденсатора емкостями 4 пФ и 6 пФ. Общий заряд всех конденсаторов 1 нКл. Чему равно общее напряжение на конденсаторах?

Обозначим C_1 емкость первого конденсатора, C_2 — емкость второго конденсатора, C_3 — емкость третьего конденсатора, C_{23} — общую емкость второго и третьего конденсаторов, C — общую емкость всей батареи конденсаторов, U — общее напряжение на батарее, q — общий заряд.

Дано:
$C_1 = 10$ пФ
$C_2 = 4$ пФ
$C_3 = 6$ пФ
$q = 1$ нКл

U — ?

Решение

Обратимся к схеме на рис. 130. Общая емкость конденсаторов C_2 и C_3

$$C_{23} = C_2 + C_3.$$

Общая емкость всей батареи конденсаторов

$$C = \frac{C_1 C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \frac{C_1 (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}.$$

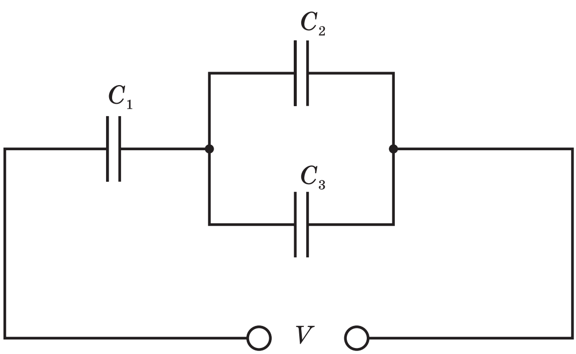


Рис. 130

Напряжение на батарее конденсаторов

$$U = \frac{q}{C}.$$

С учетом предыдущего равенства

$$U = \frac{q\left(C_1 + C_2 + C_3\right)}{C_1\left(C_2 + C_3\right)}.$$

Произведем вычисления:

$$U = \frac{10^{-9}\left(10 \cdot 10^{-12} + 4 \cdot 10^{-12} + 6 \cdot 10^{-12}\right)}{10 \cdot 10^{-12}\left(4 \cdot 10^{-12} + 6 \cdot 10^{-12}\right)} \text{В} = 200 \text{ В}.$$

Ответ: U = 200 В.

Задача 16. Напряжение на обкладках конденсатора 200 В, расстояние между обкладками 0,2 мм. Конденсатор отключили от источника зарядов, после чего увеличили расстояние между обкладками до 0,7 мм. Определить напряжение на обкладках конденсатора.

Обозначим C емкость конденсатора до изменения расстояния между обкладками, C_1 — емкость после отключения, q — заряд на обкладках, $k_о$ — некоторый коэффициент пропорциональности емкости конденсатора расстоянию между его обкладками, d — расстояние между обкладками до отключения, d_1 — расстояние мехжу ними после отключения.

Дано:
U = 200 В
d = 0,2 мм
d_1 = 0,7 мм

U_1 — ?

Решение

Если конденсатор сначала отключить от источника тока, а затем изменить расстояние между его обкладками, то заряд на них останется неизменным, а изменится его емкость и напряжение. Поэтому мы можем записать формулу емкости конденсатора до и после отключения следующим образом:

$$C = \frac{q}{U} \quad \text{и} \quad C_1 = \frac{q}{U_1}.$$

Емкость плоского конденсатора до и после отключения от источника зарядов:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1}.$$

Сравнивая эти равенства с предыдущими, мы придем к выводу, что

$$\frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \quad \text{и} \quad \frac{q}{U_1} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1}.$$

Если теперь разделить левые и правые части этих равенств друг на друга, то неизвестные величины сократятся и из полученной формулы мы найдем искомое напряжение:

$$\frac{qU_1}{Uq} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S d_1}{d \varepsilon_0 \varepsilon S}, \quad \frac{U_1}{U} = \frac{d_1}{d},$$

откуда

$$U_1 = \frac{Ud_1}{d}.$$

Произведем вычисления:

$$U_1 = \frac{200 \cdot 0{,}7}{0{,}2}\ \text{В} = 700\ \text{В}.$$

Ответ: $U_1 = 700$ В.

Задача 17. Между обкладками плоского конденсатора находится слюдяная пластинка с диэлектрической проницаемостью 6. Емкость конденсатора 10 мкФ, напряжение на его обкладках 1 кВ. Какую работу надо совершить, чтобы вынуть пластинку из конденсатора, не отключая его от источника напряжения?

Обозначим ε_1 диэлектрическую проницаемость слюды, ε_2 — диэлектрическую проницаемость воздуха, C_1 — емкость конденсатора с пластинкой слюды, C_2 — емкость конденсатора без пластинки слюды, U — напряжение на его обкладках, A — работу, которую надо совершить, чтобы вынуть пластинку из конденсатора, W_1 — энергию конденсатора сј слюдяной пластинкой, W_2 — энергию конденсатора без слюдяной пластинки.

Дано:
$\varepsilon_1 = 6$
$C_1 = 10$ мкФ
$U = 1$ кВ
$\varepsilon_2 = 1$

A — ?

Решение

Как и в предыдущей задаче, работу можно определить через разность энергий конденсатора с пластинкой и без нее:

$$A = W_2 - W_1. \quad (1)$$

Поскольку в этом процессе конденсатор не отключали от источника, напряжение на его обкладках сохранялось. Поэтому определим энергию конденсатора по формуле:

$$W_1 = \frac{C_1U^2}{2} \quad (2)$$

и

$$W_2 = \frac{C_2U^2}{2}, \quad (3)$$

где емкости конденсатора соответственно равны:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 S}{d} \quad \text{и} \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}{d}.$$

Нам известна емкость C_1, а емкость C_2 не дана. Но ее можно выразить через C_1 и диэлектрические проницаемости ε_1 и ε_2, если разделить эти равенства друг на друга:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 Sd}{d\varepsilon_0\varepsilon_2 S} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2},$$

откуда

$$C_2 = C_1\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \quad (4)$$

Подставим теперь правую часть равенства (4) в формулу (3):

$$W_2 = \frac{C_1\varepsilon_2U^2}{2\varepsilon_1}. \quad (5)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (5) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$A = \frac{C_1 \varepsilon_2 U^2}{2\varepsilon_1} - \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{C_1 U^2}{2}(\varepsilon_2 - 1),$$

ведь $\varepsilon_1 = 1$.

Задача в общем виде решена. Выразим все величины в единицах СИ:

10 мкФ = $10 \cdot 10^{-6}$ Ф = $1 \cdot 10^{-5}$ Ф,

1 кВ = $1 \cdot 10^3$ В.

Подставим числа и вычислим:

$$A = \frac{1 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 10^3}{2}(6 - 1) \text{ Дж} = 0{,}025 \text{ Дж} = 25 \text{ мДж}.$$

Ответ: A = 25 мДж.

Задача 18. Проводник емкостью 5 пФ заряжен до потенциала 0,5 кВ, а проводник емкостью 8 пФ заряжен до потенциала 0,8 кВ. Расстояние между проводниками велико по сравнению с их размерами. Какое количество теплоты выделится при соединении этих проводников проволокой?

Обозначим C_1 емкость первого проводника, φ_1 — его потенциал до соединения со вторым проводником, C_2 — емкость второго проводника, φ_2 — его потенциал до соединения со первым проводником, Q — количество теплоты, которое выделится при соединении этих проводников проволокой, W — общую энергию проводников после их соединения, W_1 — энергию первого проводника до их соединения, W_2 — энергию второго проводника до их соединения, q_1 — заряд на первом проводнике до соединения, q_2 — заряд на втором проводнике до соединения, q — общий заряд на проводниках, φ — потенциал проводников после их соединения.

Дано:

C_1 = 5 пФ

φ_1 = 0,5 кВ

C_2 = 8 пФ

φ_2 = 0,8 кВ

Q — ?

Решение

В подобных задачах для нахождения выделенного количества теплоты лучше всего использовать закон сохранения энергии, согласно которому это количество теплоты равно разности общей энергии проводников W после их соединения и энергии каждого проводника W_1 и W_2 до соединения

$$Q = W - W_1 - W_2. \qquad (1)$$

Общую энергию проводников после их соединения лучше определить по формуле, куда не входит общая емкость соединенных проводников, поскольку ее мы не знаем (здесь нельзя применять законы последовательного или параллельного соединения конденсаторов):

$$W_{\text{общ}} = \frac{q\varphi}{2}. \qquad (2)$$

Общий заряд проводников q после их соединения по закону сохранения зарядов равен сумме их зарядов q_1 и q_2 до соединения:

$$q = q_1 + q_2.$$

Заряды на каждом проводнике до соединения можно найти, воспользовавшись формулой емкости, из которой следует, что $q_1 = C_1\varphi_1$ и $q_2 = C_2\varphi_2$. Подставим правые части этих двух равенств в предыдущее выражение:

$$q = C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2. \qquad (3)$$

После соединения потенциал проводников φ стал одинаков. Заряд на первом проводнике стал равен $C_1\varphi$, а на втором — $C_2\varphi$. Тогда, согласно закону сохранения зарядов, $C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 = C_1\varphi + C_2\varphi$, откуда

$$\varphi = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2}. \qquad (4)$$

Теперь подставим правые части равенств (3) и (4) в формулу (2). Так мы определим общую энергию проводников после соединения через известные нам величины:

$$W = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)}{2(C_1 + C_2)} = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}. \qquad (5)$$

Энергии проводников до соединения проще определить по формуле

$$W_1 = \frac{C_1\varphi_1^2}{2} \tag{6}$$

и

$$W_2 = \frac{C_2\varphi_2^2}{2}. \tag{7}$$

Нам осталось подставить правые части формул (5), (6) и (7) в равенство (1) и выполнить упрощения:

$$Q = \frac{\left(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2\right)^2}{2\left(C_1 + C_2\right)} - \frac{C_1\varphi_1^2}{2} - \frac{C_2\varphi_2^2}{2}.$$

Задача в общем виде решена. Но полученное довольно громоздкое выражение можно упростить, если привести все выражение в правой части к общему знаменателю и раскрыть квадрат суммы в числителе уменьшаемого. Проделаем эти действия:

$$Q = \frac{C_1^2\varphi_1^2 + 2C_1\varphi_1C_2\varphi_2 + C_2^2\varphi_2^2 - C_1^2\varphi_1^2 - C_1C_2\varphi_1^2 - C_1C_2\varphi_2^2 - C_2^2\varphi_2^2}{2\left(C_1 + C_2\right)} =$$

$$= -\frac{C_1C_2\left(\varphi_1^2 - 2\varphi_1\varphi_2 + \varphi_2^2\right)}{2\left(C_1 + C_2\right)} = -\frac{C_1C_2\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)^2}{2\left(C_1 + C_2\right)}.$$

Знак «минус» перед дробью свидетельствует, что энергия системы проводников уменьшилась.

Произведем вычисления:

$$Q = -\frac{5 \cdot 8\left(0{,}5 - 0{,}8\right)^2}{2\left(5 + 8\right)}\ \text{Дж} = 0{,}14\ \text{Дж}.$$

Ответ: $Q = -0{,}14$ Дж.

Задача 19. Энергия каждого из двух заряженных проводников W_1 и W_2, их емкости одинаковы. Какое количество теплоты выделится при соединении этих проводников?

Обозначим W — энергию проводников после их соединения, q_1 — заряд первого проводника до соединения, q_2 — заряд второго проводника до соединения, C — емкость каждого проводника.

Дано:
W_1
W_2
Q —?

Решение

Выделившееся количество теплоты равно разности между суммарной энергией проводников после их соединения и до:

$$Q = W - W_1 - W_2.$$

Энергию проводников до соединения выразим через их заряды и емкости:

$$W_1 = \frac{q_1^2}{2C} \tag{1}$$

и

$$W_2 = \frac{q_2^2}{2C}, \tag{2}$$

а энергию проводников после соединения выразим через их суммарный заряд и одинаковый потенциал:

$$W = \frac{q_1 + q_2}{2}\varphi.$$

Поскольку емкости проводников одинаковы, суммарный заряд их $q_1 + q_2$ при соединении разделится поровну, и на каждом из них после соединения окажется заряд $\frac{q_1 + q_2}{2}$, а потенциалы их станут одинаковы. Потенциал каждого проводника после соединения $\varphi = \frac{q_1 + q_2}{2C}$, поэтому энергия после соединения

$$W = \frac{q_1 + q_2}{2 \cdot 2C}(q_1 + q_2) = \frac{(q_1 + q_2)^2}{4C}. \tag{3}$$

Теперь выразим из формул (1) и (2) заряды через известные энергии и подставим их в равенство (3):

$$q_1 = \sqrt{2CW_1} \quad \text{и} \quad q_2 = \sqrt{2CW_2},$$

$$W = \frac{\left(\sqrt{2CW_1} + \sqrt{2CW_2}\right)^2}{4C} = \frac{\left(\sqrt{2C}\right)^2\left(\sqrt{W_1} + \sqrt{W_2}\right)^2}{4C} = \frac{\left(\sqrt{W_1} + \sqrt{W_2}\right)^2}{2}.$$

Теперь подставим правую часть этого выражения в равенство (1):

$$Q = \frac{\left(\sqrt{W_1} + \sqrt{W_2}\right)^2}{2} - W_1 - W_2 =$$

$$= \frac{W_1 + 2\sqrt{W_1 W_2} + W_2 - 2W_1 - 2W_2}{2} = \sqrt{W_1 W_2} - \frac{W_1 + W_2}{2}.$$

Ответ: $Q = \sqrt{W_1 W_2} - \frac{W_1 + W_2}{2}$.

Задача 20. Даны сопротивление медного проводника, его масса и плотность меди. Требуется определить площадь поперечного сечения проводника и его длину.

Обозначим R сопротивление проводника, m — его массу, $\rho_п$ — плотность, $\rho_с$ — удельное сопротивление, S — площадь поперечного сечения, l — длину проводника, V — его объем.

Дано:
$R = 0{,}2$ Ом
$m = 0{,}2$ кг
$\rho_п = 8900$ кг/м^3
$\rho_с = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м
S — ?
l — ?

Решение

По формуле сопротивления проводника

$$R = \rho_c \frac{l}{S}. \qquad (1)$$

Выразим массу проводника через его плотность и размеры:

$$m = \rho_п V,$$

где

$$V = l\,S,$$

поэтому

$$m = \rho_п l\,S. \qquad (2)$$

Разделим (1) на (2). При этом неизвестная длина проводника сократится, и мы найдем площадь его поперечного сечения:

$$\frac{R}{m} = \frac{\rho_c l}{S\rho_n l S}, \qquad \frac{R}{m} = \frac{\rho_c}{\rho_n S^2},$$

откуда

$$S = \sqrt{\frac{m\rho_c}{R\rho_n}}.$$

Произведем вычисления:

$$S = \sqrt{\frac{0{,}2 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-8}}{0{,}2 \cdot 8900}} = 1{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2 = 1{,}4\ \text{мм}^2.$$

Длину проводника можно определить из формулы сопротивления:

$$l = \frac{RS}{\rho_c}.$$

Произведем вычисления:

$$l = \frac{0{,}2 \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-6}}{1{,}7 \cdot 10^{-8}}\ \text{м} \approx 16{,}5\ \text{м}.$$

Ответ: $S = 1{,}4$ мм^2, $l = 16{,}5$ м.

Задача 21. Длина медного проводника 300 м, напряжение на его концах 36 В, концентрация электронов проводимости в проводнике $8{,}5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$. Определить среднюю скорость упорядоченного движения электронов в этом проводнике.

Обозначим l длину проводника, U — напряжение на его концах, n — концентрацию электронов проводимости, R — сопротивление проводника, ρ — удельное сопротивление меди, I — силу тока в проводнике, S — площадь поперечного сечения проводника, v — среднюю скорость упорядоченного движения электронов, e — модуль заряда электрона.

Дано:

$l = 300$ м

$U = 36$ В

$n = 8{,}5 \cdot 10^{28}$ м$^{-3}$

$\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

---

v — ?

Решение

Выразим силу тока через концентрацию электронов проводимости и их скорость:

$$I = nevS. \qquad (1)$$

По закону Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R}.$$

Сопротивление проводника выразим через его длину и площадь поперечного сечения:

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Подставим правую часть этой формулы в закон Ома:

$$I = \frac{US}{\rho l}. \qquad (2)$$

Нам осталось приравнять правые части равенств (1) и (2) и из полученного выражения найти скорость упорядоченного движения электронов:

$$nevS = \frac{US}{\rho l}, \qquad nev = \frac{U}{\rho l},$$

откуда

$$v = \frac{U}{ne\rho l}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \frac{36}{8{,}5 \cdot 10^{28} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 300} \text{ м/с} \approx 5{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 5{,}2 \cdot 10^{-4}$ м/с.

Задача 22. Какова должна быть ЭДС источника тока, изображенного на рис. 131, чтобы напряженность электрического поля между обкладками конденсатора была равна 6 кВ/м, если внутреннее сопротивление источника втрое меньше сопротивления каждого из резисторов? Расстояние между обкладками конденсатора равно 2 мм.

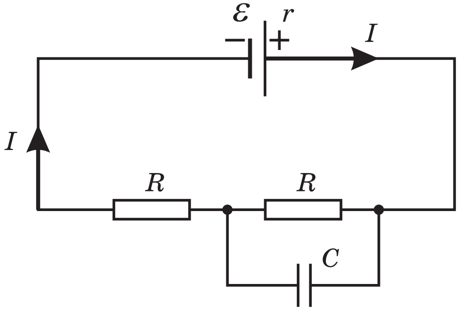


Рис. 131

Обозначим E напряженность электрического поля между обкладками конденсатора, r — внутреннее сопротивление источника тока, R — внешнее сопротивление, d — расстояние между обкладками конденсатора, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, U — напряжение на конденсаторе, C — его емкость, I — силу тока в цепи.

Дано:
$E = 6$ кВ/м
$r = \dfrac{R}{3}$
$d = 2$ мм

$\mathcal{E}$ — ?

Решение

Постоянный ток через конденсатор не идет, но напряжение U на нем имеется — оно такое же, как и на резисторе, к которому конденсатор C подключен параллельно. Это напряжение можно найти из формулы

$$U = Ed.$$

Зная напряжение U, можно найти силу тока I в этой последовательной цепи по формуле закона Ома для участка цепи:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{Ed}{R}. \qquad (1)$$

Для нахождения ЭДС источника тока воспользуемся законом Ома для всей цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R + r},$$

из которого следует, что

$$\mathcal{E} = I\,(2R + r) = I\left(2R + \frac{R}{3}\right) = \frac{7}{3}IR\,, \qquad (2)$$

поскольку внешнее сопротивление равно общему сопротивлению двух последовательных резисторов, а оно равно $2R$.

Нам осталось подставить в равенство (2) правую часть выражения (1) вместо силы тока I, и задача в общем виде будет решена:

$$\mathcal{E} = \frac{7}{3}\frac{Ed}{R}R = \frac{7}{3}Ed.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
6 кВ/м = $6 \cdot 10^3$ В/м,
2 мм = $2 \cdot 10^{-3}$ м.
Произведем вычисления:

$$\mathcal{E} = \frac{7}{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ В} = 28 \text{ В}.$$

Ответ: $\mathcal{E} = 28$ В.

Задача 23. Чему равна энергия конденсатора емкостью 10 мкФ (рис. 132)? ЭДС источника тока 4 В, внутреннее сопротивление 1 Ом, сопротивления резисторов 10 Ом.

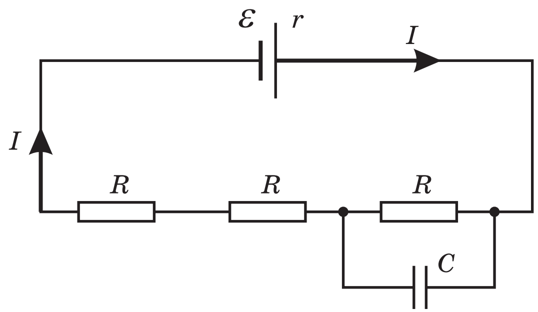


Рис. 132

Обозначим C емкость конденсатора, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, r — внутреннее сопротивление, R — вешнее сопротивление, W — энергию конденсатора, U — напряжение на конденсаторе.

Дано:	*Решение*
$C = 10$ мкФ $\mathcal{E} = 4$ В $r = 1$ Ом $R = 10$ Ом W — ?	Если мы сумеем найти напряжение U на конденсаторе, то его энергию определим по формуле $$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Напряжение на конденсаторе такое же, как и на резисторе, к которому он подключен параллельно. Напряжение на этом резисторе $U = I\,R$, где по закону Ома для всей цепи

$I = \dfrac{\mathcal{E}}{3R+r}$. С учетом этого $U = \dfrac{\mathcal{E}R}{3R+r}$. Подставив правую часть этого выражения в первую формулу, получим:

$$W = \frac{C}{2}\left(\frac{R}{3R+r}\right)^2.$$

$$W = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{2}\left(\frac{4 \cdot 10}{3 \cdot 10+1}\right)^2 \text{ Дж} = 8{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} = 8{,}3 \text{ мкДж}.$$

Ответ: $W = 8{,}3$ мкДж.

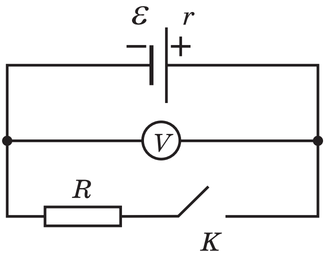


Рис. 133

Задача 24. На рис. 133 изображена схема электрической цепи. Когда ключ К разомкнут, вольтметр показывает 3,8 В, а когда ключ К замкнут, вольтметр показывает 1 В. Сопротивление резистора 2 Ом. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

Обозначим U_1 напряжение, которое показывает вольтметр, когда ключ К разомкнут, U_2 — напряжение, которое показывает вольтметр, когда ключ K замкнут, R — сопротивление резистора, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, r — внутреннее сопротивление источника, I — силу тока в цепи.

Дано:
$U_1 = 4$ В
$U_2 = 3{,}8$ В
$R = 2$ Ом ЭДС
r — ?

Решение

Когда ключ K разомкнут, разомкнута внешняя часть цепи, а в этом случае напряжение, которое показывает вольтметр, равно ЭДС источника тока. Таким образом, $U_1 = \mathcal{E}$. По закону Ома для всей цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$, а по закону Ома для участка цепи $I = \dfrac{U_2}{R}$. Приравняв правые части двух последних равенств с учетом, что $U_1 = \mathcal{E}$, получим:

$$\frac{U_2}{R} = \frac{U_1}{R+r},$$

откуда $$R + r = R\frac{U_1}{U_2}, \quad r = R\left(\frac{U_1}{U_2} - 1\right).$$

Произведем вычисления: $r = 2\left(\frac{4}{3{,}8} - 1\right)$ Ом $= 0{,}1$ Ом.

Ответ: $r = 0{,}1$ Ом.

Задача 25. При сопротивлении реостата 1,65 Ом напряжение на нем 3,3 В, при сопротивлении реостата 3,5 Ом напряжение на нем 3,5 В. Определить ЭДС батарейки, к которой подключали этот реостат, и ее внутреннее сопротивление.

Обозначим R_1 первое сопротивление реостата, U_1 — напряжение на нем в первом случае, R_2 — второе сопротивление реостата, U_2 — напряжение на нем во втором случае, $\mathcal{E}$ — ЭДС батарейки, r — ее внутреннее сопротивление, I_1 — силу тока при первом сопротивлении реостата, I_2 — силу тока при втором сопротивлении реостата.

Дано:
$R_1 = 1{,}65$ Ом
$U_1 = 3{,}3$ В
$R_2 = 3{,}5$ Ом
$U_2 = 3{,}5$ В

$\mathcal{E}$ — ?
r — ?

Решение

Запишем закон Ома для всей цепи применительно к первому и второму сопротивлениям реостата:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r}.$$

Если теперь разделить левые и правые части этих равенств друг на друга, то неизвестная ЭДС сократится и мы получим одно уравнение с одним неизвестным — искомым внутренним сопротивлением r. А зная его, затем найдем и ЭДС. Делим:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\mathcal{E}(R_2 + r)}{(R_1 + r)\mathcal{E}}, \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r}.$$

$$I_1R_1 + I_1r = I_2R_2 + I_2r, \qquad I_1r - I_2r = I_2R_2 - I_1R_1,$$

$$r\left(I_1 - I_2\right) = I_2R_2 - I_1R_1, \qquad r = \frac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2}.$$

По закону Ома для участка цепи

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2}.$$

Подставим правые части этих равенств в предыдущую формулу вместо сил токов, которые нам неизвестны:

$$r = \frac{\dfrac{U_2}{R_2}R_2 - \dfrac{U_1}{R_1}R_1}{\dfrac{U_1}{R_1} - \dfrac{U_2}{R_2}} = \frac{U_2 - U_1}{\dfrac{U_1}{R_1} - \dfrac{U_2}{R_2}}.$$

Произведем вычисления:

$$r = \frac{3{,}5 - 3{,}3}{\dfrac{3{,}3}{1{,}65} - \dfrac{3{,}5}{3{,}5}}\ \text{Ом} = 0{,}2\ \text{Ом}.$$

ЭДС найдем из первой формулы:

$$\mathcal{E} = I_1\left(R_1 + r\right) = \frac{U_1}{R_1}\left(R_1 + r\right).$$

Произведем вычисления:

$$\mathcal{E} = \frac{3{,}3}{1{,}65}\left(1{,}65 + 0{,}2\right)\ \text{В} = 3{,}7\ \text{В}.$$

Ответ: $r = 0{,}20$ Ом, $\mathcal{E} = 3{,}7$ В.

Задача 26. Дан участок цепи (рис. 134, *а*). Найти силу тока в резисторе R, если сила тока в неразветвленном участке цепи I_0.

Обозначим I силу тока в резисторе R, $U_о$ — напряжение на резисторе R.

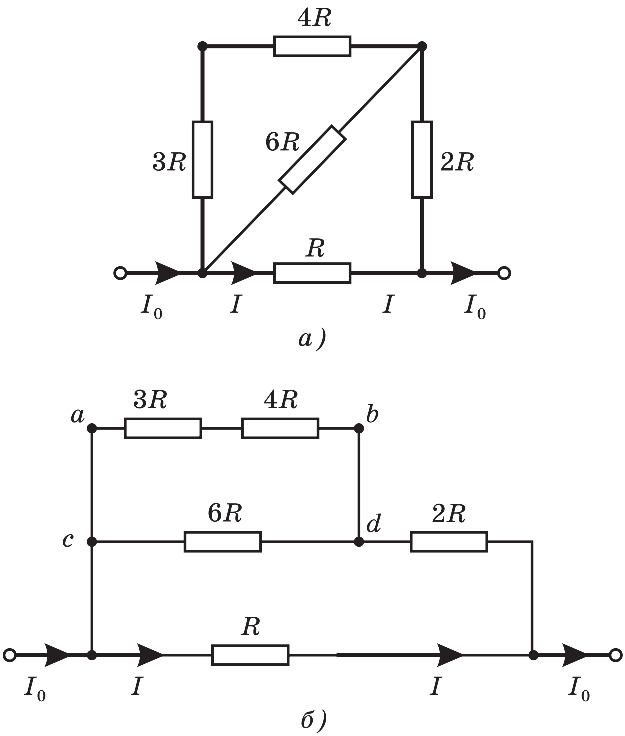


Рис. 134

Дано:
R
I_0

I — ?

Решение

Изобразим схему (рис. 134, *б*), эквивалентную схеме на рис. 134, *а*).

Силу тока I в резисторе R мы могли бы найти, разделив общее напряжение $U_о$ на этом участке на сопротивление резистора R. А общее напряжение $U_о$ на всем участке, равное напряжению на резисторе R, можно найти, умножив силу тока I_0 в неразветвленном участке цепи на общее напряжение всего участка $R_{общ}$. Таким образом, задача сводится к отысканию общего сопротивления всего изображенного на схеме участка.

Общее сопротивление верхнего участка ab, состоящего из двух последовательных резисторов $3R$ и $4R$, равно:

$$R_{\text{общ}1} = 3R + 4R = 7R.$$

Общее сопротивление участка *cabd* равно:

$$R_{\text{общ}2} = \frac{R_{\text{общ}1} 6R}{R_{\text{общ}1} + 6R} = \frac{7R \cdot 6R}{7R + 6R} = \frac{42}{13} R.$$

Резистор $2R$ соединен с участком *cabd* последовательно, поэтому их общее сопротивление

$$R_{\text{общ}3} = \frac{42}{13} R + 2R = \frac{68}{13} R.$$

И наконец, резистор сопротивлением R соединен с остальным участком параллельно, поэтому общее сопротивление всего участка

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_{\text{общ}3} \cdot R}{R_{\text{общ}3} + R} = \frac{68R \cdot R}{13\left(\frac{68R}{13} + R\right)} = \frac{68}{81} R.$$

Тогда напряжение на всем участке

$$U_{\text{о}} = I_0 R_{\text{общ}} = \frac{68}{81} I_0 R.$$

Ток в резисторе R $I = \frac{U_0}{R} = \frac{68}{81} I_0$.

Ответ: $I = \frac{68}{81} I_0$.

Задача 27. В цепь, состоящую из источника тока и резистора, включают вольтметр — сначала последовательно, потом параллельно резистору. Сопротивление резистора 8 Ом, сопротивление вольтметра 200 Ом. В обоих случаях вольтметр показывает одинаковое напряжение. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока?

Обозначим R сопротивление резистора, R_V — сопротивление вольтметра, r — внутреннее сопротивление источника тока, I_1 — силу тока при последовательном подключении вольтметра, I_2 — силу тока при параллельном подключении вольтметра, $U_1 = U_2$ — напряжение, которое показывает вольтметр, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока.

Дано:	**Решение**
$R = 8$ Ом $R_V = 200$ Ом $U_1 = U_2$	Запишем закон Ома для участка цепи и для всей цепи сначала в случае последовательного соединения резистора и вольтметра:
r — ?	

$$I_1 = \frac{U_1}{R_V} \quad \text{и} \quad I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R + R_V + r},$$

откуда

$$\frac{U_1}{R_V} = \frac{\mathcal{E}}{R + R_V + r}. \qquad (1)$$

Теперь запишем этот же закон для случая параллельного соединения резистора и вольтметра:

$$I_2 = \frac{U_2(R + R_V)}{RR_V} \quad \text{и} \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{\dfrac{RR_V}{R + R_V} + r} = \frac{\mathcal{E}(R + R_v)}{RR_V + r(R + R_V)},$$

откуда

$$\frac{U_2(R + R_V)}{RR_V} = \frac{\mathcal{E}(R + R_v)}{RR_V + r(R + R_V)},$$

$$\frac{U_2}{RR_V} = \frac{\mathcal{E}}{RR_V + r(R + R_V)}. \qquad (2)$$

Теперь разделим равенство **(1)** на равенство **(2)** с учетом, что $U_1 = U_2$:

$$\frac{U_1 RR_V}{R_V U_2} = \frac{\mathcal{E}\left(RR_v + r(R + R_v)\right)}{(R + R_V + r)\mathcal{E}}, \qquad R = \frac{RR_V + r(R + R_V)}{R + R_V + r},$$

$$R(R + R_V) + Rr = RR_V + r(R + R_V),$$

откуда

$$r = \frac{R(R + R_V) - RR_V}{R + R_V - R} = \frac{R^2 + RR_V - RR_V}{R_V} = \frac{R^2}{R_V},$$

$$r = \frac{8^2}{200}\text{ Ом} = 0{,}32\text{ Ом}.$$

Ответ: $r = 0{,}32$ Ом.

Задача 28. К концам свинцовой проволоки длиной 2 м приложено напряжение 25 В. Начальная температура проволоки 10 °С. Через сколько времени проволока начнет плавиться? Температура плавления свинца 327 °С, его удельное сопротивление $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ Ом · м, плотность свинца $11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, его удельная теплоемкость 125 Дж/(кг · К).

Обозначим l длину проволоки, U — напряжение на ее концах, t_1 — начальную температуру проволоки, t_2 — температуру плавления свинца, $\rho_с$ — его удельное сопротивление, $\rho_п$ — плотность свинца, c — его удельную теплоемкость, t — время, через которое проволока начнет плавиться, Q — количество теплоты, которое выделится в проводнике, m — его массу, V — объем проводника, S — площадь поперечного сечения, R — сопротивление проводника.

Дано:
$l = 2$ м
$U = 25$ В
$t_1 = 10$ °С
$t_2 = 327$ °С
$\rho_с = 1{,}7 \cdot 10^{-6}$ Ом · м
$\rho_п = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3
$c = 125$ Дж/(кг · К)

t — ?

Решение

При прохождении по проводнику электрического тока он нагревается. По закону Джоуля — Ленца количество теплоты, которое выделится в проводнике,

$$Q = \frac{U^2}{R}t.$$

Это тепло пойдет на нагревание свинцового проводника от температуры t_1 до точки плавления t_2. Количество теплоты, пошедшее на его нагревание, определим по формуле

$$Q = cm(t_2 - t_1).$$

Поскольку о тепловых потерях нам ничего не сказано, приравняем правые части этих равенств:

$$\frac{U^2}{R}t = cm\left(t_2 - t_1\right),$$

откуда

$$t = \frac{cmR(t_2 - t_1)}{U^2}. \qquad (1)$$

Массу проволоки определим через ее длину, выразив массу сначала через плотность свинца и объем проволоки, а потом объем — через ее длину. Согласно формуле плотности

$$\rho_п = \frac{m}{V},$$

где $$V = lS,$$

поэтому $$m = \rho_п V = \rho_п lS. \qquad (2)$$

Длина проволоки нам дана, а площадь ее поперечного сечения S — нет и взять ее негде. Остается надеяться, что она сократится, когда будем выражать сопротивление проволоки R через ее удельное сопротивление и длину. По формуле сопротивления

$$R = \rho_c \frac{l}{S}. \qquad (3)$$

Теперь подставим правые части равенств (2) и (3) в выражение (1):

$$t = \frac{c\rho_П lS\rho_c l(t_2 - t_1)}{SU^2} = \frac{c\rho_П \rho_c l^2 (t_2 - t_1)}{U^2} = c\rho_П \rho_c (t_2 - t_1)\left(\frac{l}{U}\right)^2.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим:

$$t = 125 \cdot 11{,}3 \cdot 10^3 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-6}\,(327 - 20)\left(\frac{2}{25}\right)^2 \text{ с} = 4{,}7 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 4{,}7$ с.

Задача 29. Включенная в сеть электрическая плитка выделила количество теплоты Q. Определить, какое количество теплоты выделят две такие плитки, если их включить в ту же сеть последовательно и параллельно. Зависимость сопротивления от температуры можно не учитывать.

Обозначим U напряжение в сети, R — сопротивление плитки, Q — количество теплоты, выделенное одной плиткой, Q_1 — количество теплоты, выделенное обеими плитками при их последовательном соединении, Q_2 — количество теплоты, выделенное обеими плитками при их параллельном соединении, t — время нагревания.

Дано:
Q

Q_1 — ?
Q_2 — ?

Решение

По закону Джоуля—Ленца количество теплоты, выделяемое одной плиткой, равно:

$$Q = \frac{U^2}{R} t.$$

При последовательном соединении двух одинаковых плиток их общее сопротивление станет вдвое больше сопротивления каждой из них, поэтому закон Джоуля — Ленца примет вид:

$$Q_1 = \frac{U^2}{2R} t.$$

Из первой формулы выразим сопротивление R и подставим его во вторую:

$$R = \frac{U^2}{Q} t,$$

тогда

$$Q_1 = \frac{U^2}{2\frac{U^2}{Q}t} t = \frac{Q}{2}.$$

При параллельном соединении двух одинаковых плиток их общее сопротивление станет вдвое меньше сопротивления каждой из них. При этом закон Джоуля — Ленца примет вид:

$$Q_2 = \frac{U^2}{\frac{R}{2}} t = \frac{2U^2}{R} t.$$

Сравнивая это выражение с первой формулой, мы сразу видим, что при таком соединении тепла выделится вдвое больше, чем при включении одной плитки:

$$Q_2 = 2Q.$$

Ответ: $Q_1 = \dfrac{Q}{2}, \quad Q_2 = 2Q.$

Задача 30. Электрочайник имеет в нагревательном элементе две секции. При включении одной из них вода в чайнике нагревается за 20 мин, при включении другой — за 30 мин. За сколько времени нагреется вода в чайнике, если обе секции включить параллельно друг другу?

Обозначим t_1 время, в течение которого закипает чайник при включении одной секции, t_2 — время, в течение которого закипает чайник при включении другой секции, t — время, в течение которого закипает чайник при параллельном включении обеих секций, Q — количество теплоты, пошедшее на нагревание воды в чайнике, U — напряжение в розетке, R_1 — сопротивление одной секции, R_2 — сопротивление другой секции, R — общее сопротивление обеих секций, включенных параллельно друг другу.

Дано:
$t_1 = 20$ мин
$t_2 = 30$ мин

t — ?

Решение

Когда в розетку под напряжением U включили чайник с одной секцией, то по закону Джоуля — Ленца количество теплоты, пошедшее на нагревание воды в чайнике,

$$Q = \frac{U^2}{R_1} t_1 . \quad (1)$$

Когда в ту же розетку включили чайник с другой секцией, то же количество теплоты

$$Q = \frac{U^2}{R_2} t_2 . \quad (2)$$

При параллельном включении секций их общее сопротивление

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} ,$$

и теперь

$$Q=\frac{U^2}{R}t=\frac{U^2\left(R_1+R_2\right)}{R_1R_2}t. \qquad (3)$$

Из формулы (1)

$$R_1=\frac{U^2t_1}{Q}. \qquad (4)$$

Из формулы (2)

$$R_2=\frac{U^2t_2}{Q}. \qquad (5)$$

Подставим (4) и (5) в равенство (3):

$$Q=\frac{U^2\left(\frac{U^2t_1}{Q}+\frac{U^2t_2}{Q}\right)}{\frac{U^2t_1}{Q}\cdot\frac{U^2t_2}{Q}}t.$$

После сокращений получим: $1=\frac{t_1+t_2}{t_1t_2}t$,

откуда

$$t=\frac{t_1t_2}{t_1+t_2},$$

$$t=\frac{20\cdot 30}{20+30}\text{ мин}=12\text{ мин}.$$

Ответ: t = 12 мин.

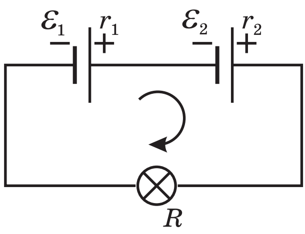


Рис. 135

Задача 31. На рис. 135 изображена электрическая цепь, состоящая из двух гальванических элементов с ЭДС 4,5 В и 1,5 В и внутренними сопротивлениями 1,5 Ом и 0,5 Ом и лампы, сопротивление которой в нагретом состоянии 23 Ом. Определить мощность, потребляемую этой лампой.

Обозначим $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ ЭДС первого и второго гальванических элементов, r_1 и r_2 — их внутренние сопротивления, R — сопротивление лампы, P — мощность тока, потребляемая лампой, I — силу тока в цепи, $\mathcal{E}$ — полную ЭДС цепи.

Дано:

$\mathcal{E}_1 = 4{,}5$ В

$\mathcal{E}_2 = 1{,}5$ В

$r_1 = 1{,}5$ Ом

$r_2 = 0{,}5$ Ом

$R = 23$ Ом

P — ?

Решение

Мощность тока, потребляемую лампой, определим как произведение квадрата силы тока в цепи и сопротивления лампы:

$$P = I^2 R.$$

Силу тока найдем по закону Ома для всей последовательной цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r_1 + r_2}.$$

Здесь $\mathcal{E}$ — полная ЭДС цепи, равная алгебраической сумме ЭДС отдельных источников. Выбрав положительным направление обхода цепи против часовой стрелки, придем к выводу, что ε_2 отрицательна, поэтому

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2.$$

С учетом этого

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2}.$$

Подставив правую часть этого выражения в первую формулу, мы решим задачу в общем виде:

$$P = \left(\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2}\right)^2 R.$$

Произведем вычисления:

$$P = \left(\frac{4{,}5 - 1{,}5}{23 + 1{,}5 + 0{,}5}\right)^2 \cdot 23 \text{ Вт} = 0{,}33 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P = 0{,}33$ Вт.

Задача 32. Мощность, потребляемая алюминиевой обмоткой электромагнита при 0 °С, равна 5 кВт. Какой станет мощность тока в обмотке, если температура повысится до 60 °С, а напряжение останется прежним? Какой станет мощность, если прежним останется ток?

Обозначим $P_о$ мощность тока в обмотке при температуре $t_о$ = 0 °С, P — мощность тока при температуре t = 60 °С, $R_о$ — сопротивление обмотки при 0 °С, R — сопротивление при 60 °С, U — напряжение на обмотке, I — силу тока в ней, α — температурный коэффициент сопротивления.

Дано:
$t_о = 0$ °С
$P_о = 5$ кВт
$t = 60$ °С
$\alpha = 4{,}2 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$

P — ?

Решение

1) При неизменном напряжении мощность тока при температурах $t_о$ и t можно определить по формуле

$$P_o = \frac{U^2}{R_o} \qquad (1)$$

и

$$P = \frac{U^2}{R}.$$

Зависимость сопротивления от температуры выражает формула

$$R = R_o(1 + \alpha\, t).$$

Подставим это выражение в предыдущую формулу:

$$P = \frac{U^2}{R_o(1+\alpha t)}. \qquad (2)$$

Теперь разделим (1) на (2). При этом неизвестное напряжение сократится и из получившейся пропорции найдем искомую мощность P.

$$\frac{P_o}{P} = \frac{U^2 R_o\left(1+\alpha t\right)}{R_o U^2}, \quad \frac{P_o}{P} = 1+\alpha t,$$

откуда

$$P = \frac{P_o}{1+\alpha t}.$$

Произведем вычисления:

$$P = \frac{5}{1+4{,}2\cdot 10^{-3}\cdot 60}\ \text{кВт} \approx 4\ \text{кВт}.$$

2) Если же будет оставаться неизменным ток, то мощность можно будет определять по формулам:

$$P_о = I^2 R_о \quad \text{и} \quad P = I^2 R = I^2 R_о(1 + \alpha t).$$

Разделив эти равенства друг на друга, получим:

$$\frac{P_o}{P} = \frac{I^2 R_o}{I^2 R_o\left(1+\alpha t\right)}, \quad \frac{P_o}{P} = \frac{1}{1+\alpha t},$$

откуда

$$P = P_o\left(1+\alpha t\right).$$

Произведем вычисления:

$$P = 5\ (1 + 4{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 60)\ \text{кВт} \approx 6{,}3\ \text{кВт}.$$

Ответ: 1) $P = 4$ кВт; 2) $P = 6$ кВт.

Задача 33. Электрическая цепь содержит реостат, сопротивление которого можно изменять от 0,1 Ом до 1,0 Ом. ЭДС источника тока 72 В. При каком сопротивлении реостата максимальная мощность тока в цепи будет 6 Вт?

Обозначим R_1 минимальное сопротивление реостата, R_2 — его максимальное сопротивление, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, r — его внутреннее сопротивление, P — мощность тока.

Дано:
$\mathcal{E} = 72$ В
$R_1 = 0{,}1$ Ом
$R_2 = 1{,}0$ Ом
$P = 6$ Вт

r — ?

Решение

Мощность тока в цепи максимальна, когда внешнее сопротивление R равно внутреннему сопротивлению r. По формуле мощности тока $P = I^2 R$, где по закону Ома для всей цепи $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R+r}$.

С учетом этого

$$P = \left(\frac{\mathcal{E}}{R+r}\right)^2 R.$$

Поскольку при максимальной мощности тока $R = r$, то

$$P = \left(\frac{\mathcal{E}}{R+R}\right)^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{4R^2} R = \frac{\mathcal{E}^2}{4R},$$

откуда
$$R = \frac{\mathcal{E}^2}{4P}.$$

Произведем вычисления:

$$R = \frac{72^2}{4 \cdot 6}\ \text{Ом} = 216\ \text{Ом}.$$

Ответ: $R = 216$ Ом.

Задача 34. Три одинаковых источника постоянного тока, с внутренним сопротивлением у каждого 0,8 Ом, соединены последовательно. Во сколько раз изменится мощность тока в резисторе сопротивлением 10 Ом, подключенном к этим источникам, если их соединить параллельно?

Обозначим N количество источников тока, r — внутреннее сопротивление каждого источника, R — сопротивление резистора, P_1 — мощность тока в резисторе при последовательном соединении источников, P_2 — мощность тока в резисторе при параллельном соединении источников, $\mathcal{E}$ — ЭДС каждого источника тока.

Дано:
$N = 3$
$r = 0{,}8$ Ом
$R = 10$ Ом

$\frac{P_2}{P_1}$ — ?

Решение

При последовательном соединении источников сила тока в цепи

$$I_1 = \frac{N\mathcal{E}}{R+Nr}.$$

При этом мощность тока в резисторе

$$P_1 = I_1{}^2 R = \left(\frac{N\mathcal{E}}{R+rN}\right)^2 R. \qquad (1)$$

При параллельном соединении источников

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R+\frac{r}{N}}.$$

При этом мощность тока в резисторе

$$P_2 = I_2^{\,2} R = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + \dfrac{r}{N}} \right)^2 R. \tag{2}$$

Теперь разделим равенство (2) на равенство (1):

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\mathcal{E}^2 R (R + Nr)^2}{\left(R + \dfrac{r}{N} \right)^2 N^2 \mathcal{E}^2 R} = \frac{(R + Nr)^2}{\dfrac{(NR + r)^2}{N^2} N^2} = \left(\frac{R + Nr}{NR + r} \right)^2.$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{10 + 3 \cdot 0{,}8}{3 \cdot 10 + 0{,}8} \right)^2 = 0{,}16.$$

или $\dfrac{P_1}{P_2} = 6{,}25,$ т.е. мощность уменьшится в 6,25 раза.

Ответ: мощность уменьшится в 6,25 раза.

Задача 35. Сила тока в электрохимической ванне при электролизе равна 25 А, время электролиза 2 ч, площадь детали, покрываемой никелем, 0,2 м^2, электрохимический эквивалент никеля $3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл, его плотность $8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Определить толщину покрытия.

Обозначим I силу тока в ванне, Δt — время никелирования, k — электрохимический эквивалент никеля, ρ — его плотность, S — площадь детали, m — массу выделившегося никеля, V — его объем, h — толщину слоя никеля.

Дано:
$I = 25$ А
$t = 2$ ч
$k = 3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл
$\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3
$S = 0{,}2$ м^2

h — ?

Решение

Запишем закон Фарадея для электролиза:

$$m = kIt.$$

Выразим массу никеля через его плотность и объем, а объем, в свою очередь, — через площадь детали и толщину слоя:

$$m = \rho V,$$

где $V = hS$, поэтому $\quad m = \rho h S.$

Теперь приравняем правые части первого и последнего равенств и из полученного выражения найдем искомую толщину слоя:

$$\rho\, h\, S = k\, I\, t,$$

откуда
$$h = \frac{kIt}{\rho S}.$$

Выразим время электролиза в единицах СИ:

2 ч = 7200 с.

Произведем вычисления:

$$h = \frac{3 \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot 7200}{8{,}9 \cdot 10^{3} \cdot 0{,}2}\ \text{м} = 3 \cdot 10^{-5}\ \text{м}.$$

Ответ: $h = 3 \cdot 10^{-5}$ м.

Задача 36. Сколько атомов меди осядет в течение 1 мин на квадратном катоде со стороной 20 см в процессе ее рафинирования (получения чистой меди из руды) при плотности тока 2 мА/мм^2? Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл, ее молярная масса 0,064 кг/моль. Число Авогадро $6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Обозначим t время электролиза, a — сторону квадратного катода, j — плотность тока, k — электрохимический эквивалент меди, M — ее молярную массу, N_A — число Авогадро, N — число осевших на катоде атомов меди, ν — число молей меди, m — массу меди, выделенной на катоде, I — силу тока, S — площадь катода.

Дано:

$t = 1$ мин

$a = 20$ см

$j = 2$ мА/мм^2

$k = 0{,}33$ мг/Кл

$M = 0{,}064$ кг/моль

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$

N — ?

Решение

Число осажденных в процессе электролиза атомов меди можно найти, умножив число молей меди на число Авогадро:

$$N = \nu\, N_A. \qquad (1)$$

Число молей меди, осажденных на катоде, можно определить по формуле

$$\nu = \frac{m}{M}. \tag{2}$$

Подставим (2) в (1):

$$N = \frac{m}{M} N_A. \tag{3}$$

Массу осажденной в процессе электролиза меди m найдем по первому закону Фарадея для электролиза:

$$m = k\,I\,t. \tag{4}$$

Силу тока в электролите определим из формулы плотности тока:

$$I = jS,$$

где площадь квадратного катода $S = a^2$, поэтому

$$I = ja^2. \tag{5}$$

Подставим правую часть равенства (5) в формулу (4):

$$m = kja^2t. \tag{6}$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (6) в выражение (3), и задача в общем виде будет решена:

$$N = \frac{kja^2t}{M} N_A.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
1 мин = 60 с,
20 см = 0,2 м,

2 мА/мм^2 = $2\dfrac{10^{-3}}{10^{-6}}$ А/м^2 = $2 \cdot 10^3$ А/м^2,

0,33 мг/Кл = $0{,}33 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл.

Произведем вычисления:

$$N = \frac{0{,}33\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^{3}\cdot0{,}04\cdot60}{0{,}064}6{,}02\cdot10^{23} = 1{,}5\cdot10^{22}.$$

Ответ: $N = 1{,}5 \cdot 10^{22}$.

Задача 37. В однородном магнитном поле индукцией 0,4 Тл находится прямой проводник длиной 0,15 м, расположенный перпендикулярно магнитным линиям. По проводнику идет ток силой 8 А. Под действием силы Ампера проводник перемещается на 0,025 м. Определить работу, совершенную при перемещении.

Обозначим B индукцию магнитного поля, l — длину проводника, I — силу тока в проводнике, S — модуль перемещения проводника, α_1 — угол между векторами силы Ампера и перемещения, α_2 — угол между направлением вектора индукции магнитного поля и направлением тока в проводнике, F_A — силу Ампера, A — работу, совершенную при перемещении.

Дано:
$l = 0{,}15$ м
$B = 0{,}4$ Тл
$I = 8$ А
$S = 0{,}025$ м
$\alpha_1 = 0°$
$\alpha_2 = 90°$

A — ?

