Домашняя работа по алгебре
за 9 класс

к учебнику «Алгебра. Учебник для 9 кл. общеобразовательных учреждений» Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. — 6-е изд. — М.: «Просвещение», 2001 г.

учебно-практическое
пособие

СОДЕРЖАНИЕ

СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

62.

1) $2^3 + (-3)^3 - (-2)^2 + (-1)^5 = 8 + (-27) - (4) + (-1) = -24;$

2) $(-7)^2 - (-4)^3 - 3^4 = 49 - (-64) - 81 = 32;$

3) $13 \cdot 2^3 - 9 \cdot 2^3 + 2^3 = 2^3 \cdot (13 - 9 + 1) = 8 \cdot 5 = 40;$

4) $6 \cdot (-2)^3 - 5 \cdot (-2)^3 - (-2)^3 = -2^3 \cdot (6 - 5 - 1) = 0 \cdot (-2^3) = 0.$

63.

1) $\frac{7^2 \cdot 7^{15}}{7^{13}} = \frac{7^{15+2}}{7^{13}} = \frac{7^{17}}{7^{13}} = 7^4;$

2) $\frac{5^3 \cdot 5^{10} \cdot 5}{5^4 \cdot 5^{15}} = \frac{5^{10+3+1}}{5^{15+4}} = \frac{5^{14}}{5^{19}} = \frac{1}{5^5} = \left(\frac{1}{5}\right)^5;$

3) $\frac{a^2 \cdot a^8 \cdot b^3}{a^9 \cdot b^2} = \frac{a^{2+8} \cdot b^3}{a^9 \cdot b^2} = \frac{a^{10}b^3}{a^9b^2} = ab;$

4) $\frac{c^3d^5c^9}{c^{10}d^7} = \frac{c^{12}}{c^{10}d^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{c^2}{d^2}.$

64.

1) $1^{-5} = \frac{1}{1^5} = 1;$

2) $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64};$

3) $(-10)^0 = 1;$

4) $(-5)^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25};$

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16};$

6) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}.$

65.

1) $\frac{1}{4^5} = \left(\frac{1}{4}\right)^5 = 4^{-5};$

2) $\frac{1}{21^3} = \left(\frac{1}{21}\right)^3 = 21^{-3};$

3) $\frac{1}{x^7} = \left(\frac{1}{x}\right)^7 = x^{-7};$

4) $\frac{1}{a^9} = \left(\frac{1}{a}\right)^9 = a^{-9}.$

66.

1) $\left(\frac{10}{3}\right)^{-3}=\frac{3^3}{10^3}=\frac{27}{1000}=0{,}027$; 2) $\left(\frac{-9}{11}\right)^{-2}=\frac{11^2}{9^2}=\frac{121}{81}=1\frac{40}{80}$;

3) $(0{,}2)^{-4}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-4}=(5)^4=625$; 4) $(0{,}5)^{-5}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}=2^5=32$;

5) $-(-17)^{-1}=\frac{1}{17}$; 6) $-(-13)^{-2}=-\frac{1}{13^2}=-\frac{1}{169}$.

67.

1) $3^{-1}+(-2)^{-2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{3+4}{12}=\frac{7}{12}$;

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}-4^{-2}=\frac{3^3}{2^3}-\frac{1}{4^2}=\frac{2\cdot 27-1}{16}=\frac{53}{16}=3\frac{5}{16}$;

3) $(0{,}2)^{-2}+(0{,}5)^{-5}=5^2+2^5=25+32=57$;

4) $(-0{,}1)^{-3}-(-0{,}2)^{-3}=-\left(\frac{1}{1000}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{125}\right)^{-1}=-1000+125=-875$.

68.

1) $12^{-3}=\frac{1}{12^3}<1$; 2) $21^0=1$;

3) $(0{,}6)^{-5}=\left(\frac{5}{3}\right)^{5}>1$; 4) $\left(\frac{5}{19}\right)^{-4}=\left(\frac{19}{5}\right)^{4}>1$.

69.

1) $(x-y)^{-2}=\frac{1}{(x-y)^2}$; 2) $(x+y)^{-3}=\frac{1}{(x+y)^3}$;

3) $3b^{-5}c^8=\frac{3c^8}{b^5}$; 4) $9a^3b^{-4}=\frac{9a^3}{b^4}$;

5) $a^{-1}b^2c^{-3}=\frac{b^2}{ac^3}$; 6) $a^2b^{-1}c^{-4}=\frac{a^2}{bc^4}$.

70.

1) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{7}\right)=\left(\frac{1}{7}\right)^{-2}=7^2=49$;

2) $\left(-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)^{-4}=\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}=(-5)^3=-125$;

3) $0{,}3^7 \cdot 0{,}3^{-10} = 0{,}3^{-3} = \left(\frac{3}{10}\right)^{-3} = \left(\frac{10}{3}\right)^3 = \frac{1000}{27} = 37\frac{1}{27}$;

4) $17^{-5} \cdot 17^3 \cdot 17 = 17^{-1} = \frac{1}{17}$.

71.

1) $9^7 : 9^{10} = 9^{-3} = \frac{1}{9^3} = \frac{1}{729}$;

2) $(0{,}2)^2 : (0{,}2)^{-2} = (0.2)^4 = 0.0016$;

3) $\left(\frac{2}{13}\right)^{-12} : \left(\frac{2}{13}\right)^{-10} = \left(\frac{2}{13}\right)^{-2} = \frac{13^2}{2^2} = \frac{169}{4} = 42\frac{1}{4}$;

4) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{2^4}{5^4} = \frac{16}{625}$.

72.

1) $\left(a^3\right)^{-5} = a^{-15}$;

2) $\left(b^{-2}\right)^{-4} = b^8$;

3) $\left(a^3\right)^7 = a^{-21}$;

4) $\left(b^7\right)^{-4} = a^{-28}$.

73.

1) $\left(\mathrm{ab}^{-2}\right)^3 = \mathrm{a}^3\mathrm{b}^{-6} = \frac{\mathrm{a}^3}{\mathrm{b}^6}$;

2) $\left(\mathrm{a}^2\mathrm{b}^{-1}\right)^4 = \mathrm{a}^8\mathrm{b}^{-4} = \frac{\mathrm{a}^8}{\mathrm{b}^4}$;

3) $\left(2\mathrm{a}^2\right)^{-6} = 2^{-6}\mathrm{a}^{-12} = \frac{1}{64\mathrm{a}^{12}}$;

4) $\left(3\mathrm{a}^3\right)^{-4} = 3^{-4}\mathrm{a}^{-12} = \frac{1}{81\mathrm{a}^{12}}$.

74.

1) $\left(\frac{a^8}{b^7}\right)^{-2} = \frac{a^{-16}}{b^{-14}} = \frac{b^{14}}{a^{16}}$;

2) $\left(\frac{m^{-4}}{n^{-5}}\right)^{-3} = \frac{m^{12}}{n^{15}}$;

3) $\left(\frac{2x^6}{3y^{-4}}\right)^2 = \frac{2^2x^{12}y^8}{3^2} = \frac{4x^{12}y^8}{9}$;

4) $\left(\frac{-4yx^{-5}}{z^3}\right)^3 = \frac{-64y^3x^{-15}}{z^9} = -\frac{64y^3}{z^9x^{15}}$;

75.

1) $\left(x^2y^{-2}-4y^{-2}\right)\cdot\left(\frac{1}{y}\right)^{-2}=(x^2-4)\cdot y^{-2}\cdot y^2=x^2-4$,

если $x = 5$, то $x^2 = 25$ и $25 – 4 = 21$;

2) $\left(\left(a^2b^{-1}\right)^4-a^0b^4\right):\frac{a^4-b^4}{b^2}=\left(\frac{a^8}{b^4}-b^4\right)\cdot\frac{b^2}{a^4-b^4}=$

$=\frac{(a^8-b^8)}{b^4}\cdot\frac{b^2}{(a^4-b^4)}=\frac{\left(a^4-b^4\right)\left(a^4+b^4\right)}{b^2\cdot\left(a^4-b^4\right)}=\frac{a^4+b^4}{b^2}$;

если а = 2, $b = – 3$, то $a^4 = 16$, $b^4 = 81$, $b^2 = 9$ и $\frac{16+81}{9}=\frac{97}{9}=10\frac{7}{9}$.

76.

1) $200000^4 = (2 \cdot 10^5)^4 = 2^4 \cdot 10^{20} = 16 \cdot 10^{20} = 1{,}6 \cdot 10^{21}$;
2) $0{,}0003^3 = (3 \cdot 10^{-4})^3 = 3^3 \cdot 10^{-12} = 27 \cdot 10^{-12} = 2{,}7 \cdot 10^{-11}$;
3) $4000^{-2} = (4 \cdot 10^3)^{-2} = 0{,}0625 \cdot 10^{-6} = 6.25 \cdot 10^{-8}$;
4) $0{,}002^{-3} = (2 \cdot 10^{-3})^{-3} = 2^{-3} \cdot 10^9 = 0{,}125 \cdot 10^9 = 1{,}25 \cdot 10^8$.

77.

1) $0{,}0000087 = 8{,}7 \cdot 10^{-6}$;
2) $0{,}00000005086 = 5{,}086 \cdot 10^{-8}$;
3) $\frac{1}{125}=0{,}008=8\cdot10^{-3}$;
4) $\frac{1}{625}=0{,}0016=1.6\cdot10^{-3}$.