Решение

Работа, совершаемая силой Ампера, определяется произведением модуля этой силы на модуль перемещения проводника и на косинус угла α_1 между векторами силы и перемещения:

$$A = F_A S \cos\alpha_1.$$

Поскольку угол $\alpha_1 = 0°$, а $\cos 0° = 1$, то

$$A = F_A S. \qquad (1)$$

Сила Ампера равна произведению модуля вектора индукции на силу тока в проводнике, на длину проводника в магнитном поле и на синус угла между вектором индукции и направлением тока: $F_A = BIl \sin\alpha_2$. Но поскольку угол $\alpha_2 = 90°$, а $\sin 90° = 1$, то

$$F_A = BIl. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1): $A = BIlS$.

Произведем вычисления:

$A = 0{,}4 \cdot 8 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}025$ Дж $= 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Дж.

Ответ: $A = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Дж.

Задача 38. В однородном магнитном поле индукцией 25 мТл подвешен на двух проводящих нитях медный стержень перпендикулярно магнитным линиям. При пропускании по проводнику тока силой 2 А нити отклонились от вертикали на угол 45°. Найти площадь поперечного сечения проводника. Плотность меди 8900 кг/м^3.

Обозначим B индукцию магнитного поля, I — силу тока в проводнике, α — угол отклонения нити от вертикали, ρ — плотность меди, S — площадь поперечного сечения проводника, $F_А$ — силу Ампера, m — массу проводника, g — ускорение свободного падения, V — объем проводника, l — длину проводника, $F_{р1}$ — равнодействующую сил тяжести и Ампера.

Дано:

$B = 25$ мТл $= 25 \cdot 10^{-3}$ Тл

$I = 2$ А

$\alpha = 45°$

$\rho = 8900$ кг/м^3

$g = 10$ м/с^2

S — ?

Решение

Обратимся к рис. 136. На проводник действуют сила Ампера $F_А$, сила тяжести mg и две силы натяжения нитей $F_{нат}$. Из чертежа следует, что $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{F_A}{mg}$.

Сила Ампера $F_А = BI\,l \sin\alpha_1$, где угол между направлением вектора магнитной индукции и направлением силы Ампера $\alpha_1 = 90°$, поэтому $\sin\alpha_1 = 1$ и $F_А = BIl$. С учетом этого

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{BIl}{mg}. \qquad (1)$$

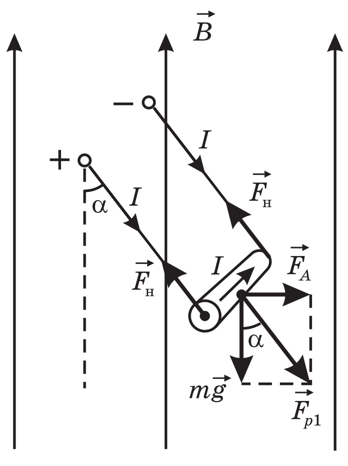


Рис. 136

Теперь выразим массу проводника через его плотность и объем: $m = \rho V$, а объем — через искомую площадь поперечного сечения проводника: $V = lS$. С учетом этого

$$m = \rho l S. \qquad (2)$$

Подставим правую часть равенства (2) в выражение (1), и оттуда найдем площадь поперечного сечения проводника:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BIl}{\rho l S g} = \frac{BI}{\rho S g},$$

откуда
$$S = \frac{BI}{\rho g \operatorname{tg}\alpha} = \frac{BI}{\rho g}.$$

$$S = \frac{25\cdot 10}{8900}\ \text{м}^2 = 0{,}56\cdot 10^{-6}\ \text{м}^2 = = 0{,}56\ \text{мм}^2,$$

поскольку $\operatorname{tg}45^\circ = 1$.

Ответ: $S = 0{,}56$ мм^2.

Задача 39. Электрон влетает в однородное магнитное поле индукцией 0,02 Тл со скоростью 200 км/с перпендикулярно магнитным линиям (рис. 137). Какой путь пройдет электрон за время, в течение которого вектор его линейной скорости повернется на 2°?

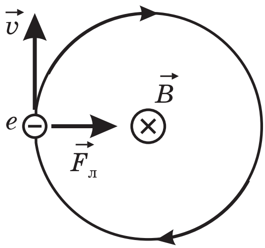


Рис. 137

Обозначим m_e массу электрона, e — модуль его заряда, B — индукцию магнитного поля, v — линейную скорость электрона, α — угол между вектором линейной скорости электрона и силовыми линиями магнитного поля, φ — угол поворота вектора линейной скорости, S — пройденный путь, $F_л$ — силу Лоренца, действующую на электрон в магнитном поле, R — радиус окружности, по которой движется электрон, T — период электрона на окружности, a — центростремительное ускорение электрона.

Дано:	**Решение**
$B = 0{,}02$ Тл $v = 200$ км/с $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл $\alpha = 90^\circ$ $\varphi = 2^\circ$ S — ?	Электрон, влетевший в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 90^\circ$, станет двигаться по окружности, охватывающей магнитные линии, под действием силы Лоренца, направленной к центру этой окружности. По второму закону Ньютона

$$F_л = m_е a_ц, \quad \text{где} \quad a_ц = \frac{v^2}{R},$$

поэтому

$$F_л = m_е \frac{v^2}{R}. \tag{1}$$

По формуле силы Лоренца $F_л = Bve \sin \alpha$, где $\alpha = 90°$, поэтому

$$F_л = Bve. \tag{2}$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$m_е \frac{v^2}{R} = Bve, \quad m_е \frac{v}{R} = Be. \tag{3}$$

Теперь выразим радиус окружности через период:

$$v = \frac{2\pi R}{T},$$

откуда

$$R = \frac{vT}{2\pi}. \tag{4}$$

Подставим правую часть равенства (4) в равенство (3), и из полученного выражения определим период вращения электрона по окружности:

$$m_е \frac{2\pi v}{vT} = Be, \quad m_е \frac{2\pi}{T} = Be,$$

откуда

$$T = \frac{2\pi m_e}{Be}. \tag{5}$$

Угол поворота вектора линейной скорости φ равен углу поворота радиуса. Поскольку за период T радиус поворачивается на 360°, то на 2° он повернется за время $t = \frac{T}{360°}2° = \frac{T}{180}$. Поскольку электрон движется с постоянной скоростью, то путь, пройденный им за время t, $S = v\,t = v\,\frac{T}{180}$ или с учетом (5)

$$S = v\,\frac{2\pi m_e}{180Be} = v\,\frac{\pi m_e}{90Be}.$$

Произведем вычисления:

$$S = 200 \cdot 10^3\,\frac{3{,}14\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}}{90\cdot 0{,}02\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}\ \text{м} = 2\cdot 10^{-6}\ \text{м}.$$

Ответ: $S = 2\cdot 10^{-6}$ м.

Задача 40. Электрон, имеющий кинетическую энергию 91 эВ, влетел в скрещенные электрическое и магнитное поля, в которых векторы напряженности и магнитной индукции взаимно перпендикулярны. Вектор скорости электрона перпендикулярен силовым линиям обоих полей. Чему равна индукция магнитного поля, если электрон в этих полях стал двигаться равномерно и прямолинейно при напряженности электрического поля 100 В/см?

Обозначим e модуль заряда электрона, m_e — его массу, E — напряженность электрического поля, B — индукцию магнитного поля, W_k — кинетическую энергию электрона, $F_{эл}$ — электрическую силу, $F_{Л}$ — силу Лоренца, v — скорость электрона.

Дано:
$W_k = 91$ эВ
$e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл
$m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг
$E = 100$ В/см

B — ?

Решение

Поскольку электрон стал двигаться равномерно и прямолинейно, значит, на него стали действовать уравновешивающие друг друга электрическая сила $F_{эл}$ и сила Лоренца $F_{Л}$: $F_{эл} = F_{Л}$, где $F_{эл} = eE$, а $F_{Л} = Bev\sin\alpha$, где $\alpha = 90^\circ$ и $\sin\alpha = 1$. Поэтому $eE = Bev$, откуда

$$B = \frac{eE}{ev} = \frac{E}{v}.$$

Скорость электрона найдем из формулы кинетической энергии:

$$W_k = \frac{m_e v^2}{2},$$

откуда $$v = \sqrt{\frac{2W_k}{m_e}}.$$

С учетом этого, $$B = E\sqrt{\frac{m_e}{2W_k}}.$$

Произведем вычисления:

$$B = 100 \cdot 100\sqrt{\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}}{2 \cdot 91 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}}\ \text{Тл} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{Тл} \approx 1{,}8\ \text{мТл}.$$

Ответ: $B = 1{,}8$ мТл.

Задача 41. В проводящий круговой контур диаметром 16 см включен конденсатор емкостью 5 мкФ. Контур расположен в магнитном поле, равномерно изменяющемся со скоростью 4 мТл/с. Чему равен заряд конденсатора?

Обозначим d диаметр контура, C — емкость конденсатора, $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ — скорость изменения индукции магнитного поля, q — заряд конденсатора, U — напряжение на обкладках конденсатора, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС электромагнитной индукции, $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока, ΔB — изменение индукции магнитного поля, S — площадь контура.

Дано:
$d = 16$ см
$C = 5$ мкФ
$\frac{\Delta B}{\Delta t} = 4$ мТл/с

q — ?

Решение

Заряд конденсатора определим из формулы его емкости:

$$q = CU. \tag{1}$$

Напряжение на обкладках конденсатора равно действующей в контуре ЭДС электромагнитной индукции, модуль которой для одиночного контура:

$$U = \mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

где $\Delta\Phi = \Delta BS$, поэтому

$$U = \frac{\Delta BS}{\Delta t}.$$

Площадь контура S выразим через его диаметр:

$$S = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Подставим правую часть этого равенства в предыдущую формулу:

$$U = \frac{\pi d^2 \Delta B}{4\Delta t}. \qquad (2)$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (2) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$q = C\frac{\pi d^2 \Delta B}{4\Delta t}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим все величины в единицах СИ:

16 см = 0,16 м, 5 мкФ = $5 \cdot 10^{-6}$ Ф,

4 мТл/с = 0,004 Тл/с.

Подставим числа и вычислим:

$$q = 5 \cdot 10^{-6}\ \frac{3{,}14 \cdot 0{,}16^2 \cdot 0{,}004}{4}\ \text{Кл} = 4 \cdot 10^{-10}\ \text{Кл} = 0{,}4\ \text{нКл}.$$

Ответ: q = 0,4 нКл.

Задача 42. Проводящий круговой контур диаметром 20 см, в который включен источник тока с ЭДС 8 мВ, расположен в плоскости чертежа (рис. 138). За чертеж направлено однородное магнитное поле. Индукция магнитного поля начала равномерно уменьшаться со скоростью 10 мТл/с. На сколько процентов изменилась мощность тока в контуре?

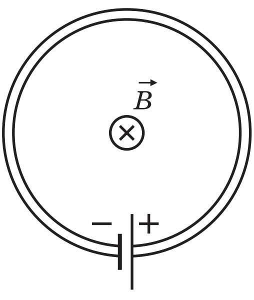


Рис. 138

Обозначим D диаметр контура, $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока, $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ — скорость изменения индукции магнитного поля, $\frac{\Delta P}{P_1}$ — относительное изменение мощности тока в контуре, ΔP — изменение мощности тока, P_1 — прежняя мощность тока, P_2 — новая мощность тока, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС электромагнитной индукции, R — сопротивление контура, S — площадь контура.

Дано:

$D = 20$ см

$\mathcal{E} = 8$ мВ

$\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = 10$ мТл/с

$\dfrac{\Delta P}{P_1}$ — ?

Решение

Поскольку магнитное поле, пересекающее контур с током, уменьшается, магнитный поток сквозь него убывает, поэтому в контуре начинает действовать ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$. В контуре возникает индукционный ток, магнитное поле которого по правилу Ленца будет поддерживать убывающее магнитное поле, поэтому будет направлено тоже за чертеж, т.е. в ту же сторону, что и внешнее магнитное поле индукцией B. Вследствие этого к ЭДС источника тока добавится ЭДС индукции, поэтому результирующая ЭДС в контуре будет равна их сумме. Вследствие этого мощность тока в контуре возрастет.

Изменение мощности тока ΔP будет равно разности между возросшей мощностью тока P_2 и прежней P_1. Относительное изменение мощности тока, которое требуется найти, равно:

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{P_2}{P_1} - 1.$$

Согласно формуле мощности тока, где роль напряжения U играет ЭДС, мощности тока — прежняя и новая — равны:

$$P_1 = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \text{ и } P_2 = \frac{(\mathcal{E} + \mathcal{E}_i)^2}{R}.$$

Подставим правые части этих выражений вместо ЭДС в предыдущую формулу:

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \frac{(\mathcal{E} + \mathcal{E}_i)^2 R}{R\mathcal{E}^2} - 1 = \left(\frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{\mathcal{E}}\right)^2 - 1 = \left(1 + \frac{\mathcal{E}_i}{\mathcal{E}}\right)^2 - 1. \qquad (1)$$

Не стоит здесь раскрывать квадрат суммы чисел, т.к. хоть единица и сократится, но окончательное выражение получится более сложным.

Теперь для определения модуля ЭДС индукции воспользуемся формулой

$$\mathcal{E}_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

но без минуса, т.к. его мы уже учли, применяя правило Ленца, где

$$\Delta\Phi = \Delta BS.$$

Площадь кругового контура S выразим через его диаметр D:

$$S = \frac{\pi D^2}{4},$$

С учетом этого

$$\Delta\Phi = \Delta B\,\frac{\pi D^2}{4} \quad \text{и} \quad \mathcal{E}_i = \frac{\Delta B\pi D^2}{\Delta t\cdot 4}. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в выражение (1), мы решим задачу в общем виде:

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \left(1 + \frac{\Delta B\pi D^2}{\Delta t\cdot 4\mathcal{E}}\right)^2 - 1.$$

Выразим все величины в единицах СИ:

20 см = 0,2 м,

8 мВ = $8 \cdot 10^{-3}$ В,

10 мТл/с = 0,01 Тл/с.

Произведем вычисления:

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \left(1 + \frac{0{,}01\cdot 3{,}14\cdot 0{,}04}{4\cdot 8\cdot 10^{-3}}\right)^2 - 1 = 0{,}08 = 8\%.$$

Ответ: $\dfrac{\Delta P}{P_1} = 8\%$.

Задача 43. Соленоид с сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 200 мГн имеет площадь витка 20 см^2. Соленоид помещен в магнитное поле, индукция которого равномерно увеличивается. Когда магнитная индукция увеличилась на 2 Тл, сила тока в соленоиде возросла на 40 мА. Какой заряд прошел при этом по соленоиду?

Обозначим R сопротивление соленоида, L — его индуктивность, S — площадь витка, ΔB — увеличение магнитной индукции, ΔI — увеличение силы тока, q— заряд, прошедший по соленоиду, Δt — время прохождения заряда, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции, $\mathcal{E}_S$ — ЭДС самоиндукции.

Дано:
$R = 10$ Ом
$L = 200$ мГн
$S = 20$ см^2
$\Delta B = 2$ Тл
$\Delta I = 40$ мА

q — ?

Решение

Искомый заряд можно определить по формуле

$$q = I\,\Delta t, \tag{1}$$

где сила тока I обусловлена действующими в соленоиде ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ и ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_S$. По правилу Ленца эти ЭДС противодействуют друг другу, поэтому обусловленный ими ток согласно закону Ома равен:

$$I = \frac{\mathcal{E}_i - \mathcal{E}_s}{R}. \tag{2}$$

ЭДС индукции определим по формуле

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

где $\Delta\Phi = \Delta BS$, поэтому

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta BS}{\Delta t}. \tag{3}$$

ЭДС самоиндукции равна:

$$\mathcal{E}_S = -L\,\frac{\Delta I}{\Delta t}. \tag{4}$$

Подставим правые части равенств (3) и (4) в формулу (2):

$$I = \frac{-\Delta BS - (-L\Delta I)}{\Delta t\,R} = \frac{L\Delta I - \Delta BS}{\Delta t\,R}. \tag{5}$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (5) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$q = \frac{L\Delta I - \Delta BS}{\Delta t R}\Delta t = \frac{L\Delta I - \Delta BS}{R}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
200 мГн = 0,2 Гн,
20 см^2 = 0,002 м^2,
40 мА = 0,04 А.
Произведем вычисления:

$$q = \frac{0{,}2\cdot 0{,}04 - 2\cdot 0{,}002}{10}\ \text{Кл} = 4\cdot 10^{-4}\ \text{Кл} = 0{,}4\ \text{мКл}.$$

Ответ: q = 0,4 мКл.

Задача 44. Круглый проволочный виток диаметром 50 см расположен своей плоскостью перпендикулярно магнитным линиям однородного магнитного поля индукцией 50 мТл. Сопротивление витка 2 Ом. Какой заряд протечет через поперечное сечение проводника, из которого изготовлен виток, при равномерном уменьшении магнитного поля до нуля? Явлением самоиндукции пренебречь.

Обозначим D диаметр витка, B_1 — начальную индукцию магнитного поля, B_2 — конечную индукцию магнитного поля, Φ_1 — начальный магнитный поток сквозь виток, Φ_2 — конечный магнитный поток сквозь виток, I_i — силу индукционного тока, Δt — время его протекания, q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника, S — площадь витка, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции, R — сопротивление витка.

Дано:
D = 50 см
B_1 = 50 мТл
R = 2 Ом
$B_2 = 0$

q — ?

Решение

Заряд равен произведению силы индукционного тока на время его протекания: $q = I_i\Delta t$. По закону Ома сила индукционного тока равна отношению ЭДС индукции к сопротивлению витка:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}.$$

По закону Фарадея для электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = \frac{\Phi_1}{\Delta t}, \quad \text{т.к. } \varPhi_2 = 0.$$

Магнитный поток сквозь виток до уменьшения магнитного поля $\varPhi_1 = B_1 S$ и площадь витка $S = \dfrac{\pi D^2}{4}$, поэтому $\varPhi_1 = B_1 \dfrac{\pi D^2}{4}$, и $\mathcal{E}_i = \dfrac{B_1 \pi D^2}{4\Delta t}$. Тогда сила тока $I_i = \dfrac{B_1 \pi D^2}{4\Delta t R}$, а искомый заряд

$$q = \frac{B_1 \pi D^2}{4\Delta t R}\Delta t = \frac{B_1 \pi D^2}{4R}.$$

$$q = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2}{4 \cdot 2}\ \text{Кл} = 4{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{Кл} = 4{,}9\ \text{мКл}.$$

Ответ: $q = 4{,}9$ мКл.

Задача 45. Четыре одинаковые проволоки длиной l каждая образуют контур в форме квадрата. Он помещен в однородное магнитное поле индукцией B, перпендикулярное плоскости квадрата. Сопротивление каждой проволоки R. Найти силу индукционного тока, который протечет по контуру за промежуток времени Δt, если квадрат преобразовать в круг?

Обозначим I_i силу индукционного тока, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции, $R_{\text{общ}}$ — общее сопротивление четырех последовательных проволок, $\varPhi_1$ и $\varPhi_2$ — начальный и конечный магнитные потоки сквозь контур, ограниченный проволоками.

Дано:
l
B
R
Δt

I_i — ?

Решение

По закону Ома сила индукционного тока

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R_{\text{общ}}},$$

где общее сопротивление четырех последовательных проволок $R_{\text{общ}} = 4R$, поэтому $I_i = \dfrac{\mathcal{E}_i}{4R}$.

ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = -\dfrac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = \dfrac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Delta t}$.

Магнитный поток, пересекающий квадратный контур, $\Phi_1 = BS_1 = Bl^2$, где $S_1 = l^2$ — площадь квадратного контура. Магнитный поток, пересекающий контур в форме окружности, $\Phi_2 = BS_2$, где S_2 — площадь круга, у которого длина окружности равна $4l = 2\pi R_{\text{окр}}$, откуда радиус этой окружности $R_{\text{окр}} = \dfrac{4l}{2\pi} = \dfrac{2l}{\pi}$, поэтому площадь круга

$$S_2 = \pi R_{\text{окр}}^2 = \pi \frac{4l^2}{\pi^2} = \frac{(2l)^2}{\pi}.$$

Тогда магнитный поток сквозь контур в форме окружности

$$\Phi_2 = B\frac{(2l)^2}{\pi}.$$

Подставим значения Φ_1 и Φ_2 в формулу ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_i = \frac{Bl^2 - B\dfrac{(2l)^2}{\pi}}{\Delta t} = \frac{Bl^2}{\Delta t}\left(1 - \frac{4}{\pi}\right).$$

С учетом этого сила индукционного тока

$$I_i = \frac{Bl^2}{4R\Delta t}\left(1 - \frac{4}{\pi}\right).$$

Ответ: $I_i = \dfrac{Bl^2}{4R\Delta t}\left(1 - \dfrac{4}{\pi}\right)$.

Задача 46. Сопротивление проводящего контура $3 \cdot 10^{-2}$ Ом. За 2 с пересекающий контур магнитный поток равномерно изменяется на $1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Вб. Определить силу индукционного тока в проводнике.

Обозначим R сопротивление проводника, Δt — время изменения магнитного потока, $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока, I_i — сила индукционного тока в проводнике, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС электромагнитной индукции.

Дано:
$R = 3 \cdot 10^{-2}$ Ом
$\Delta t = 2$ с
$\Delta \Phi = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Вб

I_i —?

Решение

Силу тока найдем по закону Ома: $I_i = \dfrac{\mathcal{E}_i}{R}$. По закону Фарадея для электромагнитной индукции модуль ЭДС электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Подставив правую часть второй формулы вместо ЭДС в первую, мы решим задачу в общем виде:

$$I_i = \frac{\Delta \Phi}{R \Delta t}.$$

Произведем вычисления:

$$I = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^{-2} \cdot 2}\ \text{А} = 0{,}2\ \text{А}.$$

Ответ: $I = 0{,}2$ А.

Задача 47. Тонкий проводящий стержень длиной 40 см начинает соскальзывать без начальной скорости с наклонной плоскости с углом при основании 30° (рис. 139). Плоскость расположена в однородном магнитном поле индукцией 200 мТл. Вектор магнитной индукции направлен вниз. Найти ЭДС индукции в стержне в тот момент, когда он пройдет путь 40 см. Трением пренебречь.

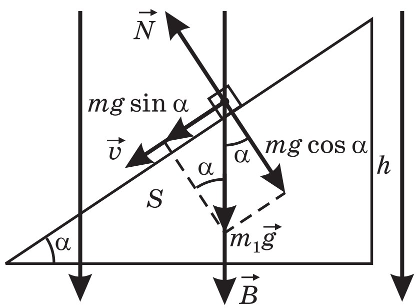


Рис. 139

Обозначим l длину стержня, v_0 — его начальную скорость, α — угол при основании наклонной плоскости, B — индукцию магнитного поля, S — пройденный путь, $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в стержне, v — скорость, которую приобретет стержень в конце пути, m — массу стержня, g — ускорение свободного падения, h — высоту наклонной плоскости, β — угол между направлением движения проводника и направлением вектора индукции магнитного поля.

Дано:
$l = 40$ см $= 0,4$ м
$v_0 = 0$
$\alpha = 30°$
$B = 200$ мТл $= 0,2$ Тл
$S = 40$ см $= 0,4$ м
$g = 10$ м/с

$\mathcal{E}_i$ — ?

Решение

ЭДС индукции в проводнике, движущемся поступательно в магнитном поле, определяет формула $\mathcal{E}_i = Bv\,l \sin\beta$, где β — угол между направлением движения проводника и направлением вектора индукции магнитного поля. Из рис. 139 следует, что $\beta = 90° - \alpha$, поэтому $\mathcal{E}_i = Bv\,l \sin(90° - \alpha) = Bv\,l \cos\alpha$.

Скорость v, которую приобретет стержень в конце пути S, найдем из закона сохранения механической энергии, согласно которому потенциальная энергия стержня mgh на высоте $h = S \sin\alpha$ равна кинетической энергии стержня $\frac{mv^2}{2}$: $mgh = \frac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gS\sin\alpha}$. В итоге получим:

$$\mathcal{E}_i = B\,l\,\sqrt{2gS\sin\alpha}\,\cos\alpha.$$

$$\mathcal{E}_i = 0,2 \cdot 0,4\,\sqrt{2\cdot 10\cdot 0,4\sin 30^0}\cos 30^0\ \text{В} = 0,14\ \text{В}.$$

Ответ: $\mathcal{E}_i = 0,14$ В.

Задача 48. Индуктивность катушки с малым сопротивлением равна 0,15 Гн, сила тока в ней 4А. Сколько теплоты выделится в катушке, если параллельно к ней подключить резистор с сопротивлением, во много раз большим, чем сопротивление катушки.

Обозначим L индуктивность катушки, I — силу тока в ней, Q — количество выделившейся теплоты, $W_м$ — энергию магнитного поля катушки, R — сопротивление резистора, r — сопротивление катушки.

Дано:
$L = 0{,}15$ Гн
$R >> r$
$I = 4$ А

Q — ?

Решение

При быстром отключении источника тока энергия магнитного катушки превратится в выделенное тепло, поэтому мы можем записать: $Q = W_м$. В свою очередь, энергия магнитного поля определяется половиной произведения индуктивности катушки на квадрат силы тока в ней. Поэтому

$$Q = W_м = \frac{LI^2}{2}$$

Произведем вычисления:

$$Q = \frac{0{,}15 \cdot 4^2}{2}\ \text{Дж} = 1{,}2\ \text{Дж}.$$

Ответ: $Q = 1{,}2$ Дж.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Два одинаково заряженных маленьких шарика с равными радиусами взаимодействуют с силой F_1. С какой силой они станут взаимодействовать, если один из них увеличить в 2 раза, второй уменьшить в 1,5 раза, а расстояние между ними уменьшить в 3 раза?

Ответ: $F_2 = 12F_1$.

Задача 2. Между двумя одноименными точечными зарядами $q_1 = 0{,}01$ мкКл и $q_2 = 0{,}04$ мкКл расстояние $r = 9$ см. Между ними помещают третий заряд так, что все заряды оказываются в равновесии. На каком расстоянии от меньшего заряда помещают третий заряд?

Ответ: $r_1 = r\dfrac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1}+\sqrt{q_2}} = 3$ см.

Задача 3. Два заряда q и $2q$ связаны нитью длиной l, а заряд $6q$ связан с зарядом $2q$ нитью длиной $2l$. Все заряды одноименные. Обе нити образуют одну прямую линию. Насколько сила натяжения длинной нити отличается от силы натяжения короткой?

Ответ: $\Delta F = k\left(\dfrac{q}{l}\right)^2$.

Задача 4. Четыре равных заряда по q каждый расположены в вершинах квадрата со стороной a. Среда — вакуум. С какой силой три заряда действуют на четвертый?

Ответ: $F = 1{,}9\, k\left(\dfrac{q}{a}\right)^2$.

Задача 5. Два одинаковых шарика подвешены в воздухе на нитях длиной l, закрепленных в одной точке. При сообщении шарикам зарядов q нити разошлись на угол α. Чему равна плотность материала шариков ρ_1, если после погружения их в жидкий диэлектрик с проницаемостью ε этот угол не изменился? Плотность жидкого диэлектрика ρ_2.

Ответ: $\rho_1 = \rho_2 \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$.

Задача 6. Найти частоту вращения электрона вокруг ядра в атоме водорода. Заряд электрона и ядра e, радиус орбиты r, масса электрона m_e.

Ответ: $\nu = \dfrac{5}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m_e R^3}}$.

Задача 7. Два заряда $q_1 = 4$ нКл и $q_2 = 6$ нКл расположены на расстоянии $r = 80$ см друг от друга. Чему равна напряженность электрического поля этих зарядов в точке посередине между ними?

Ответ: $E = 4\, k\dfrac{q_2 - q_1}{r^2} = 112{,}5$ В/м.

Задача 8. В точке 1 расположен заряд $q_1 = 2$ нКл, а в точке 2 расположен заряд $q_2 = 6$ нКл. Какой заряд нужно поместить в точку 2, чтобы напряженность электрического поля в точке, расположенной посередине между этими зарядами, увеличилась в 4 раза?

Ответ: $E = 4q_2 - 3q_1 = 18$ нКл.

Задача 9. Положительно заряженный шарик массой m и радиусом R висит в однородном электрическом поле напряженностью E, направленном вверх. Поле создано в жидком диэлектрике плотностью ρ. Чему равен заряд шарика?

Ответ: $q = \dfrac{g\left(3m - 4\pi\rho R^3\right)}{3E}$.

Задача 10. В трех вершинах квадрата со стороной a расположены одноименные заряды q, $2q$ и q (рис. 140). Определить напряженность электрического поля этих зарядов в четвертой вершине. Среда — воздух.

Ответ: $E = 2{,}4k\dfrac{q}{a^2}$.

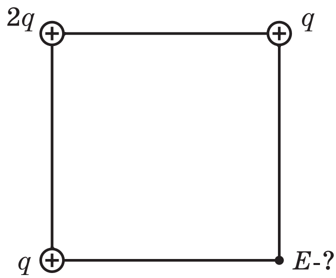


Рис. 140

Задача 11. Между двумя параллельными горизонтальными пластинами, заряженными разноименно, покоится капелька масла массой 320 нг. Расстояние между пластинами 5 мм, напряжение на них 2 кВ. Среда — воздух. Сколько избыточных электронов на капельке?

Ответ: $N = \dfrac{mgd}{eU} = 1000$.

Задача 12. При переносе точечного заряда $q = 10$ нКл из точки, расположенной на расстоянии $l = 10$ см от поверхности заряженного шара радиусом $R = 4$ см, в бесконечность была совершена работа $A = 0{,}5$ мкДж. Найти потенциал поверхности шара. Среда — воздух.

Ответ: $\varphi = \frac{A}{q}\left(1+\frac{l}{R}\right) = 175$ В.

Задача 13. На какое минимальное расстояние a к поверхности заряженной сферы радиусом R с поверхностной плотностью зарядов σ может приблизиться частица массой m с зарядом q, скорость которой на бесконечно удаленном от сферы расстоянии равна v_0?

Ответ: $a = R\left(\frac{8\pi k\sigma qR}{m\upsilon_0^2}-1\right)$.

Задача 14. Электронный луч между двумя горизонтальными пластинами, заряженными разноименно, сместился по вертикали на расстояние h. Длина горизонтальных пластин l, расстояние между ними d. При влете в пространство между пластинами скорость электронов равна v и направлена параллельно пластинам. Найти напряжение на пластинах. Масса электрона m_e и его заряд e известны.

Ответ: $U = 2\frac{m_e dh}{e}\left(\frac{\upsilon}{l}\right)^2$.

Задача 15. Пылинка массой $m = 10^{-8}$ г с зарядом $q =$ $= 100$ мкКл влетает в электрическое поле горизонтального конденсатора параллельно его обкладкам в точке, расположенной посередине между обкладками. Какова должна быть минимальная скорость пылинки при влете в конденсатор, чтобы она могла пролететь его насквозь? Длина обкладок конденсатора $l = 10$ см, расстояние между ними $d = 1$ см, напряжение на них $U = 4$ кВ. Силой тяжести пренебречь, между обкладками — вакуум.

Ответ: $v = \frac{l}{d}\sqrt{\frac{qU}{m}} = 2 \cdot 10^5$ м/с.

Задача 16. Слюдяная пластинка с проницаемостью $\varepsilon = 6$ заполняет все пространство между обкладками конденсатора емкостью $C = 10$ мкФ с зарядом на обкладках $q = 1$ мкКл. Какую работу надо совершить, чтобы вынуть пластинку из конденсатора?

Ответ: $A = -\frac{q^2}{2C}(\varepsilon - 1) = -2{,}5$ мДж.

Задача 17. Кубик емкостью C_1 содержит заряд q_1, а другой кубик емкостью C_2 заряжен до потенциала φ_2. Чему будет равна общая емкость прямоугольной призмы, составленной из этих кубиков? Потерями энергии пренебречь.

Ответ: $C = \frac{C_1 C_2 (q_1 + q_2)^2}{q_1^2 C_2 + q_2^2 C_1}$.

Задача 18. Два конденсатора с емкостями $C_1 = 1$ пФ и $C_2 =$ $= 3$ пФ соединены параллельно. К ним последовательно подключен конденсатор емкостью $C_3 = 4$ пФ. Чему равна емкость батареи этих конденсаторов?

Ответ: $C = \frac{C_3 (C_1 + C_2)}{C_1 + C_2 + C_3} = 2$ пФ.

Задача 19. Четыре конденсатора емкостью по $C_1 = 8$ пФ каждый соединены последовательно. К ним параллельно подключен конденсатор емкостью $C_2 = 5$ пФ. Общее напряжение на этой батарее конденсаторов равно 200 В. Найти заряд батареи.

Ответ: $q = U\left(\frac{C_1}{4} + C_2\right) = 1{,}4$ нКл.

Задача 20. Конденсатор емкостью 1 мкФ заряжен до напряжения 100 В. Какая энергия выделится при коротком замыкании его обкладок?

Ответ: $W = \frac{CU^2}{2} = 5$ мДж.

Задача 21. Плоский конденсатор состоит из двух обкладок площадью 40 см^2 каждая. Между ними находится стекло с диэлектрической проницаемостью 7. Какой заряд находится на обкладках этого конденсатора, если напряженность электрического поля между ними 8 МВ/м?

Ответ: $q = \varepsilon_0 \varepsilon S E = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл.

Задача 22. Два проводника с емкостями 4 пФ и 6 пФ заряжены соответственно до потенциалов 8 В и 10 В. Найти их потенциал после соприкосновения друг с другом.

Ответ: $\varphi = \dfrac{\varphi_1 C_1 + \varphi_2 C_2}{C_1 + C_2} = 9{,}2$ В.

Задача 23. Поверхностная плотность зарядов на обкладках воздушного конденсатора 0,1 мкКл/м^2, их площадь 5 см^2, емкость конденсатора 100 пФ. Найти скорость электрона, пролетевшего от одной обкладки к другой без начальной скорости.

Ответ: $v = \sqrt{\dfrac{2e\sigma S}{m_e C}} = 1{,}3 \cdot 10^6$ м/с.

Задача 24. Плоский воздушный конденсатор зарядили до напряжения 70 В и отключили от источника зарядов, после чего расстояние между обкладками увеличили от 0,1 мм до 0,3 мм и ввели диэлектрик с проницаемостью 7. Найти новое напряжение между обкладками.

Ответ: $U_2 = U_1 \dfrac{\varepsilon_1 d_2}{\varepsilon_2 d_1} = 30$ В.

Задача 25. При увеличении напряжения на обкладках конденсатора в три раза энергия его электрического поля увеличилась на $\Delta W = 200$ мДж. Найти начальную энергию конденсатора.

Ответ: $W = 0{,}125 \Delta W = 25$ мДж.

Задача 26. Два проводящих шара с емкостями $C_1 = 10$ мкФ и $C_2 = 12$ мкФ, заряженных до потенциалов соответственно 20 В и 10 В, соединяют проводником. Найти заряды на шарах после соединения.

Ответ: $q_1 = \dfrac{\varphi_1 C_1 + \varphi_2 C_2}{C_1 + C_2} C_1 = 145$ мкКл.

Задача 27. Какое количество теплоты выделится при соединении одноименно заряженных обкладок конденсаторов с емкостями 2 мкФ и 0,5 мкФ? Напряжения на конденсаторах до соединения были равны соответственно 100 В и 50 В.

Ответ: $Q = -\dfrac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)}(U_2 - U_1)^2 = -5 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Задача 28. По медному проводнику с площадью поперечного сечения 1 мм^2 течет ток силой 10А при напряжении на его концах 3,4 В. Удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Найти длину проводника.

Ответ: $l = \dfrac{US}{\rho I} = 20$ м.

Задача 29. Моток проволоки имеет массу m. При напряжении U в нем возникает сила тока I . Найти длину проволоки. Плотность проволоки ρ_1 и ее удельное сопротивление ρ_2 известны.

Ответ: $l = \sqrt{\dfrac{mU}{\rho_1 \rho_2 I}}$.

Задача 30. При 20 °С сопротивление стальной проволоки 20 Ом. Температурный коэффициент сопротивления стали 0,006 К$^{-1}$. Когда на этой проволоке имеется напряжение 100 В, по ней идет ток силой 2 А. До какой температуры нагревается при этом проводник?

Ответ: $t_2 = \dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{U}{IR_1}(1 + \alpha t_1) - 1\right) = 300$ °С.

Задача 31. Медный проводник весом $P = 0{,}1$ Н имеет сопротивление $R = 1$ мОм. Найти диаметр его поперечного сечения. Плотность меди $\rho_1 = 8900$ кг/м^3, ее удельное сопротивление $\rho_2 = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

Ответ: $d = 2\sqrt{\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\rho_2 P}{\rho_1 g R}}} = 2{,}4$ мм.

Задача 32. В каждую из сторон квадрата включено по резистору с одинаковым сопротивлением. Две нижние вершины квадрата включены в цепь (рис. 141, а). Во сколько раз изменится сопротивление квадрата, если одну нижнюю вершину соединить с верхней, расположенной на диагонали квадрата, проводником с таким же сопротивлением (рис. 141, б)?

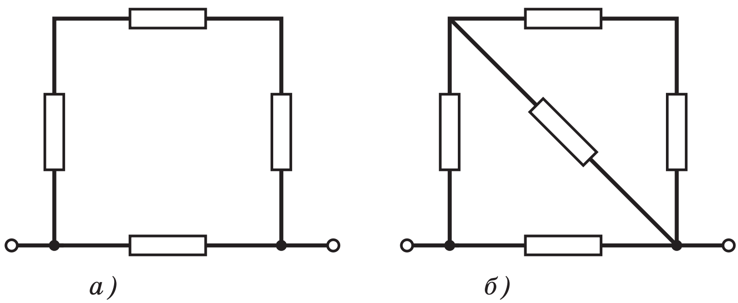


Рис. 141

Ответ: уменьшится в 1,2 раза.

Задача 33. Две лампы сопротивлениями по $R_1 = 100$ Ом каждая соединены параллельно, а к ним последовательно подключен резистор сопротивлением $R_2 = 20$ Ом. Напряжение на всем участке $U = 140$ В. Найти напряжение на лампах.

Ответ: $U_л = \frac{UR_1}{R_1 + 2R_2} = 100$ В.

Задача 34. К трем параллельным проводникам сопротивлением по $R_1 = 15$ Ом каждый последовательно подсоединены два параллельных проводника по $R_2 = 10$ Ом каждый. Чему равно напряжение на этом участке цепи, если сила тока в неразветвленном участке $I = 12$ А?

Ответ: $U = \dfrac{I}{6}\left(2R_1 + 3R_2\right) = 120$ В.

Задача 35. Два проводника сопротивлениями $R_1 = 4$ Ом и $R_2 = 10$ Ом соединены параллельно. К ним последовательно подключен проводник сопротивлением $R_3 = 3$ Ом. По проводнику сопротивлением $R_1 = 4$ Ом идет ток силой $I_1 = 2$ А. Чему равно напряжение на всем этом участке цепи?

Ответ: $U = I_1\left(R_1 + R_3\left(1 + \dfrac{R_1}{R_2}\right)\right) = 18{,}4$ В.

Задача 36. Имеется 4 резистора сопротивлением по 18 Ом каждый. Начертить схемы всех возможных соединений этих резисторов и определить их общее сопротивление.

Ответ: 72 Ом; 4,5 Ом; 24 Ом; 18 Ом; 45 Ом; 13,5 Ом; 7,2 Ом; 10,8 Ом; 30 Ом.

Задача 37. Вольтметр сопротивлением $R_V = 900$ Ом, включенный последовательно с резистором, показал напряжение $U_1 = 200$ В. Когда же последовательно с этим вольтметром подсоединили резистор с вдвое большим сопротивлением, вольтметр показал напряжение $U_1 = 160$ В. Найти сопротивление резистора.

Ответ: $R = R_V \dfrac{U_1 - U_2}{2U_2 - U_1} = 300$ Ом.

Задача 38. Сопротивление амперметра $R_A = 9$ мОм, максимальная сила тока, на которую он рассчитан, $I_A = 10$ А. Чтобы можно было этим амперметром измерять токи силой до $I = 100$ А, к нему подключили шунт. Чему равно сопротивление шунта?

Ответ: $R_Ш = \dfrac{I_A R_A}{I - I_A} = 1$ мОм.

Задача 39. Вольтметр сопротивлением $R_V = 20$ Ом рассчитан на напряжение не более U_V =100 В. Какое добавочное сопротивление к нему надо подсоединить, чтобы измерить напряжение до $U = 1$ кВ?

Ответ: $R_{\text{д.с.}} = R_V\left(\dfrac{U}{U_V} - 1\right) = 189$ Ом.

Задача 40. ЭДС источника тока 10 В, сила тока во внешней части цепи 2 А, сопротивление внешней части цепи равно внутреннему. Найти напряжение на полюсах источника тока.

Ответ: $U = 0{,}5\mathcal{E} = 5$ В.

Задача 41. Три лампы соединены параллельно и подключены к источнику тока с ЭДС $\varepsilon = 105$ В и внутренним сопротивлением $r = 0{,}5$ Ом. Сопротивление соединительных проводов $R_1 = 1$ Ом. Найти напряжение на лампах. Сопротивление каждой лампы $R_2 = 6$ Ом.

Ответ: $U = \dfrac{\mathcal{E}R_2}{3(R_1 + r) + R_2} = 60$ В.

Задача 42. В цепь, состоящую из источника тока и резистора, включают вольтметр сначала последовательно, а потом параллельно резистору. Вольтметр показывает оба раза одинаковое напряжение. Сопротивление резистора $R_1 = 10$ Ом, сопротивление вольтметра $R_2 = 100$ Ом. Найти внутреннее сопротивление источника тока.

Ответ: $r = \dfrac{R_1^2}{R_2} = 1$ Ом.

Задача 43. Дана схема (рис. 142). Емкость C и ЭДС источника тока ε известны, внутренним сопротивлением источника можно пренебречь. Определить заряд конденсатора C.

Ответ: $q = \dfrac{2}{3}C\,\mathcal{E}$.

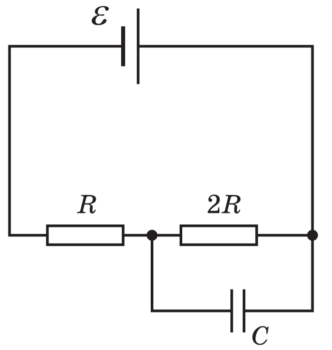


Рис. 142

Задача 44. Электрическая цепь состоит из источника тока, и лампы с последовательно подключенным в ней амперметром и параллельно лампе — вольтметром. Вольтметр показывает напряжение 4 В, а амперметр силу тока 2 А. ЭДС источника тока 5 В. Найти внутреннее сопротивление источника тока.

Ответ: $r = \dfrac{\mathcal{E} - U}{I} = 0{,}5$ Ом.

Задача 45. ЭДС источника тока 6 В. При внешнем сопротивлении 1 Ом сила тока в цепи 4 А. Найти силу тока короткого замыкания.

Ответ: $I_{\text{к.з.}} = \dfrac{\mathcal{E} I}{\mathcal{E} - IR} = 12$ А.

Задача 46. Дана схема (рис. 143). Внутреннее сопротивление источника тока вдвое меньше сопротивления одной лампы. Сопротивления всех трех ламп одинаковы. Во сколько раз изменится показание амперметра, если замкнуть ключ К?

Ответ: уменьшится в 1,2 раза.

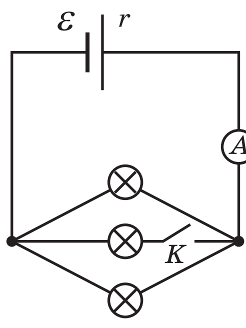


Рис. 143

Задача 47. При подключении к источнику тока резистора 10 Ом сила тока в цепи 2 А, а при подключении резистора 5 Ом сила тока увеличилась в 1,5 раза. Найти ЭДС источника тока.

Ответ: $\varepsilon = 3I\,(R_1 - R_2) = 30$ В.

Задача 48. Сопротивление одного резистора 2 Ом, а другого 8 Ом. При подключении каждого резистора к источнику тока мощность тока в них одинакова. Найти внутреннее сопротивление источника.

Ответ: $r = \sqrt{R_1R_2} = 4$ Ом.

Задача 49. За 20 с на участке цепи из 4 одинаковых параллельных резисторов выделилось некоторое количество теплоты. За сколько времени выделится такое же количество теплоты, если резисторы соединить последовательно?

Ответ: $t_2 = 16\ t_1 = 320$ с.

Задача 50. Батарея состоит из 8 одинаковых источников тока с ЭДС 4 В и внутренним сопротивлением 0,2 Ом, соединенных параллельно. Какова максимальная мощность тока на внешнем участке цепи?

Ответ: $P = \dfrac{2\mathcal{E}^2}{r} = 4$ Вт.

Задача 51. Игрушечный автомобиль массой 200 г на горизонтальном пути 2 м увеличил скорость от 0 до 50 см/с, двигаясь равноускоренно. Коэффициент сопротивления движению 0,02. Найти силу тока в цепи электродвигателя при напряжении на зажимах батареи 4 В. КПД двигателя 50%.

Ответ: $I = \dfrac{mv\left(0{,}5v^2 + \mu gS\right)}{2\eta US}100\% = 6$ мА.

Задача 52. Лифт массой 3 т поднимается на высоту 15 м за 20 с. КПД подъема 50%. Найти мощность электродвигателя, если напряжение на нем 220 В.

Ответ: $P = \dfrac{mgh}{\eta t} = 45$ кВт.

Задача 53. Сколько атомов меди выделится на катоде за 5 с при силе тока 10 А? Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл, ее молярная масса 0,064 кг/моль.

Ответ: $N = \frac{kItN_A}{M} = 1{,}6 \cdot 10^{20}$.

Задача 54. Какое время потребуется для выделения на катоде слоя меди толщиной 80 мкм при плотности тока 1 кА/м^2?

Ответ: $t = \frac{\rho h}{kj} = 36$ мин.

Задача 55. При электролизе серной кислоты мощность тока 37 Вт. Найти сопротивление электролита, если за 50 мин на электроде выделилось 0,3 г водорода. Его молярная масса 0,002 кг/моль, валентность 2.

Ответ: $R = P\left(\frac{Mt}{mnF}\right) = 0{,}4$ Ом.

Задача 56. Сколько электроэнергии надо затратить для электролиза 1 л кислорода при 27 °С и давлении 100 кПа, если напряжение на ванне 10 В и КПД процесса 75% ? Электрохимический эквивалент кислорода 0,083 мг/Кл, его молярная масса 0,032 кг/моль.

Ответ: $W = \frac{pUVM}{\eta kRT}100\% = 2{,}1 \cdot 10^5$ Дж.

Задача 57. Проводник длиной 20 см с током 5 А расположен в однородном магнитном поле индукцией 50 мТл перпендикулярно магнитным линиям. Перемещающая его сила Ампера совершает работу 5 мДж. Чему равен модуль перемещения проводника?

Ответ: $S = \frac{A}{BIl} = 10$ см.

Задача 58. Проводник массой 10 г и длиной 2 см висит неподвижно в магнитном поле индукцией 4 Тл. Найти силу тока в проводнике.

Ответ: $I = \dfrac{mg}{Bl} = 1{,}25$ А.

Задача 59. В однородном магнитном поле индукцией 49 мТл, магнитные линии которого направлены вверх, подвешен на двух вертикальных нитях горизонтальный проводник массой 10 г. При пропускании по нему тока плотностью 2 А/мм^2 нити отклоняются от вертикали на некоторый угол. Диаметр сечения проводника 1 мм, длина 20 см. Найти тангенс угла отклонения нитей.

Ответ: $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{\pi d^2 Bjl}{4mg} = 0{,}15$.

Задача 60. Какой путь пройдет за время t прямой медный стержень с плотностью ρ и диаметром сечения d, двигаясь в однородном магнитном поле индукцией B равноускоренно, без начальной скорости, по горизонтальным рельсам с коэффициентом трения k при силе тока в нем I? Явлением электромагнитной индукции пренебречь.

Ответ: $S = \dfrac{t^2}{2}\left(\dfrac{4BI}{\pi d^2 \rho} - kg\right)$.

Задача 61. На квадратную рамку со стороной a, плоскость которой перпендикулярна магнитным линиям, действует вращающий момент сил M, когда по ней течет ток с плотностью тока j. Найти диаметр проводника рамки.

Ответ: $d = \dfrac{2}{a}\sqrt{\dfrac{M}{\pi jB}}$.

Задача 62. Заряженная частица массой m с зарядом q влетала в однородное магнитное поле индукцией B перпендикулярно магнитным линиям со скоростью v. Чему равно ускорение, с которым она стала двигаться в магнитном поле?

Ответ: $a = \dfrac{Bqv}{m}$.

Задача 63. Электрон влетел в однородное магнитное поле индукцией B перпендикулярно магнитным линиям. Через какое время он окажется в точке влета, сделав полный оборот? Масса и заряд электрона известны.

Ответ: $T = \dfrac{2\pi m_e}{Be}$.

Задача 64. Электрон, имеющий кинетическую энергию 100 эВ, влетает во взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля перпендикулярно магнитным и силовым линиям этих полей. Напряженность электрического поля 100 В/см. Найти индукцию магнитного поля, если электрон стал двигаться равномерно и прямолинейно. Масса его известна.

Ответ: $B = E\sqrt{\dfrac{m_e}{2W_k}}$ = 1,7 мТл.

Задача 65. Найти импульс электрона, влетевшего в однородное магнитное поле индукцией 20 мТл и описывающего окружность радиусом 40 см.

Ответ: $p = BeR = 1{,}3 \cdot 10^{-21}$ кг · м/с.

Задача 66. Заряженная частица, разогнанная электрическим полем с ускоряющим напряжением U, влетела в однородное магнитное поле индукцией B и стала двигаться по окружности радиусом R. Масса частицы m. Найти ее заряд.

Ответ: $q = \dfrac{2mU}{(BR)^2}$.

Задача 67. Проволочный виток, состоящий из 10 колец, пересекает однородное магнитное поле, уменьшающееся за 2 мс с 0,5 Тл до 0,1 Тл. При этом в витке возникает ЭДС индукции 8 В. Поле перпендикулярно плоскости витка. Найти радиус витка.

Ответ: $R = \sqrt{\dfrac{\mathcal{E}_i \Delta t}{\pi N(B_1 - B_2)}}$ = 3,6 см.

Задача 68. По параллельным проводникам 1-2 и 3-4, расположенным в однородном магнитном поле индукцией B, движется со скоростью v проводящий стержень mn длиной l (рис. 144). Вектор магнитной индукции направлен от чертежа к наблюдателю. Между проводниками подключен резистор сопротивлением R. Чему равна сила индукционного тока в проводящем стержне?

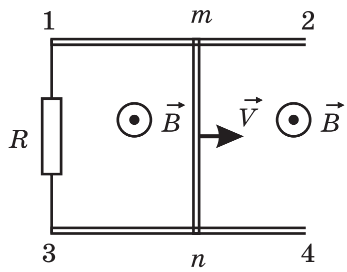


Рис. 144

Ответ: $I_i = \dfrac{Bvl}{R}$.