78, 79, 80.

$3 \cdot 10^{-3}$мм $= \frac{3}{1000}$ мм = 0,003мм; 0,00000000001с = 10^{-11}с; 10^{-4}мм = 0,0001мм.

81.

1) $\frac{a^8a^{-7}}{a^{-2}}=a^{8-7+2}=a^3$,

если а = 0,8, то $a^3 = 0{,}512$;

2) $\frac{a^{15}a^3}{a^{13}}=a^{15+3-13}=a^5$,

если а = $\frac{1}{2}$, то $a^5=\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$.

82.

1) $\left((-20)^7\right)^{-7} : \left((-20)^{-6}\right)^8 + 2^{-2} = \left((-20)^{-49} : (-20)^{-48}\right) + \frac{1}{4} =$

$= -\frac{1}{20} + \frac{1}{4} = \frac{-1+5}{20} = \frac{1}{5}$;

2) $\left((-17)^{-4}\right)^{-6} : \left((-17)^{-13}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{17}\right)^{-2} = (-17)^{24} : (-17)^{26} -$

$-\left(\frac{1}{17}\right)^2 = \left(-\frac{1}{17}\right)^2 - \left(\frac{1}{17}\right)^2 = \frac{1}{17^2} - \frac{1}{17^2} = 0.$

83.

1) $(1{,}3)^{-118} \cdot (1{,}3)^{127} = (1{,}3)^9 \approx 10{,}6$;

2) $(0{,}87)^{-74} : (0{,}87)^{-57} = (0{,}87)^{-74+57} = (0{,}87)^{-17} \approx 10{,}67$;

3) $\left(\frac{17}{19}\right)^{-47} : \left(\frac{17}{19}\right)^{-26} = \left(\frac{17}{19}\right)^{-21} = \left(\frac{19}{17}\right)^{21} \approx 10{,}34$;

4) $\left(\frac{23}{21}\right)^{56} \cdot \left(\frac{23}{21}\right)^{-25} = \left(\frac{23}{21}\right)^{31} \approx 16{,}78$.

84.

1) $(786^{-7})^4 = 786^{-28} = 5{,}8 \cdot 10^{-62}$;

2) $(923^3)^{-6} = 923^{-18} = 4{,}23 \cdot 10^{-54}$;

3) $(1{,}76)^{-8} \cdot (35{,}4)^{-8} = (62{,}3)^{-8} = 2{,}07 \cdot 10^{-14}$;

4) $(0{,}47)^{-5} : (7{,}81)^{-5} = (0{,}47 : 7{,}81)^{-5} = 1{,}27 \cdot 10^6$.

85.

1) $V = (1{,}54 \cdot 10^{-4})^3 = 3{,}65 \cdot 10^{-12}$ мм^3;

2) $V = (3{,}18 \cdot 10^5)^3 = 3{,}21 \cdot 10^{15}$ км^3.

86.

1) $\left(a^{-3}+b^{-3}\right) \cdot \left(a^{-2}-b^{-2}\right)^{-1} \cdot \left(a^{-2}-a^{-1}b^{-1}+b^{-2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}\right) \times$

$\times \left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{ab}+\frac{1}{b^2}\right)^{-1} = \frac{b^3+a^3}{a^3b^3} \cdot \frac{a^2b^2}{b^2-a^2} \cdot \frac{a^2b^2}{b^2-ab+a^2} =$

$= \frac{\left(b^3+a^3\right) \cdot a^4b^4}{a^3b^3 \cdot (b-a)(b+a)\left(b^2-ab+a^2\right)} = \frac{ab(b^3+a^3)}{(b-a)(a^3+b^3)} = \frac{ab}{b-a}$;

2) $\left(a^{-2}b-ab^{-2}\right)\cdot\left(a^{-2}+a^{-1}b^{-1}+b^{-2}\right)^{-1}=$

$$=\left(\frac{b}{a^2}-\frac{a}{b^2}\right)\cdot\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{ab}+\frac{1}{b^2}\right)^{-1}=$$

$$=\frac{b^3-a^3}{a^2b^2}\cdot\frac{a^2b^2}{b^2+ab+a^2}=\frac{(b-a)\left(b^2+ab+a^2\right)}{b^2+ab+a^2}=b-a.$$

87.