Задача 69. Замкнутая катушка диаметром D расположена в однородном магнитном поле индукцией B так, что ее плоскость перпендикулярна магнитным линиям. Катушка изготовлена из проволоки с удельным сопротивлением ρ и диаметром поперечного сечения d. Какой заряд протечет по катушке, если ее повернуть на $180°$ вокруг оси, перпендикулярной магнитным линиям?

Ответ: $q = \dfrac{\pi B D d^2}{8\rho}$.

Задача 70. В проводящем кольце, вращающемся в магнитном поле индукцией 5 Тл, возникает максимальная ЭДС индукции 3,14 В. Площадь кольца 100 см^2. Чему равен период вращения кольца?

Ответ: $T = \dfrac{2\pi BS}{\mathcal{E}_i} = 0{,}1$ с.

Задача 71. Катушка с площадью витка 20 см^2 имеет индуктивность 20 мГн. Число витков в ней 1000, индукция магнитного поля внутри катушки 1 мТл. Найти силу тока в катушке.

Ответ: $I = \frac{N}{L}S = 0{,}1$ А.

Задача 72. За 5 мс в соленоиде с 500 витками магнитный поток равномерно уменьшился с 7 Вб до 9 мВб. Сопротивление проводника соленоида 100 Ом. Найти силу индукционного тока, возникшего при этом.

Ответ: $I_i = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R\Delta t}N = 2$ А.

Задача 73. Проволочный виток радиусом $r = 1$ см имеет сопротивление $R = 1$ мОм. Его пересекает изменяющееся со скоростью $\Delta B/\Delta t = 0{,}01$ Тл/с однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости витка. Какое количество теплоты выделится в витке за $t = 1$ мин?

$$Q = \frac{t}{R}\left(\pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2 = 10 \text{ нВт}.$$

Задача 74. Кусок провода длиной 1 м складывают вдвое и замыкают его концы. Затем провод растягивают в квадрат и помещают в однородное магнитное поле индукцией 0,1 Тл, перпендикулярное плоскости квадрата. Какой заряд пройдет при этом по проводу, если его сопротивление 10 Ом?

Ответ: $q = \frac{Bl^2}{16R} = 625$ мкКл.

Задача 75. В однородном магнитном поле индукцией 1 Тл находится прямой проводник длиной 20 см, концы которого вне магнитного поля замкнуты гибким проводом. Сопротивление всей цепи 0,1 Ом. Какую силу нужно приложить к проводнику, чтобы перемещать его со скоростью 2,5 м/с перпендикулярно магнитным линиям?

Ответ: $F = \frac{v(Bl)^2}{R} = 1$ Н.

Задача 76. Проводящий стержень длиной 1 м равномерно вращается в горизонтальной плоскости с периодом 0,1 с вокруг вертикальной оси, проходящей через конец стержня в однородном магнитном поле индукцией 50 мкТл. Вектор индукции параллелен оси вращения стержня. Определить разность потенциалов на концах стержня.

Ответ: $\Delta\varphi = \dfrac{\pi l^2 B}{T} = 1{,}57$ мВ.

Задача 77. Тонкий алюминиевый брусок прямоугольного сечения длиной $l = 0{,}4$ м соскальзывает из состояния покоя по гладкой, не проводящей ток наклонной плоскости в вертикальном однородном магнитном поле индукцией $B = 0{,}2$ Тл, вектор которого направлен вниз (рис. 145). Угол наклона плоскости к горизонту $\varphi = 30°$. Продольная ось бруска при движении остается горизонтальной. Найти ЭДС индукции, возникшей в бруске, в тот момент, когда он пройдет по наклонной плоскости $S = 1$ м.

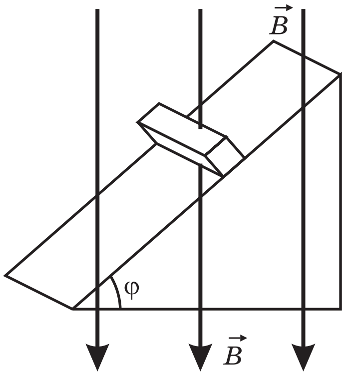


Рис. 145

Ответ: $\mathcal{E}_i = Bl\cos\alpha\sqrt{2gS\sin\alpha} = 0{,}22$ В.

Задача 78. По замкнутому контуру индуктивностью 1 мГн и сопротивлением 20 мОм проходит ток, сила которого сначала за 20 мс равномерно увеличивается от нуля до 4 А, а затем равномерно уменьшается за 40 мс до нуля. Найти изменение внутренней энергии контура.

Ответ: $\Delta U = \frac{(LI)^2}{R}\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}\right) = 0{,}06$ Дж.

Задача 79. Определить ЭДС самоиндукции в соленоиде индуктивностью 0,1 Гн, в котором за 0,1 с сила тока уменьшилась в 4 раза. Первоначальная сила тока в соленоиде была 10 А.

Ответ: $\mathcal{E}_S = \frac{LI}{2t} = 5$ В.

Задача 80. Определить энергию магнитного поля соленоида, который при силе тока в нем 4 А пересекает связанный с этим током магнитный поток 0,5 Вб.

Ответ: $W_M = 0{,}5\Phi I$.

Раздел 4. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ОПТИКА. ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, АТОМНАЯ ФИЗИКА

Краткая теория и советы к решению задач

1) Колебания и волны

Колебания — это движения или процессы, повторяющиеся в пространстве и времени.

Если колебания повторяются через равные промежутки времени, они называются периодическими.

Механическими колебаниями называют колебания, при которых колеблющееся тело систематически отклоняется от своего положения равновесия в противоположных направлениях.

Колебания бывают свободными и вынужденными.

Свободные колебания — это колебания, происходящие под действием только внутренних сил колеблющейся системы.

Вынужденные колебания — это колебания, происходящие под действием внешних по отношению к колеблющейся системе сил.

Если на колеблющийся маятник не действуют силы трения в точке его подвеса и сопротивление окружающей среды, т. е. если его механическая энергия не превращается во внутреннюю (тепловую), а также в любую другую энергию окружающих тел, то он может колебаться бесконечно долго.

Такой маятник называется идеальным. Свободные колебания идеального маятника являются незатухающими.

Основные параметры колебательных процессов (т. е. величины, характеризующие колебания): смещение x, амплитуда A (или x_0), период T, частота ν, циклическая (угловая или круговая) частота ω, фаза α (или φ).

Смещение — это отклонение маятника от положения равновесия. Амплитуда — это наибольшее смещение маятника.

Период — это время совершения одного полного колебания.

Период T равен отношению времени t, за которое совершено N полных колебаний, к числу этих колебаний:

$$T = \frac{t}{N}.$$

Частота — это число полных колебаний в единицу времени.

Частота колебаний равна отношению числа полных колебаний N, совершенных за время t, ко времени их совершения:

$$\nu = \frac{N}{t}.$$

Период и частота — обратные величины:

$$T = \frac{1}{\nu} \quad \text{и} \quad \nu = \frac{1}{T}.$$

Циклическая частота связана с периодом и частотой формулами

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{и} \quad \omega = 2\pi\nu.$$

Фаза колебаний α — это скалярная положительная величина, показывающая, какая доля периода прошла от начала колебания. Фаза определяется формулой

$$\alpha = \omega t + \alpha_0.$$

Циклическая частота ω, период T и частота ν колебаний пружинного маятника массой m с жесткостью k определяются формулами

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}},\qquad T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\quad \text{и}\quad \nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Математический маятник — это материальная точка, подвешенная на невесомой и нерастяжимой нити.

Циклическая частота ω, период T и частота ν свободных колебаний математического маятника длиной l определяются формулами

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}},\ ,\ T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ \text{и}\ \nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Свободные колебания пружинного и математического маятников являются гармоническими.

Гармоническими колебаниями называются колебания, происходящие по закону косинуса или синуса.

Если момент начала отсчета времени колебаний соответствует максимальному отклонению маятника от положения равновесия, то его колебания являются косинусоидальными. Уравнение таких колебаний:

$$x=A\cos\alpha=A\cos(\omega t+\alpha_0).$$

Если момент начала отсчета времени колебаний соответствует положению маятника в состоянии равновесия, когда его смещение равно нулю, то колебания будут синусоидальными. Уравнение таких колебаний:

$$x=A\sin\alpha=A\sin(\omega t+\alpha_0).$$

Графики косинусоидальных гармонических колебаний смещения x, скорости v, ускорения a, силы F, потенциальной E_p, кинетической E_k и полной E энергий, когда начальная фаза равна нулю, изображены на рис. 146.

Гармонические колебания происходят под действием переменной силы, пропорциональной смещению маятника от положения равновесия и всегда направленной к положению равновесия. Поскольку в процессе колебаний эта сила изменяется, изменяется и ускорение маятника, возникающее под действием этой силы. Поэтому к колебательному движению нельзя применять формулы равномерного или

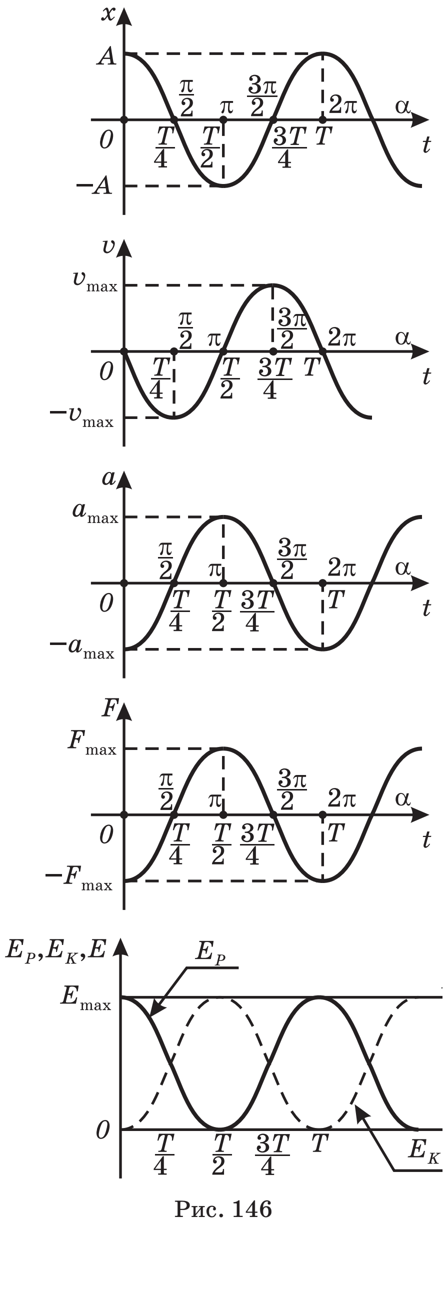

x
A
−A
0
t
α
v
v_{max}
$-v_{max}$
a
a_{max}
$-a_{max}$
F
F_{max}
$-F_{max}$
E_P, E_K, E
E_P
E_{max}
E_K
T/4
T/2
3T/4
T
π/2
π
3π/2
2π

Рис. 146

равноускоренного движений, с их помощью можно определять только средние скорость и ускорение за определенный промежуток времени. Чтобы найти мгновенную скорость, надо брать первую производную смещения по времени, а чтобы найти мгновенное ускорение — первую производную скорости по времени.

Если вам дано уравнение гармонических колебаний с цифровыми значениями параметров и требуется из него найти какую-либо величину, то запишите рядом уравнение гармонических колебаний в общем виде

$$x = A\cos(\omega t + \alpha_0)$$

и сопоставьте его с данным уравнением. Та величина, что стоит между знаком «равно» и синусом или косинусом, есть амплитуда, в каком бы виде она ни была записана. Та, что стоит между синусом или косинусом и временем t, есть циклическая частота, а та, что без t, есть начальная фаза. Например, дано уравнение:

$$x = 0{,}2\cos 0{,}25(\pi t + 0{,}5\pi)\text{ м}$$

и требуется найти амплитуду и период колебаний. Запишем это уравнение в общем виде:

$$x = A\cos(\omega t + \alpha_0).$$

Теперь раскроем скобки в данном нам уравнении и сравним его с уравнением в общем виде:

$$x = 0{,}2\cos(0{,}25\pi t + 0{,}125\pi)\text{ м.}$$

Из сравнения с предыдущим уравнением видно, что амплитуда $A = 0{,}2$ м, циклическая частота $\omega = 0{,}25\pi$ рад/с и начальная фаза $a_0 = 0{,}125\pi$ рад. А поскольку циклическая частота связана с периодом формулой $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, то $0{,}25\pi = \dfrac{2\pi}{T}$, откуда $T = \dfrac{2\pi}{0{,}25\pi} = 8$ с.

Если, наоборот, даны числовые значения параметров, а требуется записать уравнение колебаний, подставьте в уравнение в общем виде $x = A\cos(\omega t + \alpha_0)$ или $x = A\sin(\omega t + \alpha_0)$ все числа, а время t оставьте в буквенном виде. Например, вам даны амплитуда 2 см, период 4 с и начальная фаза 45° и требуется записать уравнение гармонических косинусоидальных колебаний. Найдите сначала циклическую частоту по формуле

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ рад/с.}$$

Поскольку $45° = \frac{\pi}{4}$, значит, $\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$.

С учетом этого требуемое уравнение примет вид:

$$x = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ см.}$$

К свободным гармоническим колебаниям применим закон сохранения механической энергии: полная механическая энергия маятника E в процессе гармонических колебаний сохраняется. При этом она равна его максимальной потенциальной энергии $E_{p\,max}$ или его максимальной кинетической энергии $E_{k\,max}$, или сумме мгновенных потенциальной E_p и кинетической E_k энергий маятника в любой промежуточной точке его траектории:

$$E = E_{p\,max} = E_{k\,max} = E_p + E_k.$$

Применительно к пружинному маятнику это равенство можно записать еще и так:

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2},$$

а применительно к математическому:

$$E = mgh_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}.$$

Здесь x, v и h — мгновенные смещение, скорость и высота подъема математического маятника над положением равновесия.

Если математический маятник движется вверх с ускорением или вниз с замедлением, то период его свободных (или собственных) определяется по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}.$$

Если он движется вниз с ускорением или вверх с замедлением, то период его свободных колебаний определяет формула

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}},$$

а если он движется горизонтально с ускорением или замедлением, то его период

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}.$$

Если математический маятник поднят над Землей на высоту H, сравнимую с радиусом Земли или превосходящую его, где ускорение свободного падения g меньше, чем ускорение свободного падения g_0 на Земле, то там маятник за время t отстанет от земного на время Δt, поскольку увеличится его период колебания на величину ΔT. При этом выполняется соотношение

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta T}{T_0} \quad \text{и} \quad \Delta T = T - T_0,$$

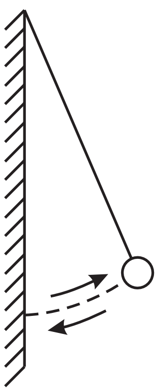


Рис. 147

где T — период на высоте H, а T_0 — период его колебаний на Земле.

Если маятник ударяется о неподвижную стенку, как на рис. 147, то период его равен половине периода в отсутствие стенки.

Если пружинный маятник состоит из двух последовательных пружин с жесткостями k_1 и k_2, как на рис. 148, *а*), то силы упругости, действующие на каждую пружину, одинаковы, а деформации пружин x_1 и x_2 разные, и при этом общая амплитуда колебаний маятника равна сумме амплитуд колебаний каждой пружины:

$$A = A_1 + A_2,$$

а соотношение между амплитудами колебаний вследствие равенства сил упругости имеет вид:

$$k_1A_1 = k_2A_2.$$

Если пружины соединены параллельно, как на рис. 148, *б*) или *в*), то амплитуды колебаний пружин будут одинаковы, а силы упругости, возникающие в пружинах при деформации, — разные, поэтому справедливыми будут соотношения

$$F_{\text{упр}1} = — k_1A \text{ и } F_{\text{упр}2} = k_2A_2.$$

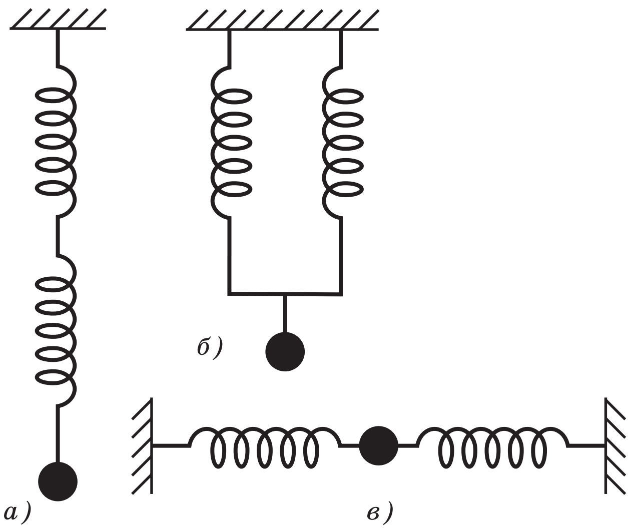


Рис. 148

Если маятник не является ни пружинным, ни математическим, то к такому — физическому — маятнику формулы периода и частоты пружинного и математического маятников неприменимы. Для решения задач на физический маятник — колебания шарика в полусфере, ртути в сообщающихся сосудах, ареометра, погруженного в жидкость, и т. п. — следует пользоваться законами Ньютона, сохранения импульса и сохранения энергии.

Если частота собственных колебаний маятника равна частоте вынужденных колебаний, то при малом сопротивлении внешней среды наступает механический резонанс.

Механический резонанс — явление резкого возрастания амплитуды колебаний A, когда частота вынужденных колебаний ν становится равной собственной частоте маятника ν_0.

На рис. 149 изображено семейство резонансных кривых для сред с разным сопротивлением колебаниям. Чем меньше внешнее сопротивление, т.е. чем ближе реальный маятник к идеальному, тем выше и острее резонансная кривая.

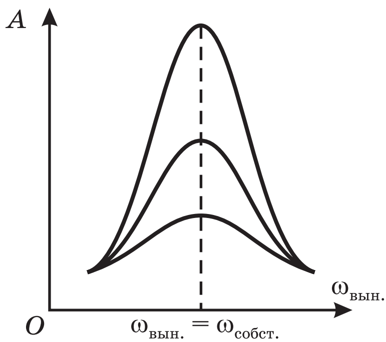


Рис. 149

Механической волной называют распространение механических колебаний в упругой среде.

Механические волны бывают поперечные и продольные. Поперечной волной называют волну, в которой частицы колеблются перпендикулярно направлению распространения волны, а продольной — в которой частицы колеблются вдоль направления распространения волны.

В вакууме механические волны распротраняться не могут. Поэтому, каким бы сильным ни был взрыв в космосе, на Земле его не услышат.

Вследствие отставания колебаний одних частиц среды от других в поперечных волнах возникают гребни и впадины (как в резиновом шнуре на рис. 150, *а*), а в продоль-

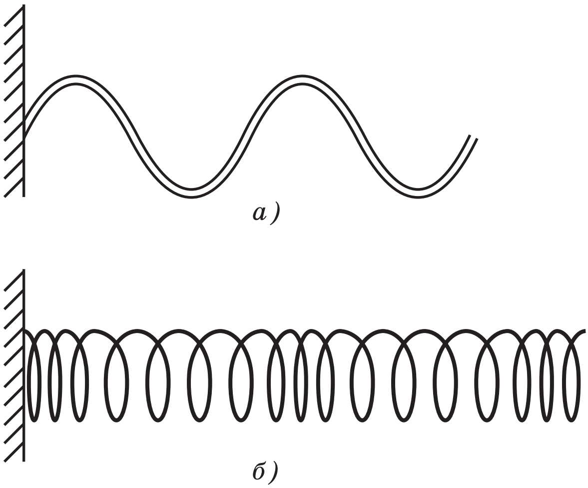


Рис. 150

ных — сгущения и разрежения (как в упругой пружине на рис. 150, *б*).

Механические волны не переносят вещество среды, но переносят ее форму: гребни и впадины в поперечной волне и сгущения и разрежения в продольной.

Механические волны переносят механическую энергию, которая складывается из кинетической энергии движения частиц среды и потенциальной энергии ее упругой деформации.

Расстояние, пройденное волной за один период колебания ее частиц, называется длиной волны. Формулы длины волны:

$$\lambda = \upsilon T \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{\upsilon}{\nu}.$$

На расстоянии длины волны располагаются соседние гребни или соседние впадины в поперечной волне, а также соседние сгущения или соседние разрежения в продольной. На расстоянии длины волны расположены частицы, колеблющиеся с разностью фаз 2π рад.

На рис. 151 изображена графически поперечная волна и показана ее длина волны λ. В отличие от графика колебаний

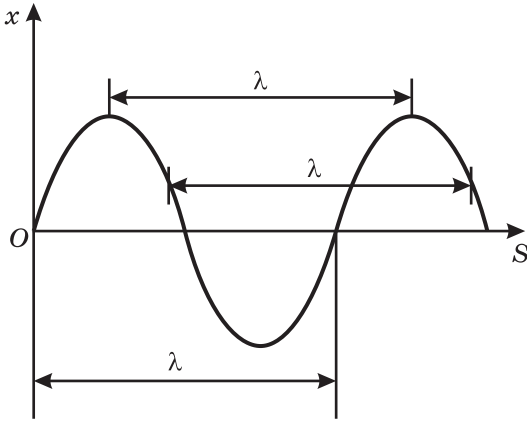


Рис. 151

маятника здесь по оси абсцисс отложено не время колебаний t, а модуль перемещения волны S.

Скорость волны v — это скорость перемещения гребней или впадин в поперечной волне и сгущений или разрежений в продольной. Скорость волны в данной среде — постоянная величина, т.к. волны в однородной среде распространяются равномерно и прямолинейно. Скорость волны не равна скорости колебаний ее частиц. Частицы волны колеблются с переменной скоростью.

Подтверждением волнового процесса в среде являются интерференция, дифракция, дисперсия и поляризация волн.

Волны, частицы которых колеблются с постоянной разностью фаз или с одинаковой частотой, называются когерентными. При наложении когерентных волн друг на друга возникает интерференция волн.

Интерференция — это наложение волн друг на друга, в результате которого в пространстве, охваченном волной, перераспределяется волновая энергия и возникают усиления волн (максимумы) и их ослабления (минимумы).

Наилучшим условием максимума интерференции является наложение волн с одинаковой фазой или с разностью фаз, равной целому числу π рад. Так будет, когда разность хода волн Δr от их источников S_1 и S_2 до места наложения

M (рис. 152) содержит четное число полуволн или целое число длин волн.

Условие максимума: $\Delta r = 2k\dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$.

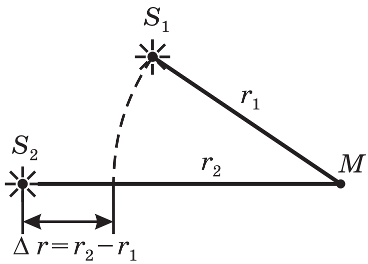


Рис. 152

Наилучшим условием минимума интерференции является наложение волн в противофазе, т.е. когда разность фаз равна π радиан. В этом случае разность хода волн содержит нечетное число полуволн.

Условие минимума: $\Delta r = (2k + 1)\dfrac{\lambda}{2}$.

Продольные волны звуковой частоты называются звуковыми волнами. Звуковой частотой, т.е. частотой, при которой человеческое ухо слышит звук, является частота от 16 Гц до 20 000 Гц. Звук с частотой меньше 16 Гц называется инфразвуком, а звук с частотой выше 20 000 Гц — ультразвуком.

Высота тона звука зависит от частоты колебаний звучащего тела (вибратора). Чем больше частота колебаний, тем выше тон. Частота колебаний крыльев мухи меньше частоты колебаний крыльев комара, поэтому муха жужжит, а комар пищит.

Громкость (интенсивность) звука зависит от амплитуды колебаний звучащего тела. Чем больше амплитуда колебаний, тем громче звук.

Скорость звука зависит от среды, в которой он распространяется, и от ее температуры. В более плотных и упругих средах звук распространяется быстрее. Скорость звука

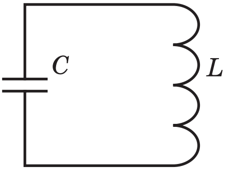


Рис. 153

в воздухе составляет примерно 340 м/с. С повышением температуры скорость звука увеличивается.

Электромагнитные колебания — это повторяющийся процесс взаимного превращения электрических и магнитных полей.

Микроисточником электромагнитных колебаний является возбужденный атом, макроисточником — колебательный контур.

Колебательный контур — это цепь, состоящая из конденсатора и катушки индуктивности (рис. 153).

Если сопротивлением проводов контура можно пренебречь, то такой контур называется *идеальным*. При зарядке конденсатора в идеальном колебательном контуре возникают свободные, незатухающие электромагнитные колебания заряда и напряжения на обкладках конденсатора, а также силы тока и ЭДС в катушке индуктивности. Электромагнитные колебания в идеальном колебательном контуре являются высокочастотными и гармоническими. Уравнениями гармонических колебаний заряда, силы тока, напряжения и ЭДС являются уравнения

$$q = q_m \cos(\omega t + \alpha_0),$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha_0),$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \alpha_0),$$

$$e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \alpha_0).$$

На рис. 154 изображены графики колебаний заряда, напряжения и силы тока в идеальном колебательном контуре.

Формулы циклической частоты, периода и частоты свободных электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре имеют вид:

$$\omega = 2\pi\nu,\ \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad T = \frac{t}{N}, \quad T = \frac{1}{\nu},$$

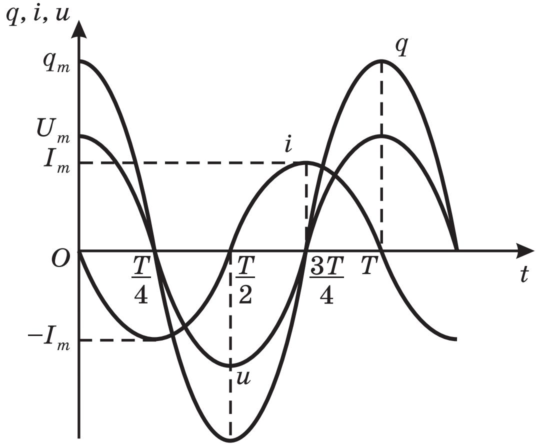


Рис. 154

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad \nu = \frac{1}{T}, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Свободные электромагнитные колебания в идеальном колебательном контуре подчиняются закону сохранения энергии: полная энергия электромагнитных колебаний $E_{\text{эл-м}}$ равна максимальной энергии электрического поля конденсатора $E_{\text{эл max}}$, или равна максимальной энергии магнитного поля катушки индуктивности $E_{\text{м max}}$, или равна сумме мгновенных электрической $E_{\text{эл}}$ и магнитной $E_{\text{м}}$ энергий поля конденсатора и катушки в любой промежуточный момент:

$$E_{\text{эл-м}} = E_{\text{эл max}} = E_{\text{м max}} = E_{\text{эл}} + E_{\text{м}}.$$

Это закон можно записать, развернув значения энергии электрического и магнитного полей через их параметры:

$$E_{\text{эл-м}} = \frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2} = \frac{Cu^2}{2} + \frac{Li^2}{2}.$$

В этом уравнении максимальную энергию электрического поля в зависимости от известных величин можно выразить как

$$E_{\text{эл max}} = \frac{q_{\max}^2}{2C} \quad \text{или} \quad E_{\text{эл max}} = \frac{q_{\max}U_{\max}}{2},$$

а его мгновенную энергию — соответственно как

$$E_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C} \quad \text{или} \quad E_{\text{эл}} = \frac{qu}{2}.$$

Здесь q, u и i — мгновенные значения заряда, напряжения и силы тока.

При вращении проводящего контура в магнитном поле в нем вследствие явления электромагнитной индукции возникает переменный ток.

Максимальная сила тока в катушке индуктивности колебательного контура связана с максимальным зарядом на обкладках его конденсатора формулой

$$I_{\text{m}} = \omega q_{\text{m}}.$$

Максимальную ЭДС и максимальное напряжение в колебательном контуре определяют по формулам

$$\mathcal{E}_m = B\omega S \quad \text{и} \quad U_m = \frac{q_m}{C}.$$

Действующим (эффективным) значением переменного тока называют силу такого постоянного тока, который, проходя по контуру, выделяет в единицу времени столько же тепла, что и данный переменный ток. Действующие силу, напряжение и ЭДС переменного тока определяют формулы

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \qquad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \qquad \mathcal{E} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}}.$$

Измерительные приборы, включенные в цепь переменного тока, показывают его действующие значения.

Если в цепь переменного тока включить катушку индуктивности, то в ней возникнет ток самоиндукции, который, согласно правилу Ленца, будет препятствовать изменению переменного тока. Из-за этого колебания силы тока в контуре будут отставать по фазе от колебаний напряжения, поэтому катушка индуктивности, включенная в контур, оказывает индуктивное сопротивление X_L переменному току, величину которого определяет формула

$$X_L = \omega L.$$

Если в цепь переменного тока включить конденсатор, то изменение напряжения на его обкладках будет отставать по фазе от изменения силы тока, поэтому конденсатор будет оказывать емкостное сопротивление X_C переменному току, величину которого определяет формула

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Индуктивное и емкостное сопротивления вместе называются реактивным сопротивлением.

Сопротивление R, которое оказывают проводники цепи, называется активным сопротивлением. Джоулево тепло выделяется только на активном сопротивлении — в этом состоит главное отличие активного сопротивления от емкостного и индуктивного сопротивлений.

Если цепь переменного тока содержит активное, емкостное и индуктивное сопротивления, то полное сопротивление такой цепи определяет формула

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

Закон Ома для такой цепи имеет вид

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \qquad I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}.$$

Здесь слева от равенства и в числителе могут быть записаны только действующие или амплитудные значения силы и напряжения переменного тока.

Устройство для изменения напряжения переменного тока называется трансформатором.

Действие трансформатора основано на явлении электромагнитной индукции. Если число витков во вторичной обмотке больше числа витков в первичной, то трансформатор называется повышающим, а если меньше — то понижающим. Величина k, показывающая, во сколько раз трансформатор изменяет напряжение переменного тока, называется коэффициентом трансформации трансформатора:

$$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Из нее следует, что напряжение на обмотках трансформатора прямо пропорционально числу витков в них.

Поскольку КПД трансформатора очень высок, работа тока в его обеих обмотках примерно одинакова. Поэтому силы тока в обмотках I_1 и I_2 обратно пропорциональны числу витков N_1 и N_2 в них:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Электромагнитные волны — это процесс распространения в пространстве электромагнитных колебаний.

Электромагнитные волны являются поперечными волнами, т.к. векторы электрической напряженности $\vec{E}$ и магнитной индукции $\vec{B}$ в электромагнитной волне колеблются перпендикулярно ее перемещению $\vec{S}$.

В вакууме электромагнитные волны распространяются с максимальной скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Длину электромагнитной волны в вакууме определяют формулы

$$\lambda = cT \quad \text{и} \quad \lambda = \frac{c}{\nu}.$$

Источником электромагнитных волн являются ускоренно движущиеся заряженные частицы.

2) Оптика

Оптика — раздел физики, в котором изучается излучение света, его распространение и взаимодействие с веществом.

При падении световых лучей на непрозрачную гладкую преграду они меняют направление, возвращаясь в прежнюю среду. Это явление называется отражением света. Угол между падающим лучом и перпендикуляром к отражающей свет поверхности, называется углом падения α Угол между отраженным лучом и перпендикуляром к отражающей поверхности называется углом отражения β (рис. 155).

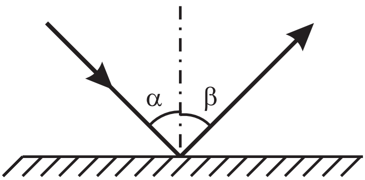


Рис. 155

Законы отражения:

— луч падающий и луч отраженный всегда лежат в одной плоскости с перпендикуляром, проведенным в точку падения к отражающей поверхности, по разные стороны от него;

— угол отражения всегда равен углу падения,

$$\alpha = \beta.$$

Если луч падает перпендикулярно отражающей поверхности, то угол падения равен нулю, поэтому и угол отражения тоже равен нулю. В этом случае луч отражается в обратном направлении — сам по себе.

На законе отражения основано получение изображения в плоском зеркале (рис. 156).

Плоское зеркало *mn* дает мнимое и прямое изображение A_1B_1, равное по размеру предмету AB и расположенное от зеркала на таком же расстоянии, что и предмет.

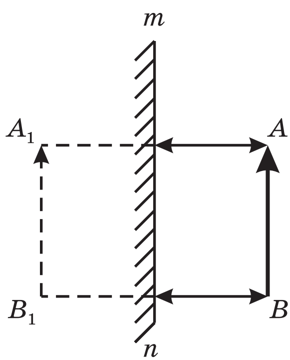


Рис. 156

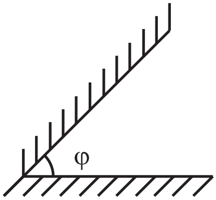


Рис. 157

Если поверхности двух плоских зеркал образуют угол φ (рис. 157), количество изображений N в такой системе зеркал можно определить по формуле

$$N = \frac{360^\circ}{\varphi} - 1.$$

При переходе света из одной прозрачной среды в другую меняется направление светового луча. Это явление называется преломлением света. Угол γ между преломленным лучом и перпендикуляром к преломляющей поверхности называется углом преломления (рис. 158).

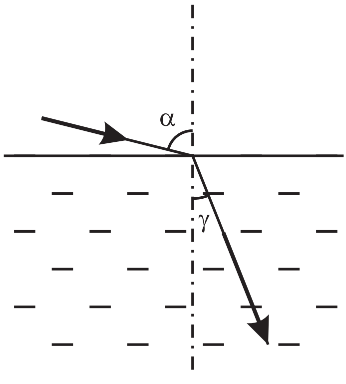


Рис. 158

Законы преломления:

— луч падающий и луч преломленный всегда лежат в одной плоскости с перпендикуляром, опущенным в точку падения луча к преломляющей поверхности, по разные стороны от перпендикуляра;

— отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред и называется показателем преломления второй среды относительно первой n_{21}:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}.$$

Показатель преломления среды относительно вакуума называется абсолютным показателем преломления среды. Значения абсолютных показателей прозрачных сред можно найти в таблицах.

Относительный показатель преломления второй среды относительно первой равен отношению абсолютного показателя преломления второй среды к абсолютному показателю преломления первой среды:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Абсолютный показатель преломления среды n равен отношению скорости света в вакууме c к скорости света в этой среде v:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Относительный показатель преломления второй среды относительно первой равен отношению скорости света в первой среде к скорости света во второй:

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Поэтому закон преломления можно записать еще так:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{v_1}{v_2}.$$

При этом первой средой является та среда, в которой распространяется падающий луч, а второй средой — та, в которой распространяется преломленный луч. Например, если свет переходит из воды в стекло, то n_{21} — это показатель преломления стекла относительно воды, а если наоборот, из стекла в воду, то n_{21} — показатель преломления воды относительно стекла.

В случае перехода луча из оптически менее плотной среды в оптически более плотную среду угол падения больше угла преломления (рис. 158). И наоборот, при переходе луча из оптически более плотной среды в оптически менее плотную угол падения меньше угла преломления (рис. 159).

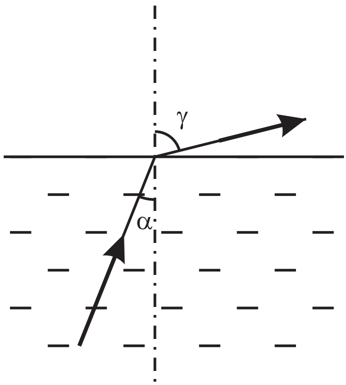


Рис. 159

В случае перехода луча из оптически более плотной среды в оптически менее плотную существует такой угол падения, при котором преломленный луч скользит по границе раздела сред с разной оптической плотностью (рис. 160). При этом угол преломления равен 90°. Такой угол падения называется предельным углом полного отражения α_o:

$$\sin\alpha_o = \frac{n_2}{n_1}.$$

При переходе луча из прозрачной среды в воздух или вакуум, где $n_2 = 1$,

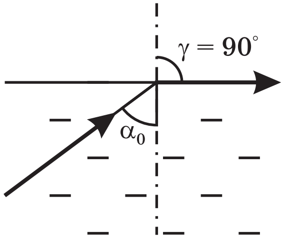


Рис. 160

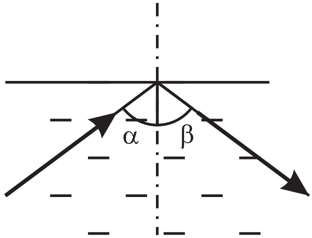


Рис. 161

$$\sin\alpha_0 = \frac{1}{n_1}.$$

Если луч упадет на поверхность под углом больше предельного, то он полностью отразится обратно в первую среду (рис. 161). Такое явление называется полным отражением.

Если точечный источник света S находится под водой, то из воды выйдут только лучи, упавшие на ее поверхность под углом меньше предельного (рис. 162). Лучи, упавшие под углом, равным предельному, будут скользить по поверхности воды, а лучи, упавшие под углом больше предельного, не выйдут из воды. В результате наблюдатель сверху увидит наповерхности воды резко очерченный круг, представляющий собой основание светового конуса с вершиной в источнике света S.

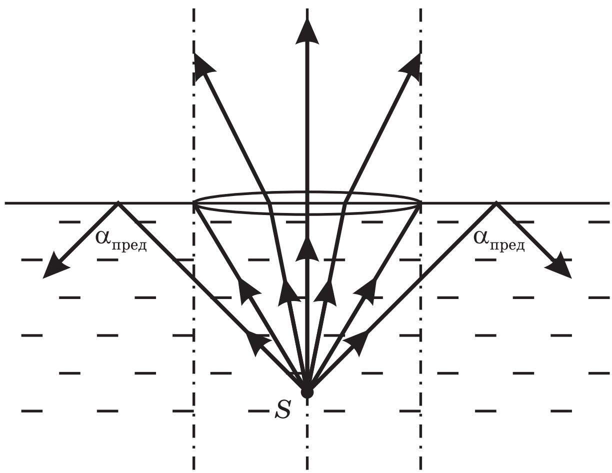


Рис. 162

Проходя сквозь плоскопараллельную пластинку из вещества, оптически более плотного, чем окружающая среда, луч не меняет своего направления, а лишь смещается на расстояние x (рис. 163). Смещение луча x тем больше, чем

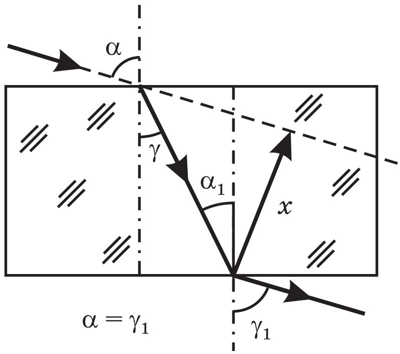


Рис. 163

толще пластинка и чем больше показатель преломления ее вещества.

Проходя сквозь треугольную призму, изготовленную из оптически более плотного, чем окружающая среда, вещества, луч дважды преломляется, отклоняясь к ее основанию (рис. 164). При этом изображение S_1 источника света S смещается к вершине призмы. Угол φ, лежащий против основания призмы, называется преломляющим углом призмы. Угол θ между направлениями упавшего на призму и вышедшего из призмы лучей называется углом отклонения луча. Угол отклонения θ зависит от угла падения луча на призму α_1, преломляющего угла призмы φ и показателя преломления n вещества, из которого она изготовлена.

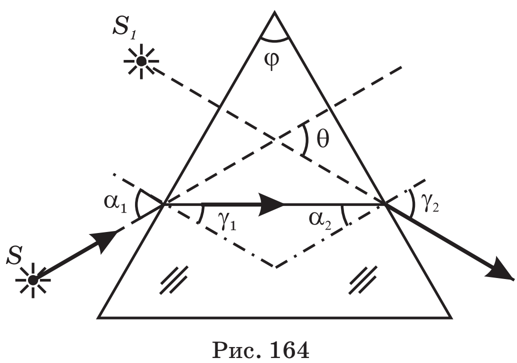


Рис. 164

Линзой называют прозрачное для света тело, ограниченное сферическими или иными криволинейными поверхностями, одна из которых может быть плоской. Если линза в средней части толще, чем у краев, то она называется выпуклой, а если наоборот, — то вогнутой.

Двояковыпуклая линза называется собирающей, т.к. она собирает после преломления параллельные лучи в одной точке (рис. 165, *а*).

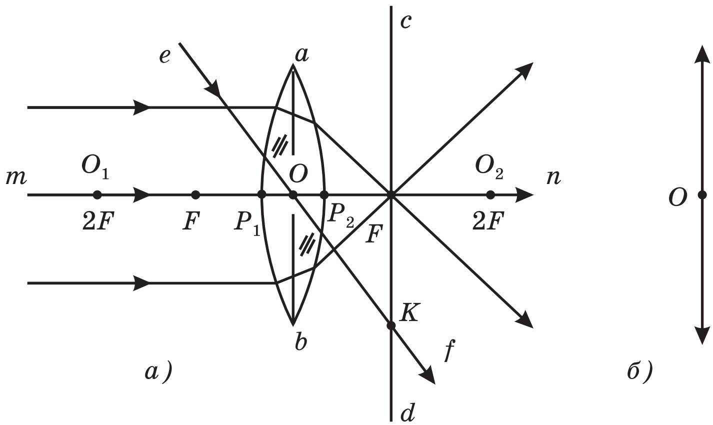


Рис. 165

Вершины сферических сегментов P_1 и P_2, образующих линзу, называются ее полюсами. Точка, в которой сливаются полюсы бесконечно тонкой линзы, называется ее главным оптическим центром O.

Прямая mn, проходящая через центры сфер O_1 и O_2, поверхности которых образуют линзу, называется главной оптической осью линзы. Точка, в которой пересекаются лучи, падающие на линзу параллельно ее главной оптической оси, называется фокусом линзы F. Фокус линзы F делит расстояние между центром сферы O_1 и главным оптическим центром линзы пополам, поэтому центр O_1 называют двойным фокусом линзы $2F$.

Расстояние OF от фокуса линзы до ее главного оптического центра называется фокусным расстоянием линзы и тоже обозначается буквой F. Собирающая линза имеет два действительных фокуса F и два двойных фокуса $2F$, расположенных по обе стороны линзы. На рис. 165, *б*) показано условное изображение собирающей линзы.

Любой луч, проходящий через главный оптический центр линзы O, не преломляется. Такой луч называется побочной осью линзы.

Плоскость ab, проходящая через главный оптический центр линзы перпендикулярно ее главной оптической оси, называется главной плоскостью линзы. Плоскость cd, проходящая через фокус линзы перпендикулярно ее главной оптической оси, называется фокальной плоскостью линзы.

Главное свойство фокальной плоскости собирающей линзы: она является геометрическим местом точек, в которых пересекаются параллельные лучи, падающие на собирающую линзу под разными углами (рис. 166).

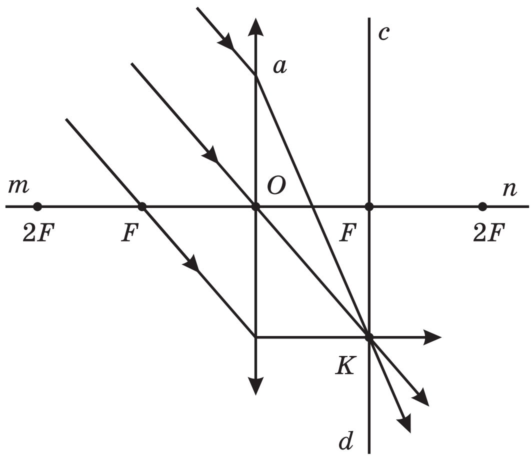


Рис. 166

Чтобы узнать, как пойдет после преломления произвольный луч, упавший на собирающую линзу, надо провести через главный оптический центр линзы побочную ось, параллельную произвольному лучу, и построить с другой стороны линзы главную фокальную плоскость cd. Побочная ось не преломится в линзе и пересечет главную фокальную плоскость cd в некоторой точке K. А поскольку побочная ось параллельна произвольному лучу, то он после преломления тоже пойдет через точку K (рис. 167).

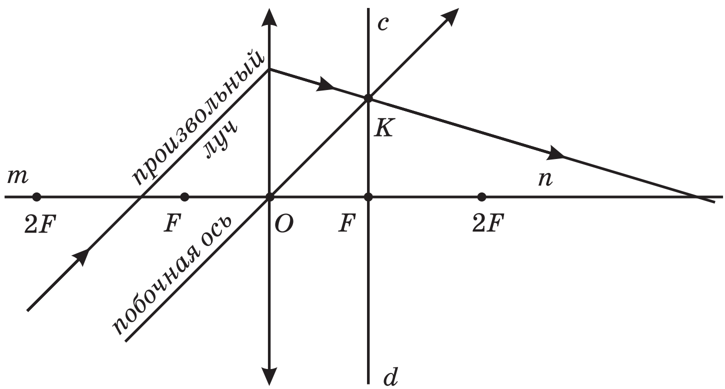


Рис. 167

Если на линзу падает пучок параллельных лучей, значит, их источник расположен в бесконечности, т.е. расстояние от источника до линзы $d = \infty$. Если такие лучи параллельны главной оптической оси, то после преломления они пересекутся в фокусе линзы F, — там появится действительное изображение S_1 источника S, удаленного в бесконечность (рис. 168, *а*). Световые лучи обратимы. Это значит, что если в фокус собирающей линзы поместить точечный источник света S, то после преломления в линзе его лучи пойдут параллельно главной оптической оси линзы и изображение S_1 источника уйдет в бесконечность, т.е. расстояние от линзы до изображения $f = \infty$ (рис. 168, *б*).

Как правило, если в условии задачи не сказано, о какой линзе идет речь, значит, это собирающая линза. Если у вас имеется часть линзы, изображение в ней строится так же, как если бы это была целая линза.

Двояковогнутая линза рассеивает пучки параллельных лучей, падающих на нее, поэтому она называется рассеивающей линзой. Если пучок лучей падает на рассеивающую

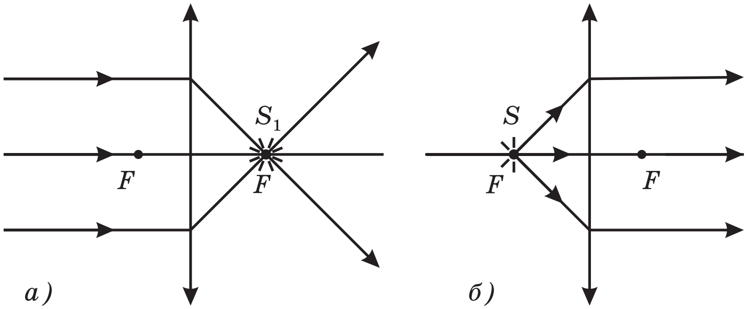


Рис. 168

линзу параллельно ее главной оптической оси, то после преломления в линзе их мнимые продолжения пересекаются в одной точке, которая является мнимым фокусом F рассеивающей линзы (рис. 169, *а*). Рассеивающая линза имеет два мнимых фокуса F, расположенных на главной оптической оси по обе стороны от нее на середине отрезка O_1O. На рис.169, *б*) показано условное изображение рассеивающей линзы.

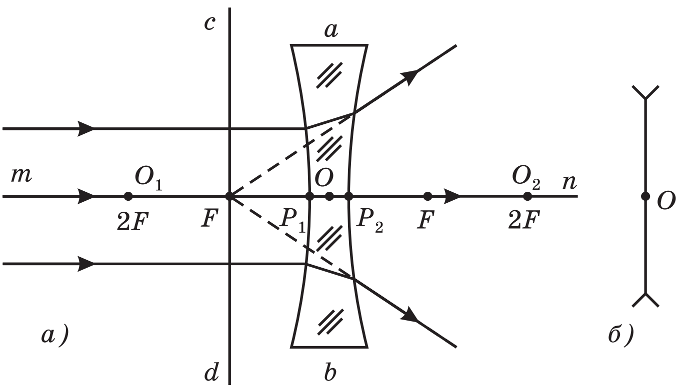


Рис. 169

Плоскость *cd*, перпендикулярная главной оптической оси и проходящая через фокус рассеивающей линзы, называется главной фокальной плоскостью этой линзы.

Главное свойство фокальной плоскости рассеивающей линзы: она является геометрическим местом точек, в которых пересекаются мнимые продолжения любых параллельных лучей, падающих на линзу под разными углами (рис. 170).

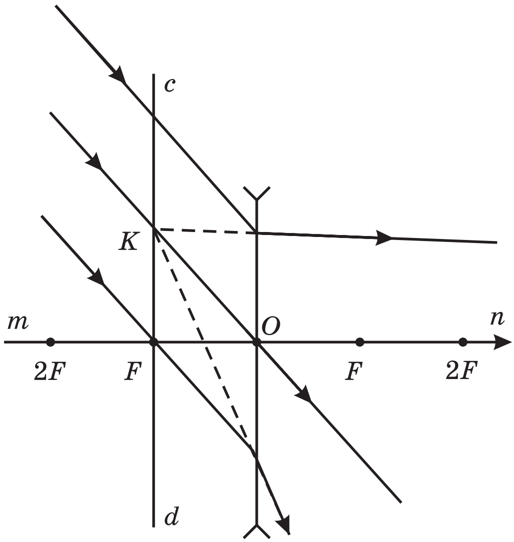


Рис. 170

Чтобы узнать, как пойдет упавший на рассеивающую линзу произвольный луч после преломления, надо провести параллельную ему побочную ось и построить главную фокальную плоскость cd с той же стороны линзы, где лежит и произвольный луч. Точку K, в которой побочная ось пересечет главную фокальную плоскость, надо соединить с точкой падения произвольного луча на линзу его мнимым (штриховым) продолжением, а сам луч пойдет в противоположном направлении (рис. 171).

Мнимые лучи и мнимые изображения предметов принято изображать штриховыми линиями.

Чтобы построить изображение светящейся точки в линзе, надо знать, где пересекутся после преломления испущенные

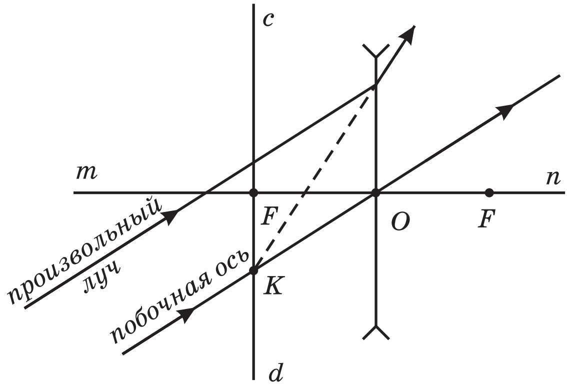
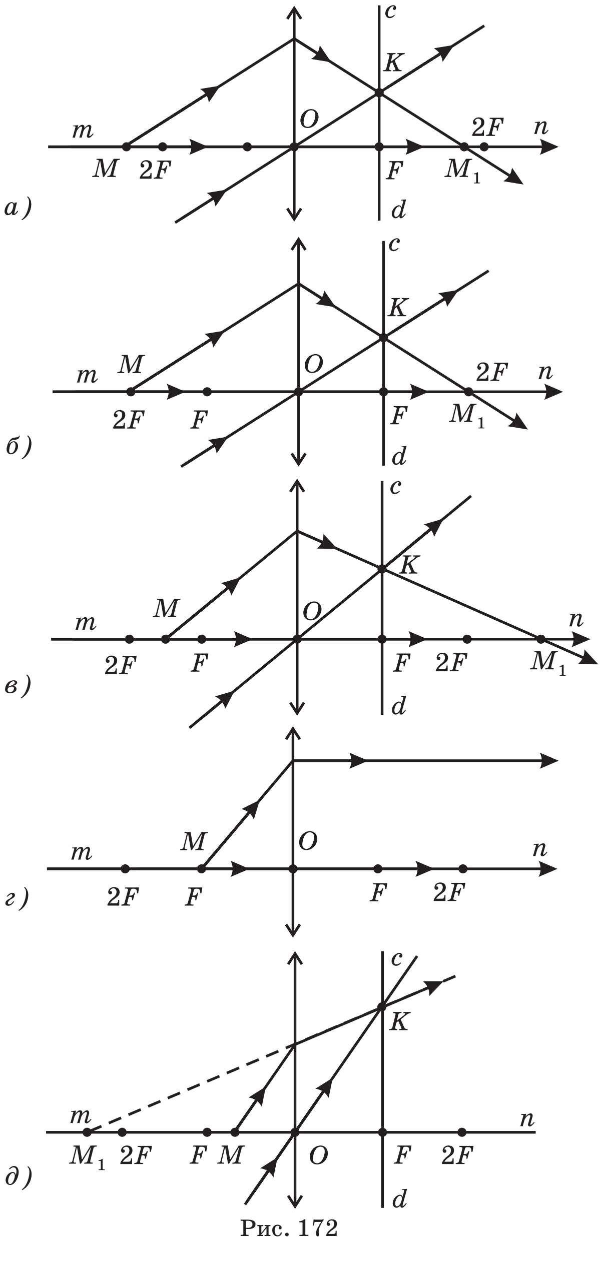


Рис. 171

этой точкой два любых луча. Лучше выбрать лучи, про которые вы знаете, как они пойдут после преломления.

Если точка M лежит за двойным фокусом $2F$ собирающей линзы, то ее действительное изображение M_1 окажется между фокусом и двойным фокусом по другую сторону линзы (рис. 172, *а*). Если точка M лежит в двойном фокусе этой линзы, то ее действительное изображение тоже окажется в двойном фокусе по другую сторону линзы (рис. 172, *б*). Если точка M лежит между двойным фокусом $2F$ и фокусом F, то ее действительное изображение M_1 окажется за $2F$ по другую сторону линзы (рис. 172, *в*). Если точка M лежит в фокусе линзы, то ее изображение уйдет в бесконечность (рис. 172, *г*). И наконец, если точка M лежит между фокусом F и линзой, то ее мнимое изображение M_1 окажется с той же стороны линзы, что и точка M (рис. 172, *д*).

Чтобы построить изображение предмета AB, надо сначала построить изображение точки A, не лежащей на главной оптической оси. Для этого сначала из точки A проведем к линзе луч, параллельный главной оптической оси, — после преломления он пойдет через фокус. Затем из этой же точки A провести через главный оптический центр линзы O побочную ось. Точка A_1, в которой после преломления пересекутся эти два луча, и будет изображением точки A.



c
K
O
m
2F
n
M
2F
F
M1
a)
d
c
K
m
M
O
2F
n
2F
F
F
M1
б)
d
c
K
M
m
O
n
2F
F
F
2F
M1
в)
d
M
O
m
n
2F
F
F
2F
г)
c
K
m
n
M1
2F
F
M
O
F
2F
д)
d

Рис. 172

Затем, если предмет AB был перпендикулярен главной оптической оси mn, опустить из точки A_1 на главную оптическую ось перпендикуляр и в его основании на оси получить изображение B_1 точки B.

Если предмет AB находится за двойным фокусом собирающей линзы, то его действительное изображение A_1B_1 будет обратным (перевернутым), уменьшенным и расположится между фокусом F и двойным фокусом $2F$ по другую сторону линзы (рис. 173, *а*). Если предмет AB расположен в двойном фокусе $2F$, то его действительное изображение A_1B_1 будет обратным, равным по размерам самому предмету и тоже расположенным в двойном фокусе по другую сторону линзы (рис. 173, *б*). Если предмет AB находится между двойным фокусом $2F$ и фокусом F, то его действительное изображение A_1B_1 будет увеличенным, обратным и расположится за $2F$ по другую сторону линзы (рис. 173, *в*). Если предмет AB находится в фокусе линзы F, то его изображение уйдет в бесконечность (рис. 173, *г*). И наконец, если предмет AB находится между фокусом F и линзой, то его мнимое изображение A_1B_1 в собирающей линзе будет прямым, увеличенным и расположится с той же стороны линзы, что и сам предмет AB (рис. 173, *д*).

В рассеивающей линзе изображение M_1 точки M будет всегда мнимым и расположенным на главной оптической оси с той же стороны линзы, что и точка M (рис. 174). Изображение A_1B_1 предмета AB будет всегда мнимым, прямым и уменьшенным (этим оно отличается от мнимого изображения в собирающей линзе, там оно увеличенное, см. рис. 173, *д*) и расположенным по ту же сторону линзы, что и сам предмет (рис. 175).

Если требуется построить изображение предмета в системе двух линз, например, собирающих, то сначала постройте изображение A_1B_1 предмета AB в первой, левой линзе (рис. 176). Это изображение A_1B_1 станет предметом для второй, правой линзы. Теперь постройте изображение A_2B_2 предмета A_1B_1 в правой линзе. Это изображение A_2B_2 и станет окончательным изображение предмета AB, даваемым этой системой линз.

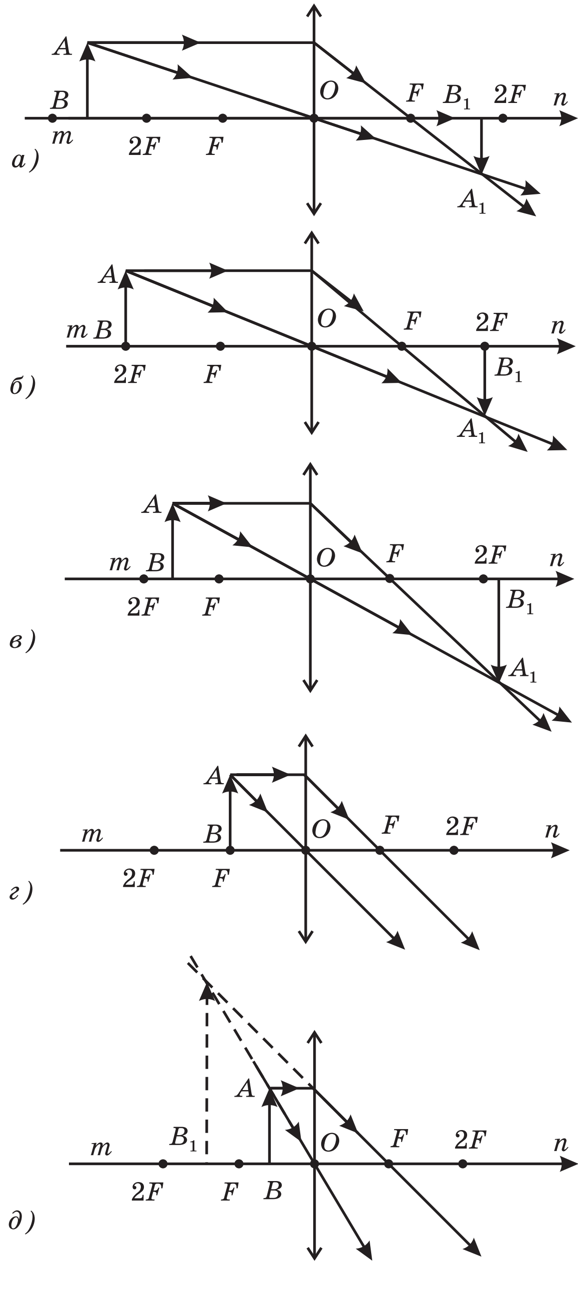

A
B
m
2F
F
O
F
B_1
2F
n
A_1
а)
A
m B
2F
F
O
F
2F
n
B_1
A_1
б)
A
m B
2F
F
O
F
2F
n
B_1
A_1
в)
A
m
B
2F
F
O
F
2F
n
г)
A
m
B_1
2F
F
B
O
F
2F
n
д)

Рис. 173

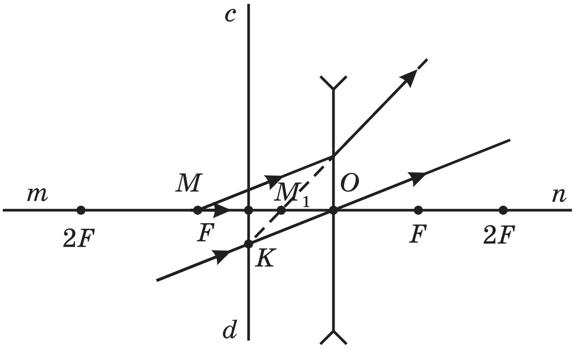


Рис. 174

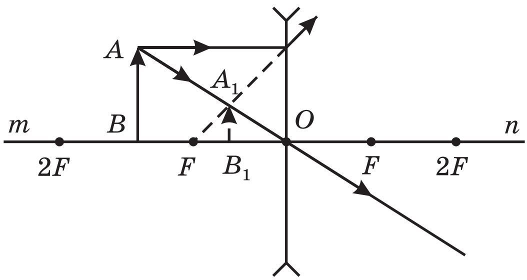


Рис. 175

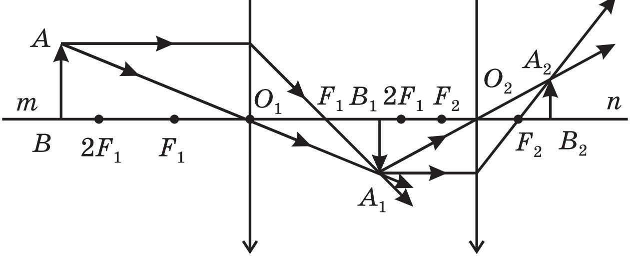


Рис. 176

Величина D, обратная фокусному расстоянию, называется оптической силой линзы

$$D = \frac{1}{F}.$$

Оптическая сила линзы — скалярная алгебраическая величина, т.е. она может быть положительной и отрицательной. Положительной считается оптическая сила собирающей линзы, а отрицательной — рассеивающей. Единица оптической силы линзы — диоптрия (дптр).

$$\text{дптр} = \text{м}^{-1}.$$

Расстояние от предмета до линзы d и расстояние от линзы до изображения f связывает с фокусным расстоянием линзы F и ее оптической силой D формула линзы.

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \qquad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D.$$

Если линза собирающая, но изображение в ней мнимое, то эта формула принимает вид:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D.$$

Если линза рассеивающая, то формула линзы принимает вид:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F} = -D.$$

Увеличением линзы Г называют отношение линейного размера предмета h к линейному размеру изображения H:

$$\Gamma = \frac{H}{h}.$$

Увеличение линзы Г равно отношению расстояния от линзы до изображения f к расстоянию от предмета до линзы d:

$$\Gamma = \frac{f}{d}.$$

Лупой называют короткофокусную собирающую линзу, предназначенную для относительно небольшого увеличения изображения. Рассматриваемый предмет помещают между фокусом и лупой, благодаря чему получают прямое и увеличенное изображение. Увеличение лупы определяет формула

$$\Gamma = \frac{d_0}{F}.$$

Здесь $d_0 = 0{,}25$ м — расстояние наилучшего зрения, F — фокусное расстояние лупы.

Если у человека нормальное зрение, то параллельные лучи, падающие на хрусталик глаза, пересекаются на сетчатке. При этом формула линзы имеет вид:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D_{глаза}.$$

У близорукого человека параллельные лучи, упав на утолщенный хрусталик, пересекаются внутри глаза перед сетчаткой. Чтобы они пересекались на сетчатке, требуются очки со стеклами, аналогичными рассеивающей линзе. Применительно к глазу в таких очках формула линзы имеет вид:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D_{глаза} - D_{очков}.$$

У дальнозоркого человека параллельные лучи, упав на хрусталик, пересекутся за сетчаткой. Чтобы восстановить зрение, требуются очки со стеклами, аналогичными собирающей линзе. Применительно к дальнозоркому глазу формула линзы имеет вид:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D_{глаза} + D_{очков}.$$

Если в условии задачи записано: оптическая сила рассеивающей линзы $D = -4$ дптр, то в предыдущую формулу подставляйте только модуль этого числа, т.к. минус в ней уже учтен.

Если линзы сложены вплотную, то оптическая сила системы таких линз равна алгебраической сумме оптических сил каждой линзы в отдельности — с учетом их знаков. Например если сложили вплотную собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 = 20$ см и рассеивающую с фокусным расстоянием $F_2 = 25$ см, то оптическая сила такой системы линз будет равна:

$$D = \frac{1}{F_1} - \frac{1}{F_2} = \frac{1}{0{,}2\,м} - \frac{1}{0{,}25\,м} = 1 \text{ дптр.}$$

При вычислении оптической силы не забывайте переводить размерность фокусных расстояний — сантиметры в метры, иначе допустите грубую ошибку.

Если линзы расположены на расстоянии друг от друга, то определять оптическую силу или фокусное расстояние такой системы линз подобным образом — просто складывая оптические силы каждой линзы — нельзя. В этом случае фокусным расстоянием F такой системы линз является расстояние от последнего пересечения лучей, упавших на первую линзу параллельно ее главной оптической оси, до последней линзы.

Свет обладает дуализмом — двойственностью свойств: он одновременно и волна, и частица. Световые волны — это электромагнитные волны с длиной волны от нескольких десятков микрон у инфракрасного света до сотых долей микрона у ультрафиолетового. Чтобы наблюдать интерференцию света, нужно иметь когерентные источники. Два независимых источника света не могут быть когерентными, поэтому в опытах с интерференцией света световые пучки от одного источника разделяли на два пучка и заставляли их проходить разные расстояния, создавая тем самым разность хода, а затем соединяли. При этом, если разность их хода содержала четное число полуволн, то наблюдали усиление света, а если — нечетное, то ослабление, т.е. свет плюс свет давал темноту. Так было доказано, что свет есть волна.

Интерференцию с дифракцией света можно наблюдать с помощью дифракционной решетки — пластинки с нанесенными на нее чередующимися прозрачными непрозрачными полосами — до нескольких тысяч на миллиметре ее длины. При этом ширина прозрачной полосы такова, что в ней укладывается несколько световых длин волн, вследствие чего световые волны, упав на решетку, дифрагируют под разными углами и на экране наблюдается интерференционная картина: чередование темных и светлых полос, Полоса под центром решетки всегда светлая, т.к. световые волны приходят сюда от симметричных прозрачных полос в одной фазе, — это нулевой максимум (порядок максимума $k = 0$). Слева и справа от нулевого максимума через темные полосы располагаются симметричные максимумы первого порядка, затем второго, третьего и т.д. (рис. 177).

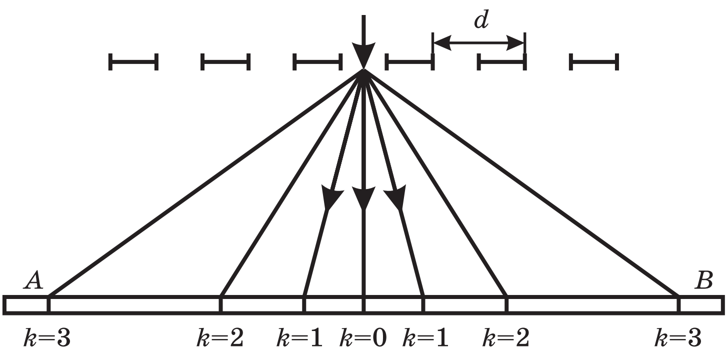


Рис. 177

Сумма ширины прозрачной и непрозрачной полос решетки называется ее периодом d. Его можно определить, разделив длину решетки l на общее число полос на ней N:

$$d = \frac{l}{N}.$$

С помощью условия максимума на дифракционной решетке

$$d \sin \varphi = k\lambda$$

можно экспериментально определить неизвестную длину световой волны.

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления вещества от длины световой волны. Из-за дисперсии световые волны с разной длиной волны по-разному преломляются веществом, что приводит к разложению белого света на цветные монохроматические (т.е. одного цвета) лучи (рис. 178).

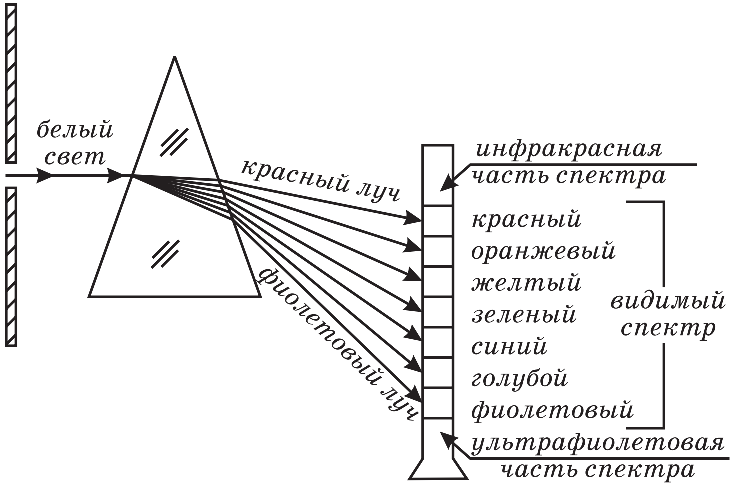


Рис. 178

Слабее других световых лучей преломляются инфракрасные лучи. У них наибольшая из световых волн длина волны и наименьшая в соответствии с формулой

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

частота. У инфракрасных лучей наименьший показатель преломления n и поэтому, в соответствии с формулой

$$v = \frac{c}{n},$$

наибольшая скорость света в веществе. Инфракрасные лучи являются тепловыми лучами. Именно они переносят световую энергию Солнца через холод космического пространства на Землю, где, взаимодействуя с земной атмосферой, эта энергия превращается в тепло.

Спектр лучей видимого света очень узок — он лежит в диапазоне длин волн от $8 \cdot 10^{-7}$ м у красных лучей до $4 \cdot 10^{-7}$ м у фиолетовых. В спектре видимых лучей наблюдается следующий порядок по мере уменьшения длины волны и скорости света в веществе и увеличения частоты: красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый (легко запомнить их порядок по фразе: Каждый Охотник Желает Знать, Где Сидит Фазан). Если с помощью линзы собрать лучи всех цветов видимого спектра, то вновь получим белый свет.

За видимой фиолетовой границей света лежит область ультрафиолетовых лучей с еще меньшей, чем у фиолетовых, длиной волны и еще большей частотой.

Вид спектра зависит от агрегатного состояния светящегося вещества, его химического состава и температуры и не зависит от способа возбуждения свечения. В зависимости от агрегатного состояния вещества спектры бывают сплошные, полосатые и линейчатые.

Сплошной спектр излучают светящиеся твердые и жидкие вещества и высокотемпературная плазма.

Полосатый спектр излучают газы в молекулярном состоянии.

Линейчатый спектр излучают газы в атомарном состоянии.

Каждая линия линейчатого спектра соответствует излучению одного атома данного вещества, поэтому по ней можно судить о наличии данного химического элемента. Метод изучения химического состава веществ по их спектрам называется спектральным анализом. Каждое вещество испускает линии того цвета, которые само поглощает.

Атом вещества в возбужденном состоянии испускает электромагнитную волну, в которой вектор электрической напряженности $\vec{E}$ — световой вектор — колеблется только в одной плоскости. Такой свет называется поляризованным. Атомы светящегося вещества испускают световые волны, в которых световой вектор колеблется в разнообразных плоскостях. Такой свет называется естественным. Существуют вещества, например, кристаллы турмалина, после прохождения сквозь которые световая волна становится поляризованной. Это явление называется поляризацией света. Поляризация света подтверждает поперечность световых волн.

Атом вещества, переходя из более возбужденного в менее возбужденное состояние, испускает световую волну, обладающую определенной порцией энергии E_γ. Эта порция энергии называется фотон или квант и определяется формулой Планка:

$$E_\gamma = h\nu \quad \text{или} \quad E_\gamma = h\frac{c}{\lambda}.$$

Когда световая волна падает на вещество, ее энергия (квант или фотон) передается атомам вещества и их электроны переходят на более удаленные от ядра орбиты. Это явление называется внутренним фотоэффектом. При достаточно большой порции энергии фотона электроны могут быть выбитыми из вещества — произойдет внешний фотоэффект.

Для наблюдения внешнего фотоэффекта в вакуумную трубку помещают катод и анод, на которые подают высокое напряжение, и освещают катод К ультрафиолетовым светом сквозь кварцевое стекло, поскольку обычное стекло ультрафиолетовые лучи не пропускает. Выбитые светом электроны (фотоэлектроны) устремляются к положительному аноду, и в цепи возникает фототок. На рис. 179

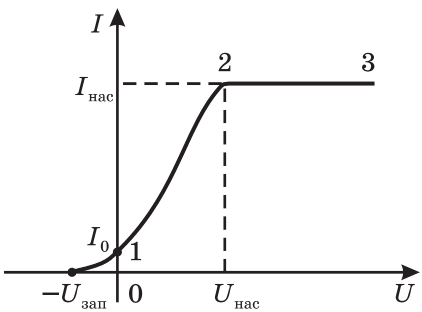


Рис. 179

показана вольт-амперная характеристика фотоэффекта, т.е. зависимость силы фототока I от приложенного к электродам напряжения U.

В отсутствие напряжения между катодом и анодом можно обнаружить в трубке слабый ток I_0, образованный немногими выбитыми светом фотоэлектронами, импульс которых позволил им достичь анода. Чтобы и этот ток прекратить, надо подать на анод отрицательный относительно катода потенциал. Такое напряжение, при котором фототок прекращается, называется запирающим напряжением $U_{зап}$.

При небольших напряжениях на электродах, когда на аноде плюс, а на катоде минус, сила тока растет прямо пропорционально приложенному напряжению (участок 1–2 графика), т.к. все большее число выбитых светом из металла электронов достигает анода. При этом выполняется закон Ома для участка цепи.

При некотором достаточно большом напряжении, называемом напряжением насыщения $U_{нас}$, все выбитые светом электроны достигают анода. Дальнейшее увеличение напряжения уже не приводит к росту силы тока (участок 2–3). При этом закон Ома уже не выполняется. Такой ток называется током насыщения $I_{нас.}$ Теперь, чтобы увеличить силу тока, надо увеличить световой поток, т.е. энергию света, падающего на катод в единицу времени. Тогда свет выбьет из катода больше электронов и сила тока возрастет.

Русский ученый А. Столетов установил законы внешнего фотоэффекта:

1-й закон: сила фототока насыщения $I_{нас}$ прямо пропорциональна падающему на катод световому потоку Φ, т.е. световой энергии, падающей в единицу времени:

$$I_{нас} = k\Phi.$$

Коэффициент пропорциональности k называется светочувствительностью трубки.

2-й закон: кинетическая энергия летящих к аноду фотоэлектронов не зависит от падающего на катод светового потока, а зависит только от частоты световой волны. С увеличением частоты световой волны, падающей на катод, кинетическая энергия фотоэлектронов увеличивается.

3-й закон: каждому металлу свойственна частота ν_0 или длина $\lambda_0 = \dfrac{c}{\nu_0}$ световой волны, при которой у данного металла наступает фотоэффект. Такая частота ν_0 или длина волны λ_0 называется красной границей фотоэффекта (а также порогом фотоэффекта, или длинноволновой границей, или коротковолновой границей фотоэффекта). Если металл освещать светом с большей, чем λ_0, длиной волны (или с меньшей, чем ν_0, частотой), то фотоэффект не наступит при любой световой энергии, а если длина волны λ будет меньше λ_0 или частота ν будет больше ν_0. то фотоэффект наступит при даже небольшой энергии света.

Законы фотоэффекта обосновал А. Эйнштейн, исходя из закона сохранения энергии. Она записал формулу

$$E_\gamma = A_{\text{вых}} + E_k \quad \text{или} \quad h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e \upsilon^2}{2},$$

которую называют уравнением Эйнштейна для фотоэффекта. Согласно этой формуле большей частоте ν соответствует и большая кинетическая энергия фотоэлектронов, выбитых светом из данного металла, поскольку остальные величины в этих формулах постоянны. А световой поток в них вообще не входит.

Если частота световой волны, падающей на металл, меньше красной границы фотоэффекта ν_0 (или длина волны λ больше λ_0), то фотону не хватит энергии даже на то, чтобы вырвать электрон из металла, т. е. его энергия $E_\gamma < A_{\text{вых}}$, и фотоэффекта не будет. Если частота $\nu = \nu_0$, то энергии фотону хватит только на то, чтобы вырвать электрон из металла, а на сообщение ему кинетической энергии ее уже не хватит. В этом случае

$$E_\gamma = A_{\text{вых}} \text{ или } E_\gamma = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}.$$

С помощью этих формул можно рассчитать красную границу фотоэффекта ν_0 или λ_0.

Если же $\nu > \nu_0$ (или $\lambda < \lambda_0$), то $E_\gamma > A_{\text{вых}}$, и энергии фотону хватит и на вырывание электрона из металла, и на сообщение ему кинетической энергии. В этом случае фотоэффект будет наблюдаться.

Если в условии задачи идет речь о запирающем напряжении, то работу запирающего электрического поля $A = eU$ надо приравнять кинетической энергии выбитых электронов:

$$A = E_k \quad \text{или} \quad eU = \frac{m_e \upsilon_2^2}{2}.$$

Энергию любого светового источника E можно представить как произведение целого числа фотонов N в нем и энергии одного фотона E_γ:

$$E = NE_\gamma = Nh\nu = Nh\frac{c}{\lambda}.$$

Массу и импульс фотона определяют формулы

$$m_\gamma = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda} \quad \text{и} \quad p = m_\gamma c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

3) Теория относительности. Атомная физика

В теории относительности рассматриваются явления, происходящие при релятивистских скоростях — скоростях, сравнимых со скоростью света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, т е. скоростях порядка 10^7 — 10^8 м/с. При таких скоростях уравнения, закономерные для кинематики и динамики классических скоростей, принимают иной вид. В атомной физике рассматриваются внутриатомные явления, т. е. явления, происходящие в микромире — пространстве, ограниченном размерами атома, к которым законы макромира — мира тел, сравнимых с человеческим, тоже неприменимы, здесь властвуют уравнения квантовой механики.

В основе теории относительности лежат постулаты Эйнштейна.

1-й постулат или принцип относительности Эйнштейна — все законы природы инвариантны по отношению к любым инерциальным системам отсчета. Это значит, что все природные явления — и физические, и химические, и биологические — происходят во всех инерциальных системах одинаково и записываются одинаковыми уравнениями. В мире отсутствует абсолютно покоящаяся система отсчета, относительно которой движутся другие инерциальные системы, — все инерциальные системы отсчета равноправны. В этом отличие этого постулата от принципа относительности Галилея, утверждающего инвариантность к любым инерциальным системам отсчета только механических явлений;

2-й постулат или принцип постоянства скорости света: скорость света в вакууме постоянна и абсолютна, т.е. одинакова по отношению к любым инерциальным системам отсчета. Это значит, что в вакууме свет движется в любых инерциальных системах отсчета всегда по инерции и его скорость ни увеличить, ни уменьшить невозможно, она максимальна для любых объектов природы. Со скоростью света в вакууме могут двигаться только частицы поля — фотоны или, что то же самое, кванты. Ни одна из частиц вещества, имеющая ненулевую массу покоя, не может достичь скорости света в вакууме. Правда, в веществе электроны могут двигаться со световой скоростью — этот факт установил опытным путем П. Черенков.

Из этих постулатов вытекают все основные положения и уравнения теории относительности. Одним из них является принцип относительности пространственно разделенных событий: события, одновременные в одной инерциальной системе отсчета, не одновременны в другой, движущейся с иной скоростью.

Отсюда следует, что чем быстрее движется инерциальная система отсчета, тем медленнее для наблюдателей в неподвижной системе протекают события в движущейся системе отсчета — согласно формуле релятивистского замедления времени:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Другим следствием постулатов Эйнштейна является сокращение длины тела при релятивистских скоростях:

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

При релятивистских скоростях относительную скорость тел определяет формула

$$v = \frac{v_0 + v_1}{1 + \frac{v_0 v_1}{c^2}}.$$

С увеличением скорости возрастает релятивистская масса тела, движущегося с релятивистской скоростью. Зависимость массы от скорости имеет вид:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

В релятивистской механике масса тела неразрывно связана с его энергией знаменитой формулой взаимосвязи массы и энергии Эйнштейна

$$E = mc^2.$$

Согласно этой формуле изменение энергии тела всегда связано с изменением его массы:

$$\Delta E = \Delta mc^2.$$

Даже находясь в покое, тело обладает энергией покоя

$$E_0 = m_0c^2,$$

которая огромна и тоже определяется его массой покоя m_0.

Если тело движется с релятивистской скоростью, то его кинетическую энергию нельзя определять по формуле

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

а следует пользоваться только формулой

$$E_k = E - E_0.$$

По современным представлениям атом состоит из электронной оболочки и ядра. Первый шаг к созданию теории внутриатомных явлений сделал в начале 20-го столетия Н. Бор, сформулировав два своих постулата.

Постулаты Бора:

1-й постулат или постулат стационарных состояний атома — атом может находиться в стационарных состояниях, когда он энергию не поглощает и не излучает, сколь угодно долго;

2-й постулат или правило частот: при переходе из одного стационарного состояния в другое атом излучает или поглощает энергию порциями строго определенной величины. Этой порцией энергии является квант или фотон $h\nu$. Каждый квант равен разности энергий стационарных состояний атома:

$$h\nu = E_n - E_m.$$

На рис. 180 изображена схема стационарных энергетических уровней атома водорода. Нижний энергетический уровень с номером $n = 1$ соответствует основному состоянию атома, остальные уровни соответствуют возбужденным состояниям атома.

В основном состоянии атом излучать энергию не может, а может только поглощать, причем не любую, а порцию энергии определенной величины. При этом он переходит на более высокие стационарные энергетические уровни в зависимости от величины поглощенной порции энергии. Этот переход на рис. 180 изображен вертикальными стрелками, направленными вверх.

Находясь в возбужденном стационарном состоянии, атом может излучить порцию энергии. При этом он перейдет на нижний энергетический уровень, номер которого зависит от величины излученной порции энергии, — что

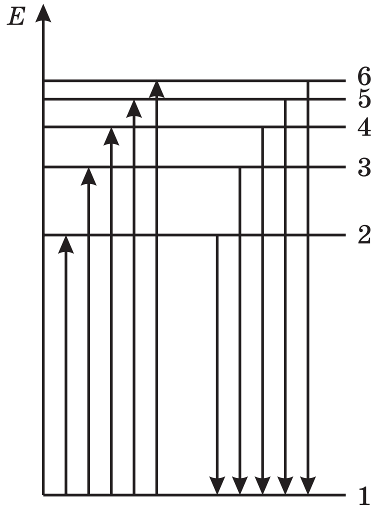


Рис. 180

соответствует переходу его электрона с более удаленной орбиты на первую, ближайшую к ядру орбиту. Такой переход на рис. 180 изображен вертикальными стрелками, направленными вниз.

Ядро атома включает в себя положительно заряженные частицы — протоны и нейтральные частицы — нейтроны. Протоны и нейтроны вместе называются нуклоны.

Когда атом нейтрален, число протонов в ядре равно числу электронов на орбите. Суммарное число протонов и нейтронов ядра называется массовым числом A. Массовое число A равно сумме числа нейтронов N и зарядового числа Z, т.е. числа протонов в ядре:

$$A = N + Z.$$

Зарядовое число Z равно порядковому номеру элемента в таблице Менделеева.

Массы ядер и элементарных частиц в атомной физике измеряют в атомных единицах массы — сокращенно а.е.м.

$$1 \text{ а.е.м.} = 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Энергию ядер и частиц в атомной физике измеряют в мегаэлектронвольтах — сокращенно МэВ.

$$1\ \text{МэВ} = 1{,}6 \cdot 10^{-13}\ \text{Дж}.$$

Если некоторый элемент обозначен ${}^{A}_{Z}X$ — это означает, что в его ядре Z протонов и $N = A - Z$ нейтронов. Например, обозначение элемента полония ${}^{214}_{64}Po$ означает, что в его ядре имеется 64 протона и 214 – 64 = 150 нейтронов.

Изотопами одного и того же элемента называются разновидности его атомов, в ядрах которых содержится одинаковое число протонов, но разное число нейтронов. Из-за этого изотопы одного и того же элемента имеют одинаковое химические, но разные радиоактивные свойства.

Между нуклонами ядра действуют самые мощные силы природы — ядерные силы. Ядерные силы удерживают нуклоны в ядре, препятствуя их распаду из-за одновременного действия кулоновых сил отталкивания одноименно заряженных протонов. Ядерные силы короткодействующие, они действуют на расстояниях порядка 10^{-14}–10^{-15} м.

Благодаря ядерным силам ядра атомов обладают огромной энергией связи. Энергия связи атомного ядра – это минимальная энергия, необходимая для расщепления ядра на отдельные частицы.

$$E_{св} = \Delta M\, c^2 \quad \text{и} \quad E_{св} = (Zm_p + Nm_n - M_я)\, c^2.$$

Чтобы определить энергию связи в мегаэлектронвольтах, используют соотношение:

$$E_{св} = 931{,}5\, \Delta M.$$

Суммарная масса частиц, необходимых для образования ядра, всегда меньше массы готового ядра из этих частиц на величину дефекта массы ΔM. Дефект массы — это разность между суммарной массой частиц, необходимых для образования ядра, и массой ядра из этих частиц:

$$\Delta M = Zm_p + Nm_n - M_я.$$

Для характеристики прочности ядра введено понятие удельной энергии связи — энергии связи, приходящейся на один нуклон:

$$\varepsilon_{CB} = \frac{E_{CB}}{A}.$$

Химические элементы с массовым числом более 83 обладают естественной радиоактивностью. Радиоактивностью называется способность ядер одних элементов превращаться в ядра друхих элементов с испусканием элементарных частиц.

В состав радиоактивного излучения входят альфа-частицы, бета-частицы и гамма-лучи.

Альфа-частицы ${}_{2}^{4}He$ — это ядра гелия. Бета-частицы ${}_{-1}^{0}e$ — это быстрые электроны. Гамма-лучи γ — это электромагнитные волны с наименьшей на шкале электромагнитных волн длиной волны и наибольшей частотой.

При радиоактивном распаде происходит смещение элемента из одной клетки таблицы Менделеева в другую. При альфа-распаде ядро некоторого элемента ${}_{Z}^{A}X$, испуская альфа-частицу ${}_{2}^{4}He$, теряет два протона и два нейтрона (всего 4 нуклона), и новый элемент ${}_{Z-2}^{A-4}Y$ переходит на две клетки к началу таблицы Менделеева. Символически реакция альфа-распада записывается следующим образом:

$${}_{Z}^{A}X \to {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}He.$$

При бета-распаде ядро некоторого элемента ${}_{Z}^{A}X$, испустив бета-частицу, т.е. быстрый электрон ${}_{-1}^{0}e$, переходит на одну клетку к концу таблицы Менделеева. Символически такая реакция выглядит следующим образом:

$${}_{Z}^{A}X \to {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e\ .$$

Излучение гамма-лучей не сопровождается превращение одних химических элементов в другие, но всегда имеет место при ядерных реакциях.

Разные радиоактивные элементы распадаются с разной быстротой, характеристикой которой является их активность a:

$$a = \frac{N_0 - N}{t}.$$

Кроме активности, быстроту распада целого куска радиоактивного вещества характеризуют постоянной величиной, которая называется периодом полураспада элемента. Период полураспада элемента — это время, за которое распадется половина имеющихся ядер данного элемента.

Зависимость количества остающихся не распавшимися ядер N от времени распада t описывает закон радиоактивного распада

$$N = N_{\text{о}} \cdot 2^{-\frac{t}{T}}.$$

Превращение ядер одних химических элементов в ядра других элементов, происходящее вследствие взаимодействия исходных ядер с элементарными частицами или другими ядрами, называется ядерной реакцией. Первой искусственной ядерной реакцией было превращение ядер азота под воздействием альфа-частиц в ядра кислорода с испусканием протонов:

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H.$$

Все ядерные реакции подчиняются закону сохранения зарядового и массового чисел. Это значит, что сумма массовых чисел до реакции (слева от стрелки) равна сумме массовых чисел после реакции (справа от стрелки). То же самое касается и зарядовых чисел. Кроме этого, все ядерные реакции подчиняются законам сохранения импульса и энергии.

Однако сумма масс исходных ядра и частицы, вступивших в реакцию, может быть не равна сумме масс ядра и частицы — продуктов реакции. Если сумма масс продуктов реакции больше суммы масс исходных ядра и частицы, вступивших в реакцию, то такая реакция протекает с поглощением энергии и называется эндотермической реакцией. А если сумма масс продуктов реакции меньше суммы масс исходных ядра и частицы, то такая реакция протекает с выделением энергии в виде гамма-квантов и называется экзотермической.

Разность между суммами масс ядра и частицы — продуктов реакции и ядра и частицы, вступивших в реакцию, выраженная в энергетических единицах, называется энергетическим выходом или энергией реакции.

Чтобы выразить энергетический выход в джоулях, надо эту разность масс выразить в килограммах и умножить на квадрат скорости света, выраженной в метрах за секунду. А чтобы выразить энергетический выход в мегаэлектронвольтах, надо эту разность масс выразить в атомных единицах массы и умножить на 931,5.

Термоядерными реакциями называются экзотермические реакции синтеза легких ядер. Чтобы осуществить термоядерную реакцию, надо сблизить легкие ядра, между которыми действуют силы кулоновского отталкивания, на расстояние действия ядерных сил притяжения, т.е. ближе, чем на 10^{-13} м. Для этого необходимы сверхвысокие температуры порядка сотен миллионов градусов, поэтому для осуществления термоядерной реакции приходится затратить энергию ядерного взрыва. В этих условиях атомы лишаются своих электронных оболочек, и возникает четвертое состояние вещества — высокотемпературная плазма.

Основные формулы колебаний и волн, оптики, теории относительности и атомной физики

$$x = A\cos\alpha$$

$$x = A\cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$x = A\sin\alpha$$

$$x = A\sin(\omega t + \alpha_0)$$

Здесь x — смещение маятника (м), A — амплитуда колебаний (м), α — фаза (рад), ω — циклическая (угловая) частота (рад/с), t — время колебаний (с), α_0 — начальная фаза (рад).

Формула фазы колебаний

$$\alpha = \omega t + \alpha_0$$

Здесь α — фаза (рад), ω — циклическая частота (рад/с), t — время (с), α_0 — начальная фаза (рад)

Формулы циклической частоты

$$\omega = 2\pi\nu,$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Здесь ω — циклическая частота (рад/с), ν — частота колебаний (Гц), T — период (с), k — жесткость пружинного маятника (Н/м), m — масса маятника (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), l — длина математического маятника (м).

Формулы периода колебаний

$$T = \frac{t}{N},$$

$$T = \frac{1}{\nu},$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

Здесь T — период (с), t — время колебаний (с), N — число колебаний за это время (безразмерное), ν — частота колебаний (Гц). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формулы частоты колебаний

$$\nu = \frac{N}{t},$$

$$\nu = \frac{1}{T},$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}},$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Здесь ν — частота (Гц), N — число колебаний, T — период (с), $\pi = 3{,}14$ — число «пи», t — время колебаний (с), k — жесткость пружинного маятника (Н/м), m — масса маятника (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), l — длина математического маятника.

Формулы скорости гармонических колебаний

$$\upsilon = x' = -\omega A \sin(\omega t + \alpha_0),$$
$$\upsilon_{\max} = \omega A$$

Здесь υ — мгновенная скорость (м/с), x' — первая производная смещения по времени (м/с), ω — циклическая частота (рад/с), A — амплитуда колебаний (м), α_0 — начальная фаза (рад), υ_{max} — максимальная скорость колебаний (м/с).

Формулы ускорения при гармонических колебаниях

$$a = \upsilon' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \alpha_0)$$
$$a_{\max} = \omega^2 A$$

Здесь a — мгновенное ускорение (м/с^2), υ' — первая производная скорости по времени (м/с^2), $a_{\max}$ — максимальное ускорение (м/с^2). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формулы длины волны

$$\lambda = \upsilon T,$$

$$\lambda = \frac{\upsilon}{\nu}$$

Здесь λ — длина волны (м), υ — скорость волны (м/с), T — период (с), ν — частота (Гц).

Условия максимума и минимума при интерференции волн

max: $\Delta r = 2k\dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$

min: $\Delta r = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

Здесь Δr — разность хода волн (м), $k = 0; 1; 2; 3; \ldots$ — целое число (безразмерное), λ — длина волны (м).

Уравнения электромагнитных колебаний заряда, силы тока, напряжения и ЭДС

$$q = q_m \cos(\omega t + \alpha_0),$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha_0),$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \alpha_0),$$

$$e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \alpha_0),$$

$$\mathcal{E}_m = B\omega S,$$

$$U_m = \frac{q_m}{C}$$

Здесь q — мгновенный заряд (Кл), q_m — максимальный заряд (Кл), ω — циклическая частота колебаний (рад/с), t — время колебаний (с), α_0 — начальная фаза (рад), i — мгновенная сила тока (А), I_m — максимальная сила тока (А), u — мгновенное напряжение (В), U_m — максимальное напряжение (В), e — мгновенная ЭДС (В), $\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В), S — площадь вращающегося контура (м^2), C — емкость конденсатора (Ф).

Период, циклическая частота и частота свободных электромагнитных колебаний в колебательном контуре (формула Томсона)

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Здесь T — период колебаний (с), L — индуктивность катушки (Гн), C — емкость конденсатора (Ф), ω — циклическая частота колебаний (рад/с), ν — частота колебаний (Гц).

Формулы силы переменного тока

$$i = q',$$

$$I_m = \omega q_{\mathrm{m}}$$

Здесь i — мгновенная сила тока (А), q' — первая производная заряда по времени (А), I_m — максимальная сила тока (А), q_m — максимальный заряд (Кл).

Действующие значения переменного тока

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}$$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А), I_m — максимальное значение силы тока (А), U — действующее значение напряжения (В), U_m — максимальное напряжение (В), $\mathcal{E}$ — действующая ЭДС (В), $\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В).

Индуктивное, емкостное и полное сопротивления в цепи переменного тока

$$X_L = \omega L,$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C},$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Здесь X_L — индуктивное сопротивление (Ом), X_C — емкостное сопротивление (Ом), ω — циклическая частота переменного тока (рад/с), Z — полное сопротивление (Ом), R — активное сопротивление (Ом).

Закон Ома для полной цепи переменного тока

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}, \qquad I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А), U — действующее значение напряжения переменного тока (В), I_m — максимальная сила переменного тока (А), U_m — максимальное напряжение переменного тока (В), Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Средняя мощность в цепи переменного тока

$$P = U\,I\cos\varphi$$

Здесь P — мощность переменного тока (Вт), U — его действующее напряжение (В), I — действующая сила тока (А), $\cos\varphi$ — коэффициент мощности переменного тока (безразмерный), φ — сдвиг фаз между током и напряжением (рад).

Коэффициент мощности переменного тока

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Здесь все величины названы ранее.

Коэффициент трансформации трансформатора

$$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Здесь k — коэффициент трансформации трансформатора (безразмерный), U_1 — напряжение на первичной обмотке (В), U_2 — напряжение на вторичной обмотке (В), N_1 — число витков в первичной обмотке (безразмерное), N_2 — число витков во вторичной обмотке (безразмерное).

Формулы длины электромагнитной волны в вакууме (воздухе)

$$\lambda = cT,$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Здесь λ — длина волны (м), $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме, T — период колебаний (с), ν — частота колебаний (Гц).

Плотность потока электромагнитного излучения

$$I = \frac{\Delta W}{S\Delta t}$$

Здесь I — плотность потока электромагнитного излучения (Вт/м^2), ΔW — электромагнитная энергия, проходящая через некоторую поверхность (Дж), S — площадь этой поверхности (м^2), Δt — время прохождения энергии (с).

Закон отражения

$$\alpha = \gamma$$

Здесь α — угол падения (рад), γ — угол отражения (рад).

Закон преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21},$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

Здесь α — угол падения (рад), β — угол преломления (рад), n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой (безразмерный), v_1 — скорость света в первой среде (м/с), v_2 — скорость света во второй среде (м/с).

Физический смысл абсолютного показателя преломления

$$n = \frac{c}{v}$$

Здесь n — абсолютный показатель преломления (безразмерный), c — скорость света в вакууме (м/с), v — скорость света в прозрачной среде (м/с).

Физический смысл относительного показателя преломления

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$$

Здесь n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой, v_1 — скорость света в первой среде (м/с), v_2 — скорость света во второй среде.

Связь относительного показателя преломления двух сред с их абсолютными показателями преломления

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

Здесь n_{21} — относительный показатель преломления сред (безразмерный), n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды, n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды.

Формула предельного угла полного отражения

$$\sin\alpha_o = \frac{n_2}{n_1},$$

$$\text{при } n_2 = 1 \quad \sin\alpha_o = \frac{1}{n_1}$$

Здесь α_0 — предельный угол полного отражения (рад), n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды (безразмерный), n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды (безразмерный).

Формула линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \qquad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D$$

Здесь d — расстояние от предмета до линзы (м), f — расстояние от линзы до изображения (м), F — фокусное расстояние линзы (м), D — оптическая сила линзы (дптр).

Формула оптической силы линзы

$$D = \frac{1}{F}$$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Линейное увеличение линзы

$$\varGamma = \frac{H}{h},$$

$$\varGamma = \frac{f}{d}$$

Здесь $\varGamma$ — линейное увеличение линзы (безразмерное), H — линейный размер изображения (м), h — линейный размер предмета (м), d — расстояние от предмета до линзы (м), f — расстояние от линзы до изображения (м).

Линейное увеличение лупы

$$\Gamma = \frac{d_0}{F}$$

Здесь $d_0 = 25$ см — расстояние наилучшего зрения, F — фокусное расстояние лупы.

Условие максимума на дифракционной решетке

$$d \sin \varphi = k\lambda$$

Здесь d — период решетки (м), φ — угол дифракции (рад), k — порядок максимума (безразмерный), λ — длина световой волны (м).

Формулы Планка

$$E_\gamma = h\nu,$$

$$E\gamma = \hbar\,\omega,$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Здесь $E\gamma$ — энергия порции излучения или энергия фотона (Дж), $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка, ν — частота световой волны (Гц), $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка (с черточкой), ω — циклическая частота (рад/с).

Формулы Эйнштейна для фотоэффекта

$$E = A_{\text{вых}} + E_k,$$

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e v^2}{2}$$

Здесь E — энергия фотона (Дж), $A_{\text{вых}}$ — работа выхода электрона из металла (Дж), E_k — кинетическая энергия электрона (Дж), h — постоянная Планка (Дж · с), ν — частота световой волны (Гц), m_e — масса электрона (кг), v — скорость электрона (м/с).

Формулы для расчета красной границы фотоэффекта

$$A_{\textit{вых}} = h\nu_0,$$

$$A_{\textit{вых}} = h\frac{c}{\lambda_0}$$

Здесь $A_{\text{вых}}$ — работа выхода электрона из металла (Дж), h — постоянная Планка (Дж · с), c — скорость света в вакууме (м/с), ν_0 — красная граница фотоэффекта по частоте (Гц), λ_0 — красная граница фотоэффекта по длине волны.

Масса и импульс фотона

$$m = \frac{h\nu}{c^2},$$

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Здесь m — масса фотона (кг), p — импульс фотона (кг · м/с), λ — длина волны (м), c — скорость света в вакууме (м/с). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Замедление времени при релятивистских скоростях

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь t_0 — интервал времени между событиями по часам неподвижного наблюдателя, расположенного в движущейся системе отсчета, например, по часам космонавтов в космическом корабле, (с), t — интервал времени между этими же событиями по часам наблюдателя в неподвижной системе отсчета, например, по часам землян, (с), v — скорость движущейся системы отсчета — космического корабля (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Релятивистское сокращение длины

$$l = l_o\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Здесь l_o — длина тела, измеренная неподвижным наблюдателем, находящимся в движущейся системе отсчета, например, космонавтом в космическом корабле, (м), l — длина этого же тела, измеренная наблюдателем в неподвижной системе отсчета, например, наблюдателем на Земле, (м), v — скорость движущейся системы (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Сложение релятивистских скоростей

$$v_2 = \frac{v_1 + v}{1+\frac{v_1 v}{c^2}}$$

Здесь v_1 — скорость тела относительно движущейся системы отсчета (м/с), v — скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной (м/с), v_2 — скорость этого же тела относительно неподвижной системы отсчета (м/с), c — скорость света в вакууме

Зависимость массы от скорости

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь m_o — масса покоя (кг), m — масса движущегося тела (кг), v — скорость тела (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Связь энергии и массы

$$E = mc^2,$$

$$E_о = m_о c^2,$$

$$E = E_o + E_k,$$

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

Здесь E — полная энергия (Дж), m — масса движущегося тела (кг), c — скорость света в вакууме (м/с), $E_о$ — энергия покоя (Дж), $m_о$ — масса покоя (кг), E_k — кинетическая энергия тела (Дж), ΔE — изменение полной энергии тела (Дж), Δm — изменение массы тела (кг).

Энергия фотона, излученного атомом

$$h\nu = E_k - E_n$$

Здесь h — постоянная Планка (Дж · с), ν — частота излученной волны (Гц), E_k — большая энергия стационарного состояния атома (Дж), E_n — меньшая энергия стационарного состояния атома (Дж).

Формула массового числа

$$A = Z + N$$

Здесь A — массовое число или сумма числа протонов и нейтронов (нуклонов) в ядре (безразмерное), Z — зарядовое число или число протонов в ядре (безразмерное), N — число нейтронов в ядре (безразмерное).

Формула активности радиоактивного вещества

$$a = \frac{N_0 - N}{t}$$

Здесь a — активность (Бк), N_0 — исходное число ядер (безразмерное), N — число оставшихся ядер через время t (безразмерное), t — время распада (с).

Закон радиоактивного распада

$$N = N_о \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

Здесь $N_о$ — число ядер в начальный момент времени (безразмерное), N — число ядер через время t (безразмерное), t — время распада (с), T — период полураспада (с).

Формула дефекта массы

$$\Delta M = Z\, m_p + N\, m_n - M_я$$

Здесь ΔM — дефект массы (кг), Z — число протонов (безразмерное), m_p — масса протона (кг), N — число нейтронов (безразмерное), m_n — масса нейтрона (кг), $M_я$ — масса ядра (кг).

Формулы энергии связи, выраженной в джоулях (Дж)

$$E_{св} = \Delta M\, c^2,$$

$$E_{св} = (Zm_p + Nm_n — M_я)\, c^2$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (Дж), c — скорость света в вакууме (м/с). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формула энергии связи, выраженной в мегаэлектронвольтах (МэВ)

$$E_{св} = 931{,}5\, \Delta M$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (МэВ), ΔM — дефект массы (а.е.м.).

Формула удельной энергии связи

$$\varepsilon_{CB} = \frac{E_{CB}}{A}$$

Здесь ε_{CB} — удельная энергия связи (Дж/нуклон), E_{CB} — энергия связи (Дж), A — массовое число (безразмерное).

Формула дозы излучения

$$D = \frac{E}{m}$$

Здесь D — поглощенная доза излучения (Гр), E — поглощенная энергия (Дж), m — масса вещества, поглотившего энергию ионизирующего излучения (кг).

Обозначения некоторых элементарных частиц

${}_{-1}^{0}e$ — бета-частица или электрон,

${}_{1}^{1}H$ — протон (ядро атома водорода),

${}_{1}^{2}H$ — изотоп водорода дейтерий,

${}_{1}^{3}H$ — изотоп водорода тритий,

${}_{2}^{4}He$ — альфа-частица (ядро гелия),

${}_{0}^{1}n$ — нейтрон,

γ — гамма-квант.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ТЕМЫ «КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ, ОПТИКА, ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, АТОМНАЯ ФИЗИКА»

Задача 1. Чему равен период колебаний, уравнение которых имеет вид: $x = 0{,}4 \sin 0{,}5(0{,}5\pi t + \pi)$? Все величины выражены в единицах СИ.

Обозначим x смещение маятника, t — время колебаний, A — амплитуду колебаний, ω — циклическую частоту, T — период.

Дано:
$x = 0{,}4 \sin 0{,}5(0{,}5\pi t + \pi)$

T — ?

Решение

Внесем в нашем уравнении число 0,5 в скобки.

Получим:

$$x = 0{,}4 \sin (0{,}25\pi t + 0{,}5\pi).$$

Теперь сравним полученное уравнение с уравнением гармонических колебаний, записанным в общем виде:

$$x = A \cos (\omega t + \alpha_0).$$

Из сравнения следует, что выражение $0{,}25\pi$, стоящее между скобкой и временем t, есть циклическая частота ω. Значит, $\omega = 0{,}25\pi$. Но циклическая частота связана с периодом формулой

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Следовательно, $0{,}25\pi = \frac{2\pi}{T}$, откуда $T = 8$ с.

Ответ: $T = 8$ с.

Задача 2. Нить математического маятника отклонили от вертикали на угол α, и при этом он поднялся на высоту h над прежним положением. Чему стала равна циклическая частота колебаний маятника, когда его отпустили,

Обозначим ω циклическую частоту колебаний, l — длину нити маятника, g — ускорение свободного падения.

Дано:
α
h
g

ω — ?

Решение

Циклическую частоту математического маятника определяет формула

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Длину маятника можно связать с высотой, на которую его подняли, следующим образом. Из рис. 181 следует, что

$$l - h = l\cos\alpha,$$

откуда $l - l\cos\alpha = h$ и $l = \frac{h}{1-\cos\alpha}$.

С учетом этого

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h}(1-\cos\alpha)}.$$

Ответ: $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}(1-\cos\alpha)}$.

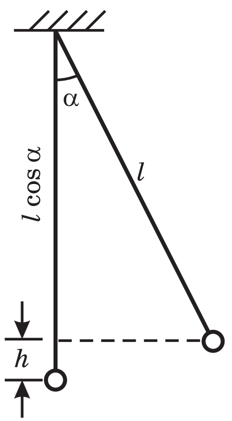


Рис. 181

Задача 3. Через сколько времени, считая от начала колебания, происходящего по закону косинуса, смещение колеблющейся точки составит половину амплитуды? Период колебания 12 с.

Обозначим T период колебаний, t — время колебаний, x — смещение маятника, A — амплитуду колебаний, ω — циклическую частоту.

Дано:
$T = 12$ с
$x = \frac{A}{2}$

t — ?

Решение

Уравнение гармонических колебаний, происходящих без начальной фазы, имеет вид

$$x = A\cos\omega t.$$

С другой стороны, согласно условию задачи $x = \frac{A}{2}$. С учетом этого

$$\frac{A}{2} = A\cos\omega t, \qquad \cos\omega t = \frac{1}{2},$$

откуда
$$\omega t = \frac{\pi}{3}.$$

Циклическая частота $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому

$$\frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{3},$$

откуда
$$t = \frac{T}{6} = \frac{12}{6}\text{ с} = 2\text{ с}.$$

Ответ: $t = 2$ с.

Задача 4. Уравнение гармонических колебаний маятника $x = A\cos 2\pi t$. Все величины выражены в единицах СИ. Через сколько времени, считая от момента $t = 0$, потенциальная энергия маятника станет равна его кинетической энергии?

Обозначим x смещение маятника, A — амплитуду колебаний, t — время колебаний, W_p — потенциальную энергию маятника, W_k — его кинетическую энергию, k — жесткость пружинного маятника.

Дано:	***Решение***
$x = A\cos 2\pi t$ $W_p = W_k$	Возведем в квадрат левые и правые части данного уравнения:
t — ?	$$x^2 = A^2\cos^2 2\pi t. \quad (1)$$

Теперь умножим левую и правую части этого уравнения на $\frac{k}{2}$, где k — жесткость пружинного маятника.

Получим: $$\frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2}\cos^2 2\pi t. \quad (2)$$

Здесь $\frac{kA^2}{2} = W_p$ — мгновенная потенциальная энергия маятника, а $\frac{kA^2}{2} = W_{p\max}$ — его максимальная потенциальная энергия, равная, согласно закону сохранения механической энергии, сумме мгновенных потенциальной W_p и кинетической W_k энергий в любой момент времени:

$$W_{p\max} = W_p + W_k = 2\,W_p,$$

поскольку $W_p = W_k$ согласно условию задачи.

С учетом этих выражений уравнение (2) можно записать так:

$$W_p = 2W_p\cos^2 2\pi t,$$

откуда $\cos^2 2\pi t = \frac{1}{2}$, а $\cos 2\pi t = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

С учетом этого, $2\pi t = \frac{\pi}{4}$,

откуда $$t = \frac{1}{8}\ \text{с} = 0{,}125\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 0{,}125$ с.

Задача 5. Один математический маятник за определенное время совершил 10 колебаний, а другой маятник за это же время совершил 6 колебаний. Разность их длин 16 см. Определить длины маятников l_1 и l_2.

Обозначим t время колебаний маятников, T_1 — период колебания первого маятника, g — ускорение свободного падения.

Дано:
$N_1 = 10$
$N_2 = 6$
$\Delta l = 16$ см

l_1 — ?
l_2 — ?

Решение

Период колебания первого маятника равен отношению всего времени колебаний t к числу колебаний n_1, совершенных за это время:

$$T_1 = \frac{t}{N_1}.$$

С другой стороны, период колебаний математического маятника определяется формулой

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}.$$

Поскольку левые части этих равенств одинаковы, то, чтобы «уйти» от неизвестного и не нужного нам периода, приравняем их правые части:

$$\frac{t}{N_1} = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}. \tag{1}$$

Аналогично для второго маятника можно сразу записать:

$$\frac{t}{N_2} = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}. \tag{2}$$

Теперь, чтобы «избавиться» от неизвестного времени колебаний t, разделим равенства (1) и (2) друг на друга. При этом время t сократится.

$$\frac{tN_2}{N_1 t} = \frac{2\pi}{2\pi}\sqrt{\frac{l_1 g}{g l_2}}, \qquad \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}. \tag{3}$$

Мы получили одно уравнение с двумя неизвестными: l_1 и l_2. Чтобы их найти, надо записать еще одно уравнение с этими же неизвестными. Нам дана разность их длин Δl, которую мы еще не использовали. Значит, можно составить еще одно уравнение, если вычесть из длины одного маятника длину другого. Но какой же из них длиннее?

Если взглянуть на формулы (1) или (2), то можно догадаться, что длиннее тот, который за одинаковое время совершил меньше колебаний. Нам дано, что первый маятник совершил 10 колебаний, а второй за это же время — только 6. Значит, второй маятник длиннее первого на Δl. Поэтому мы можем записать еще одно уравнение с этими длинами следующим образом:

$$l_2 = l_1 + \Delta l. \tag{4}$$

Теперь подставим (4) в (3). Так мы получим одно уравнение с одним неизвестным — искомой длиной первого маятника l_1, которую и определим:

$$\frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{l_1}{l_1 + \Delta l}}, \qquad \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = \frac{l_1 + \Delta l}{l_1}, \qquad \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = 1 + \frac{\Delta l}{l_1},$$

откуда

$$l_1 = \frac{\Delta l}{\left(\frac{N_1}{N_2}\right) - 1}.$$

Длину второго маятника найдем по формуле (4):

$$l_2 = l_1 + \Delta l.$$

Произведем вычисления:

$$l_1 = \frac{16}{\left(\frac{10}{6}\right)^2 - 1} \text{ см} = 9 \text{ см},$$

$$l_2 = 9 \text{ см} + 16 \text{ см} = 25 \text{ см}.$$

Ответ: $l_1 = 9$ см, $l_2 = 25$ см.

Задача 6. Масса Земли больше массы Луны в 81 раз, а радиус Земли больше радиуса Луны в 3,6 раза. Определить, как изменится период колебания математического маятника, если его перенести с Земли на Луну.

Обозначим $M_З$ массу Земли, $M_Л$ — массу Луны, $g_З$ — ускорение свободного падения на Земле, $g_Л$ — ускорение свободного падения на Луне, $T_З$ — период колебания маятника на Земле, $T_Л$ — период колебания на Луне, l — длину маятника, $R_З$ — радиус Земли, $R_Л$ — радиус Луны, G — гравитационную постоянную.

Дано:

$M_З = 81\ M_л$

$R_З = 3{,}6\ R_Л$

$\frac{T_Л}{T_З}$ — ?

Решение

Период колебания математического маятника на Земле определим по формуле:

$$T_З = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_З}}\,. \qquad (1)$$

Ускорение свободного падения на Земле выразим через ее массу и радиус:

$$g_З = G\frac{M_З}{R_З^2}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$T_З = 2\pi\sqrt{\frac{lR_З^2}{GM_З}}. \qquad (3)$$

Аналогично, период на Луне

$$T_Л = 2\pi\sqrt{\frac{lR_Л^2}{GM_Л}}\,. \qquad (4)$$

Теперь разделим (4) на (3) . При этом неизвестная длина маятника сократится и мы получим нужное соотношение периодов:

$$\frac{T_Л}{T_З} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{lR_Л^2}{M_Л}}}{2\pi\sqrt{\frac{lR_З^2}{M_З}}} = \sqrt{\frac{M_З}{M_Л}\left(\frac{R_Л}{R_З}\right)^2} = \frac{R_Л}{R_З}\sqrt{\frac{M_З}{M_Л}}.$$

Теперь воспользуемся соотношениями между массами и радиусами Земли и Луны, известными нам из условия задачи, подставив их в последнюю формулу:

$$\frac{T_{\text{Л}}}{T_{\text{З}}}=\frac{R_{\text{Л}}}{3{,}8R_{\text{Л}}}\sqrt{\frac{81M_{\text{Л}}}{M_{\text{Л}}}}=\frac{9}{3{,}8}=2{,}4.$$

Следовательно, на Луне период колебаний маятника увеличится в 2,4 раза, т.е. там он будет колебаться медленнее, чем на Земле.

Ответ: $T_{\text{Л}} / T_{\text{З}} = 2{,}4$.

Задача 7. С какой скоростью проходит через положение равновесия пружинный маятник массой 50 г, если жесткость его пружины 20 Н/м, а амплитуда колебаний 4 см?

Обозначим m массу маятника, k — жесткость его пружины, A — амплитуду колебаний, $v_{\max}$ — максимальную скорость, $E_{p\max}$ — максимальную потенциальную энергию пружинного маятника, $E_{k\max}$ — максимальную кинетическую энергию пружинного маятника.

Дано:
$m = 50$ г
$k = 20$ Н/м
$A = 4$ см

$v_{\max}$ — ?

Решение

По закону сохранения механической энергии максимальная потенциальная энергия пружинного маятника $E_{p\max}$ равна его максимальной кинетической энергии $E_{k\max}$. А когда деформация пружины x равна амплитуде A,

$$E_{p\max} = \frac{kA^2}{2}.$$

Кроме того, $$E_{k\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

следовательно, $\frac{kA^2}{2}=\frac{mv_{\max}^2}{2}$, откуда

$$v_{max} = A\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

$$v_{max} = 0{,}04\sqrt{\frac{20}{0{,}05}}\ \text{м/с} = 0{,}8\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v_{max} = 0{,}8$ м/с.

Задача 8. Амплитуда колебаний маленького шарика 1 см, частота колебаний 5 Гц. Какой путь пройдет шарик за 2 с, если затуханием колебаний можно пренебречь?

Обозначим A — амплитуду колебаний шарика, t — время колебаний, S — путь, пройденный за это время, N — число полных колебаний, совершенных за время t, T — период колебания.

Решение

Дано:
$A = 1$ см
$t = 2$ с
$\nu = 5$ Гц

S — ?

Для решения подобной задачи формулы пути равномерного и равноускоренного движений не годятся, поскольку колебания происходят с переменным ускорением. Будем рассуждать так.

Период колебаний шарика $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{5}$ с = 0,2 с. Шарик колебался 2 с, значит, за это время он совершил $N = \frac{t}{T} = \frac{2}{0{,}2}$ = = 10 полных колебаний. А каждое колебание включает в себя 4 амплитуды. Следовательно путь, пройденный шариком за 2 с, равен

$$S = 4\,A\,N = 4 \cdot 1 \cdot 10\ \text{см} = 40\ \text{см} = 0{,}4\ \text{м}.$$

Ответ: $S = 0{,}4$ м.

Задача 9. Масса пружинного маятника 200 г, его жесткость 16 Н/м, амплитуда колебаний 2 см. Найти циклическую частоту колебаний и энергию маятника.

Обозначим m массу маятника, A — амплитуду колебаний, k — жесткость пружины, ω — циклическую частоту колебаний, W — энергию маятника.

Дано:	**Решение**
$m = 200$ г $A = 2$ см $k = 16$ Н/м	Циклическую частоту колебаний определим по формуле
ω — ? W — ?	$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:

200 г = 0,2 кг

2 см = 0,02 м

Произведем вычисления: $\omega = \sqrt{\frac{16}{0,2}}$ рад/с $\approx 8,9$ рад/с.

Энергия маятника равна его максимальной потенциальной энергии, которая определяется формулой

$$W = W_{p\max} = \frac{kA^2}{2}.$$

Произведем вычисления: $W = \frac{16 \cdot 0,02^2}{2}$ Дж $= 3,2 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Ответ: $\omega = 9$, рад/с, $W = 3,2 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Задача 10. Пружинный маятник оттянули от положения равновесия на 1,5 см и отпустили. Какой путь пройдет маятник за 1 с, если период его колебаний 0,2 с?

Обозначим A амплитуду колебаний, t — время колебаний, T — период колебаний, S — пройденный путь.

Дано:	**Решение**
$A = 1,5$ см $t = 1$ с $T = 0,2$ с	В пути S, пройденном маятником за 1 с, может укладываться целое число амплитуд, а может — нет. Чтобы это определить, подсчитаем сначала, сколько периодов T укладывается во времени t:
S — ?	

$$\frac{t}{T} = \frac{1\ c}{0,2\ c} = 5.$$

Каждый период, т. е. время полного колебания, соответствует 4 амплитудам: два раза маятник отклоняется в одну сторону и два раза — в другую. Значит, за время $t = 1$ с маятник максимально отклонился от положения равновесия $5 \cdot 4 = 20$ раз.

Следовательно, путь S, пройденный им за время t, равен:

$$S = 20\,A = 20 \cdot 1{,}5 \text{ см} = 30 \text{ см}.$$

Ответ: $S = 30$ см.

Задача 11. Два наклонных к горизонту желоба составляют между собой угол (рис. 182). Левый желоб наклонен к горизонту под углом 60^0, а правый — под углом 30^0. С вершины левого желоба, расположенной на высоте 50 см над горизонтальной поверхностью, начинает скользить без трения маленький шарик. С какой частотой он будет совершать колебания, скользя вверх и вниз по этим желобам?

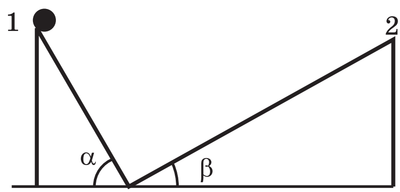


Рис. 182

Обозначим α угол между левым желобом и горизонтом, β — угол между правым желобом и горизонтом, h — высоту левого желоба, ν — частоту колебаний шарика, T — период колебаний, t_1 — время, в течение которого шарик скатывается с вершины 1 до основания, t_2 — время, в течение которого шарик скатывается с вершины 2 до основания, S_1 — путь, пройденный шариком при спуске с вершины 1, m — масса шарика, g — ускорение свободного падения, a_1 — ускорение шарика при спуске, v_1 — скорость шарика у основания при спуске с вершины 1, a_2 — ускорение шарика при подъеме.

Дано:
$\alpha = 60°$
$\beta = 30°$
$h = 50$ см
$g = 10$ м/с^2

ν — ?

Решение

Частота колебаний — это величина, обратная периоду T:

$$\nu = \frac{1}{T}. \qquad (1)$$

Здесь T — время, в течение которого шарик скатится с вершины 1 (рис. 182), поднимется на вершину 2, затем скатится с вершины 2 и снова поднимется на вершину 1. Поскольку трение отсутствует, то сколько времени t_1 шарик скатывается с вершины 1 до основания, столько же он поднимается с основания до вершины 1. И то же самое можно сказать о времени t_2 подъема и таком же времени скатывания с вершины 2. Тогда период T равен:

$$T = 2\,t_1 + 2\,t_2 = 2(t_1 + t_2). \qquad (2)$$

Значит, задача сводится к нахождению времени спуска t_1 шарика с вершины 1 до основания наклонной плоскости и времени его подъема t_2 от основания до вершины 2.

В прямоугольном треугольнике с катетом h и противолежащим ему углом α гипотенуза есть путь S_1, пройденный шариком при спуске с вершины 1. Этот путь найдем по формуле

$$S_1 = \frac{h}{\sin\alpha}.$$

На этом пути на шарик действует скатывающая его сила $mg \sin \alpha$, являющаяся составляющей силы тяжести mg и равная по второму закону Ньютона произведению массы шарика m и его ускорения a_1:

$$mg \sin \alpha = ma_1,$$

откуда

$$a_1 = g \sin \alpha.$$

Зная ускорение шарика и путь, пройденный им с вершины 1 до основания, мы найдем время этого спуска, когда начальная скорость равна нулю:

$$S_1 = \frac{a_1 t_1}{2},$$

откуда $$t_1 = \sqrt{\frac{2S_1}{a_1}} = \sqrt{\frac{2h}{g\sin\alpha\cdot\sin\alpha}} = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (3)$$

Конечная скорость шарика у основания при спуске с вершины 1 является его начальной скоростью при подъеме до вершины 2. Эту скорость v_1 несложно найти по формуле кинематики для случая равнозамедленного движения с ускорением a_2 к вершине 2, когда конечная скорость шарика равна нулю:

$$0 = v_1 - a_2 t_2,$$

где $$a_2 = g\sin\beta,$$

поэтому $$v_1 = gt_2 \sin\beta.$$

И эта же скорость при равноускоренном спуске без начальной скорости с вершины 1 равна:

$$v_1 = a_1 t_1 = gt_1 \sin\alpha.$$

Приравняв правые части двух последних равенств, выразим время t_2 через уже найденное время t_1:

$$gt_2 \sin\beta = gt_1 \sin\alpha,$$

откуда $$t_2 = t_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta},$$

или с учетом выражения (3)

$$t_2 = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}}\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (4)$$

Теперь подставим правые части равенств (3) и (4) вместо времен t_1 и t_2 в выражение (2):

$$T = 2\left(\frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g}}\right) = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}\frac{\sin\alpha+\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}.$$

Тогда частота колебаний шарика, согласно (1), равна:

$$\nu = \frac{\sin\alpha\sin\beta}{2(\sin\alpha+\sin\beta)}\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

Выразим высоту в единицах СИ: 50 см = 0,5 м.

Произведем вычисления:

$$\nu = \frac{\sin 60^\circ \sin 30^\circ}{2(\sin 60^\circ + \sin 30^\circ)} \sqrt{\frac{10}{2 \cdot 0{,}5}} \text{ Гц} = 0{,}52 \text{ Гц}.$$

Ответ: $\nu = 0{,}05$ Гц.

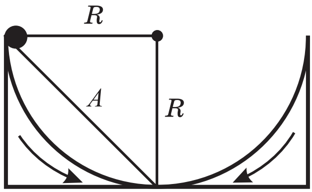


Рис. 183

Задача 12. По дну сферической емкости радиусом R без трения движется маленький кубик (рис. 183). Найти период его колебаний.

Обозначим $W_{k\,max}$ максимальную кинетическую энергию кубика на дне емкости, m — массу кубика, v_{max} — его максимальную скорость, $W_{p\,max}$ — максимальную потенциальную энергию кубика на краю емкости, g — ускорение свободного падения, π — число «пи», T — период колебаний кубика.

Дано:
R
g

T — ?

Решение

По закону сохранения механической энергии максимальная кинетическая энергия кубика на дне чаши равна его максимальной потенциальной энергии на ее краю:

$$W_{p\,max} = W_{k\,max}.$$

По формуле кинетической энергии

$$W_{k\,max} = \frac{mv_{\max}^2}{2}. \qquad (1)$$

Максимальную скорость кубика найдем по формуле

$$v_{max} = \omega A,$$

где A — амплитуда колебаний кубика. Ее мы найдем по теореме Пифагора (см. рисунок):

$$A = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}.$$

С учетом этого максимальная скорость кубика на дне емкости будет равна

$$v_{max} = \omega R\sqrt{2}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$W_{k\,max} = \frac{m\left(\omega R\sqrt{2}\right)^2}{2} = \frac{2m\left(\omega R\right)^2}{2} = m\left(\omega R\right)^2. \qquad (3)$$

Максимальную потенциальную энергию кубика определим по формуле потенциальной энергии тела, поднятого на высоту R:

$$W_{p\,max} = mgR. \qquad (4)$$

Приравняем правые части равенств (3) и (4):

$$m(\omega R)^2 = mgR, \quad \omega^2 R^2 = gR, \quad \omega^2 R = g,$$

где

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

С учетом этого $\frac{4\pi^2}{T^2} R = g$, откуда $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$.

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$.

Задача 13. Амплитуда гармонических колебаний 2 см, полная энергия колебаний $3 \cdot 10^{-7}$ Дж. Найти смещение маятника, считая от начала колебания, в тот момент, когда на него действует сила 2,25 мН.

Обозначим A амплитуду колебаний, W — полную энергию маятника, x — его смещение, F — мгновенную силу, действующую на маятник, m — массу маятника, a — его ускорение, v — мгновенную скорость маятника, ω — циклическую частоту колебаний, $v_{\max}$ — максимальную скорость, $W_{\max\,k}$ — максимальную кинетическую энергию.

Дано:
$A = 3 \cdot 10^{-7}$ Дж
$F = 2{,}25$ мН

x — ?

Решение

По второму закону Ньютона действующая на маятник в этот момент сила $F = ma$, где ускорение $a = \omega^2 A \cos\alpha$. Смещение маятника в этот момент $x = A\cos\alpha$. Разделим последние равенства друг на друга:

$$\frac{a}{x} = \frac{\omega^2 A\cos\alpha}{A\cos\alpha} = \omega^2,$$

откуда

$$x = \frac{a}{\omega^2}.$$

Из второго закона Ньютона $a = \dfrac{F}{m}$.

С учетом этого,

$$x = \frac{F}{m\omega^2}. \qquad (1)$$

Полная энергия маятника равна его максимальной кинетической энергии:

$$W = W_{\max k} = \frac{mv_{\max}^2}{2},,$$

где

$$v_{\max} = \omega A,$$

поэтому

$$W = \frac{m\omega^2 A^2}{2},$$

откуда

$$m\omega^2 = \frac{2W}{A^2}. \qquad (2)$$

Теперь подставим правую часть равенства (2) в формулу (1) вместо $m\omega^2$:

$$x = \frac{FA^2}{2W}.$$

$$x = \frac{2{,}25 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}02^2}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-7}}\ \text{м} = 0{,}15\ \text{м}.$$

Ответ: $x = 0{,}15$ м.

Задача 14. На рис. 184 показан график колебаний пружинного маятника массой 500 г. Чему равна максимальная сила упругости, действующая на маятник?

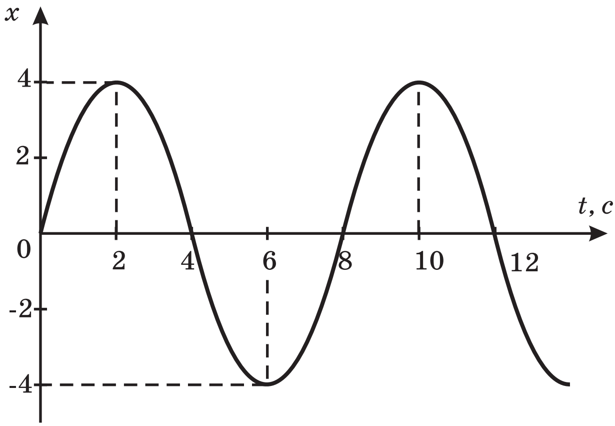


Рис. 184

Обозначим m массу маятника, A — амплитуду колебаний, x — смещение, t — время колебаний, T — период, a_{max} — максимальное ускорение, F_{max} — максимальную силу упругости, ω — циклическую частоту.

Дано:
$m = 500$ г $= 0{,}5$ кг

F_{max} — ?

Решение

Из графика следует, что амплитуда колебаний $A = 40$ см $= 0{,}4$ м и период колебаний $T = 8$ с.

По второму закону Ньютона $F_{max} = ma_{max}$, где максимальное ускорение связано с амплитудой колебаний формулой

$$a_{max} = \omega^2 A.$$

В свою очередь, циклическая частота связана с периодом колебаний формулой

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

С учетом этого

$$a_{max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)2A.$$

Тогда $$F_{max} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A.$$

Произведем вычисления:

$$F_{max} = 0{,}5\left(\frac{2\cdot 3{,}14}{8}\right)^2 0{,}4\ \text{Н} = 0{,}12\ \text{Н}.$$

Ответ: $F_{max} = 0{,}12$ Н.

Задача 15. Смещение пружинного маятника массой 200 г изменяется по закону $x = 0{,}05\sin 2\pi\nu t$, где частота $\nu = 1$ Гц. Все величины выражены в единицах СИ. Определить полную механическую энергию маятника.

Обозначим x смещение маятника, m — его массу, A — амплитуду колебаний, t — время колебаний, W — полную механическую энергию маятника, $W_{k\,max}$ — его максимальную кинетическую энергию, v_{max} — максимальную скорость, ω — циклическую частоту.

Дано:
$m = 200$ г $= 0{,}2$ кг
$x = 0{,}05\sin 2\pi\nu t$
$\nu = 1$ Гц

W — ?

Решение

По закону сохранения энергии полная механическая энергия маятника равна его кинетической энергии:

$$W = W_{k\,max} = \frac{mv_{max}^2}{2}.$$

Максимальная скорость маятника связана с его амплитудой формулой

$$v_{max} = \omega A.$$

Циклическую частоту выразим через частоту колебаний:

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Из уравнения колебаний следует, что амплитуда равна 0,05 м.

С учетом этих выражений $W = \dfrac{m(2\pi\nu A)^2}{2} = 2m(\pi\nu A)^2.$

Произведем вычисления:

$W = 2 \cdot 0{,}2\,(3{,}14 \cdot 1 \cdot 0{,}05)^2$ Дж $= 9{,}9 \cdot 10^{-3}$ Дж $= 9{,}9$ мДж.

Ответ: $W = 9{,}9$ мДж.

Задача 16. Звук дошел до наблюдателя по рельсу быстрее, чем по воздуху, на 3 с. Расстояние от того места, где ударили по рельсу, до наблюдателя 1060 м, скорость звука в воздухе 330 м/с. Найти скорость звука в металле, из которого изготовлен рельс.

Обозначим Δt разность во времени прохождения звуком расстояния S, $v_\text{в}$ — скорость звука в воздухе, $v_\text{ст}$ — скорость звука в стали, t_1 — время прохождения звуком расстояния S в воздухе, t_2 — время прохождения звуком расстояния S в стали.

Дано:

$\Delta t = 3$ с

$S = 1060$ м

$v_\text{в} = 330$ м/с

$v_\text{ст}$ — ?

Решение

Скорость звука в стали найдем, разделив расстояние S на время его прохождения в ней t_2:

$$v_\text{ст} = \frac{S}{t_2}. \qquad (1)$$

Время t_2 меньше времени t_1 на промежуток Δt, поэтому справедливо равенство:

$$t_2 = t_1 - \Delta t.$$

С учетом этого формула (1) примет вид:

$$v_\text{ст} = \frac{S}{t_1 - \Delta t}. \qquad (2)$$

Время t_1, за которое звук пройдет расстояние S по воздуху, найдем, разделив это расстояние на скорость звука в воздухе, которая нам известна:

$$t_1 = \frac{S}{v_\text{в}}. \qquad (3)$$

Подставив (3) в (2), мы решим задачу в общем виде:

$$\upsilon_{ст} = \frac{S}{\frac{S}{\upsilon_в} - \Delta t}.$$

Произведем вычисления:

$$\upsilon_{ст} = \frac{1060}{\frac{1060}{330} - 3} \text{ м/с} = 5000 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon = 5000$ м/с.

Задача 17. Между двумя точками в звуковой волне расстояние 25 см, частота колебаний частиц воздуха 680 Гц, скорость звука в воздухе 340 м/с. Найти разность фаз колебаний между этими точками.

Обозначим S расстояние между точками, ν — частоту колебаний частиц, υ — скорость волны, $\Delta\alpha$ — разность фаз колебаний, t — время прохождения волной расстояния между частицами, ω — циклическую частоту колебаний.

Дано:
$S = 25$ см
$\nu = 680$ Гц
$\upsilon = 340$ м/с

$\Delta\alpha$ — ?

Решение

Разность фаз колебаний найдем, умножив их циклическую частоту на время прохождения волной расстояния между точками, которое равно разности расстояний от этих точек до источника колебаний:

$$\Delta\alpha = \omega t. \quad (1)$$

Циклическая частота связана с частотой колебаний формулой

$$\omega = 2\pi \nu. \quad (2)$$

Время t найдем, разделив расстояние между точками на скорость волны:

$$t = \frac{S}{\upsilon}. \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1):

$$\Delta\alpha = 2\pi\nu\frac{S}{\upsilon}.$$

Выразим расстояние между точками в единицах СИ: 25 см = 0,25 м.

Произведем вычисления:

$$\Delta\alpha = 2\pi \cdot 680 \frac{0{,}25}{340} \text{ рад} = \pi \text{ рад}.$$

Ответ: $\Delta\alpha = \pi$ рад.

Задача 18. Две точки, лежащие на одном луче, колеблются в противофазе. Расстояние от одной из них до источника колебаний 1 м, а от него до другой точки 1,1 м. Скорость волны 2,5 м/с. Найти период колебаний частиц в волне.

Обозначим $\Delta\alpha$ разность фаз колебаний двух точек, S_1 — расстояние от источника колебаний до одной точки, S_2 — расстояние от источника колебаний до другой точки, ω — циклическую частоту колебаний, Δt — время прохождения волной расстояния между двумя точками, T — период колебаний, v — скорость волны.

Дано:

$S_1 = 1$ м

$S_2 = 1{,}1$ м

$v = 2{,}5$ м/с

T — ?

Решение

Если точки колеблются в противофазе, значит, разность фаз их колебаний $\Delta\alpha = \pi$. С другой стороны, $\Delta\alpha = \omega\Delta t$, поэтому

$$\omega\Delta t = \pi. \tag{1}$$

Циклическая частота

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \tag{2}$$

а время прохождения волной расстояния между точками

$$\Delta t = \frac{S_2 - S_1}{v}. \tag{3}$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в формулу (1):

$$\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{S_2 - S_1}{v} = \pi,$$

откуда

$$T = \frac{S_2 - S_1}{2v}.$$

$$T = \frac{1,1-1}{2 \cdot 2,5}\ \text{с} = 0,02\ \text{с}.$$

Ответ: $T = 0,02$ с.

Задача 19. Скорость звука в воздухе 340 м/с, а в воде 1435 м/с. Во сколько раз изменится длина волны при переходе ее из воздуха в воду.

Обозначим v_1 скорость звука в воздухе, v_2 — скорость звука в воде, T — период колебаний частиц среды, λ_1 — длину волны в воздухе, λ_2 — длину волны в воде.

Дано:
$v_1 = 340$ м/с
$v_2 = 1435$ м/с

$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ — ?

Решение

При переходе волны из одной среды в другую изменяются ее скорость и длина волны, а период и частота остаются прежними. Длина волны в воздухе определяется формулой $\lambda_1 = v_1 T$, а длина волны в воде

$$\lambda_2 = v_2 T.$$

Разделив второе равенство на первое, мы ответим на вопрос задачи:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2 T}{v_1 T}, \qquad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1435}{340} = 4,2.$$

Длина волны при переходе из воздуха в воду увеличится примерно в 4,2 раза.

Ответ: $\lambda_2 / \lambda_1 = 4,2$.

Задача 20. В колебательном контуре частота электромагнитных колебаний 0,1 МГц, а максимальная сила тока 0,628 А. Какой максимальный заряд проходит через поперечное сечение проводника?

Обозначим ν частоту колебаний в контуре, $q_{\max}$ — максимальный заряд конденсатора, $I_{\max}$ — максимальную силу тока в контуре, ω — циклическую частоту колебаний.

Дано:	*Решение*
$\nu = 0{,}1$ МГц $I_{max} = 0{,}628$ А	Из формулы $I_{max} = \omega q_{max}$ следует, что максимальный заряд
q_{max} — ?	

$$q_{max} = \frac{I_{max}}{\omega},$$

где

$$\omega = 2\pi\nu,$$

поэтому

$$q_{max} = \frac{I_{max}}{2\pi\nu}.$$

$$q_{max} = \frac{0{,}628}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 10^6} \text{ Кл} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 1 \text{ мкКл}.$$

Ответ: $q_{max} = 1$ мкКл.

Задача 21. Площадь проводящей рамки 100 см^2, максимальная ЭДС индукции, возбуждаемая в рамке при ее вращении, 1,4 В, число витков в рамке равно 200. Рамка вращается в магнитном поле индукцией 0,15 Тл. Определить мгновенную ЭДС в рамке через 0,1 с после начала ее вращения, когда плоскость рамки была перпендикулярна линиям вектора индукции магнитного поля.

Обозначим S площадь рамки, $\mathcal{E}_m$ — максимальную ЭДС в ней, N — число витков, B — индукцию магнитного поля, t — промежуток времени, за которое мгновенная ЭДС в рамке станет равна e, ω — угловую скорость вращения рамки.

Дано:	*Решение*
$S = 100$ см^2 $\mathcal{E}_m = 1{,}4$ В $N = 200$ $B = 0{,}15$ Тл $t = 0{,}1$ с	Мгновенная ЭДС во вращающейся рамке определяется равенством
e — ?	

$$e = \mathcal{E}_m \sin \omega t.$$

Угловую скорость вращения определим из формулы максимальной ЭДС:

$$\mathcal{E}_m = B\omega S N,$$

откуда

$$\omega = \frac{\mathcal{E}_m}{BSN}.$$

Подставим правую часть этого равенства в первую формулу:

$$e = \mathcal{E}_m \sin \frac{\mathcal{E}_m}{BSN} t.$$

Выразим площадь рамки в единицах СИ:
100 см^2 = 0,01 м^2.
Произведем вычисления:

$$e = 1{,}4 \sin \frac{1{,}4}{0{,}15 \cdot 0{,}01 \cdot 200} 0{,}1 \text{ В} \approx 0{,}63 \text{ В}.$$

Ответ: e = 0,63 В.

Задача 22. Индуктивность катушки, включенной в цепь переменного тока, 0,08 Гн, частота переменного напряжения, к источнику которого катушка подсоединена, 1000 Гц, действующее напряжение в цепи 100 В. Определить максимальную силу тока в цепи.

Обозначим L индуктивность катушки, ν — частоту переменного напряжения, U — действующее напряжение в катушке, I_m — максимальную силу тока в ней, U_m — максимальное напряжение, X_L — индуктивное сопротивление катушки, ω — циклическую частоту колебаний.

Дано:
L = 0,08 Гн
ν = 1000 Гц
U = 100 В

I_m — ?

Решение

Амплитуду силы тока найдем по закону Ома:

$$I_m = \frac{U_m}{X_L}. \qquad (1)$$

Максимальное напряжение связано с действующим соотношением:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

откуда

$$U_m = U\sqrt{2}. \qquad (2)$$

Индуктивное сопротивление определим по формуле

$$X_L = \omega L, \text{ где } \omega = 2\pi\nu,$$

поэтому $$X_L = 2\pi\nu L. \tag{3}$$

Подставим (2) и (3) в (1):

$$I_m = \frac{U\sqrt{2}}{2\pi\nu L}.$$

Произведем вычисления:

$$I_m = \frac{100\sqrt{2}}{2\cdot 3{,}14\cdot 1000\cdot 0{,}08}\ \text{А} \approx 0{,}28\ \text{А}.$$

Ответ: $I_m = 0{,}28$ А.

Задача 23. Емкость конденсатора колебательного контура 10 мкФ. Уравнение колебаний напряжения в нем имеет вид: $u = 80\cos 500\,t$. Все величины в этом уравнении выражены в единицах СИ, Найти амплитуду силы тока в катушке.

Обозначим C емкость конденсатора, u — мгновенное напряжение переменного тока, U_{m} — максимальное (амплитудное) напряжение, t — время колебаний, I_{m} — амплитуду силы тока, ω — циклическую частоту колебаний, L — индуктивность катушки, $W_{\text{эл m}}$ — максимальную энергию электрического поля, $W_{\text{м m}}$ — максимальную энергию магнитного поля.

Дано:

$C = 10$ мкФ

$u = 80\cos 500\,t$

I_{m} — ?

Решение

Сопоставим данное нам уравнение колебаний напряжения с аналогичным уравнением в общем виде:

$$u = 80\cos 500\,t \quad \text{и} \quad u = U_{\text{m}}\cos\omega t.$$

Из сопоставления следует, что максимальное напряжение $U_{\text{m}} = 80$ В и циклическая частота колебаний

$$\omega = 500\ \text{рад/с}.$$

По закону сохранения энергии максимальная энергия электрического поля конденсатора равна максимальной энергии магнитного поля катушки:

$$W_{\text{эл m}} = W_{\text{м m}},$$

где $$W_{\text{эл m}} = \frac{CU_m^2}{2} \quad \text{и} \quad W_{\text{м m}} = \frac{LI_m^2}{2}.$$

Следовательно, $\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$, откуда

$$I_m = U_m\sqrt{\frac{C}{L}}. \qquad (1)$$

Индуктивность катушки найдем из формулы циклической частоты колебательного контура: $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, , откуда

$$L = \frac{1}{\omega^2 C}. \qquad (2)$$

Подставим правую часть равенства (2) в выражение (1):

$$I_m = U_m\sqrt{\omega^2 C^2} = \omega C\,U_m.$$

Произведем вычисления:

$$I_m = 500 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 80\ \text{А} = 0{,}4\ \text{А}.$$

Ответ: $I_m = 0{,}4$ А.

Задача 24. В магнитном поле индукцией 0,2 Тл вращается с частотой 4 $с^{-1}$ проводящий контур площадью 3 $см^2$. Сопротивление контура 2 Ом. Найти действующую силу тока в контуре.

Обозначим B индукцию магнитного поля, ν — частоту вращения контура, S — его площадь, R — сопротивление контура, I — действующую силу тока в контуре, I_m — максимальную силу тока в контуре, ε_m — максимальную ЭДС, ω — циклическую частоту.

Дано:
$B = 0{,}2$ Тл
$\nu = 4\ с^{-1}$
$S = 3\ см^2$
$R = 2$ Ом

I — ?

Решение

Действующая сила тока I связана с максимальной силой тока в контуре I_m соотношением $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$. По закону Ома максимальная сила тока $I_\text{m} = \frac{\mathcal{E}_m}{R}$, где максимальная ЭДС $\mathcal{E}_m = B\omega S$, а циклическая частота $\omega = 2\pi\nu$.

С учетом этих равенств

$$\varepsilon_m = 2\pi\nu BS\text{ , } I_m = \frac{2\pi\nu BS}{R} \text{ и } I = \frac{2\pi\nu BS}{\sqrt{2}}.$$

$$I = \sqrt{2}\cdot 3{,}14\cdot 4\cdot 0{,}2\cdot 30\cdot 10^{-4}\text{ А} = 0{,}01\text{ А}.$$

Ответ: $I = 0{,}01$ А.

Задача 25. В электрической цепи, изображенной на рис. 185, ЭДС источника 10 В, емкость конденсатора 4 мкФ, индуктивность катушки 3 мГн, сопротивление лампы 8 Ом, сопротивление резистора 6 Ом. Сначала ключ K замкнут. Какое количество теплоты выделится в лампе после размыкания ключа? Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

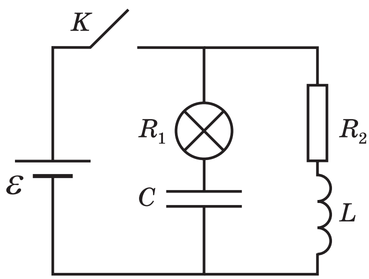


Рис. 185

Обозначим $\mathcal{E}$ ЭДС источника, C — емкость конденсатора, L — индуктивность катушки, R_1 — сопротивление лампы, R_2 — сопротивление резистора, r — внутреннее сопротивление источника тока, I_1 — силу тока в замкнутой цепи, I_2 — силу тока в колебательном контуре, t — время затухания колебаний, Q_1 — количество теплоты, выделившейся в лампе, Q_2 — количество теплоты, выделившейся в резисторе, $W_{эл}$ — энергию электрического поля конденсатора, $W_{м}$ — энергию магнитного поля катушки, U — напряжение на конденсаторе.

Дано:
$\mathcal{E} = 10$В
$C = 4$ мкФ
$L = 3$ мГн
$R_1 = 8$ Ом
$R_2 = 6$ Ом

Q_1 — ?

Решение

При размыкании ключа К в колебательном контуре, состоящем из конденсатора, катушки, лампы и резистора, возникнут затухающие электромагнитные колебания. Энергия электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки по окончании колебаний выделится в виде Джоулева тепла на лампе и резисторе. По закону сохранения энергии

$$W_{эл} + W_{м} = Q_1 + Q_2. \qquad (1)$$

Энергию электрического поля конденсатора определим по формуле $W_{эл} = \dfrac{CU^2}{2}$, где, поскольку ток через конденсатор при замкнутом ключе не идет и потому на лампе в этом случае падения напряжения нет, ЭДС источника равна напряжению на конденсаторе, $\mathcal{E} = U$, поэтому

$$W_{эл} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}. \qquad (2)$$

Энергию магнитного поля, возникшую в катушке при прохождении по ней тока I_1, когда ключ К был заперт, определим по формуле

$$W_{м} = \frac{LI_1^2}{2}.$$

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для всей цепи:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}.$$

С учетом этого

$$W_{м} = \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_2^2}. \qquad (3)$$

Подставив правые части равенств (2) и (3) в формулу (1), получим:

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_2^2} = Q_1 + Q_2. \qquad (4)$$

По закону Джоуля — Ленца количества теплоты Q_1 и Q_2, которые выделятся на лампе и резисторе при прохождении убывающего тока I_2, равны:

$$Q_1 = I_1{}^2 R_1 t \text{ и } Q_2 = I_2{}^2 R_2 t.$$

Отсюда $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{I_1^2 R_1 t}{I_2^2 R_2 t} = \dfrac{R_1}{R_2}$,

откуда

$$Q_2 = Q_1 \frac{R_2}{R_1}. \quad (5)$$

Подставив правую часть выражения (5) в равенство (4), получим одно уравнение с одним неизвестным Q_1:

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} + \frac{L\mathcal{E}^2}{2R_2^2} = Q_1 + Q_1 \frac{R_2}{R_1},$$

$$\frac{\mathcal{E}^2}{2}\left(C + \frac{L}{R_2^2}\right) = Q_1\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right), \qquad Q_1 = \frac{\mathcal{E}^2 R_1 \left(CR_2^2 + L\right)}{2R_2^2\left(R_1 + R_2\right)}.$$

Произведем вычисления:

$$Q_1 = \frac{10^2 \cdot 8\left(4 \cdot 10^{-6} \cdot 6^2 + 3 \cdot 10^{-3}\right)}{2 \cdot 6^2 (8 + 6)} \text{ Дж} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2{,}5 \text{ мДж}.$$

Ответ: $Q_1 = 2{,}5$ мДж.

Задача 26. В идеальном колебательном контуре с конденсатором емкостью C_1 и катушкой с индуктивностью L максимальная сила тока в катушке I_0. Между обкладками конденсатора имеется диэлектрик. Какую работу надо совершить, чтобы очень быстро вынуть диэлектрик из конденсатора в тот момент, когда сила тока в катушке равна нулю? Емкость конденсатора без диэлектрика C_2.

Обозначим W_1 — максимальную энергию конденсатора с диэлектриком, W_2 — максимальную энергию конденсатора без диэлектрика, W — максимальную энергию магнитного поля катушки, A — работу, совершенную при выемке диэлектрика из конденсатора, q_0 — максимальный заряд конденсатора, C_2 — емкость конденсатора без диэлектрика.

Дано:	
C_1	
L	
I_0	
C_2	
A — ?	

Решение

Работа по выемке диэлектрика из конденсатора равна разности максимальных энергий электрического поля конденсатора после и до выемки:

$$A = W_2 - W_1. \qquad (1)$$

Энергию поля конденсатора найдем по формулам

$$W_1 = \frac{q_0^2}{2C_1} \quad \text{и} \quad W_2 = \frac{q_0^2}{2C_2},$$

ведь заряд при выемке диэлектрика сохранялся.

Заряд конденсатора q_0 найдем из закона сохранения энергии, согласно которому максимальная энергия конденсатора до выемки диэлектрика равнялась максимальной энергии магнитного поля катушки, в которую превратилась в процессе колебания максимальная энергия конденсатора:

$$W_1 = W,$$

где

$$W = \frac{LI_0^2}{2},$$

поэтому

$$\frac{q_0^2}{2C_1} = \frac{LI_0^2}{2},$$

откуда

$$q_0^2 = C_1LI_0^2.$$

С учетом этого

$$W_1 = \frac{LI_0^2}{2} \qquad (2)$$

и

$$W_2 = \frac{C_1LI_0^2}{2C_2}. \qquad (3)$$

Подставим равенства (2) и (3) в выражение (1):

$$A = \frac{C_1LI_0^2}{2C_2} - \frac{LI_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}\left(\frac{C_1}{C_2} - 1\right).$$

Ответ: $A = \frac{LI_0^2}{2}\left(\frac{C_1}{C_2} - 1\right)$.

Задача 27. Первичная обмотка трансформатора содержит 12 000 витков, напряжение на ней 120 В. Сколько витков имеет вторичная обмотка, если ее сопротивление 0,5 Ом, сила тока во вторичной обмотке 1 А, а напряжение на потребителе 3,5 В.

Обозначим N_1 число витков в первичной обмотке трансформатора, N_2 — число витков во вторичной обмотке, U_1 — напряжение на первичной обмотке, U_2 — напряжение на вторичной обмотке, $U_{\text{потр}}$ — напряжение на потребителе, ΔU — потери напряжения на сопротивлении вторичной обмотки, I_2 — силу тока во вторичной обмотке, R — сопротивление вторичной обмотки.

Дано:
$N_1 = 12\,000$
$U_1 = 120$ В
$R = 0{,}5$ Ом
$I_2 = 1$ А
$U_{\text{потр}} = 3{,}5$ В

N_2 — ?

Решение

Напряжения на обмотках трансформатора прямо пропорционально числу витков в них: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$, откуда

$$N_2 = N_1 \frac{U_2}{U_1}. \qquad (1)$$

Напряжение на вторичной обмотке U_2 частично падает на потребитель, а частично теряется из-за сопротивления проводов обмотки. Эти потери согласно закону Ома

$$\Delta U = I_2 R.$$

Поэтому

$$U_2 = U_{\text{потр}} + \Delta U = U_{\text{потр}} + I_2 R. \qquad (2)$$

Подставим правую часть равенства (2) в выражение (1):

$$N_2 = N_1 \frac{U_{\text{потр}} + I_2 R}{U_1}.$$

$$N_2 = 12000 \frac{3{,}5 + 1 \cdot 0{,}5}{120} = 400.$$

Ответ: $N_2 = 400$.

Задача 28. Индуктивность катушки приемного контура радиоприемника равна $2 \cdot 10^{-4}$ Гн. Емкость его конденсатора может меняться в пределах от минимального 12 пФ до максимального 450 пФ. Определить, какие электромагнитные волны способен принимать этот приемник.

Обозначим L индуктивность катушки, C_{min} — наименьшую емкость конденсатора, C_{max} — его наибольшую емкость, λ_{min} — минимальную длину волны, которую способен принять этот приемник, λ_{max} — максимальную длину волны, которую он способен принять, c — скорость электромагнитных волн в воздухе, T — период электромагнитных колебаний.

Дано:
$L = 2 \cdot 10^{-4}$ Гн
$C_{min} = 12$ пФ
$C_{max} = 450$ пФ
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

λ_{min} — ?
λ_{max} — ?

Решение

Минимальную длину волны найдем, умножив ее скорость на период: $\lambda_{min} = cT$, где по формуле Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC_{min}}.$$

С учетом этого

$$\lambda_{min} = 2\pi c\sqrt{LC_{min}}.$$

Аналогично, при максимальной емкости

$$\lambda_{max} = 2\pi c\sqrt{LC_{max}}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
12 пФ = $12 \cdot 10^{-12}$ Ф = $1{,}2 \cdot 10^{-11}$ Ф,
450 пФ = $450 \cdot 10^{-12}$ Ф = $4{,}5 \cdot 10^{-10}$ Ф.
Произведем вычисления:

$$\lambda_{min} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{2 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-11}} \text{ м} \approx 92 \text{ м},$$

$$\lambda_{max} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{2 \cdot 10^{-4} \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-10}} \text{ м} \approx 565 \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda_{min} = 92$ м, $\lambda_{max} = 565$ м.

Задача 29. Сила тока в открытом колебательном контуре изменяется по закону $i = 0{,}2 \cos 5 \cdot 10^5 \pi t$ м. Найти длину электромагнитной волны в воздухе.

Обозначим i мгновенную силу тока в колебательном контуре, t — время колебаний, λ — длину электромагнитной волны, c — скорость света в вакууме, T — период колебаний, ω — циклическую частоту колебаний.

Дано:
$i = 0{,}2\cos 5 \cdot 10^5 \pi t$ м
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

λ — ?

Решение

Длина электромагнитной волны в вакууме и воздухе $\lambda = cT$. Из данного в условии уравнения следует, что циклическая частота

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 5 \cdot 10^5 \pi \text{ рад/с},$$

откуда

$$T = \frac{2\pi}{5 \cdot 10^5} \text{ с} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ с}.$$

Следовательно, длина электромагнитной волны

$$\lambda = 3 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 1{,}2 \cdot 10^{3} \text{ м} = `{,}2 \text{ км}.$$

Ответ: $\lambda = 1{,}2$ км.

Задача 30. На рисунке 186 изображена схема опыта Майкельсона по определению скорости света. Расстояние,

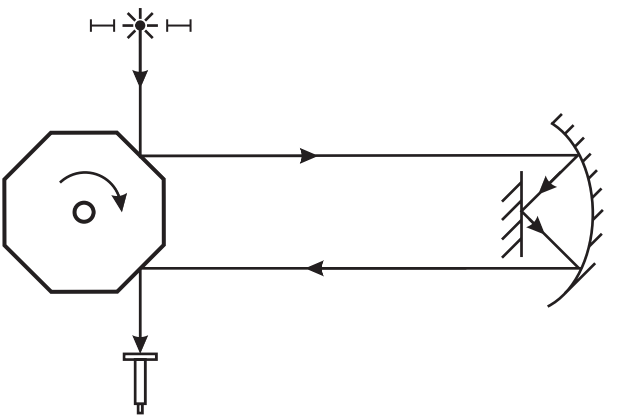


Рис. 186

которое проходит световой луч между вершинами двух гор туда и обратно, равно 71 км. Определить, с какой частотой должна вращаться восьмигранная зеркальная призма, чтобы источник света был непрерывно виден в зрительную трубу.

Обозначим S расстояние, пройденное светом, t время прохождения этого расстояния, T — период вращения призмы, ν — частоту ее вращения, c — скорость света в воздухе.

Дано:
$S = 71$ км
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

ν — ?

Решение

Для того чтобы глаз наблюдателя видел источник света в зрительную трубу, нужно, чтобы время t прохождения светом расстояния S со скоростью c было равно времени поворота призмы на $\frac{1}{8}$ оборота, т.е. чтобы $t = \frac{T}{8}$. А поскольку $T = \frac{1}{\nu}$, то

$$t = \frac{1}{8\nu}. \tag{1}$$

С другой стороны, это время равно отношению пути, пройденного светом, к его скорости:

$$t = \frac{S}{c}. \tag{2}$$

Приравняв правые части равенств (1) и (2), найдем частоту вращения барабана:

$$\frac{1}{8\nu} = \frac{S}{c}, \quad \text{откуда} \quad \nu = \frac{c}{8S}.$$

Выразим расстояние, пройденное светом, в единицах СИ: 71 км $= 7{,}1 \cdot 10^4$ м.

Произведем вычисления:

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{8 \cdot 7{,}1 \cdot 10^4}\ \text{с}^{-1} = 528\ \text{с}^{-1}.$$

Это минимальная частота. В общем случае $\nu = k\nu_{min}$, где $k = 1; 2; 3; \ldots$ — целое число.

Ответ: $\nu = 528$ с$^{-1}$.

Задача 31. Под каким углом φ к горизонту надо расположить плоское зеркало, чтобы после отражения горизонтального пучка лучей он пошел вертикально? Останутся ли лучи в пучке параллельными друг другу?

Решение

Обратимся к рисунку 187. Чтобы луч, шедший горизонтально, повернулся на угол 90°, нужно, чтоб сумма угла его падения α на зеркало и угла отражения β была равна 90°. Но угол падения равен углу отражения, значит, каждый из этих углов должен быть по 45°. Но если угол между лучом и перпендикуляром mn к зеркалу равен 45°, а угол между этим перпендикуляром и зеркалом 90°, значит, угол между отраженным лучом и зеркалом тоже должен быть равен 45°. Следовательно, зеркало надо расположить под углом 45° к горизонту. Из чертежа следует, что все лучи пучка, повернув при отражении на одинаковый угол 90°, после отражения останутся параллельными.

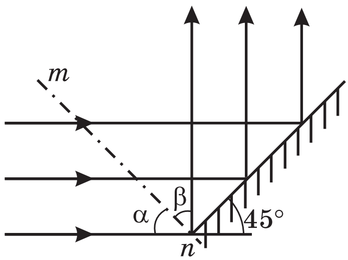


Рис. 187

Задача 32. Найти расстояние между двумя мнимыми изображениями предмета M в зеркалах, расположенных под углом 30° друг к другу, если этот предмет находится на биссектрисе этого угла и на известном расстоянии $l = 10$ см между линией пересечения зеркал и этим предметом.

Обозначим α угол между зеркалами, L — расстояние между двумя мнимыми изображениями M_1 и M_2 предмета M в зеркалах, d — расстояние между предметом и каждым его изображением.

Дано:
$\alpha = 30°$
$l = 10$ см
L — ?

Решение

Обратимся к чертежу (рис. 188). Обозначим расстояние между двумя мнимыми изображениями M_1 и M_2 точки M в этих зеркалах буквой L, а расстояние между предметом M

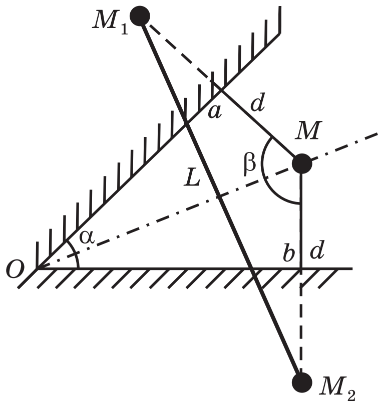


Рис. 188

и каждым ее изображением M_1 или M_2 — буквой d (эти расстояния между собой равны, поскольку сказано, что точки находится на равном расстоянии от обоих зеркал, т.е. на биссектрисе угла α, а расстояние от зеркала до изображения равно расстоянию от точки до зеркала). В четырехугольнике ОaMb два угла прямые, а угол при точке О, через которую проходит линия пересечения зеркал, равен α, значит, угол β напротив него равен $360° - 90° - 90° - \alpha = 180° - \alpha$.

Теперь рассмотрим треугольник M_1MM_2. В нем нам известны стороны M_1M и MM_2, каждая из которых имеет длину d, а также угол β между ними. Значит, мы можем найти искомую сторону $M_1M_2 = L$ по теореме косинусов:

$$L = \sqrt{d^2 + d^2 - 2d \cdot d\cos\beta} = \\ = \sqrt{2d^2 - 2d^2\cos\left(180^o - \alpha\right)} = d\sqrt{2(1+\cos\alpha)}. \quad (1)$$

Отрезок d найдем из прямоугольного треугольника ОaМ, в котором нам известна гипотенуза l, угол $\alpha/2$ и катет aМ против него, равный $d/2$. Из этого треугольника следует, что

$$\frac{d}{2} = l\sin\frac{\alpha}{2}, \quad \text{откуда} \quad d = 2l\sin\frac{\alpha}{2}.$$

Подставив (2) в (1), получим:

$$L = 2l\sqrt{2(1+\cos\alpha)}\sin\frac{\alpha}{2} = 2l\sqrt{2}\sqrt{1+\cos\alpha}\sin\frac{\alpha}{2}.$$

Из тригонометрии известно, что $\sqrt{1+\cos\alpha} = \sqrt{2}\cos\frac{\alpha}{2}$.

С учетом этого

$$L = 2l\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2} = 2l\cdot 2\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2},$$

где $$2\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2} = \sin\alpha.$$

Тогда окончательно получим:

$$L = 2l\sin\alpha.$$

Поскольку $\sin\alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, то

$$L = 2l\cdot\frac{1}{2} = l = 10 \text{ см}.$$

Ответ: $L = 10$ см.

Задача 33. Угол падения параллельных лучей на плоскопараллельную пластинку 60°, расстояние между вышедшими из пластинки лучами 0,7 см. Найти расстояние между точками выхода лучей из пластинки.

Обозначим α угол падения лучей на пластинку, γ — угол преломления лучей, n — показатель преломления вещества пластинки, будем считать, что ее окружает вакуум или воздух, и тогда n — это абсолютный показатель его преломления), d — расстояние между двумя параллельными лучами, вышедшими из пластинки, l — расстояние между точками, в которых эти лучи выходят из пластинки. Выполним чертеж (рис. 189).

Дано:
$\alpha = 60^\circ$
$d = 0{,}7$ см

l — ?

Решение

Угол $caf = \gamma$ равен углу $afb = \alpha_1$, как накрест лежащие углы при двух параллельных перпендикулярах к поверхностям пластинки ac и bf и секущей af: $\gamma = \alpha_1$.

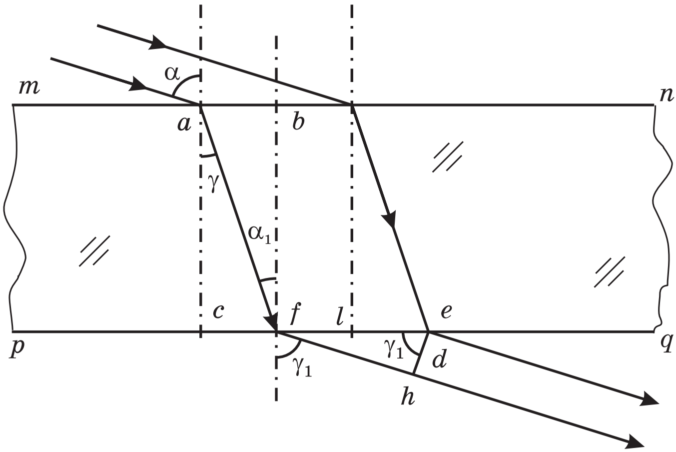


Рис. 189

Закон преломления на поверхности пластинки mn выглядит так:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}=n,, \tag{1}$$

а на поверхности pq:

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\gamma_1}=\frac{\sin\gamma}{\sin\gamma_1}=\frac{1}{n} \quad \text{или} \quad \frac{\sin\gamma_1}{\sin\gamma}=n. \tag{2}$$

Сравнивая формулы (1) и (2), мы заключаем, что $\alpha=\gamma_1$, т.е. под каким углом луч падает на плоскопараллельную пластинку, под таким же и выходит из нее.

Отрезок d между вышедшими из пластинки лучами перпендикулярен к ним, а bf — перпендикуляр к fe по построению. Значит, угол $\gamma_1=\alpha$ равен углу feh в прямоугольном треугольнике feh. Тогда из этого треугольника следует, что

$$\cos\alpha=\frac{d}{l}, \quad \text{откуда} \quad l=\frac{d}{\cos\alpha}.$$

Произведем вычисления:

$$l=\frac{0{,}7}{\cos 60^\circ}\ \text{см}=1{,}4\ \text{см}.$$

Ответ: $l=1{,}4$ см.

Задача 34. Угол падения лучей на плоскопараллельную пластинку равен 60°, смещение луча по выходе из пластинки 0,7 см. Найти длину луча в толще пластинки. Показатель преломления вещества пластинки равен 1,7.

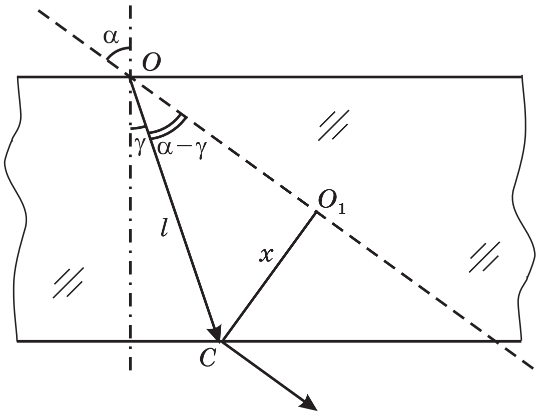


Рис. 190

Дано:
$\alpha = 60°$
$x = 0{,}7$ см
$n = 1{,}7$

l — ?

Решение

Из рисунка 190 следует, что длина луча в толще пластинки l может быть определена из прямоугольного треугольника OO_1b:

$$l = \frac{x}{\sin(\alpha - \gamma)},$$

где γ — угол преломления луча. Синус этого угла определим из формулы

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{\sin 60°}{1{,}7} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 1{,}7} = \frac{1{,}7}{2 \cdot 1{,}7} = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, угол преломления $\gamma = 30°$. Теперь вычислим длину луча в пластинке:

$$l = \frac{0{,}7}{\sin(60^\circ - 30^\circ)}\ \text{см} = 1{,}4\ \text{см}.$$

Ответ: $l = 1{,}4$ см.

Задача 35. Найти максимальный показатель преломления вещества треугольной призмы, сечение которой представляет собой равносторонний треугольник, если проходящий сквозь нее луч преломляется в точках, равноотстоящих от вершины призмы (рис. 191).

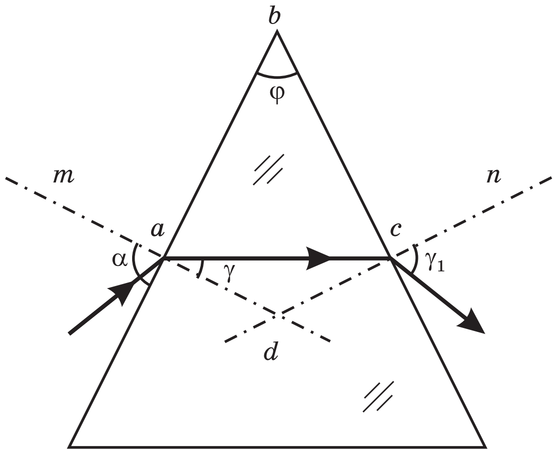


Рис. 191

Обозначим φ преломляющий угол призмы, α — угол падения луча, γ — угол преломления луча, n — показатель преломления вещества призмы.

Дано:
$\varphi = 60^\circ$

n — ?

Решение

Обратимся к рисунку 191. Отрезки md и nd — это перпендикуляры, проведенные к граням призмы в точках падения и выхода лучей. Угол φ при вершине равен 60°, значит, в треугольнике abc углы при вершинах a и c тоже по 60°, ведь этот треугольник равнобедренный вследствие равенства сторон ab и bc согласно условию задачи. В любом треугольнике сумма углов составляет 180°, а в равнобедренном треугольнике углы при основании равны. Вот и выходит, что все углы этого треугольника равны 60°, значит, он равносторонний. Тогда угол преломления луча $\gamma = 90° - 60° = 30°$.

По закону преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{\sin\alpha}{\sin 30°} = n.$$

Поскольку $\sin 30° = \frac{1}{2}$, то $\frac{\sin\alpha}{\frac{1}{2}} = 2\sin\alpha = n$. В предельном случае, когда $\alpha = 90°$, $\sin\alpha = 1$ и $n = 2$.

Ответ: $n = 2$.

Задача 36. Преломляющий угол равнобедренной стеклянной призмы равен 60°. Найти наименьший угол отклонения луча от его первоначального направления. Показатель преломления стекла 1,5.

Обозначим φ преломляющий угол призмы, α_1 — угол падения луча на первую грань призмы, α_2 — угол падения луча на вторую грань призмы, γ_1 — угол преломления луча на первой грани, γ_2 — угол преломления луча на второй грани, n — показатель преломления вещества призмы, θ — наименьший угол отклонения луча от его первоначального направления.

Дано:
$\varphi = 60°$
$n = 1{,}5$

θ — ?

Решение

Угол отклонения луча от первоначального направления θ будет минимальным, когда луч выйдет из призмы под тем же углом γ_2, под которым упал на призму, т.е. под равным ему углом падения α_1 (рис. 192).

Следовательно, $\alpha_1 = \gamma_2$, поэтому и $\gamma_1 = \alpha_2$.

В треугольнике abc угол отклонения луча 3–4 от первоначального направления 1–2 — угол θ — как внешний угол в треугольнике равен сумме двух внутренних углов $\alpha_1 - \gamma_1$ и $\gamma_2 - \alpha_2$:

$$\theta = \alpha_1 - \gamma_1 + \gamma_2 - \alpha_2 = 2(\alpha_1 - \gamma_1).$$

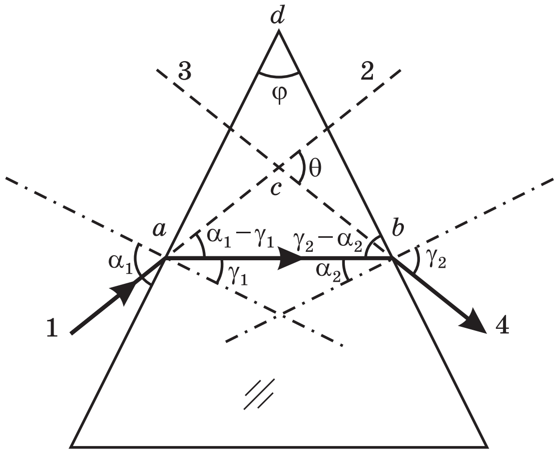


Рис. 192

Из закона преломления $\sin\gamma_1 = \dfrac{\sin\alpha_1}{n}$.

Теперь рассмотрим равнобедренный треугольник adb. В нем угол $dab = 90° - \gamma_1$ равен углу dba, а сумма всех углов равна 180°. Значит:

$$2(90° - \gamma_1) + \varphi = 180°, \quad \text{откуда} \quad \gamma_1 = \frac{\varphi}{2} = 30°.$$

Тогда предыдущее выражение примет вид:

$$\sin 30° = \frac{\sin\alpha_1}{n}, \quad \text{откуда} \quad \sin\alpha_1 = n\sin 30° = \frac{n}{2}.$$

Вычислим угол падения α_1:

$$\sin\alpha_1 = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75, \quad \alpha_1 = 49°.$$

Нам осталось подставить значения углов α_1 и γ_1 в первую формулу и вычислить угол отклонения луча θ:

$$\theta = 2(49° - 30°) = 38°.$$

Ответ: $\theta = 38°$.

Задача 37. Высота предмета 60 см, расстояние от него до линзы 2 м, расстояние от изображения до линзы 4 см. Чему равна высота изображения?

Обозначим h высоту предмета, H — высоту изображения, d — расстояние от предмета до линзы, f — расстояние от линзы до изображения, Γ — линейное увеличение линзы.

Дано:	***Решение***
$h = 60$ см $d = 2$ м $f = 4$ см	Согласно формулам линейное увеличение линзы
H — ?	

$$\Gamma = \frac{H}{h} \quad \text{и} \quad \Gamma = \frac{f}{d}, \quad \text{поэтому} \quad \frac{H}{h} = \frac{f}{d},$$

откуда

$$H = h\frac{f}{d}.$$

$$H = 60\frac{4}{200} \text{ см} = 1{,}2 \text{ см}.$$

Ответ: $H = 1{,}2$ см.

Задача 38. Длина изображения одного деления миллиметровой шкалы, даваемого линзой, равна 2,4 см, а расстояние от шкалы до линзы 12,5 см. Определить фокусное расстояние линзы.

Обозначим d расстояние от шкалы до линзы, f — расстояние от линзы до изображения шкалы, l — длину деления шкалы, L — длину изображения этого деления, F — фокусное расстояние линзы, Γ — увеличение линзы.

Дано:	***Решение***
$l = 1$ мм $d = 12{,}5$ см $L = 2{,}4$ см	Фокусное расстояние определим из формулы линзы:
F — ?	

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

откуда

$$F = \frac{df}{d+f}. \qquad (1)$$

Расстояние от линзы до изображения определим из формулы увеличения линзы:

$$\Gamma = \frac{f}{d},$$

а с другой стороны, $\Gamma = \frac{L}{l}$,

поэтому $\frac{f}{d} = \frac{L}{l}$,

откуда $f = \frac{dL}{l}$. (2)

Подставив (2) в (1), мы решим задачу в общем виде:

$$F = \frac{ddL}{l\left(d + \frac{dL}{l}\right)} = \frac{dL}{l\frac{l+L}{l}} = \frac{dL}{l+L}.$$

Выразим длину деления шкалы в сантиметрах:
1 мм = 0,1 см.
Произведем вычисления:

$$F = \frac{12{,}5 \cdot 2{,}4}{0{,}1 + 2{,}4} \text{ см} = 12 \text{ см}.$$

Ответ: $F = 12$ см.

Задача 39. Изображение предмета в собирающей линзе в 5 раз меньше самого предмета, расстояние от предмета до линзы 1,8 м. Определите фокусное расстояние линзы.

Обозначим Γ увеличение линзы, f — расстояние от линзы до изображения, F — фокусное расстояние линзы, d — расстояние от предмета до линзы.

Дано:
$d = 1{,}8$ м
$\Gamma = \frac{1}{5} = 0{,}2$

F — ?

Решение

Фокусное расстояние определим из формулы линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

откуда
$$F = \frac{df}{d+f}. \qquad (1)$$

Расстояние от линзы до изображения найдем из формулы увеличения линзы:
$$\Gamma = \frac{f}{d},$$
откуда
$$f = \Gamma d. \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), мы решим задачу в общем виде:
$$F = \frac{d \cdot d\Gamma}{d + d\Gamma} = \frac{d^2\Gamma}{d(1+\Gamma)} = \frac{d\ \Gamma}{1+\ \Gamma}.$$

Произведем вычисления:
$$F = \frac{1{,}8 \cdot 0{,}2}{1+0{,}2}\ \text{м} = 0{,}3\ \text{м}.$$

Ответ: $F = 0{,}3$ м.

Задача 40. Определить расстояние от изображения до рассеивающей линзы, если источник света S находится в ее фокусе.

Обозначим d расстояние от источника света до линзы, F — ее фокусное расстояние, f — расстояние от линзы до изображения.

Дано:	***Решение***
$d = F$	Запишем формулу рассеивающей линзы:
f — ?	

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{F},$$
откуда
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{F} = \frac{F+d}{dF} \quad \text{и} \quad f = \frac{dF}{F+d}.$$

С учетом условия задачи $f = \dfrac{F \cdot F}{F+F} = \dfrac{F^2}{2F} = \dfrac{F}{2}.$

Таким образом, изображение в этом случае расположится на середине фокусного расстояния линзы.

Ответ: $f = F/2$.

Задача 41. Расстояние между двумя собирающими линзами 40 см. На расстоянии 8 см от левой собирающей линзы с фокусным расстоянием 10 см слева от нее ставят вертикальную стрелку высотой 20 мм. Чему будет равна высота изображения стрелки, даваемого системой этих линз, если фокусное расстояние второй линзы 25 см?

Обозначим l расстояние между линзами, d_1 — расстояние от стрелки до линзы $Л_1$, F_1 — фокусное расстояние линзы $Л_1$, h_1 — высоту стрелки, F_2 — фокусное расстояние линзы $Л_2$, H_2 — высота изображения стрелки, даваемого системой линз, f_1 — расстояние от линзы $Л_1$ до первого изображения, d_2 — расстояние от первого изображения до линзы $Л_2$, f_2 — расстояние от линзы $Л_2$ до второго изображения, H_1 — высота первого изображения.

Дано:
$l = 40$ см
$d_1 = 8$ см
$F_1 = 10$ см
$h = 20$ мм
$F_2 = 25$ см

H_2 — ?

Решение

Построим сначала изображение A_1B_1 предмета AB в линзе $Л_1$. Поскольку стрелка расположена между фокусом и линзой, его изображение будет мнимым, увеличенным и прямым. Это изображение A_1B_1 станет предметом для второй линзы, а ее изображением будет стрелка A_2B_2 (рис. 193).

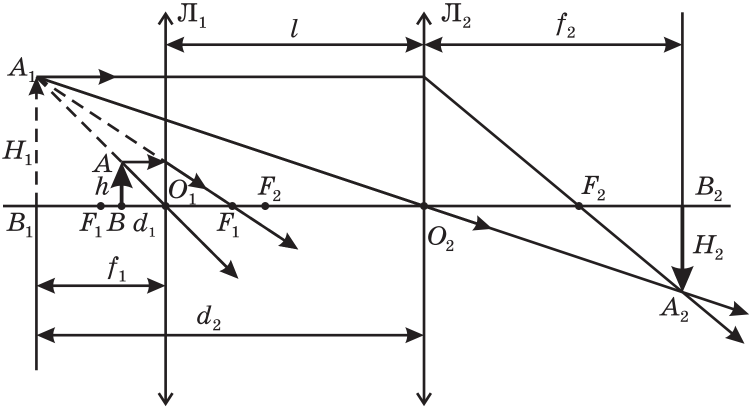


Рис. 193

Запишем формулу линзы применительно к линзам Л$_1$ и Л$_2$:

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1} \tag{1}$$

и

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2}. \tag{2}$$

Знак «минус» мы поставили в первой формуле, потому что первое изображение мнимое.

Поскольку речь идет о размерах предмета и изображения, воспользуемся формулами

$$\Gamma_1 = \frac{H_1}{h} \quad \text{и} \quad \Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1},$$

следовательно,

$$\frac{H_1}{h} = \frac{f_1}{d_1}. \tag{3}$$

Аналогично для второй линзы, для которой предметом станет первое изображение А$_1$В$_1$ высотой H_1, запишем:

$$\Gamma_2 = \frac{H_2}{H_1} \quad \text{и} \quad \Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2},$$

поэтому

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{f_2}{d_2}. \tag{4}$$

Теперь обратим внимание на то, что, как это следует из чертежа, расстояние d_2 от первого изображения А$_1$В$_1$ до второй линзы Л$_2$ равно:

$$d_2 = f_1 + l. \tag{5}$$

Итак, мы получили 5 уравнений с пятью неизвестными. Чтобы уменьшить их число, давайте сначала выразим из формулы (1) расстояние f_1 от первого изображения до линзы Л$_1$ и подставим его в равенства (3) и (5). Так мы приблизимся к определению высоты первого изображения H_1 и расстояния d_2 от него до линзы Л$_2$.

Из (1) $$\frac{1}{f_1}=\frac{1}{d_1}-\frac{1}{F_1},$$

откуда $$f_1=\frac{d_1F_1}{F_1-d_1},$$

поэтому $$\frac{H_1}{h}=\frac{d_1F_1}{(F_1-d_1)d_1},$$

откуда $$H_1=\frac{hF_1}{F_1-d_1}, \qquad (6)$$

и, кроме того,

$$d_2=\frac{d_1F_1}{F_1-d_1}+l. \qquad (7)$$

Теперь найдем из формулы (2) расстояние f_2 от линзы $Л_2$ до второго изображения A_2B_2 и подставим его в формулу (4), где находится искомая высота второго изображения H_2:

Из (2) $$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{F_2}-\frac{1}{d_2},$$

откуда $$f_2=\frac{d_2F_2}{d_2-F_2}. \qquad (8)$$

Из (4) $H_2=H_1\dfrac{f_2}{d_2}$ или с учетом (8)

$$H_2=H_1\frac{d_2F_2}{(d_2-F_2)d_2}=H_1\frac{F_2}{d_2-F_2}.$$

Вот теперь нам осталось подставить сюда правые части равенств (6) и (7), в которых все величины нам известны:

$$H_2=\frac{hF_1}{F_1-d_1}\cdot\frac{F_2}{\dfrac{d_1F_1}{F_1-d_1}+l-F_2}=\frac{hF_1F_2}{d_1F_1+(l-F_2)(F_1-d_1)}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим высоту h в сантиметрах: 20 мм = 2 см.

Произведем вычисления:

$$H_2 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 25}{8 \cdot 10 + (40 - 25)(10 - 8)} \text{ см} = 4{,}5 \text{ см}.$$

Ответ: $H_2 = 4{,}5$ см.

Задача 42. Высота изображения предмета 4 см, расстояние от предмета до собирающей линзы 50 см. Чему равна оптическая сила линзы, если высота предмета 80 см?

Обозначим H высоту изображения предмета, d — расстояние от предмета до собирающей линзы, h — высоту предмета, D — оптическую силу линзы, F — фокусное расстояние линзы.

Дано:
$H = 4$ см
$d = 50$ см
$h = 80$ см
D — ?

Решение

Согласно определению оптической силы линзы

$$D = \frac{1}{F},$$

где по формуле линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, поэтому

$$D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}. \tag{1}$$

Расстояние от линзы до изображения f можно найти, воспользовавшись формулами линейного увеличения линзы $\Gamma = \frac{H}{h}$ и $\Gamma = \frac{f}{d}$,

и значит,
$$\frac{H}{h} = \frac{f}{d},$$

откуда
$$f = \frac{dH}{h}. \tag{2}$$

Подставив правую часть равенства (2) в формулу (1) вместо f, мы решим задачу в общем виде:

$$D = \frac{1}{d} + \frac{h}{dH} = \frac{1}{d}\left(1 + \frac{h}{H}\right).$$

Выразим все величины в единицах СИ:
4 см = 0,04 м, 50 см = 0,5 м, 80 см = 0,8 м.
Произведем вычисления:

$$D = \frac{1}{0{,}5}\left(1 + \frac{0{,}8}{0{,}04}\right) \text{ дптр} = 42 \text{ дптр}.$$

Ответ: $D = 42$ дптр.

Задача 43. Длина волны, испускаемой двумя когерентными источниками света S_1 и S_2, $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ м, расстояние между ними $d = 0{,}3$ см, расстояние от каждого источника до экрана 9 м. Спрашивается, максимум или минимум интерференции будет наблюдаться на экране под источником света S_1.

Обозначим L расстояние от источника до экрана, Δd — разность хода световых волн от источников до точки A на экране, где происходит интерференция, k — число полуволн, укладывающихся в этой разности хода. Выполним чертеж (рис. 194).

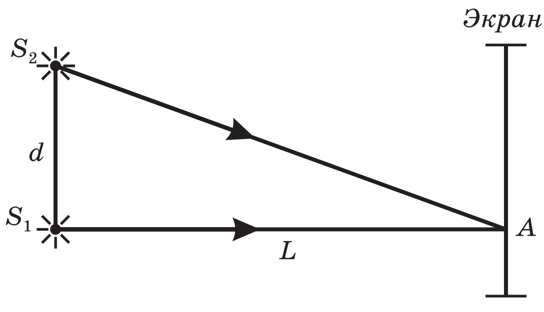


Рис. 194

Дано:	
$\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ м	
$d = 0{,}3$ см	
$L = 9$ м	
k — ?	

Решение

Максимум освещенности в точке A будет наблюдаться, если число полуволн k, содержащихся в разности хода волн, будет четным. А если оно будет нечетным, то в точке A будет наблюдаться минимум.

Число k равно отношению разности хода к длине полуволны:

$$k = \frac{\Delta d}{0{,}5\lambda}.$$

Разность хода найдем путем вычитания из отрезка AS_2 отрезка AS_1:

$$\Delta d = AS_2 - AS_1 = AS_2 - L.$$

Отрезок AS_2 определим по теореме Пифагора:

$$AS_2 = \sqrt{d^2 + L^2}.$$

С учетом этого

$$\Delta d = \sqrt{d^2 + L^2} - L.$$

Нам осталось подставить правую часть этого выражения в первую формулу:

$$k = \frac{\sqrt{d^2 + L^2} - L}{0{,}5\lambda}.$$

Произведем вычисления:

$$k = \frac{\sqrt{\left(3\cdot 10^{-3}\right)^2 + 9^2} - 9}{0{,}5\cdot 4\cdot 10^{-7}} = 2 \text{ — четное число.}$$

Значит, под источником света S_1 будет максимум — светлое пятно.

Ответ: $k = 2$ — максимум.

Задача 44. Период дифракционной решетки $d = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ см, угол между спектрами второго и третьего порядков $\Delta\varphi = 2^\circ\, 30'$. Определите длину монохроматической волны.

Обозначим φ_1 угол дифракции, соответствующий спектру второго порядка, φ_2 — угол дифракции, соответствующий спектру третьего порядка, k_1 и k_2 – порядок спектров, λ — длину световой волны.

Дано:
$d = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ см
$k_1 = 2$
$k_2 = 3$
$\Delta\varphi = 2^\circ\,30'$

λ — ?

Решение

Согласно условию максимума на дифракционной решетке

$$d \sin\varphi_1 = k_1\lambda \quad \text{и} \quad d\sin\varphi_2 = k_2\lambda.$$

Здесь $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$, поэтому

$$d\sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = k_1\lambda\ .$$

Отсюда

$$\sin\varphi_1 = k_1\frac{\lambda}{d} \qquad (1)$$

и

$$\sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = k_2\frac{\lambda}{d}\ .$$

Преобразуем сумму синусов двух углов:

$$\sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = \sin\varphi_1\cos\Delta\varphi + \cos\varphi_1\sin\Delta\varphi,$$

где $\cos\varphi_1 = \sqrt{1 - \sin^2\varphi_1}$.

Теперь учтем, что $\sin^2\varphi_1 = \left(k_1\frac{\lambda}{d}\right)^2 \approx 0$, т.к. угол дифракции всегда мал.

Тогда получим:

$$\sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) \approx \sin\varphi_1\cos\Delta\varphi + \sin\Delta\varphi \approx k_2\frac{\lambda}{d}$$

или с учетом (1)

$$k_1\frac{\lambda}{d}\cos\Delta\varphi + \sin\Delta\varphi = k_2\frac{\lambda}{d}.$$

Поскольку при малых углах $\cos\Delta\varphi \approx 1$,

то
$$k_2\frac{\lambda}{d} - k_1\frac{\lambda}{d} = \sin\Delta\varphi, \qquad \frac{\lambda}{d}(k_2 - k_1) = \sin\Delta\varphi,$$

откуда
$$\lambda = \frac{d\sin\Delta\varphi}{k_2 - k_1}.$$

Произведем вычисления:

$$\lambda = \frac{1{,}2\cdot 10^{-3}\sin 2^\circ 30'}{3-2}\text{ м} = 5{,}2\cdot 10^{-5}\text{ см} = 5{,}2\cdot 10^{-7}\text{ м}.$$

Ответ: $\lambda = 5{,}2\cdot 10^{-7}$ м.

Задача 45. Дифракционная решетка имеет 2000 штрихов на длине 4 мм. На нее нормально к ее поверхности падает параллельный пучок лучей с длиной волны 0,4 мкм. Найти общее число максимумов, даваемое этой решеткой.

Обозначим N число штрихов на длине l, λ — длину волны, m — общее число максимумов, даваемое этой решеткой, d — период решетки, φ — угол дифракции, k — порядок максимума, $k_{\max}$ — порядок последнего максимума.

Дано:
$N = 2000$
$l = 4$ мм
$\lambda = 0{,}4$ мкм

m — ?

Решение

Чтобы найти общее число максимумов по обе стороны от нулевого максимума на экране, надо сначала определить порядковый номер последнего максимума $k_{\max}$. Для этого применим условие максимума на дифракционной решетке:

$$d\sin\varphi = k\lambda. \tag{1}$$

Здесь d — период решетки. Его можно найти, разделив длину l, на которой помещается N штрихов, на их количество:

$$d = \frac{l}{N}. \tag{2}$$

Последний максимум соответствует максимальному углу дифракции φ. А угол дифракции не может быть больше 90°. Значит, из формулы (1) следует, что

$$k_{\max} = \frac{d\sin 90^\circ}{\lambda} = \frac{d}{\lambda}$$

или с учетом (2)

$$k_{\max} = \frac{l}{N\lambda}. \tag{3}$$

Поскольку симметричные максимумы, начиная с первого и кончая k_{max}, наблюдаются по обе стороны от нулевого, то для подсчета общего количества максимумов их надо удвоить и к ним еще прибавить центральный нулевой максимум, поскольку в формуле (1) порядковый номер максимума k начинается с единицы. Поэтому общее число максимумов m равно:

$$m = 2k_{max} + 1$$

или с учетом (3)

$$m = 2\frac{l}{N\lambda} + 1.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
4 мм = $4 \cdot 10^{-3}$ м,
0,4 мкм = $7 \cdot 10^{-7}$ м.
Произведем вычисления:

$$m = 2\frac{4 \cdot 10^{-3}}{2000 \cdot 4 \cdot 10^{-7}} + 1 = 11.$$

Отметим, что число, полученное от деления l на $N\lambda$, которое в нашем случае равно 5,71, нельзя округлять по максимуму, т.е. до 6, т.к. в этом случае получится, что $\sin\varphi > 1$, что не имеет смысла.

Ответ: $m = 11$.

Задача 46. Звезда каждую секунду теряет световую энергию $1{,}8 \cdot 10^{26}$ Дж, и при этом ее масса уменьшается на $k \cdot 10^{8}$ кг. Чему равен коэффициент пропорциональности k?

Обозначим ΔE потерянную энергию, Δm — уменьшение массы звезды, c — скорость света в вакууме, k — коэффициент пропорциональности.

Дано:

$\Delta E = 1{,}8 \cdot 10^{26}$ Дж
$\Delta m = k \cdot 10^{8}$ кг
$c = 9 \cdot 10^{16}$ м/с

k — ?

Решение

Согласно формуле $\Delta E = \Delta mc^2$ излученная звездой энергия пропорциональна изменению ее массы.

Значит,

$$1{,}8 \cdot 10^{26} = k \cdot 10^{8} \cdot 9 \cdot 10^{16},$$

откуда $$k = \frac{1{,}8 \cdot 10^{26}}{10^8 \cdot 9 \cdot 10^{16}} = 20.$$

Ответ: $k = 20$.

Задача 47. Масса движущегося электрона превышает его массу покоя в 40 000 раз. С какой скоростью движется электрон?

Обозначим m массу движущегося электрона, m_0 — его массу покоя, c — скорость света в вакууме, v — скорость электрона.

Дано:
$m = 40\,000\ m_0$
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

v — ?

Решение

Запишем формулу зависимости массы электрона от его скорости:

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}.$$

Отсюда определим скорость электрона:

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_o}{m}, \qquad 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{m_o}{m}\right)^2,$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{m_o}{m}\right)^2, \qquad \frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{m_o}{m}\right)^2},$$

откуда

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_o}{m}\right)^2}.$$

Произведем вычисления:

$$v = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \frac{1}{40\,000^2}}\ \text{см/с} \approx 299\,999\,999{,}9\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 299\,999\,999{,}9$ м/с.

Задача 48. Масса воды до нагревания была равна 1 кг. Воду нагрели на 50 К. На сколько увеличилась масса воды в результате нагревания?

Обозначим m_0 массу воды до нагревания, Δm — изменение ее массы, $c_т$ — удельную теплоемкость воды, ΔT — изменение ее температуры, Q — полученное водой количество теплоты, ΔE — изменение энергии воды, c — скорость света в вакууме.

Дано:
$m_0 = 1$ кг
$\Delta T = 50$ К
$c_т = 4200$ Дж/(кг · К)
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

Δm — ?

Решение

При нагревании воды переданное ей количество теплоты идет на увеличение энергии воды:

$$Q = \Delta E,$$

где $Q = c_т m_0 \Delta T$ и $\Delta E = \Delta m c^2$.

Приравняв правые части этих формул, получим:

$$c_т m_0 \Delta T = \Delta m c^2,$$

откуда
$$\Delta m = \frac{c_T m_0 \Delta T}{c^2}.$$

Произведем вычисления:

$$\Delta m = \frac{4200 \cdot 1 \cdot 50}{9 \cdot 10^{16}} \text{ кг} = 2{,}3 \cdot 10^{-12} \text{ кг}.$$

Ответ: $\Delta m = 2{,}3 \cdot 10^{-12}$ кг.

Задача 49. Длина световой волны в некоторой прозрачной среде равна $3{,}0 \cdot 10^{-7}$ м, энергия фотона в ней $4{,}4 \cdot 10^{-19}$Дж. Определить абсолютный показатель преломления этой среды.

Обозначим v скорость света в этой среде, n — абсолютный показатель преломления среды, c — скорость света в вакууме, h — постоянную Планка, ν — частоту световой волны.

Дано:
$E = 4{,}4 \cdot 10^{-19}$ Дж
$\lambda = 3{,}0 \cdot 10^{-7}$ м
$c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

n — ?

Решение

Показатель преломления равен отношению скорости света в вакууме к скорости света в данной среде:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Скорость света в данной среде найдем из формулы длины волны:

$$\lambda = \frac{v}{\nu},$$

откуда

$$v = \nu\lambda.$$

Подставим это равенство в предыдущую формулу:

$$n = \frac{c}{\nu\lambda}. \qquad (1)$$

Частоту световой волны найдем из формулы Планка: $E = h\nu$, откуда

$$\nu = \frac{E}{h}. \qquad (2)$$

Подставив (2) в (1), мы решим задачу в общем виде:

$$n = \frac{ch}{\lambda E}.$$

Произведем вычисления:

$$n = \frac{3 \cdot 10^{8} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{3{,}0 \cdot 10^{-7} \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-19}} = 1{,}5.$$

Ответ: $n = 1{,}5$.

Задача 50. Работа выхода электронов из металла $A = 7{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж, их кинетическая энергия $W_{\text{к}} = 4{,}5 \cdot 10^{-20}$ Дж. Определить длину световой волны λ, падающей на металл.

Обозначим h постоянную Планка, ν — частоту, c — скорость света в вакууме.

Дано:
$W_К = 4{,}5 \cdot 10^{-20}$ Дж
$A = 7{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
$c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с

λ — ?

Решение

По формуле Эйнштейна для фотоэффекта энергия фотона, падающего на металл, расходуется на работу выхода электрона из металла и на сообщение ему кинетической энергии:

$$h\nu = A + W_К. \tag{1}$$

Теперь запишем формулу длины волны, выразив ее через частоту:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}. \tag{2}$$

Выразим из (1) частоту и подставим ее в (2):

$$\nu = \frac{A + W_K}{h}$$

и тогда
$$\lambda = \frac{ch}{A + W_K}.$$

Произведем вычисления:

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^{8} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{7{,}6 \cdot 10^{-19} + 4{,}5 \cdot 10^{-20}} \text{ м} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 51. Работа выхода электрона из металла $A = 3{,}3 \cdot 10^{-19}$ Дж. Определить красную границу фотоэффекта ν_{min}.

Обозначим h постоянную Планка.

Дано:
$A = 3{,}3 \cdot 10^{-19}$ Дж
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

ν_{min} — ?

Решение

Красную границу фотоэффекта определим, приравняв энергию фотона работе выхода электрона из металла:

$$h\nu_{min} = A,$$

откуда $$\nu_{min} = \frac{A}{h}.$$

Произведем вычисления:

$$\nu_{min} = \frac{3{,}3 \cdot 10^{-19}}{6{,}62 \cdot 10^{-34}} \text{ Гц} \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ Гц}.$$

Ответ: $\nu_{min} = 5 \cdot 10^{14}$ Гц.

Задача 52. Длина волны фотона, падающего на металл, $\lambda = 3{,}0 \cdot 10^{-7}$ м, красная граница фотоэффекта $\nu_{min} = 4{,}3 \cdot 10^{14}$ Гц. Определить кинетическую энергию фотоэлектронов.

Обозначим $W_К$ кинетическую энергию фотоэлектронов, h — постоянную Планка, A — работу выхода электронов, ν — частоту падающей на металл волны, c — скорость света в вакууме.

Дано:
$\lambda = 3{,}0 \cdot 10^{-7}$ м
$\nu_{min} = 4{,}3 \cdot 10^{14}$ Гц
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
$c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с

$W_К$ — ?

Решение

Кинетическую энергию фотоэлектронов найдем из формулы Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + W_К,$$

откуда

$$W_К = h\nu - A. \quad (1)$$

Частоту выразим через длину волны, падающей на металл: $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$, откуда

$$\nu = \frac{c}{\lambda}. \quad (2)$$

Работу выхода определим через красную границу фотоэффекта:

$$A = h\nu_{min}. \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1):

$$W_К = h\frac{c}{\lambda} - h\nu_{min} = h\left(\frac{c}{\lambda} - \nu_{min}\right).$$

Произведем вычисления:

$$W_К = 6{,}62\cdot10^{-34}\left(\frac{3\cdot10^8}{3{,}0\cdot10^{-7}} - 4{,}3\cdot10^{14}\right) Дж = 3{,}8\cdot10^{-19} Дж.$$

Ответ: $W_К = 3{,}8\cdot10^{-19}$ Дж.

Задача 53. Катод освещается светом с длиной волны 200 нм. Работа выхода электронов из него $4{,}5 \cdot 10^{-10}$ нДж. Вылетевшие из катода фотоэлектроны попадают в однородное магнитное поле индукцией 2 Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции и начинают двигаться по окружности. Найти диаметр этой окружности.

Обозначим λ длину световой волны, $A_{вых}$ — работу выхода электронов, h — постоянную Планка, ν — частота падающей на металл волны, c — скорость света в вакууме, e — модуль заряда электрона, m_e — массу электрона, B — индукцию магнитного поля, $F_л$ — силу Лоренца, a — центростремительное ускорение электрона, v — его линейную скорость, R — радиус орбиты электрона, d — диаметр его орбиты.

Дано:

$B = 2$ Тл

$\lambda = 200$ нм

$A_{вых} = 4{,}5 \cdot 10^{-10}$ нДж

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

d — ?

Решение

На электрон в магнитном поле действует сила Лоренца $F_л$, направленная по радиусу к центру окружности, которая является его траекторией. По второму закону Ньютона эта сила равна произведению массы электрона m_e и его центростремительного ускорения a:

$$F_л = m_e a. \qquad (1)$$

Когда электрон влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, сила Лоренца равна:

$$F_л = Bve. \qquad (2)$$

Центростремительное ускорение найдем по формуле

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{2v^2}{d}, \qquad (3)$$

ведь радиус $$R = \frac{d}{2}.$$

Подставим правые части равенств (2) и (3) в формулу (1):

$$Bve = m_e \frac{2v^2}{d},$$

откуда

$$d = \frac{2m_e v}{Be}. \qquad (1)$$

Скорость электрона, влетевшего в магнитное поле, определим из формулы Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e v^2}{2},$$

откуда $$v = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(h\nu - A_{\text{вых}}\right)}.$$

Подставим правую часть этого равенства в формулу (1) вместо скорости:

$$d = \frac{2m_e}{Be}\sqrt{\frac{2}{m_e}\left(h\nu - A_{\text{вых}}\right)} = \frac{2}{Be}\sqrt{2m_e\left(h\nu - A_{\text{вых}}\right)}. \qquad (2)$$

Теперь выразим частоту световой волны ν через известную нам длину волны λ:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$

Нам осталось подставить правую часть этой формулы в выражение (2), и задача в общем виде будет решена:

$$d = \frac{2}{Be}\sqrt{2m_e\left(h\frac{c}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
200 нм $= 200 \cdot 10^{-9}$ м $= 2 \cdot 10^{-7}$ м,
$4{,}5 \cdot 10^{-10}$ нДж $= 4{,}5 \cdot 10^{-19}$ Дж.
Произведем вычисления:

$$d = \frac{2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} \sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \left(6{,}62 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^{8}}{2 \cdot 10^{-7}} - 4{,}5 \cdot 10^{-19}\right)}\ \text{м} =$$

$= 6{,}2 \cdot 10^{-6}$ м $= 6{,}2$ мкм.

Ответ: $d = 6{,}2$ мкм.

Задача 54. Источник света испускает в течение 4 с $8 \cdot 10^{10}$ фотонов с длиной волны 0,5 мкм. Какова мощность излучения?

Обозначим t время испускания фотонов, N — их количество, λ — длину световой волны, P — мощность излучения, W — энергию испускаемого света, E_γ — энергию одного фотона, h — постоянную Планка, c — скорость света в вакууме.

Дано:
$t = 4$ с
$N = 8 \cdot 10^{10}$
$\lambda = 0{,}5$ мкм
$c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

P — ?

Решение

Энергия испускаемого света W равна произведению его мощности P и времени свечения t:

$$W = Pt.$$

Эту энергию можно представить как произведение числа фотонов N на энергию одного фотона E_γ:

$$W = N E_\gamma.$$

Следовательно, $\quad P\,t = N\,E_\gamma$.

Энергия фотона связана с его длиной световой волны формулой Планка:

$$E_\gamma = h\frac{c}{\lambda}.$$

С учетом этого $Pt = Nh\dfrac{c}{\lambda}$, откуда

$$P = \frac{Nhc}{\lambda t}.$$

$$P = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{0{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 4} \text{ Вт} = 8 \cdot 10^{-9} \text{ Вт} = 8 \text{ нВт}.$$

Ответ: $P = 8$ нВт.

Задача 55. Если скорость выбитого из металла фотоэлектрона увеличить в 3 раза, то во сколько раз надо увеличить запирающее напряжение на электродах?

Обозначим A работу запирающего электрического поля, отталкивающего фотоэлектроны от анода, E_k — кинетическую энергию летящих к аноду фотоэлектронов, e — модуль заряда электрона, m_e — его массу, U_1 — запирающее напряжение на электродах до увеличения их скорости, U_2 — запирающее напряжение на электродах после увеличения их скорости, v_1 — скорость фотоэлектронов до ее увеличения, v_2 — скорость фотоэлектронов после ее увеличения.

Дано:

$\dfrac{v_2}{v_1} = 3$

$\dfrac{U_2}{U_1}$ — ?

Решение

Чтобы выбитые светом из катода электроны не долетели до анода, надо чтобы на аноде был минус и при этом работа запирающего электрического поля A, как минимум, равнялась (или превосходила) кинетическую энергию летящих к аноду фотоэлектронов:

$$A = E_k.$$

Как это следует из формулы работы электрического поля, где зарядом является электрон,

$$A = eU.$$

А кинетическая энергия электрона $E_k = \dfrac{m_e v^2}{2}$. Следовательно,

$$eU = \frac{m_e v^2}{2}.$$

До увеличения скорости электрона эта формула имеет вид:

$$eU_1 = \frac{m_e v_1^2}{2},$$

а после увеличения

$$eU_2 = \frac{m_e v_2^2}{2}.$$

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{eU_2}{eU_1} = \frac{m_e v_2^2 \cdot 2}{2m_e v_1^2},$$

откуда

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = 3^2 = 9.$$

Ответ: $\dfrac{U_2}{U_1} = 9.$

Задача 56. Посредством гамма-излучения нагрета вода массой 500 г на 20 °C в течение 1 мин. При этом источник излучения испускал за 1 с 10^{20} гамма-квантов. Чему равна длина волны излучения, если вся его энергия пошла на нагревание воды? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К).

Обозначим m массу воды, Δt — изменение ее температуры, t — время излучения, N — количество излученных гамма-квантов 1 с, $c_т$ — удельную теплоемкость воды, c — скорость света в вакууме, h — постоянную Планка, λ — длину волны излучения, ν — частоту излучения, E — энергию всех гамма-квантов, Q — количество теплоты, пошедшее на нагревание воды.

Дано:
$m = 500$ г
$\Delta t = 20$ °C
$t = 1$ мин
$N = 10^{20}$
$c_{\text{т}} = 4200$ Дж/(кг · К)
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

λ — ?

Решение

Энергия всех гамма-квантов равна произведению энергии одного гамма-кванта $h\nu$, умноженной на количество излученных гамма-квантов в 1 с и на все время излучения:

$$E = h\nu N\, t,$$

где
$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

поэтому
$$E = h\frac{c}{\lambda} N\, t.$$

Эта энергия равна количеству теплоты, пошедшему на нагревание воды:

$$E = Q = c_{\text{т}}\, m\Delta t.$$

Приравняем правые части двух последних выражений. Получим:

$$h\frac{c}{\lambda} N\, t = c_{\text{т}}\, m\Delta t,$$

откуда
$$\lambda = \frac{hcNt}{c_T m\Delta t}.$$

Произведем вычисления:

$$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8} \cdot 10^{20} \cdot 60}{4200 \cdot 0{,}5 \cdot 20}\ \text{м} = 2{,}8 \cdot 10^{-8}\ \text{м}.$$

Ответ: $\lambda = 2{,}8 \cdot 10^{-8}$ м.

Задача 57. На рис. 195 изображена схема энергетических уровней атома. Электрон, летевший со скоростью $2 \cdot 10^6$ м/с, налетел на атом, который до этого покоился в состоянии с энергией 4 эВ. После соударения электрон отскочил, приобретя дополнительную энергию. Найти импульс электрона после столкновения.

Обозначим m_e массу электрона, v_1 — скорость электрона до столкновения с атомом, v_2 — скорость электрона после столкновения с атомом, E_1 — энергию атома в состоянии покоя, E_2 — энергию атома после удара об него электрона, ΔE — изменение энергии атома, p — импульс электрона после столкновения, E_{k1} — кинетическую энергию электрона до столкновения с атомом, E_{k2} — кинетическую энергию электрона после столкновения.

Дано:

$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

$v_1 = 2 \cdot 10^6$ м/с

$E_1 = 4$ эВ

p — ?

Решение

До столкновения с атом электрон имел кинетическую энергию

$$E_{k1} = \frac{m_e v_1^2}{2}.$$

При соударении покоившийся атом отдал электрону часть своей энергии, перейдя в состояние с энергией $E_2 = -6{,}8$ эВ. Следовательно, атом отдал электрону часть своей энергии

$$\Delta E = E_1 — E_2 = -4 \text{ эВ} — (-6{,}8) \text{ эВ} = 2{,}8 \text{ эВ} =$$
$$= 2{,}8 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 4{,}5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

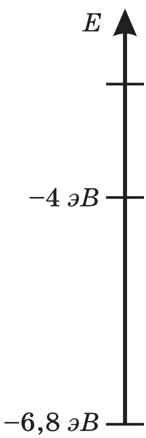


Рис. 195

Теперь кинетическая энергия электрона

$$E_{k2} = \frac{m_e v_2^2}{2} = \frac{m_e v_1^2}{2} + \Delta E,$$

откуда скорость электрона после столкновения

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2\Delta E}{m_e}}.$$

Новый импульс электрона

$$p = m_e v_2 = m_e \sqrt{v_1^2 + \frac{2\Delta E}{m_e}} = \sqrt{m_e\left(m_e v_1^2 + 2\Delta E\right)}.$$

Произведем вычисления:

$$p = \sqrt{9{,}1 \cdot 10^{-31}\left(9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-19}\right)}\ \text{кг} \cdot \text{м/с} =$$

$= 2 \cdot 10^{-24}$ кг · м/с.

Ответ: $p = 2 \cdot 10^{-24}$ кг · м/с.

Задача 58. На какое минимальное расстояние может приблизиться альфа-частица к неподвижному ядру олова, если на удалении от ядра ее скорость 10^9 см/с?

Обозначим v скорость альфа-частицы, m — ее массу, r — минимальное расстояние между альфа-частицей и ядром олова, k — коэффициент пропорциональности, q — заряд альфа-частицы, Q — заряд ядра олова, e — модуль элементарного заряда, Z — число элементарных зарядов (протонов) в ядре олова, $E_{\text{К}}$ — кинетическая энергия альфа-частицы, $E_{\text{П}}$ — потенциальная энергия ядра олова, φ — потенциал ядра.

Дано:

$v = 10^9$ см/с

$m = 6{,}7 \cdot 10^{-24}$ г

$k = 9 \cdot 10^9$ Н · м/Кл^2

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$q = 2e$

$Q = Ze$

$Z = 50$

r — ?

Решение

По закону сохранения энергии кинетическая энергия налетающей на ядро альфа-частицы на минимальном расстоянии от него равна потенциальной энергии отталкивания ядра олова:

$$E_{\text{К}} = E_{\text{П}},$$

где

$$E_{\text{К}} = \frac{mv^2}{2} \tag{1}$$

и

$$E_{\text{П}} = q\varphi = 2\,e\varphi, \qquad \varphi = k\frac{Q}{r} = k\frac{Ze}{r}.$$

С учетом этого

$$E_{\text{П}} = 2ek\frac{Ze}{r} = 2k\frac{Ze^2}{r}. \tag{2}$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2) и определим искомое расстояние r:

$$\frac{mv^2}{2} = 2k\frac{Ze^2}{r},$$

откуда $r = \dfrac{4kZe^2}{mv^2} = \dfrac{kZ}{m}\left(\dfrac{2e}{v}\right)^2.$

Выразим все величины в единицах СИ:
10^9 см/с $= 10^9 \cdot 10^{-2}$ м/с $= 10^7$ м/с,
$6{,}7 \cdot 10^{-24}$ г $= 6{,}7 \cdot 10^{-24} \cdot 10^{-3}$ кг $= 6{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг.
Произведем вычисления:

$$r = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 50}{6{,}7 \cdot 10^{-27}}\left(\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{10^7}\right)^2 \text{ м} \approx 6{,}9 \cdot 10^{-14} \text{ м}.$$

Ответ: $r = 6{,}9 \cdot 10^{-14}$ м.

Задача 59. Определить длину световой волны, испускаемой атомом водорода при переходе электрона из состояния с энергией $E_4 = -0{,}85$ эВ в состояние с энергией $E_2 = -3{,}4$ эВ.

Обозначим λ длину световой волны, h — постоянную Планка, c — скорость света в вакууме, ν — частоту.

Дано:
$E_4 = -0{,}85$ эВ
$E_2 = -3{,}4$ эВ
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

λ — ?

Решение

Длину световой волны выразим через соответствующую ей частоту:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}. \qquad (1)$$

Согласно второму постулату Бора:

$$h\nu = E_4 - E_2,$$

откуда

$$\nu = \frac{E_4 - E_2}{h}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$\lambda = \frac{ch}{E_4 - E_2}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
$0{,}85$ эВ $= 0{,}85 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж $= 1{,}36 \cdot 10^{-19}$ Дж,
$3{,}4$ эВ $= 5{,}44 \cdot 10^{-19}$ Дж.
Произведем вычисления:

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{-1{,}36 \cdot 10^{-19} - \left(-5{,}44 \cdot 10^{-19}\right)} \text{ м} \approx 4{,}9 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda = 4{,}9 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 60. Определить, сколько альфа- и бета-превращений претерпевает уран $^{238}_{92}U$ при превращении в свинец $^{206}_{82}Pb$.

В процессе этих превращений массовое число уменьшилось на $238 - 206 = 32$. Массовое число альфа-частицы ^4_2He равно 4, значит, здесь имело место $32 : 4 = 8$ альфа-превращений. Зарядовое число всех этих альфа-частиц равно $2 \cdot 8 = 16$, а зарядовое число свинца равно 10. Значит, здесь имело место $16 - 10 = 6$ бета-превращений, поскольку символ бета-частицы $^{0}_{-1}e$, т.е. зарядовое число бета-частицы равно –1, а массовое равно 0.

Задача 61. Период полураспада радия 1600 лет. Определить, через сколько времени число оставшихся атомов уменьшится в 4 раза.

Обозначим T период полураспада, $N_о$ — число ядер радия в начальный момент времени, N — число ядер, оставшихся через время t.

Дано:
$T = 1600$ лет
$\frac{N_o}{N} = 4$

t — ?

Решение

Запишем закон радиоактивного распада:

$$N = N_o \cdot 2^{-\frac{t}{T}}.$$

Отсюда

$$2^{\frac{t}{T}} = \frac{N_o}{N} = 4 = 2^2,$$

следовательно, $\frac{t}{T} = 2$, откуда

$$t = 2T.$$

Произведем вычисления:

$$t = 2 \cdot 1600 \text{ лет} = 3200 \text{ лет}.$$

Ответ: $t = 3200$ лет.

Задача 62. Период полураспада изотопа радона 3,82 сут. Определить, во сколько раз уменьшится число оставшихся атомов за 1,91 сут.

Обозначим T период полураспада радона, t — время распада, N_o — число атомов в начальный момент времени наблюдения, N — число оставшихся атомов через это время.

Дано:
$T = 3{,}82$ сут
$t = 1{,}91$ сут

$\frac{N_o}{N}$ — ?

Решение

Искомое отношение найдем из закона радиоактивного распада:

$$N = N_o \cdot 2^{-\frac{t}{T}},$$

откуда

$$\frac{N_o}{N} = 2^{\frac{t}{T}}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{N_o}{N} = 2^{\frac{1{,}91}{3{,}82}} = 1{,}41$$

Ответ: $\frac{N_o}{N} = 1{,}41$.

Задача 63. Покоящийся мезон с массой m_0 распался на два гамма-кванта. Найти импульс каждого из них.

Обозначим m_γ массу гамма-кванта, c — скорость света в вакууме, p_γ — импульс гамма-кванта.

Дано:	*Решение*
m_0 c	По закону сохранения энергии энергия покоя мезона m_0c^2 равна суммарной энергии двух квантов: $m_0c^2 = 2\ m_\gamma c^2$, откуда масса каждого кванта
p_γ — ?	

$$m_\gamma = \frac{m_0}{2},$$

а его импульс

$$p_\gamma = m_\gamma c = \frac{m_0}{2} c = 0{,}5\ m_0c.$$

Ответ: $p_\gamma = 0{,}5\ m_0c$.

Задача 64. Относительные атомные массы ядра дейтрона m_D, протона m_p, нейтрона m_n и масса атома углерода m_C. Требуется определить энергию связи ядра дейтрона.

Обозначим массу ядра дейтрона ${}^2_1H$ m_H, энергию связи этого ядра — $E_{св}$, c — скорость света в вакууме, ΔM — дефект массы ядра, M_D — массу дейтрона, M_p — массу протона, M_n — массу нейтрона.

Дано:	*Решение*
$m_D = 2{,}01355$ $m_p = 1{,}00728$ $m_n = 1{,}00826$ $m_C = 1{,}995 \cdot 10^{-26}$ кг $c = 3 \cdot 10^8$ м/с	Энергия связи ядра равна произведению дефекта массы этого ядра на квадрат скорости света в вакууме: $$E_{св} = \Delta M c^2.$$
$E_{св}$ — ?	Дефект массы ядра дейтрона равен разности между суммой

масс протона и нейтрона и массой самого ядра:

$$\Delta M = M_p + M_n - M_D.$$

С учетом этого

$$E_{св} = (M_p + M_n - M_D)c^2. \quad (1)$$

Нам даны относительные массы, т.е. отношение масс протона, нейтрона и дейтрона к 1/12 части массы атома углерода:

$$m_{\text{р}} = \frac{M_p}{\frac{1}{12} m_C},$$

откуда

$$M_{\text{р}} = \frac{1}{12} m_{\text{р}} m_{\text{C}}. \tag{2}$$

Аналогично

$$M_{\text{р}} = \frac{1}{12} m_{\text{р}} m_{\text{C}} \tag{3}$$

и

$$M_{\text{D}} = \frac{1}{12} m_{\text{D}} m_{\text{C}}. \tag{4}$$

Подставим (2), (3) и (4) в (1):

$$E_{c2} = \left(\frac{1}{12} m_p m_C + \frac{1}{12} m_n m_C - \frac{1}{12} m_D m_C \right) c^2 =$$

$$= \frac{1}{12} m_C c^2 \left(m_p + m_n - m_D \right).$$

Произведем вычисления:

$$E_{\text{св}} = \frac{1}{12} 1{,}995 \cdot 10^{-26} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 (1{,}00728 + 1{,}00866 - 2{,}01355) \text{ Дж} =$$

$$= 3{,}6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} = \frac{3{,}6 \cdot 10^{-13}}{1{,}6 \cdot 10^{-13}} \text{ МэВ} = 2{,}2 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $E_{\text{св}} = 2{,}2$ МэВ.

Задача 65. Требуется определить энергию, выделяющуюся при распаде одного ядра урана, если известно, что при захвате ураном нейтрона образуются ядра бария, криптона и три нейтрона. Даны удельные энергии связи бария, криптона и урана.

Обозначим $E_{\text{уд Ba}}$ удельную энергию связи ядра бария, $E_{\text{уд Kr}}$ — удельную энергию связи ядра криптона, $E_{\text{уд U}}$ — удельную энергию связи ядра урана, $E_{\text{св Ba}}$ — энергию связи бария, $E_{\text{св Kr}}$ — энергию связи криптона, E_1 — энергию, выделяющуюся при распаде одного ядра урана, $A_{\text{ва}}$ — массовое число бария, A_{kr} — массовое число криптона, m_{n} — массу нейтрона, c — скорость света в вакууме, E_{U} — энергию покоя ядра урана, E_{Ba} — энергию покоя ядра бария, E_{n} — энергию покоя нейтрона, E_{Kr} — энергию покоя ядра криптона, M_{U} — массу ядра урана, M_{Ba} — массу ядра бария, M_{Kr} — массу ядра криптона, m_{P} — массу протона, Z_{U} и N_{U} — зарядовое число ядра урана и число нейтронов в нем, Z_{Ba} и N_{Ba} — зарядовое число и число нейтронов в ядре бария, Z_{Kr} и N_{Kr} — зарядовое число ядра криптона и число нейтронов нем.

Дано:

$E_{\text{уд Ba}} = 8{,}38$ МэВ
$E_{\text{уд Kr}} = 8{,}55$ МэВ
$E_{\text{уд U}} = 7{,}59$ МэВ
$A_{\text{Ba}} = 142$
$A_{\text{Kr}} = 91$
$Z_{\text{Ba}} = 56$
$Z_{\text{Kr}} = 36$
$m_{\text{n}} = 1{,}00899$ а.е.м.
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
$M_{\text{U}} = 235{,}1175$ а.е.м.
$m_{\text{P}} = 1{,}00759$ а.е.м.

E — ?

Решение

Энергия, выделяющаяся в результате ядерной реакции

$$^{235}_{92}\text{U} + ^{1}_{0}\text{n} \to ^{142}_{56}\text{Ba} + ^{91}_{36}\text{Kr} + 3^{1}_{0}\text{n} + \gamma,$$

равна разности между энергией ядер и частиц, вступивших в реакцию, и энергией частиц — продуктов реакции:

$$E_1 = E_{\text{U}} + E_{\text{n}} - E_{\text{Ba}} - E_{\text{Kr}} - 3E_{\text{n}}.$$

Энергию ядра E_1 в ядерной физике принято измерять в мегаэлектронвольтах (МэВ). Для этого достаточно умножить число 931 на разность масс ядра урана с нейтроном и продуктов реакции:

$$E_1 = 931(M_{\text{U}} + m_{\text{n}} - M_{\text{Ba}} - M_{\text{Kr}} - 3m_{\text{n}})\ \text{МэВ}.$$

Массы ядра урана и нейтрона, выраженные в атомных единицах массы (а.е.м.), можно найти в справочной литературе (например, в учебнике химии или в конце задачника по физике Рымкевича). Массы радиоактивных изотопов бария и криптона, пересыщенных нейтронами, придется определять, т.к. в справочниках вы их вряд ли найдете, там есть только массы стабильных ядер.

Определим массы ядер бария и криптона через их энергии связи. Энергию связи ядра бария можно определить по формуле

$$E_{\text{св Ba}} = E_{\text{уд Ba}} A_{\text{Ba}}.$$

С другой стороны, энергия связи может быть выражена через массы нуклонов, входящих в состав ядра, и массу готового ядра:

$$E_{\text{св Ba}} = 931(Z_{\text{Ba}} m_{\text{P}} + N_{\text{Ba}} m_{\text{n}} - M_{\text{Ba}}),$$

поэтому $E_{\text{удBa}} A_{\text{Ba}} = 931(Z_{\text{Ba}} m_{\text{P}} + N_{\text{Ba}} m_{\text{n}} - M_{\text{Ba}})$,

откуда

$$M_{\text{Ba}} = Z_{\text{Ba}} m_{\text{P}} + N_{\text{Ba}} m_{\text{n}} - \frac{E_{\text{уд Ba}} A_{\text{Ba}}}{931}.$$

Аналогично масса криптона равна

$$M_{\text{Kr}} = Z_{\text{Kr}} m_{\text{P}} + N_{\text{Kr}} m_{\text{n}} - \frac{E_{\text{уд Kr}} A_{\text{Kr}}}{931}.$$

Здесь $N_{\text{Ba}} = A_{\text{Ba}} - Z_{\text{Ba}}$ и $N_{\text{Kr}} = A_{\text{Kr}} - Z_{\text{Kr}}$.

Массу ядра урана тоже можно было бы определить таким же образом, но для упрощения решения мы взяли ее из справочника.

С учетом этого

$$E_1 = 931\left(M_U - Z_{Ba} m_P - \left(A_{Ba} - Z_{Ba}\right) m_n - \frac{E_{\text{уд Ba}} A_{\text{Ba}}}{931} \right.$$

$$\left. m_P - \left(A_{Kr} - Z_{Kr}\right) m_n - \frac{E_{\text{уд Kr}} A_{\text{Kr}}}{931} - 2m_n \right).$$

Произведем вычисления:

$E_1 = 931(235{,}1175 - 56 \cdot 1{,}00759 -$

$$- (142 - 56)1{,}00899 - \frac{8{,}38 \cdot 142}{931} - 36 \cdot 1{,}00759 -$$

$$- (91 - 36)1{,}00899 - \frac{8{,}55 \cdot 91}{931} - 2 \cdot 1{,}00899) \text{ МэВ} =$$

$= 200$ МэВ.

Ответ: $E_1 = 200$ МэВ.

Задача 66. Неподвижный свободный атом радия $^{226}_{88}Ra$ испытал альфа-распад с образованием изотопа радона $^{222}_{86}Rn$. Какую кинетическую энергию получил при этом атом радона? Масса атома радия 226,0254 а.е.м., масса атома родона 222,0175 а.е.м., масса альфа-частицы 4,0026 а.е.м., скорость света в вакууме $3 \cdot 10^8$ м/с.

Обозначим m_{Ra} массу атома радия, m_{Rn} — массу атома радона, m_{He} — массу альфа-частицы, c — скорость света в вакууме, $E_{k\,Rn}$ — кинетическую энергию атома радона, $E_{0\,Ra}$ — энергию покоя атома радия, $E_{0\,Rn}$ — энергию покоя атома радона, $E_{0\,He}$ — энергию покоя альфа-частицы, $E_{k\,He}$ — кинетическую энергию альфа-частицы, υ_{Rn} — скорость атома радона, υ_{He} — скорость альфа-частицы.

Дано:
$m_{Ra} = 226{,}0254$ а.е.м.
$m_{Rn} = 222{,}0175$ а.е.м.
$m_{He} = 4{,}0026$ а.е.м.
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

$E_{k\,Rn}$ — ?

Решение

Чтобы лучше разобраться в решении, запишем сначала саму ядерную реакцию:

$$^{226}_{88}Ra \to {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He.$$

При любой ядерной реакции выполняется закон сохранения энергии, согласно которому энергия покоя радия $E_{0\,Ra}$ равна сумме энергии покоя радона $E_{0\,Rn}$, его кинетической энергии $E_{k\,Rn}$, энергии покоя альфа-частицы $E_{0\,He}$ и его кинетической энергии $E_{k\,He}$:

$$E_{0\,Ra} = E_{0\,Rn} + E_{k\,Rn} + E_{0\,He} + E_{k\,He},$$

или с учетом формулы энергии покоя этот же закон можно записать так:

$$m_{Ra}c^2 = m_{Rn}c^2 + E_{k\,Rn} + m_{He}c^2 + E_{k\,He}. \qquad (1)$$

Теперь запишем закон сохранения импульса. Поскольку импульс радия до альфа-распада был равен нулю, ведь ядро радия покоилось, значит, по модулю импульс радона равен импульсу альфа-частицы:

$$m_{Rn}\upsilon_{Rn} = m_{He}\upsilon_{He}.$$

Чтобы перейти к кинетическим энергиям, возведем левую и правую части последнего равенства в квадрат и разделим на 2 — ведь от этого само равенство не нарушится:

$$m_{Rn}\frac{m_{Rn}\upsilon_{Rn}^2}{2} = m_{He}\frac{m_{He}\upsilon_{He}^2}{2}$$

или $m_{Rn}E_{k\,Rn} = m_{He}E_{k\,He}$, откуда

$$E_{kHe} = E_{kRn}\frac{m_{Rn}}{m_{He}}. \quad (2)$$

Теперь подставим правую часть равенства (2) вместо кинетической энергии гелия в уравнение (1) и перенесем все члены, содержащие кинетическую энергию, в одну сторону равенства, а массы — в другую:

$$E_{kRn} + E_{k\,He}\frac{m_{Rn}}{m_{He}} = c^2\left(m_{Ra} - m_{Rn} - m_{He}\right).$$

Отсюда $E_{kRn} = \dfrac{m_{He}c^2\left(m_{Ra} - m_{Rn} - m_{He}\right)}{m_{Rn} + m_{He}}$.

Задача в общем виде решена. Выразим массу альфа-частицы в килограммах:

4,0026 а.е.м. $= 4{,}0026 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг $= 6{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг.

Произведем вычисления:

$$E_{k\,Rn} = \frac{6{,}7\cdot10^{-27}\cdot9\cdot10^{16}\left(226{,}0254 - 222{,}0175 - 4{,}0026\right)}{222{,}0175 + 4{,}0026}\text{ Дж} =$$

$$= 1 \cdot 10^{-14}\text{ Дж} = 0{,}01\text{ пДж}.$$

Ответ: $E_{k\,Rn} = 0{,}01$ пДж.

Задача 67. В процессе термоядерного синтеза ядра гелия выделяется энергия 4,2 пДж. Молярная масса гелия $4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Какая масса гелия образуется каждые 10 с на Солнце, если мощность солнечного излучения $4 \cdot 10^{20}$ МВт?

Обозначим E_1 энергию, которая выделяется в процессе термоядерного синтеза ядра гелия, M — молярную массу гелия, t — время образования на Солнце массы гелия m, P — мощность солнечного излучения, N — число ядер гелия, m_0 — массу одного ядра гелия, N_A — число Авогадро, E — всю энергию, выделяющуюся на Солнце за время t.

Дано:
$E_1 = 4{,}2$ пДж
$M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/ммоль
$t = 10$ с
$P = 4 \cdot 10^{20}$ МВт

m — ?

Решение

Массу гелия, образующуюся на Солнце за 10 с, можно найти, умножив число образующихся за это время ядер гелия N на массу одного ядра m_0:

$$m = N\,m_0. \qquad (1)$$

Массу одного ядра гелия определим по формуле

$$m_0 = \frac{M}{N_A}. \qquad (2)$$

Число ядер гелия N можно найти, если разделить всю энергию E, выделяющуюся за 10 с, на энергию, выделяющуюся при синтезе одного ядра гелия E_1:

$$N = \frac{E}{E_1},$$

где вся выделяющаяся энергия равна произведению мощности процесса и его времени:

$$E = A = Pt.$$

С учетом этого

$$N = \frac{Pt}{E_1}. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (3) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$m = \frac{PtM}{E_1 N_A}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:

$4{,}2$ пДж $= 4{,}2 \cdot 10^{-12}$ Дж, $4 \cdot 10^{20}$ МВт $= 4 \cdot 10^{26}$ Вт.

Произведем вычисления:

$$m = \frac{4 \cdot 10^{26} \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{4{,}2 \cdot 10^{-12} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 2{,}5 \cdot 10^{14} \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 2{,}5 \cdot 10^{14}$ кг.

Задача 69. Радиоактивный препарат с активностью $2 \cdot 10^{12}$ Бк помещен в калориметр с водой при 27 °C. Сколько времени потребуется, чтобы превратить в пар 5 г воды, если препарат испускает альфа-частицы с энергией 10 МэВ, причем вся эта энергия полностью превращается во внутреннюю энергию воды? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К), удельная теплота парообразования $2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Обозначим a активность препарата, t_1 — начальную температуру воды, t_2 — температуру кипения воды, m — массу воды, E — энергию всех альфа-частиц, E_1 — энергию одной альфа-частицы, ΔN — количество испущенных препаратом альфа-частиц, t — время, необходимое для превращения воды в пар, c — удельную теплоемкость воды, r — удельную теплоту парообразования.

Дано:

$a = 2 \cdot 10^{12}$ Бк

$t_1 = 27$ °C

$t_2 = 100$ °C

$m = 5$ г

$E_1 = 10$ МэВ

$c = 4200$ Дж/(кг · К)

$r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг

t — ?

Решение

Вся энергия E, которая необходима для нагревания воды до точки кипения и превращения ее в пар, равна энергии одной альфа-частицы, умноженной на количество альфа-частиц, испущенных препаратом за время t:

$$E = E_1 \Delta N.$$

Количество испущенных альфа-частиц входит в формулу активности препарата:

$$a = \frac{\Delta N}{t},$$

откуда

$$t = \frac{\Delta N}{a}.$$

Из предыдущей формулы $\Delta N = \dfrac{E}{E_1}$.

С учетом этого

$$t = \frac{E}{aE_1}.$$

Энергия E расходуется на нагревание воды и превращение ее в пар, поэтому

$$E = cm(t_2 - t_1) + rm = m(c(t_2 - t_1) + r).$$

Подставим правую часть этого выражения в предыдущую формулу:

$$t = \frac{m\left(c\left(t_2 - t_1\right) + r\right)}{aE_1}.$$

Выразим все величины в единицах СИ (кроме единиц температуры, поскольку разность температур в шкалах Цельсия и Кельвина одинакова):

5г = 0,005 кг, 10 МэВ = $1{,}6 \cdot 10^{-12}$ Дж.

Произведем вычисления:

$$t = \frac{0{,}05\left(4200(100-27)+2{,}3\cdot 10^{6}\right)}{2\cdot 10^{12}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-12}}\ \text{с} = 4{,}1 \cdot 10^{4}\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 4{,}1 \cdot 10^4$ с.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. С какой скоростью проходит через положение равновесия пружинный маятник массой 50 г, если жесткость его пружины 20 Н/м, а амплитуда колебаний 4 см?

Ответ: $\upsilon_m = A\sqrt{\dfrac{k}{m}} = 0{,}8$ м/с.

Задача 2. Чему равен период колебаний, уравнение которых имеет вид:

$x = 0{,}4 \sin 0{,}5(\ 0{,}5\pi t + \pi)$? Все величины выражены в единицах СИ.

Ответ: $T = 8$ с.

Задача 3. Амплитуда колебаний маятника 50 см, период 6,28 с. Чему равна максимальная скорость колебаний?

Ответ: $v_m = \dfrac{2\pi}{T}A\ = 0,\ 5$ м/с.

Задача 4. С какой скоростью проходит через положение равновесия математический маятник массой, если длина его нити 2 м, а амплитуда колебаний 10 см?

Ответ: $v_m = \ A\sqrt{\dfrac{g}{l}}\ = 0{,}22$ м/с.

Задача 5. Чему равна частота колебаний, уравнение которых имеет вид: $x = 0{,}2 \sin 0{,}5\pi\ (t + 1)$? Все величины выражены в единицах СИ.

Ответ: $\nu = 0{,}25$ Гц.

Задача 6. Масса пружинного маятника 100 г, его жесткость 10 Н/м. Маятник колеблется по закону косинуса без начальной фазы. Через сколько времени его потенциальная энергия станет равна кинетической энергии?

Ответ: $t = \dfrac{\pi}{4}\sqrt{\dfrac{m}{k}}\ = 0{,}08$ с.

Задача 7. Через сколько времени, считая от начала косинусоидальных колебаний, смещение колеблющейся точки составит половину амплитуды? Период колебаний 12 с.

Ответ: $t = \dfrac{T}{6}\ = 2$ с.

Задача 8. Волны распространяются в упругой среде со скоростью 4 м/с. Наименьшее расстояние между точками, колеблющимися в противофазе, равно 1 м. Чему равен период колебаний частиц в волне?

Ответ: $T = \dfrac{2\pi S}{\Delta\alpha v}\ = 0{,}5$ с.

Задача 9. Ход одной волны до места их наложения друг на друга 2 м, а другой волны — 5 м. Длина волны 1 м. Что наблюдается в месте их наложения друг на друга: максимум или минимум?

Ответ: максимум.

Задача 10. Одна точка волны отстоит от источника волн на расстоянии 8 м, а вторая на том же луче — на расстоянии 20 м от него. Разность фаз колебаний точек 3π рад, скорость волны 100 м/с. Найти частоту колебаний частиц среды.

Ответ: $\nu = \dfrac{\Delta\alpha v}{2\pi\left(S_2 - S_1\right)} = 12{,}5$ Гц.

Задача 11. Через какую долю периода, считая от начала колебания, мгновенное напряжение в цепи переменного тока равно его действующему напряжению?

Ответ: $t = \dfrac{T}{8}$.

Задача 12. В колебательном контуре частота электромагнитных колебаний 0,4 МГц, а максимальная сила тока 0,314 А. Какой максимальный заряд проходит через поперечное сечение проводника?

Ответ: $q_m = \dfrac{I_m}{2\pi\nu} = 0{,}125$ мКл.

Задача 13. В цепи переменного тока стандартной частоты 50 Гц сила тока изменяется по закону $i = 3 \sin \omega t$ А. Какое количество теплоты выделится в цепи за один период, если цепь изготовлена из медной проволоки длиной 2 м с площадью поперечного сечения 0,5 мм^2? Удельное сопротивление меди $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

Ответ: $Q = \dfrac{\rho l I_m^2}{2S\nu} = 6{,}12 \cdot 10^5$ Дж.

Задача 14. В колебательном контуре частота электромагнитных колебаний 0,1 МГц, а максимальный заряд конденсатора 8 нКл. Чему равна максимальная сила тока в катушке индуктивности?

Ответ: $I_m = 2\pi\nu q_m = 5$ мА.

Задача 15. К источнику тока с ЭДС $\mathcal{E}$ последовательно подсоединены ключ К, лампа сопротивлением R_1 и конденсатор емкостью C. К участку, содержащему лампу и конденсатор параллельно подключен участок, содержащий последовательно соединенные резистор сопротивлением R_2 и катушку с индуктивностью L (рис. 195). Внутренним сопротивлением источника тока можно пренебречь. Какое количество теплоты выделится в резисторе, если ключ К разомкнуть?

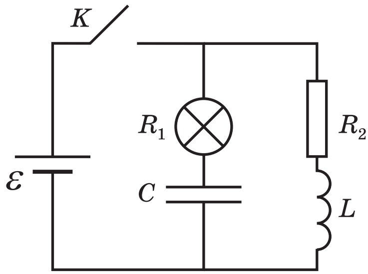


Рис. 196

Ответ: $Q = \dfrac{\mathcal{E}^2 R_2}{2(R_1 + R_2)}\left(CR_2 + \dfrac{L}{R_2}\right)$.

Задача 16. Расстояние от карандаша до его изображения в плоском зеркале 40 см. Карандаш отодвинули от зеркала на 10 см. Чему равно стало расстояние между карандашом и его изображением?

Ответ: 100 см.

Задача 17. Под водой на глубине 1,5 м находится точечный источник света. Найти радиус светлого круга на поверхности воды. Показатель преломления воды 1,33.

Ответ: $R = \dfrac{h}{\sqrt{n^2 - 1}} = 1{,}7$ м.

Задача 18. Столб вбит в дно реки так, что высота его выступающей над водой части равна h. Глубина реки H, показатель преломления воды n. Угол падения луча на воду α. Найти длину тени от столба на дне реки.

Ответ: $l = htg\alpha + H\dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$.

Задача 19. Луч падает на плоскопараллельную пластинку под углом α и по выходе из нее его смещение равно x. Показатель преломления стекла n. Найти толщину пластинки.

Ответ: $h = \dfrac{x\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{\left(\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \cos\alpha\right)\sin\alpha}$.

Задача 20. Расстояние от предмета до линзы 20 см, а от линзы до изображения 15 см. Высота изображения 6 см. Чему равна высота предмета?

Ответ: $h = H\dfrac{d}{f} = 8$ см.

Задача 21. Расстояние от предмета до линзы 50 см, линейное увеличение линзы равно 4. Найти фокусное расстояние линзы. Линза собирающая, изображение действительное.

Ответ: $F = \dfrac{d\Gamma}{\Gamma + 1} = 40$ см.

Задача 22. Найти фокусное расстояние системы двух линз: собирающей с фокусным расстоянием $F_1 = 3$ см и рассеивающей с фокусным расстоянием $F_2 = 2$ см, расположенных вплотную друг другу.

Ответ: $F = \dfrac{F_1F_2}{F_1 + F_2} = 1{,}2$ см.

Задача 23. Увеличение собирающей линзы равно 5. Расстояние от предмета до линзы 25 см. Чему равно расстояние от линзы до изображения?

Ответ: $f = d\Gamma$ = 1,25 м.

Задача 24. Расстояние от предмета до линзы 4 см, ее оптическая сила 0,45 дптр. Чему равно расстояние от линзы до изображения?

Ответ: $f = \dfrac{d}{dD-1}$ = 5 см.

Задача 25. Высота изображения предмета $H = 4$ см, расстояние от предмета до его изображения $l = 1$ м. Чему равна оптическая сила линзы, если высота предмета $h = 80$ см?

Ответ: $D = \dfrac{(h+H)^2}{lhH}$ = 22 дптр.

Задача 26. Линза с фокусным расстоянием 20 см дает уменьшенное в 4 раза мнимое изображение. Чему равно расстояние от предмета до линзы?

Ответ: $d = F\left(\dfrac{1}{\Gamma}-1\right)$ = 30 см.

Задача 27. Собирающая линза дает увеличенное в 3 раза изображение предмета. Расстояние от предмета до линзы больше ее фокусного расстояния на 4 см. Найти расстояние от линзы до изображения.

Ответ: $f = \Delta d\Gamma(\Gamma+1)$ = 48 см.

Задача 28. Слева от собирающей линзы с фокусным расстоянием F находится равнобедренный прямоугольный треугольник с длиной катета l. Один из катетов треугольника расположен на главной оптической оси линзы, а вершина прямого угла совпадает с ее двойным фокусом. Вершина острого угла треугольника, расположенная на главной оптической оси, находится за двойным фокусным расстоянием линзы (рис. 197). Найти площадь изображения треугольника.

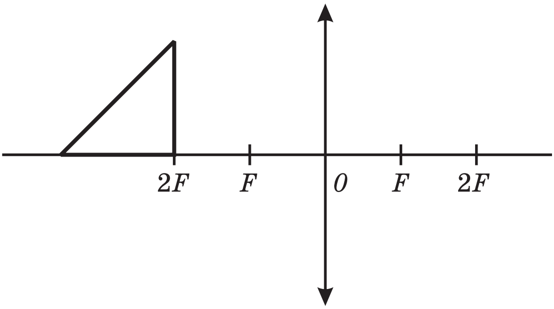


Рис. 197

Ответ: $S=\dfrac{l^2F}{2(l+F)}$.

Задача 29. Период колебаний светового вектора $2\cdot10^{-15}$ с. На какой длине уложится $5\cdot10^8$ длин волн этого света?

Ответ: $l=cNt=300$ м.

Задача 30. Чему равен угол дифракции для лучей с длиной волны 0,5 мкм на дифракционной решетке с периодом 0,002 мм, образующих максимум второго порядка на экране?

Ответ: $\varphi=arc\sin\dfrac{k\lambda}{d}=30°$.

Задача 31. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков частично перекрывают друг друга. На линию с какой длиной волны в спектре второго порядка накладывается линия с длиной волны 0,45 мкм спектра третьего порядка?

Ответ: $\lambda_1=\lambda_2\dfrac{k_2}{k_1}=6,75\cdot10^{-7}$ м.

Задача 32. Дифракционная решетка содержит 100 штрихов на 1 мм ее длины. Чему равно общее число максимумов, даваемых этой решеткой при освещении ее светом с длиной волны 0,5 мкм?

Ответ: $m = 2\frac{l}{N\lambda} + 1 = 41$.

Задача 33. Дифракционная решетка имеет 400 штрихов на длине 2 мм. Она расположена на расстоянии 1 м от экрана. На решетку падает белый свет с длиной волны красного цвета 720 нм и фиолетового 430 нм. Найти длину спектра первого порядка на экране.

Ответ: $E = L\frac{kN}{l}(\lambda_2 - \lambda_1) = 5{,}8$ см.

Задача 34. Два когерентных источника с длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм расположены на расстоянии $d = 30$ мм друг от друга. Экран расположен на расстоянии $L = 4$ см от каждого источника. Максимум или минимум будет наблюдаться в точке, расположенной под одним из источников?

Ответ: $\frac{\Delta r}{0{,}\lambda} = \frac{2\left(\sqrt{L^2 + d^2}\right) - L}{\lambda} = 40\,000$ — четное число. Максимум.

Задача 35. Два когерентных источника испускают свет с частотой $\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Гц. Расстояние от каждого источника до экрана $L = 1{,}5$ м, расстояние между источниками $d = 1$ мм. Найти расстояние между симметричными максимумами второго порядка на экране.

Ответ: $E = 2\frac{kcL}{\nu d} = 3$ мм.

Задача 36. На дифракционную решетку с периодом 0,02 мм падает нормально параллельный пучок лучей света с длиной волны 500 нм. За решеткой параллельно ее плоскости расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием 4 см. Найти расстояние между максимумами первого и второго порядков на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы.

Ответ: $\Delta x = \lambda \dfrac{F}{d} = 0{,}5$ мм.

Задача 37. Определить абсолютный показатель преломления среды, в которой свет с энергией кванта ε_γ имеет длину волны λ.

Ответ: $n = \dfrac{ch}{\varepsilon_\gamma \lambda}$.

Задача 38. Красная граница фотоэффекта $6{,}2 \cdot 10^{-5}$ см, длина волны падающего света $3{,}3 \cdot 10^{-7}$ м. Найти запирающее напряжение.

Ответ: $U = \dfrac{hc}{e}\left(\dfrac{1}{\lambda} - \dfrac{1}{\lambda_0}\right) = 1{,}76$ В.

Задача 39. Чему равна частота светового кванта, у которого энергия равна средней кинетической энергии теплового движения атома гелия, если 2 моля гелия занимают объем 5 л под давлением 0,2 МПа?

Ответ: $\nu = \dfrac{3pV}{2\nu_M N_A h} = 2 \cdot 10^{12}$ Гц.

Задача 40. Источник света мощностью 300 Вт испускает $4 \cdot 10^{2\circ}$ фотонов за 2 с. Найти длину волны излучения.

Ответ: $\lambda = \dfrac{chN}{Pt} = 1{,}3 \cdot 10^{-}\ 10^{-7}$ м.

Задача 41. Определить постоянную Планка из опыта, в котором фотоэлектроны полностью задерживаются отрицательным напряжением 0,5 В, если на катод падает свет с частотой $3{,}9 \cdot 10^{14}$ Гц, а если частота света $7{,}5 \cdot 10^{14}$ Гц, то запирающее напряжение равно 2 В.

Ответ: $h = \dfrac{e(U_1 - U_2)}{\nu_2 - \nu_1} = 6{,}7 \cdot 10^{-34}$ Дж · с.

Задача 42. Какую длину волны имеет свет, падающий на поверхность катода, если вылетающие из него фотоэлектроны имеют скорость 2 Мм/с? Красная граница фотоэффекта для металла 690 нм.

Ответ: $\lambda = \dfrac{2\lambda_0 ch}{2ch + m_e \upsilon^2 \lambda_0} = 9{,}4 \cdot 10^{-8}$ м.

Задача 43. Рентгеновская трубка, работающая под напряжением U и потребляющая ток силой I, излучает N фотонов за время t. Считая длину волны излучения равной λ, найти КПД трубки.

Ответ: $\eta = \dfrac{chN}{\lambda UIt} 100\%$.

Задача 44. Время по часам космонавтов между событиями на корабле равно t_0. Корабль летит со скоростью 0,6 c, где c — скорость света в вакууме. Чему равно время между этими же событиями по часам землян?

Ответ: $t = 0{,}8\ t_0$.

Задача 45. С какой скоростью должно двигаться тело, чтобы его длина уменьшилась на 20% по сравнению с длиной в покое?

Ответ: $v = 0{,}6c = 1{,}8 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 46. Длина стержня, измеренная космонавтами на корабле, равна l_0. Корабль летит со скоростью 0,8 c, где c — скорость света в вакууме. Чему равна длина этого же стержня по мерке землян?

Ответ: $l = 0{,}6 l_0$.

Задача 47. Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями $0{,}4c$ и $0{,}6c$ относительно неподвижных объектов, расстояние между частицами 1 км. Через сколько времени они столкнутся?

Ответ: $t = 1{,}24 \dfrac{S}{c} = 4$ мкс.

Задача 48. Насколько увеличится масса частицы при увеличении ее скорости от 0 до $0{,}6c$? Масса частицы $6{,}68 \cdot 10^{-27}$ кг.

Ответ: $\Delta m = 0{,}25 m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Задача 49. При какой скорости кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя?

Ответ: $v = \dfrac{\sqrt{3}}{2}c = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 50. Найти удельный заряд электрона при скорости его движения $v = 0{,}8c$.

Ответ: $q/m = 1{,}055 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

Задача 51. Кинетическая энергия частицы E_k, ее масса покоя m_0. Чему равна полная энергия частицы?

Ответ: $E = m_0c^2 + E_k$.

Задача 52. Во сколько раз увеличивается масса частицы с массой покоя m_0 и зарядом q, когда она пролетит между точками электрического поля с разностью потенциалов U?

Ответ: $\dfrac{m}{m_0} = \dfrac{qU}{m_0c^2} + 1$.

Задача 53. Какая частица образуется в результате ядерной реакции ${}^{9}_{4}Be + {}^{4}_{2}He \to {}^{12}_{6}C + ?$

Ответ: нейтрон.

Задача 54. Образец, содержащий радиоактивный элемент, за 2 с испускает $5 \cdot 10^{10}$ альфа-частиц. За 1 ч выделяется энергия 400 Дж. Чему равен средний импульс альфа-частиц? Масса альфа-частицы $6{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг. Энергией отдачи, гамма-излучением и релятивистскими эффектами пренебречь.

Ответ: $p = \sqrt{2mE\dfrac{t_1}{t_2N}} = 7{,}7 \cdot 10^{-19}$ кг · м/с.

Задача 55. Покоившийся мезон массой $2{,}4 \cdot 10^{-28}$ кг распался на два одинаковых гамма-кванта. Найти частоту колебаний в каждом из них.

Ответ: $\nu = \dfrac{m_0c^2}{2h} = 3{,}3 \cdot 10^{22}$ Гц.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Некоторые приставки для преобразования внесистемных единиц в СИ

Приставка	Числовое значение	Сокращенное обозначение
атто	10^{-18}	а
фемто	10^{-15}	ф
пико	10^{-12}	п
нано	10^{-9}	н
микро	10^{-6}	мк
милли	10^{-3}	м
санти	10^{-2}	с
деци	10^{-1}	д
дека	10^{1}	да
гекто	10^{2}	г
кило	10^{3}	к
мега	10^{6}	М
гига	10^{9}	Г
тера	10^{12}	Т

Перевод некоторых единиц в СИ

1 Å (ангстрем) = 10^{-10} м

1 нм (нанометр) = 10^{-9} м

1 мкм (микрометр) = 10^{-6} м

1 мм (миллиметр) = 10^{-3} м

1 см (сантиметр) = 10^{-2} м

1 дм (дециметр) = 10^{-1} м

1 км (километр) = 10^{3} м

1 Мм (мегаметр) = 10^{6} м

1 Гм (гигаметр) = 10^{9} м

1 Тм (тераметр) = 10^{12} м

1 мм^2 = 10^{-6} м^2

1 см^2 = 10^{-4} м^2

1 дм^2 = 10^{-2} м^2

1 мм^3 = 10^{-9} м^3

1 см^3 = 10^{-6} м^3

1 дм^3 = 1 л = 10^{-3} м^3

1 ч = 3600 с

1 мин = 60 с

1 нс = 10^{-9} с

1 мг = 10^{-6} кг

1 г = 10^{-3} кг

1 г/см^3 = 10^{3} кг/м^3

1 кПа = 1000 Па

1 мм рт. ст. = 133 Па

1 атм = 760 мм рт. ст. = 10^{5} Па

1 т = 10^{3} кг

1 гВт = 10^{2} Вт

1 кВт = 10^{3} Вт

1 МВт = 10^{6} Вт

1 Мм/с = 10^{6} м/с

$$1\ \text{м/мин} = \frac{1}{60}\ \text{м/с}$$

$$1\ \text{км/ч} = \frac{1000}{3600}\ \text{м/с}$$

1 кН = 10^{3} Н

1 кал (калория) = 4,186 Дж

1 ккал (килокалория) =
= 4186 Дж

1 нКл = 10^{-9} Кл

1 мкКл = 10^{-6} Кл

1 мКл = 10^{-3} Кл

$$1\frac{\text{Кл}}{\text{см}^2} = 10^4\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

$$1\ \text{об/мин} = \frac{1}{60}\ \text{об/с}$$

1 км/с = 1000 м/с

1 кДж = 10^{3} Дж

1 МДж = 10^{6} Дж

1 В/см = 100 В/м

1 кВ/см = 10^{5} В/м

1 мВ = 10^{-3} В

1 мА = 10^{-3} А

1 мкА = 10^{-6} А

1 Ом · мм^2/м = 10^{-6} Ом · м

Некоторые сведения из математики

Правила действия со степенями и корнями

$$a^x \cdot a^y = a^{(x+y)}$$

$$\frac{1}{a^x} = a^{-x}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$a^x \cdot b^x = (ab)^x$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{\frac{a}{b}}} = \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$$

Тождества сокращенного умножения

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ — квадрат двучлена

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ — куб двучлена

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ — разность квадратов

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ — разность кубов

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ — сумма кубов

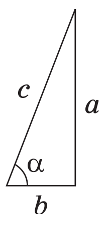
Тригонометрические функции острого угла

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a}$$



Теорема косинусов

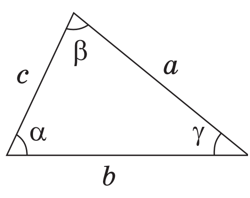
$$a^2 = c^2 + b^2 - 2cb\cos\alpha$$

Теорема синусов

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

Теорема Пифагора

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Формулы корней квадратных уравнений

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$$

Значения тригонометрических функций некоторых углов

$\left(\frac{180\alpha}{\pi}\right)^\circ$	0°	30°	45°	60°	90°	180°
α рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	–

Тригонометрические функции половинного аргумента

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

Формулы приведения

α	$\alpha+\frac{\pi}{2}$	$\alpha+\pi$	$\alpha+\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\pi-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$
sin	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
cos	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
tg	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$
ctg	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$

Тригонометрические функции двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$$

Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$1+\operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$1+\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}$$

$$1+\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha$$

$$1-\cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha$$

Преобразование суммы тригонометрических функций и произведение

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

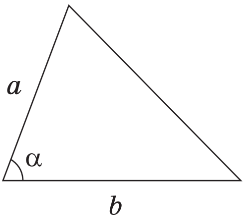
$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

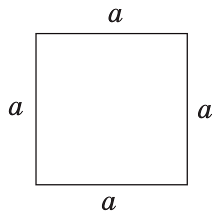
Площадь треугольника

$$S = \frac{ab}{2}\sin\alpha$$



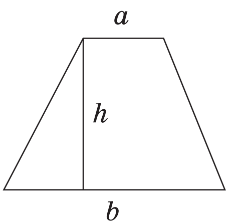
Площадь квадрата

$$S = a^2$$



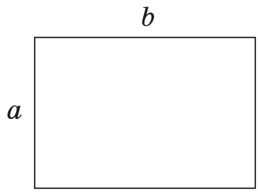
Площадь трапеции

$$S = \frac{a+b}{2}h$$



Площадь прямоугольника

$$S = ab$$



Площадь сферы радиусом R (диаметром D)

$$S = 4\pi R^2 = \pi D^2, \text{ где } R = \frac{D}{2}$$

Площадь круга радиусом R (диаметром D)

$$S = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

Длина окружности радиусом R (диаметром D)

$$l = 2\pi R = \pi D$$

Объем сферы радиусом R (диаметром D)

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi D^3$$

Объем цилиндра высотой H с радиусом основания R

$$V = \pi R^2 H$$

Объем куба со стороной a

$$V = a^3$$

Объем конуса высотой H с радиусом основания R

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$

Основные формулы физики
(теперь все вместе)

Равномерное движение

1) $x = x_0 + v_x t$ 2) $S = vt$

Здесь x — конечная координата (м), x_0 — начальная координата (м), v_x — проекция скорости на ось координат (м/с), t — время (с), S — путь (м), v — модуль скорости (м/с).

Равноускоренное движение

3) $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ 4) $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t}$

5) $v = v_0 + at$ 6) $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

7) $S = v_{ср}t$ 8) $v_{ср} = \frac{v_0 + v}{2}$

9) $v^2 - v_0^2 = 2aS$ 10) $S_n = \frac{a}{2}(2n - 1)$

Здесь x — конечная координата (м), x_0 — начальная координата (м), a — ускорение (м/с^2), Δv — изменение скорости (м/с), v — модуль конечной скорости (м/с), v_0 — модуль начальной скорости (м/с), v_{0x} — проекция начальной скорости на ось координат (м/с), a_x — проекция ускорения на ось координат (м/с^2), $v_{ср}$ — средняя скорость (м/с), t — время движения (с), S_n — путь, пройденный за n-ю секунду равноускоренного движения без начальной скорости, n — порядковый номер этой секунды, считая от начала движения.

Движение с переменным ускорением

11) $v = x'$ или $v = S'$ 12) $a = v'$

13) $a = x''$ или $a = S''$

Здесь x' — первая производная координаты по времени (м/с), S' — первая производная пути по времени (м/с), $a_{ср}$ — среднее ускорение (м/с^2), v' — первая производная скорости по времени (м/с^2), x'' — вторая производная координаты по времени (м/с^2), S'' — вторая производная пути по времени. Остальные величины названы в пункте *Равноускоренное движение*.

Правило сложения классических скоростей

14) $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_0$

Здесь $\vec{v}$ — скорость тела относительно неподвижной системы отсчета (абсолютная скорость), $\vec{v}_1$ – скорость тела относительно подвижной системы отсчета (относительная скорость), $\vec{v}_0$ — скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной (переносная скорость).

Тело падает вниз с начальной скоростью
$v \neq 0$

15) $h = v_{\text{ср}} t$

16) $v_{\text{ср}} = \dfrac{v_0 + v}{2}$

17) $h = v_0 t + \dfrac{gt^2}{2}$

18) $v = v_0 + gt$

19) $v^2 - v_0^2 = 2gh$

Тело падает вниз без начальной скорости
$v_0 = 0$

20) $h = v_{\text{ср}} t$

21) $v_{\text{ср}} = \dfrac{v}{2}$

22) $h = \dfrac{gt^2}{2}$

23) $v = gt$

24) $v^2 = 2gh$

Тело, брошенное вверх, достигло высшей точки
$v = 0$

25) $h = v_{\text{ср}} t$

26) $v_{\text{ср}} = \dfrac{v}{2}$

27) $h = \dfrac{gt^2}{2}$

28) $v_0 = gt$

29) $v_0^2 = 2gh$

Тело, брошенное вверх, не достигло высшей точки
$v \neq 0$

30) $h = v_{ср}t$

31) $v_{ср} = \frac{v_0 + v}{2}$

32) $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$

33) $v = v_0 - gt$

34) $v^2 - v_0^2 = -2gh$

Равномерное движение по окружности

35) $x(t) = x(t + NT)$

36) $v = \frac{S}{t}$

37) $\omega = \frac{\varphi}{t}$

38) $v = 2\pi\nu R$

39) $v = \frac{2\pi R}{T}$

40) $v = \omega R$

41) $\omega = 2\pi\nu$

42) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

43) $T = \frac{t}{N}$

44) $\nu = \frac{N}{t}$

45) $\nu = \frac{1}{T}$

46) $a = \frac{v^2}{R}$

47) $a = \omega^2 R$

48) $a = \omega v$

Здесь $x(t)$ — координата тела через время t от начала отсчета (м), $x(t + NT)$ — координата тела через время $t + NT$ от начала отсчета (м), N — число полных оборотов (безразмерное), T — период (с), v — линейная скорость (м/с), S — длина дуги (м), ω — угловая скорость (рад/с), φ — угол поворота радиуса (рад), $\pi \approx 3{,}14$ — число «пи» (безразмерное), ν — частота вращения ($с^{-1}$), R — радиус окружности (м), N — число оборотов (безразмерное), t — время движения (с).

Второй закон Ньютона

49) $F = ma$

Здесь F — сила (Н), m — масса (кг), a — ускорение (м/с^2).

Формула силы трения

50) $F_{тр} = \mu F_{давл}$

Здесь $F_{тр}$ — сила трения (Н), μ — коэффициент трения (безразмерный), $F_{давл}$ — сила давления (Н).

Закон Гука

51) $F_{упр} = -kx$

Здесь $F_{упр}$ — сила упругости (Н), k — жесткость (Н/м), x — деформация (м).

Закон всемирного тяготения

52) $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

Здесь F — сила тяготения (Н), $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг² — гравитационная постоянная, m_1 и m_2 — массы притягивающихся друг к другу материальных точек (кг), r — расстояние между этими точками (м).

Вес тела в покое или движущегося по вертикали равномерно и прямолинейно

53) $P = mg$

Здесь P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с²).

Вес тела, опускающегося с ускорением или поднимающегося с замедлением

54) $P = m(g - a)$

Здесь P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с²).

Вес тела, поднимающегося с ускорением или опускающегося с замедлением

55) $P = m(g + a)$

Все величины те же, что и в формуле 54).

Перегрузка при подъеме с ускорением или спуске с замедлением

56) $n = \dfrac{P}{mg}$

Здесь n — перегрузка (безразмерная), P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Ускорение свободного падения на поверхности планеты

57) $g = G\dfrac{M}{R^2}$

Здесь g — ускорение свободного падения на поверхности планеты. Остальные величины те же, что и в формуле 52).

Ускорение свободного падения на высоте над поверхностью планеты

58) $g = G\dfrac{M}{\left(R+H\right)^2}$

Здесь H — высота над поверхностью планеты. Остальные величины те же, что и в формуле 52).

Формула плотности

59) $\rho = \dfrac{m}{V}$

Здесь ρ — плотность (кг/м^3), m — масса (кг), V — объем (м^3).

Формула механической работы

60) $A = F\,S\cos\alpha$

Здесь A — работа (Дж), F — модуль силы (Н), S — модуль перемещения (м), α— угол между векторами силы и перемещения (рад).

Работа, потенциальная энергия при упругой деформации

61) $A = \dfrac{kx^2}{2}$

62) $E_p = \dfrac{kx^2}{2}$

Здесь A — работа (Дж), k — жесткость (Н/м), x — деформация (м). E_p — потенциальная энергия (Дж).

Коэффициент полезного действия (КПД) механизма

63) $\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\%$

Здесь η — КПД механизма (в частях или %), $A_{\text{пол}}$ — полезная работа (Дж), $A_{\text{затр}}$ — затраченная работа (Дж).

Формулы мощности

64) $N = \frac{A}{t}$

65) $N = Fv\cos\alpha$

Здесь N — мощность (Вт), A — работа (Дж), t — время (с), F — сила (Н), v — скорость (м/с), α — угол между векторами силы и скорости (рад).

Формула импульса тела

66) $p = mv$

Здесь p — импульс тела (кг · м/с), m — его масса (кг), v — скорость тела (м/с).

Формула импульса силы

67) $F\Delta t = \Delta p$

Здесь $F\Delta t$ — импульс силы, действовавшей на тело в течение времени t (Н · с), Δp — изменение импульса тела (кг · м/с).

Формула кинетической энергии

68) $E_k = \frac{mv^2}{2}$

Здесь E_k — кинетическая энергия (Дж), m — масса (кг), v — скорость (м/с).

Формула потенциальной энергии тела, поднятого на высоту

69) $E_p = mgh$

Здесь E_p — потенциальная энергия (Дж), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота (м).

Формула полной механической энергии

70) $E = E_p + E_k$

Здесь E — полная механическая энергия (Дж), E_p — потенциальная энергия, E_k — кинетическая энергия.

Теорема об изменении кинетической энергии

71) $A = \Delta E_k$

72) $A = E_{k2} - E_{k1}$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$ — изменение кинетической энергии тела, совершившего работу (Дж).

Теорема об изменении потенциальной энергии

73) $A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1})$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$ — изменение потенциальной энергии тела, совершившего работу (Дж).

Момент силы

74) $M = F\,l$

Здесь M — момент силы (Н · м = Дж), F — сила, вращающая тело (Н), l — плечо этой силы (м).

Формула давления

75) $p = \dfrac{F_{давл}}{S}$

Здесь p — давление (Па), $F_{давл}$ — сила давления (Н), S — площадь опоры (м^2).

Давление столба жидкости

76) $p = \rho g h$

Здесь p — давление (Па), ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота столба жидкости (м).

Формула гидравлического пресса

77) $\frac{F_2}{F_1}=\frac{S_2}{S_1}$

Здесь F_1 — сила, действующая на меньший поршень (Н), S_1 — площадь меньшего поршня (м^2), F_2 — сила, действующая на больший поршень (Н), S_2 — площадь большего поршня (м^2).

Формула выталкивающей (Архимедовой) силы

78) $F_{\text{выт}}=\rho_{ж} g V_{\text{Т}}$

Здесь $F_{\text{выт}}$ — выталкивающая сила (Н), $\rho_{ж}$ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), $V_{\text{т}}$ — объем тела, погруженного в жидкость (м^3).

Уравнение неразрывности струи (теорема Эйлера)

79) $v_1 S_1 = v_2 S_2$

Здесь v_1 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_1 (м^2), v_2 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_2 (м^2).

Уравнение Бернулли

80) $\rho g h_1+\frac{\rho v_1^2}{2}+p_1=\rho g h_2+\frac{\rho v_2^2}{2}+p_2$

Здесь ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h_1 и h_2 — высоты элемента жидкости над землей (м), v_1 и v_2 — скорости на этих высотах (м/с), p_1 и p_2 — давления в жидкости на этих высотах (Па).

Формула концентрации молекул

81) $n=\frac{N}{V}$

Здесь n — концентрация (м$^{-3}$), N — количество молекул (безразмерное), V — объем (м^3).

Формула относительной молекулярной массы

82) $M_r=\frac{m_0}{\frac{1}{12}m_C}$

Здесь M_r — относительная молекулярная масса (безразмерная), m_0 — масса одной молекулы (кг), m_C — масса атома углерода (кг).

Формула количества в Формула количества вещества (количества молей)

83) $\nu = \dfrac{m}{M}$

Здесь ν — количество вещества (количество молей) (моль), m — масса вещества (кг), M — молярная масса (кг/моль).

Формулы массы одной молекулы

84) $m_0 = \dfrac{m}{N}$

85) $m_0 = \dfrac{M}{N_A}$

86) $m_0 = \dfrac{\rho}{n}$

Здесь m_0 — масса одной молекулы (кг), m — масса вещества (кг), N — количество молекул (безразмерное), M — молярная масса (кг/моль), $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — число Авогадро, ρ — плотность вещества (кг/м^3), n — концентрация молекул (м$^{-3}$).

Формулы количества молекул

87) $N = nV$

88) $N = \nu N_A$

89) $N = \dfrac{m}{m_0}$

Здесь N — количество молекул (безразмерное), n — концентрация молекул (м$^{-3}$), V — объем (м^3), ν — количество вещества (количество молей) (моль), N_A — число Авогадро (моль$^{-1}$), m — масса вещества (кг), m_0 — масса одной молекулы.

Формулы средней квадратичной скорости молекул

90) $\overline{v} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$

91) $\overline{v} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}$

92) $k = \dfrac{R}{N_A}$

Здесь $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, $\overline{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с), $R =$ $= 8{,}31$ Дж/(моль · К) — молярная газовая постоянная, T — абсолютная температура (К), M — молярная масса (кг/моль), m_0 — масса одной молекулы (кг).

Формула объема моля

93) $V_{моль} = \dfrac{M}{\rho}$

Здесь $V_{моль}$ — объем одного моля (м^3/моль), M — молярная масса (кг/моль), ρ — плотность вещества (кг/м^3).

Основное уравнение кинетической теории идеального газа

94) $p = \dfrac{1}{3} m_0 n \overline{v}^2$

т.к. 95) $\overline{E}_k = \dfrac{m_0 \overline{v}^2}{2}$, то

96) $p = \dfrac{2}{3} n \overline{E}_k$

Здесь p — давление газа (Па), m_0 — масса одной молекулы (кг), n — концентрация молекул (м$^{-3}$), $\overline{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с), $\overline{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж).

Формула средней кинетической энергии молекул

97) $\overline{E}_k = \dfrac{m_0 \overline{v}^2}{2}$

Здесь $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж), m_0 — масса одной молекулы (кг), $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с).

Связь шкал Цельсия и Кельвина

98) $T = t + 273°$

Здесь T — абсолютная температура (К), t — температура по шкале Цельсия.

Связь средней кинетической энергии молекул идеального газа с абсолютной температурой

99) $\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$

Здесь $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж), k — постоянная Больцмана (Дж/К), T — абсолютная температура (К).

Уравнение состояния идеального газа — уравнение Клапейрона — Менделеева

100) $pV = \frac{m}{M}RT$

101) $pV = \nu RT$

102) $pV_{моль} = RT$

Здесь p — давление газа (Па), V — объем (м^3), m — масса газа (кг), M — молярная масса (кг/моль), R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К), T — абсолютная температура (К), ν — количество вещества (количество молей) (моль), $V_{моль}$ — объем моля (м^3/моль).

Объединенный газовый закон — уравнение Клапейрона

при $m = const$

103) $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$

Здесь p_1 , V_1 , T_1 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, p_2, V_2, T_2 —

давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Закон Бойля — Мариотта (изотермический процесс)

при $T = const$ и $m = const$

104) $p_1V_1 = p_2V_2$

Здесь T — абсолютная температура газа, m — масса газа (кг), p_1 и V_1 — давление (Па) и объем газа (м^3) в первом состоянии, p_2 и V_2 — давление (Па) и объем (м^3) газа во втором состоянии.

Закон Гей-Люссака (изобарный процесс)

при p = const и m = const

105) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$

Здесь p — давление газа (Па), m — масса газа (кг), V_1 и T_1 — объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, V_2 и T_2 — объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Закон Шарля

при V = const и m = const

106) $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$

Здесь V — объем газа (м^3), m — масса газа (кг), p_1 и T_1 — давление (Па) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, p_2 и T_2 — давление (Па) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Связь давления идеального газа с концентрацией его молекул и температурой

107) $p = nkT$

Здесь p — давление газа (Па), k — постоянная Больцмана (Дж/К), n — концентрация молекул газа (м$^{-3}$), T — абсолютная температура, К.

Формулы относительной влажности

108) $\varphi = \frac{\rho}{\rho_{нас}} \cdot 100\%$

109) $\varphi = \frac{p}{p_{нас}} \cdot 100\%$

Здесь φ — относительная влажность (безразмерная или в %), ρ — плотность водяного пара в воздухе при данной температуре (кг/м^3), $\rho_{нас}$ — плотность насыщенного водяного пара при той же температуре (кг/м^3), p — давление водяного пара в воздухе при данной температуре (Па), $p_{нас}$ — давление насыщенного водяного пара в воздухе при той же температуре (Па).

Поверхностное натяжение жидкости (коэффициент поверхностного натяжения)

110) $\sigma = \frac{F_{пов.нат}}{l}$

111) $\sigma = \frac{E_{пов}}{S}$

Здесь σ — поверхностное натяжение жидкости (Н/м), $F_{пов.нат.}$ — сила поверхностного натяжения (Н), l — длина периметра, ограничивающего поверхность жидкости (м), $E_{пов}$ — поверхностная энергия (Дж), S — площадь поверхности жидкости (м^2).

Высота подъема жидкости в капилляре

112) $h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$

Здесь h — высота подъема жидкости в капилляре (м), σ — поверхностное натяжение жидкости (Н/м), ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), R — радиус капилляра (м).

Работа при изобарном изменении объема газа

113) $A = p\Delta V$

114) $A = p(V_2 - V_1)$

Здесь A — работа (Дж), p — давление газа (Па), ΔV — изменение объема газа (м^3), V_1 и V_2 — соответственно начальный и конечный объемы газа (м^3).

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа

115) $U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$

116) $U = \frac{3}{2}\nu RT$

117) $\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$

Здесь U — внутренняя энергия газа (Дж), m — масса газа (кг), M — молярная масса газа (кг/моль), R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К), T — абсолютная температура (К), ν — количество вещества или число молей (моль), ΔU — изменение внутренней энергии (Дж), ΔT — изменение температуры (К).

Первый закон термодинамики

118) $Q = \Delta U + A$

Здесь Q — количество теплоты, переданное термодинамической системе (Дж), ΔU — изменение внутренней энергии системы (Дж), A — работа против внешних сил (Дж).

Формулы количества теплоты при нагревании или охлаждении тел

119) $Q = cm\Delta t = cm\left(t_2 - t_1\right)$

120) $Q = cm\Delta T = cm\left(T_2 - T_1\right)$

121) $Q = C\Delta t = C\left(t_2 - t_1\right)$

122) $Q = C\Delta T = C\left(T_2 - T_1\right)$

Здесь Q — количество теплоты, переданное телу при нагревании или отданное им при охлаждении (Дж), c — удельная теплоемкость вещества (Дж/(кг · К), m — масса тела (кг), Δt — изменение температуры тела по шкале

Цельсия, t_1 и t_2 — температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты по шкале Цельсия, ΔT — изменение абсолютной температуры тела (К), T_1 и T_2 — абсолютные температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты (К), $C = cm$ — теплоемкость тела (Дж/К).

Формула количества теплоты при плавлении или кристаллизации

123) $Q = m\lambda$

Здесь Q — количество теплоты (Дж), m — масса тела (кг), λ — удельная теплота плавления вещества (Дж/кг).

Формула количества теплоты при парообразовании или конденсации

124) $Q = mr$

Здесь Q — количество теплоты (Дж), m — масса тела (кг), r — удельная теплота парообразования (Дж/кг).

Формула количества теплоты при сгорании топлива

125) $Q = mq$

Здесь Q — количество выделившейся теплоты, m — масса топлива (кг), q — удельная теплота сгорания (Дж/кг).

Коэффициент полезного действия теплового двигателя

126) $\eta = \dfrac{A}{Q_1} \cdot 100\%$

127) $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%$

Здесь η — коэффициент полезного действия (безразмерный или в %), $A = Q_1 - Q_2$ — работа, совершенная двигателем (Дж), Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим веществом от нагревателя (Дж), Q_2 — количество теплоты, отданное рабочим веществом холодильнику (Дж).

Коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя

128) $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$

Здесь η — коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя (безразмерный или в %), T_1 — абсолютная температура нагревателя (К), T_2 — абсолютная температура холодильника (К).

Линейное расширение твердых тел при нагревании

129) $l = l_0 (1 + \alpha t)$

Здесь l — длина тела (или иной линейный размер) при температуре t °C (м), l_0 — длина при 0 °C (м), α — температурный (термический) коэффициент линейного расширения вещества ($К^{-1}$).

Объемное расширение твердых и жидких тел при нагревании

130) $V = V_0 (1 + \beta t)$

Здесь V — объем тела при температуре t °C ($м^3$), V_0 — его объем при 0 °C ($м^3$), β — температурный (термический) коэффициент объемного расширения вещества ($К^{-1}$).

Для твердых веществ $\beta = 3\alpha$.

Кратность электрического заряда

131) $q = Ne$

Здесь q — заряд (Кл), N — число нескомпенсированных элементарных зарядов в заряде q (безразмерное), $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — элементарный заряд (Кл).

Поверхностная плотность заряда

132) $\sigma = \dfrac{q}{S}$

Здесь σ — поверхностная плотность заряда ($Кл/м^2$), q — заряд на поверхности (Кл), S — площадь этой поверхности ($м^2$).

Закон Кулона

133) $F = k\dfrac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$

Здесь F — сила взаимодействия точечных зарядов (Н), $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл^2 — коэффициент пропорциональности, q_1 и q_2 — модули взаимодействующих зарядов (Кл), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная, r — расстояние между зарядами (м).

Формула напряженности

134) $E = \dfrac{F}{q}$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м), F — сила, действующая на заряд (Н), q — заряд (Кл).

Напряженность поля точечного заряда

135) $E = k\dfrac{q}{\varepsilon r^2} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$

Здесь E — напряженность поля (Н/Кл или В/м), k — коэффициент пропорциональности (Н $\cdot$ м^2/Кл^2), q — модуль заряда (Кл), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), r — расстояние от точки с напряженностью E до заряда q (м).

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости

136) $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon}$

Здесь E — напряженность электрического поля (В/м), σ — поверхностная плотность зарядов на плоскости (Кл/м^2), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная).

Напряженность поля двух разноименно и равномерно заряженных плоскостей с одинаковой поверхностной плотностью зарядов (напряженность поля плоского конденсатора)

138) $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$

Все величины те же, что и в предыдущей формуле.

Работа перемещения заряда в однородном электрическом поле

139) $A = Eqd$

Здесь A — работа перемещения заряда (Дж), E — напряженность однородного поля (Н/Кл или В/м), q — перемещаемый заряд (Кл), d — проекция перемещения на силовую линию однородного поля (м).

Потенциал электрического поля

140) $\varphi = \dfrac{W_p}{q}$

Здесь φ — потенциал электрического поля (В), W_p — потенциальная энергия заряда (Дж), q — заряд, обладающий этой энергией в электрическом поле (Кл).

Потенциал поля точечного заряда

141) $\varphi = k\dfrac{q}{\varepsilon r} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$

Все величины те же, что и в формуле 135).

Разность потенциалов

142) $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = U = \dfrac{A}{q}$

Здесь $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В), U — напряжение (В), A — работа перемещения заряда между этими точками (Дж), q — перемещаемый заряд (Кл).

Связь напряженности с разностью потенциалов в однородном электрическом поле

143) $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$

144) $E = \frac{U}{d}$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В), U — напряжение между этими точками (В), d — проекция расстояния между этими точками на силовую линию поля (м).

Электроемкость проводника

145) $C = \frac{q}{\varphi}$

Здесь C — емкость проводника (Ф), q — заряд проводника (Кл), φ — его потенциал (В).

Емкость сферического проводника

146) $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$

Здесь C — емкость сферического проводника (Ф), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), R — радиус сферы (м).

Емкость конденсатора

147) $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$

148) $C = \frac{q}{U}$

Здесь C — емкость конденсатора (Ф), q — его заряд (Кл), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между его обкладками (В), U — напряжение между обкладками (В).

Емкость плоского конденсатора

149) $C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$

Здесь C — емкость плоского конденсатора (Ф), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), S — площадь обкладок конденсатора (м^2), d — расстояние между обкладками (м).

Последовательное соединение конденсаторов

Заряд q — одинаков на всех конденсаторах

150) $U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N$

151) $\dfrac{1}{C_{общ}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3} + \ldots + \dfrac{1}{C_N}$

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

152) $C_{общ} = \dfrac{C}{N}$

153) $U_{\text{общ}} = NU$

Здесь q — заряд конденсаторов (Кл), $U_{\text{общ}}$ — общее напряжение на батарее конденсаторов (В), U_1, U_2, U_3, ... U_N — напряжения на отдельных конденсаторах (В), N — число конденсаторов (безразмерное), $C_{общ}$ — общая емкость батареи конденсаторов (Ф), C_1, C_2, C_3, ... , C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф).

Параллельное соединение конденсаторов

Напряжение U — одинаково на всех конденсаторах

154) $q_{\text{общ}} = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_N$

155) $C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_N$

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

156) $C_{\text{общ}} = NC$

157) $q_{\text{общ}} = qN$

Здесь U — напряжение на конденсаторах (В), $q_{\text{общ}}$ — общий заряд батареи конденсаторов (Кл), q_1, q_2, q_3, ... , q_N — заряды отдельных конденсаторов (Кл), N — число конденсаторов (безразмерное), $C_{общ}$ — емкость батареи конденсаторов (Ф), C_1, C_2, C_3, ... , C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф).

Формулы энергии электрического поля проводника

158) $W_{эл} = \dfrac{C\varphi^2}{2}$

159) $W_{эл} = \dfrac{q^2}{2C}$

160) $W_{эл} = \dfrac{q\varphi}{2}$

Здесь $W_{эл}$ — энергия электрического поля (Дж), C — емкость проводника (Ф), φ — потенциал проводника (В), q — заряд проводника (Кл).

Формулы энергии электрического поля конденсатора

161) $W_{эл} = \dfrac{CU^2}{2}$

162) $W_{эл} = \dfrac{q^2}{2C}$

163) $W_{эл} = \dfrac{qU}{2}$

Здесь $W_{эл}$ — энергия электрического поля конденсатора (Дж), C — емкость конденсатора (Ф), q — заряд на его обкладках (Кл), U — напряжение на обкладках конденсатора (В).

Формула энергии системы точечных зарядов

164) $W_{эл} = \dfrac{1}{2}\left(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + \ldots + q_N\varphi_N\right)$

Здесь $W_{эл}$ — энергия системы N точечных зарядов, q_1, q_2, q_3, ... , q_N — заряды, входящие в систему, φ_1, φ_2, φ_3, ... , φ_N — потенциалы полей, созданных в точке, где находится один из зарядов, остальными зарядами системы.

Формулы силы тока

165) $I = \dfrac{q}{t}$

166) $I = nevS$

Здесь I — сила постоянного тока (А), q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника (Кл), t — время прохождения заряда (с), n — концентрация свободных электронов ($м^{-3}$), e — модуль заряда электрона (Кл), v — скорость упрядоченного движения электронов по проводнику (м/с), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$).

Формулы плотности тока

167) $j = \frac{I}{S}$

168) $j = nev$

Здесь j — плотность тока (А/$м^2$), I — сила тока (А), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$), n — концентрация свободных электронов в проводнике ($м^{-3}$), e — модуль заряда электрона (Кл), v — скорость упорядоченного движения свободных электронов (м/с).

Формула сопротивления проводника

169) $R = \rho\frac{l}{S}$

Здесь R — сопротивление проводника (Ом), ρ — удельное сопротивление (Ом · м), l — длина проводника (м), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$).

Зависимость сопротивления металлического проводника от температуры

170) $R = R_0(1 + \alpha t)$

171) $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$

Здесь R — сопротивление проводника при температуре t °C (Ом), R_0 — сопротивление проводника при 0 °C (Ом), α — температурный коэффициент сопротивления ($К^{-1}$), t — температура по шкале Цельсия, ΔT = Т − 273 — изменение абсолютной температуры проводника при нагревании от 0 °C = 273 К до абсолютной температуры T (К).

Закон Ома для однородного участка цепи

172) $I = \frac{U}{R}$

Здесь I — сила тока (А), U — напряжение (В), R — сопротивление участка (Ом).

Закон Ома для неоднородного участка цепи

173) $I = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}$

Здесь I — сила тока (А), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка (В), $\mathcal{E}$ — ЭДС, действующая в участке (В), R — сопротивление участка (Ом).

Формула ЭДС

174) $\mathcal{E} = \dfrac{A_{\text{стор.сил}}}{q}$

Здесь $\mathcal{E}$ — ЭДС (В), $A_{\text{стор.сил}}$ — работа сторонних сил (Дж), q — перемещаемый заряд (Кл).

Закон Ома для всей цепи

175) $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R + r}$

в случае соединенных последовательно одинаковых источников тока

176) $I = \dfrac{\mathcal{E}N}{R + rN}$

в случае соединенных параллельно одинаковых источников тока

177) $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R + \dfrac{r}{N}}$

Здесь I — сила тока в цепи (А), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), R — сопротивление внешней части цепи (Ом), r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом), N — количество одинаковых источников тока (безразмерное).

Сила тока короткого замыкания

при $R = 0$

178) $I = \dfrac{\mathcal{E}}{r}$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Расчет сопротивления шунта к амперметру

179) $R_ш = \frac{R_A}{N-1}$

Здесь $R_ш$ — сопротивление шунта (Ом), R_A — сопротивление амперметра (Ом), $N = \frac{I}{I_A}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемая амперметром сила тока I больше силы тока I_A, на которую он рассчитан (безразмерное число).

Расчет добавочного сопротивления к вольтметру

180) $R_{д.с.} = R_В\left(N-1\right)$

Здесь $R_{д.с.}$ — добавочное сопротивление (Ом), $R_В$ — сопротивление вольтметра (Ом), $N = \frac{U}{U_В}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемое напряжение U больше напряжения $U_В$, на которое рассчитан вольтметр (безразмерное число).

Последовательное соединение проводников

Сила тока I — одинакова во всех проводниках

181) $U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N$

182) $R_{общ} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots R_N$

если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

183) $R_{общ} = NR$

184) $U_{общ} = NU$

185) $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ — для двух последовательных проводников

Здесь I — сила тока (А), $U_{общ}$ — общее напряжение на всех последовательно соединенных проводниках (В), U_1, U_2, U_3, … , U_N — напряжения на отдельных проводниках (В), $R_{общ}$ — общее сопротивление всех последовательно соединенных проводников (Ом), R_1, R_2 , R_3 , … , R_N — сопротивления отдельных проводников (Ом), N — количество одинаковых проводников (безразмерное).

Параллельное соединение проводников

U — одинаково на всех проводниках

186) $I_{общ} = I_1 + I_2 + I_3 + ... + I_N$

187) $\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}$

если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

188) $R_{общ} = \frac{R}{N}$

189) $I_{общ} = NI$

190) $R_{общ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ — общее сопротивление двух параллельных проводников

191) $R_{общ} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$ — общее сопротивление трех параллельных проводников и т. п.

192) $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ — для двух параллельных проводников

Здесь U — напряжение на проводниках (В), $I_{общ}$ — сила тока в неразветвленном участке цепи (А), I_1, I_2 , I_3 , ... , I_N — сила тока в отдельных проводниках (А), $R_{общ}$ — общее сопротивление параллельных проводников (Ом), R_1, R_2 , R_3 , ... , R_N — сопротивления отдельных проводников (Ом), N — количество одинаковых проводников (безразмерное).

Работа тока

193) $A = UI\,t$

194) $A = q\,(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$

195) $A = I^2 R\,t$

196) $A = \frac{U^2}{R} t$

197) $A = \mathcal{E}\, I\, t$

198) $A = P\,t$

Здесь A — работа тока (Дж), U — напряжение на участке цепи (В), I — сила тока в цепи (А), t — время прохождения тока (с), q — прошедший по цепи заряд (Кл), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка цепи (В), R — сопротивление участка цепи (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), P — мощность тока (Вт).

Мощность тока

199) $P = UI$

200) $P = I^2 R$

201) $P = \dfrac{U^2}{R}$

202) $P = \mathcal{E} I$

203) $P = \dfrac{A}{t}$

Здесь P — мощность тока (Вт), U — напряжение (В), I — сила тока (А), R — сопротивление (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), A — работа тока (Дж), t — время (с).

Закон Джоуля-Ленца

204) $Q = I^2Rt$

205) $Q = \dfrac{U^2}{R}t$

Коэффициент полезного действия (КПД) электрической цепи

206) $\eta = \dfrac{U}{\mathcal{E}} \cdot 100\%$

207) $\eta = \dfrac{R}{R+r} \cdot 100\%$

Здесь η — КПД электрической цепи ($\%$ или безразмерный), U — напряжение на внешнем участке цепи (В), R — сопротивление внешнего участка цепи (Ом), r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В).

Закон Фарадея для электролиза

208) $m = kq$

209) $m = kIt$

210) $m = \frac{1}{F}\frac{M}{n}It$

Здесь m — масса вещества, выделившегося на электроде (кг), k — электрохимический эквивалент этого вещества (кг/Кл), q — заряд, прошедший через электролит (Кл), I — сила тока в электрохимической ванне (А), t — время электролиза (с), F — число Фарадея (Кл/моль), M — молярная масса выделившегося вещества (кг/моль), n — валентность этого вещества (безразмерная).

Формулы индукции магнитного поля

211) $B = \frac{M_{\max}}{I \cdot S}$

212) $B = \frac{F_{\max}}{I \cdot l}$

Здесь B — индукция магнитного поля (Тл), $M_{\max}$ — максимальный момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м), I — сила тока в контуре (А), S — площадь контура ($м^2$), $F_{\max}$ — максимальная сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н), l — длина проводника в магнитном поле (м).

Формула силы Ампера

213) $F_А = BI\,l\sin\alpha$

Здесь $F_А$ — сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н), B — индукция магнитного поля (Тл), I — сила тока в проводнике (А), l — длина проводника в магнитном поле (м), α — угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции (рад).

Формула момента сил, вращающих контур с током в магнитном поле

214) $M = BI\,S\sin\alpha$

Здесь M — момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м), B — индукция магнитного поля (Тл), I — сила тока в контуре (А), S — площадь контура (м^2), α — угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции (рад).

Формула силы Лоренца, действующей на заряд, движущийся в магнитном поле

215) $F_{\text{Л}} = Bqv\sin\alpha$

Здесь $F_{\text{Л}}$ — сила Лоренца, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле (Н), B — индукция магнитного поля (Тл), q — заряд (Кл), v — скорость заряда (м/с), α — угол между векторами магнитной индукции и скорости (рад).

Формула магнитного потока

216) $\Phi = BS\cos\alpha$

217) $\Phi = LI$

Здесь Φ — магнитный поток сквозь поверхность (Вб), S — площадь поверхности (м^2), α — угол между нормалью к поверхности и вектором магнитной индукции (рад), L — индуктивность контура (Гн), I — сила тока в контуре (А).

Формула ЭДС электромагнитной индукции

218) $\mathcal{E}_i = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}N$

219) $\mathcal{E}_i = -\Phi'N$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в контуре (В), $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ — скорость изменения магнитного потока, пересекающего контур (Вб/с), N — число витков в контуре (безразмерное), Φ' — первая производная магнитного потока по времени (Вб/с).

Формула ЭДС индукции в проводнике, движущемся поступательно в магнитном поле

220) $\mathcal{E}_i = Bvl\sin\alpha$

221) $\mathcal{E}_{i\max} = Bvl$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в проводнике (В), B — индукция магнитного поля (Тл), v — скорость проводника в магнитном поле (м/с), l — длина проводника в магнитном поле (м), α — угол между векторами скорости и магнитной индукции (рад), $\mathcal{E}_{i\ \max}$ — максимальная ЭДС индукции, когда проводник движется перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Формула ЭДС индукции в контуре, вращающемся в магнитном поле

222) $\mathcal{E}_i = B\omega SN \sin\alpha$

223) $\mathcal{E}_{i\max} = B\omega SN$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции во вращающемся контуре (В), B — индукция магнитного поля (Тл), ω — угловая скорость вращения (рад/с), S — площадь контура, N — число витков в контуре (безразмерное), α — угол между вектором индукции и нормалью к плоскости контура, $\mathcal{E}_{i\max}$ — максимальная ЭДС индукции, когда угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции равен 90^0, т.е. когда плоскость контура параллельна линиям магнитной индукции.

Формула ЭДС самоиндукции

224) $\mathcal{E}_S = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$

225) $\mathcal{E}_S = -LI'$

Здесь $\mathcal{E}_S$ — ЭДС самоиндукции в контуре (В), L — индуктивность контура (Гн), $\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ — скорость изменения силы тока в контуре (А/с).

Формула магнитной проницаемости магнетика

226) $\mu = \dfrac{B}{B_0}$

Здесь μ — магнитная проницаемость магнетика (безразмерная), B — индукция магнитного поля в магнетике (Тл), B_0 — индукция магнитного поля в вакууме (Тл).

Формула энергии магнитного поля

227) $W_М = \frac{LI^2}{2}$

Здесь $W_м$ — энергия магнитного поля (Дж), L — индуктивность контура (Гн), I — сила тока в контуре (А).

Уравнения гармонических колебаний маятника

228) $x = A\cos\alpha$

229) $x = A\cos(\omega t + \alpha_0)$

230) $x = A\sin\alpha$

231) $x = A\sin(\omega t + \alpha_0)$

Здесь x — смещение маятника (м), A — амплитуда колебаний (м), α — фаза (рад), ω — циклическая (угловая) частота (рад/с), t — время колебаний (с), α_0 — начальная фаза (рад).

Формула фазы колебаний

232) $\alpha = \omega t + \alpha_0$

Здесь α — фаза (рад), ω — циклическая частота (рад/с), t — время (с), α_0 — начальная фаза (рад).

Формулы циклической частоты

233) $\omega = 2\pi\nu$

234) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

235) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

236) $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Здесь ω — циклическая частота (рад/с), ν — частота колебаний (Гц), T — период (с), k — жесткость пружинного маятника (Н/м), m — масса маятника (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), l — длина математического маятника (м).

Формулы периода колебаний

237) $T = \dfrac{t}{N}$

238) $T = \dfrac{1}{\nu}$

239) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

240) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

Здесь T — период (с), t — время колебаний (с), N — число колебаний за это время (безразмерное), ν — частота колебаний (Гц). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формулы частоты колебаний

241) $\nu = \dfrac{N}{t}$

242) $\nu = \dfrac{1}{T}$

243) $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

244) $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{l}}$

Здесь ν — частота (Гц), N — число колебаний, T — период (с), $\pi \approx 3{,}14$ — число «пи», t — время колебаний (с), k — жесткость пружинного маятника (Н/м), m — масса маятника (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), l — длина математического маятника.

Формулы скорости гармонических колебаний

245) $v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \alpha_0)$

246) $v_{\max} = \omega A$

Здесь v — мгновенная скорость (м/с), x' — первая производная смещения по времени (м/с), ω — циклическая частота (рад/с), A — амплитуда колебаний (м), α_0 — начальная фаза (рад), v_{max} — максимальная скорость колебаний (м/с).

Формулы ускорения при гармонических колебаниях

247) $a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \alpha_0)$

248) $a_{max} = \omega^2 A$

Здесь a — мгновенное ускорение (м/с^2), v' — первая производная скорости по времени (м/с^2), a_{max} — максимальное ускорение (м/с^2). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формулы длины волны

249) $\lambda = vT$

250) $\lambda = \dfrac{v}{\nu}$

Здесь λ — длина волны (м), v — скорость волны (м/с), T — период (с), ν — частота (Гц).

Условия максимума и минимума при интерференции волн

max: 251) $\Delta r = 2k\dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$

min: 252) $\Delta r = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

Здесь Δr — разность хода волн (м), $k = 0; 1; 2; 3; ...$ — целое число (безразмерное), λ — длина волны (м).

Уравнения электромагнитных колебаний заряда, силы тока, напряжения и ЭДС

253) $q = q_m \cos(\omega t + \alpha_0)$

254) $i = I_m \sin(\omega t + \alpha_0)$

255) $u = U_m \cos(\omega t + \alpha_0)$

256) $e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \alpha_0)$

257) $\mathcal{E}_m = B\omega S$

258) $U_m = \dfrac{q_m}{C}$

Здесь q — мгновенный заряд (Кл), q_m — максимальный заряд (Кл), ω — циклическая частота колебаний (рад/с), t — время колебаний (с), α_0 — начальная фаза (рад), i — мгновенная сила тока (А), I_m — максимальная сила тока (А), u — мгновенное напряжение (В), U_m — максимальное напряжение (В), e — мгновенная ЭДС (В), $\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В), S — площадь вращающегося контура ($м^2$), C — емкость конденсатора (Ф).

Период, циклическая частота и частота свободных электромагнитных колебаний в колебательном контуре (формула Томсона)

259) $T = 2\pi\sqrt{LC}$

260) $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

261) $\nu = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Здесь T — период колебаний (с), L — индуктивность катушки (Гн), C — емкость конденсатора (Ф), ω — циклическая частота колебаний (рад/с), ν — частота колебаний (Гц).

Формула силы переменного тока

262) $i = q'$

263) $I_m = \omega q_m$

Здесь i — мгновенная сила тока (А), q' — первая производная заряда по времени (А), I_m — максимальная сила тока (А), q_m — максимальный заряд (Кл).

Действующие значения переменного тока

264) $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$

265) $U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$

266) $\mathcal{E} = \dfrac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А), I_m — максимальное значение силы тока (А), U — действующее значение напряжения (В), U_m — максимальное напряжение (В), $\mathcal{E}$ — действующая ЭДС (В), $\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В).

Индуктивное, емкостное и полное сопротивления в цепи переменного тока

267) $X_L = \omega L$

268) $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$

269) $Z = \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}$

Здесь X_L — индуктивное сопротивление (Ом), X_C — емкостное сопротивление (Ом), ω — циклическая частота переменного тока (рад/с), Z — полное сопротивление (Ом), R — активное сопротивление (Ом).

Закон Ома для полной цепи переменного тока

270) $I = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}} = \dfrac{U}{Z}$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}} = \frac{U_m}{Z}$$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А), U — действующее значение напряжения переменного тока (В), I_m — максимальная сила переменного тока (А),

U_m — максимальное напряжение переменного тока (В). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Средняя мощность в цепи переменного тока

271) $P = U\,I\cos\varphi$

Здесь P — мощность переменного тока (Вт), U — его действующее напряжение (В), I — действующая сила тока (А), $\cos\varphi$ — коэффициент мощности переменного тока (безразмерный), φ — сдвиг фаз между током и напряжением (рад).

Коэффициент мощности переменного тока

272) $$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Здесь все величины названы в формулах 268)–269).

Коэффициент трансформации трансформатора

273) $$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Здесь k — коэффициент трансформации трансформатора (безразмерный), U_1 — напряжение на первичной обмотке (В), U_2 — напряжение на вторичной обмотке (В), N_1 — число витков в первичной обмотке (безразмерное), N_2 — число витков во вторичной обмотке (безразмерное).

Формулы длины электромагнитной волны в вакууме (воздухе)

274) $\lambda = cT$

275) $$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Здесь λ — длина волны (м), $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме, T — период колебаний (с), ν — частота колебаний (Гц).

Плотность потока электромагнитного излучения

276) $$I = \frac{\Delta W}{S\Delta t}$$

Здесь I — плотность потока электромагнитного излучения (Вт/м^2), ΔW — электромагнитная энергия, проходящая через некоторую поверхность (Дж), S — площадь этой поверхности (м^2), Δt — время прохождения энергии (с).

Закон отражения

277) $\alpha = \beta$

Здесь α — угол падения (рад), (или) β — угол отражения (рад).

Закон преломления

278) $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}$

279) $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \dfrac{v_1}{v_2}$

Здесь α — угол падения (рад), γ (или β) — угол преломления (рад), n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой (безразмерный), v_1 — скорость света в первой среде (м/с), v_2 — скорость света во второй среде (м/с).

Физический смысл абсолютного показателя преломления

280) $n = \dfrac{c}{v}$

Здесь n — абсолютный показатель преломления (безразмерный), с — скорость света в вакууме (м/с), v — скорость света в прозрачной среде (м/с).

Физический смысл относительного показателя преломления

281) $n_{21} = \dfrac{v_1}{v_2}$

Здесь n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой, v_1 — скорость света в первой среде (м/с), v_2 — скорость света во второй среде.

Связь относительного показателя преломления двух сред с их абсолютными показателями преломления

282) $n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$

Здесь n_{21} — относительный показатель преломления сред (безразмерный), n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды, n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды.

Формула предельного угла полного отражения

283) $\sin\alpha_0 = \dfrac{n_2}{n_1}$

284) при $n_2 = 1$ $\sin\alpha_0 = \dfrac{1}{n_1}$

Здесь α_0 — предельный угол полного отражения (рад), n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды (безразмерный), n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды (безразмерный).

Формула линзы

285) $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$, $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = D$

Здесь d — расстояние от предмета до линзы (м), f — расстояние от линзы до изображения (м), F — фокусное расстояние линзы (м), D — оптическая сила линзы (дптр).

Формула оптической силы линзы

286) $D = \dfrac{1}{F}$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Линейное увеличение линзы

287) $\Gamma = \dfrac{H}{h}$

288) $\Gamma = \dfrac{f}{d}$

Здесь Γ — линейное увеличение линзы (безразмерное), H — линейный размер изображения (м), h — линейный размер предмета (м), d — расстояние от предмета до линзы (м), f — расстояние от линзы до изображения (м).

Линейное увеличение лупы

289) $\Gamma = \dfrac{d_0}{F}$

Здесь $d_0 = 25$ см — расстояние наилучшего зрения, F — фокусное расстояние лупы.

Условие максимума на дифракционной решетке

290) $d\sin\varphi = k\lambda$

Здесь d — период решетки (м), φ — угол дифракции (рад), k — порядок максимума (безразмерный), λ — длина световой волны (м).

Формула Планка

291) $E_\gamma = h\nu$

292) $E_\gamma = \hbar\omega$

293) $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$

Здесь E_γ — энергия порции излучения — фотона, или квант (Дж), $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка, ν — частота световой волны (Гц), $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка (с черточкой), ω — циклическая частота (рад/с).

Формула Эйнштейна для фотоэффекта

294) $E_\gamma = A_{\text{вых}} + E_{\text{к}}$

295) $h\nu = A_{\text{вых}} + \dfrac{m_e v^2}{2}$

Здесь E_γ — энергия фотона (Дж), $A_{\text{вых}}$ — работа выхода электрона из металла (Дж), $E_{\text{к}}$ — кинетическая энергия электрона (Дж), h — постоянная Планка (Дж · с), ν — частота световой волны (Гц), m_e — масса электрона (кг), v — скорость электрона (м/с).

Формула для расчета красной границы фотоэффекта

296) $A_{\text{вых}} = h\nu_0$

297) $A_{\text{вых}} = h\dfrac{c}{\lambda_0}$

Здесь $A_{\text{вых}}$ — работа выхода электрона из металла (Дж), h — постоянная Планка (Дж · с), c — скорость света в вакууме (м/с), ν_0 — красная граница фотоэффекта по частоте (Гц), λ_0 — красная граница фотоэффекта по длине волны (м).

Масса и импульс фотона

298) $m = \dfrac{h\nu}{c^2} = \dfrac{h}{c\lambda}$

299) $p = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda}$

Здесь m — масса фотона (кг), p — импульс фотона (кг · м/с), λ — длина волны (м), c — скорость света в вакууме (м/с). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Замедление времени при релятивистских скоростях

300) $\tau = \dfrac{\tau_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

Здесь τ_0 — интервал времени между событиями по часам неподвижного наблюдателя, расположенного в движущейся системе отсчета, например, по часам космонавтов в космическом корабле, (с), τ — интервал времени между этими же событиями по часам наблюдателя в неподвижной системе отсчета, например, по часам землян, (с), v — скорость движущейся системы отсчета — космического корабля (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Релятивистское сокращение длины

301) $l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Здесь l_0 — длина тела, измеренная неподвижным наблюдателем, находящимся в движущейся системе отсчета, например, космонавтом в космическом корабле, (м), l — длина этого же тела, измеренная наблюдателем в неподвижной системе отсчета, например, наблюдателем на Земле, (м), v — скорость движущейся системы (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Сложение релятивистских скоростей

302) $v = \dfrac{v_0 + v_1}{1+\dfrac{v_0 v_1}{c^2}}$

Здесь v_0 — скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной (м/с), v_1 — скорость тела относительно движущейся системы отсчета (м/с), v — скорость этого же тела относительно неподвижной системы отсчета (м/с), c — скорость света в вакууме.

Зависимость массы от скорости

303) $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

Здесь m_0 — масса покоя тела (кг), m — масса движущегося тела (кг), v — скорость тела (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Связь энергии и массы

304) $E = mc^2$

305) $E_0 = m_0c^2$

306) $E = E_0 + E_к$

307) $\Delta E = \Delta mc^2$

Здесь E — полная энергия тела (Дж), m — масса движущегося тела (кг), c — скорость света в вакууме (м/с), E_0 — энергия покоя тела (Дж), m_0 — масса покоя тела (кг), $E_к$ — кинетическая энергия тела (Дж), ΔE — изменение полной энергии тела (Дж), Δm — изменение массы тела (кг).

Энергия фотона, излученного атомом

308) $h\nu = E_n - E_m$

Здесь h — постоянная Планка (Дж·с), ν — частота излученной волны (Гц), E_n — большая энергия стационарного состояния атома (Дж), E_m — меньшая энергия стационарного состояния атома (Дж).

Формула массового числа

310) $A = Z + N$

Здесь A — массовое число или сумма числа протонов и нейтронов (нуклонов) в ядре (безразмерное), Z — зарядовое число или число протонов в ядре (безразмерное), N — число нейтронов в ядре (безразмерное).

Формула активности радиоактивного вещества

311) $a = \dfrac{N_0 - N}{t}$

Здесь a — активность (Бк), N_0 — исходное число ядер (безразмерное), N — число оставшихся ядер через время t (безразмерное), t — время распада (с).

Закон радиоактивного распада

312) $N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$

Здесь N_0 — число ядер в начальный момент времени (безразмерное), N — число ядер через время t (безразмерное), t — время распада (с), T — период полураспада (с).

Формула дефекта массы

313) $\Delta M = Z\, m_p + N\, m_n - M_я$

Здесь ΔM — дефект массы (кг), Z — число протонов (безразмерное), m_p — масса протона (кг), N — число нейтронов (безразмерное), m_n — масса нейтрона (кг), $M_я$ — масса ядра (кг).

Формула энергии связи, выраженной в джоулях (Дж)

314) $E_{св} = \Delta M\, c^2$

315) $E_{св} = (Z\, m_p + N\, m_n - M_я)\, c^2$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (Дж), c — скорость света в вакууме (м/с). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формула энергии связи, выраженной в мегаэлектронвольтах (МэВ)

316) $E_{св} = 931\, \Delta M$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (МэВ), ΔM — дефект массы (а.е.м.).

Формула удельной энергии связи

317) $\varepsilon_{св} = \dfrac{E_{св}}{A}$

$\varepsilon_{св}$ — удельная энергия связи (Дж/нуклон), $E_{св}$ — энергия связи (Дж), A — массовое число (безразмерное).

Формула дозы излучения

318) $D = \dfrac{E}{m}$

Здесь D — поглощенная доза излучения (Гр), E — поглощенная энергия (Дж), m — масса вещества, поглотившего энергию ионизирующего излучения (кг).

Обозначения некоторых элементарных частиц

${}_{-1}^{0}e$ — бета-частица, или электрон, ${}_{1}^{1}H$ — протон (ядро атома водорода), ${}_{1}^{2}H$ — изотоп водорода дейтерий, ${}_{1}^{3}H$ — изотоп водорода тритий, ${}_{2}^{4}He$ — альфа-частица (ядро гелия), ${}_{0}^{1}n$ — нейтрон, γ — гамма-квант.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Решебник составлен в соответствии с программой курса физики средней школы. Он содержит множество задач как средней, так и повышенной трудности по всем разделам школьного курса. Все задачи, за исключением тех, что предназначены для самостоятельного решения, снабжены подробным решением со всеми математическими выкладками и чертежами.

Для лучшего понимания подходов к решению разнообразных задач каждый раздел содержит весь необходимый теоретический материал и советы по выбору способов решения.

Часть задач составляют переработанные задачи ЕГЭ последних лет и олимпиад по физике. Приложение в конце пособия содержит математические формулы, необходимые при решении задач физики.

Решебник полезен учащимся старших классов школ, лицеев и гимназий, а также абитуриентам при подготовке к ЕГЭ и студентам младших курсов технических колледжей и вузов.

ISBN 5-9791-0251-1

9 785979 102511