1) $\sqrt{1}=1;\quad \sqrt{0}=0;\quad \sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4;\quad \sqrt{169}=\sqrt{13^2}=13;$

$\sqrt{\frac{1}{289}}=\sqrt{\left(\frac{1}{17}\right)^2}=\frac{1}{17};$

2) $\sqrt[3]{1}=1;\quad \sqrt[3]{0}=0;\quad \sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5^3}=5;\quad \sqrt[3]{\frac{1}{27}}=\sqrt[3]{\frac{1}{3^3}}=\frac{1}{3};$

$\sqrt[3]{0{,}027}=\sqrt[3]{(0{,}3)^3}=0{,}3;\quad \sqrt[3]{0{,}064}=\sqrt[3]{(0{,}4)^3}=0{,}4$

3) $\sqrt[4]{0}=0;\quad \sqrt[4]{1}=1;\quad \sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=2;\quad \sqrt[4]{\frac{16}{81}}=\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4}=\frac{2}{3};$

$\sqrt[4]{\frac{256}{625}}=\sqrt[4]{\left(\frac{4}{5}\right)^4}=\frac{4}{5};\quad \sqrt[4]{0{,}0016}=\sqrt[4]{(0{,}2)^4}=0{,}2.$

88.

1) $\sqrt[6]{36^3}=\sqrt[6]{\left(6^2\right)^3}=\sqrt[6]{6^6}=6;$ 2) $\sqrt[12]{64^2}=\sqrt[12]{\left(2^6\right)^2}=\sqrt[12]{2^{12}}=2;$

3) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{25}\right)^2}=\sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^4}=\frac{1}{5};$ 4) $\sqrt[8]{225^4}=\sqrt[8]{(15^2)^4}=\sqrt[8]{15^8}=15.$

89.

1) $\sqrt[3]{10^6}=10^2=100;$ 2) $\sqrt[3]{3^{12}}=3^4=81;$

3) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}}=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8};$

4) $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}}=\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{3^4}=\frac{1}{81}.$

90.

1) $\sqrt[3]{-8}=-2$;

2) $\sqrt[15]{-1}=-1$;

3) $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}=-\frac{1}{\sqrt[3]{27}}=-\frac{1}{3}$;

4) $\sqrt[5]{-1024}=-\sqrt[5]{4^5}=-4$;

5) $\sqrt[3]{-34^3}=-34$;

6) $\sqrt[7]{-8^7}=-8$.

91.

1) $x^4 = 81$; $x = \pm\sqrt[4]{81}=\pm3$; $x_1 = 3$; $x_2 = -3$;

2) $x^5=-\frac{1}{32}$; $x=\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}=\sqrt[5]{\left(-\frac{1}{2}\right)^5}=-\frac{1}{2}$;

3) $5x^5 = -160$; $x^5 = -32$; $x = \sqrt[5]{-32} = -2$.

4) $2x^6 = 128$; $x^6 = 64$; $x = \pm\sqrt[6]{64} = \pm2$; $x_1 = 2$, $x_2 = -2$.

92.

1) $\sqrt[6]{2x-3}$ — имеет смысл, если

$2x-3\ge0$, тогда $2x\ge3$, $x\ge\frac{3}{2}$,

$x \ge 1,5$.

Ответ: $x \in [1.5; +\infty)$.

2) $\sqrt[3]{x+3}$ — имеет смысл для любого x.

3) $\sqrt[3]{2x^2-x-1}$ — имеет смысл для любого x.

4) $\sqrt[4]{\frac{2-3x}{2x-4}}$ — имеет смысл, если: $\frac{2-3x}{2x-4}\ge0$, т.е. $\begin{cases}2-3x\ge0\\2x-4>0\end{cases}$

или $\begin{cases}2-3x\le0\\2x-4<0\end{cases}$; $\begin{cases}x\le\frac{2}{3}\\x>2\end{cases}$ или $\begin{cases}x\ge\frac{2}{3}\\x<2\end{cases}$, поэтому $\begin{cases}x\ge\frac{2}{3}\\x<2\end{cases}$

Ответ: $x \in [\frac{2}{3}; 2)$.

93.

1) $\sqrt[3]{-125}+\frac{1}{8}\sqrt[6]{64}=\sqrt[3]{(-5)^3}+\frac{1}{8}\cdot\sqrt[6]{2^6}=-5+\frac{1}{8}\cdot2=-5+\frac{1}{4}=-4\frac{3}{4}$;

2) $\sqrt[5]{32}-0.5\cdot\sqrt[3]{-216}=\sqrt[5]{2^5}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{(-6)^3}=2+\frac{6}{2}=5$;

3) $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{81}+\sqrt[4]{625}=-\frac{1}{3}\sqrt[4]{3^4}+\sqrt[4]{5^4}=-\frac{1}{3}\cdot 3+5=-1+5=4;$

4) $\sqrt[3]{-1000}-\frac{1}{4}\sqrt[4]{256}=\sqrt[3]{(-10)^3}-\frac{1}{4}\sqrt[4]{4^4}=-10-1=-11;$

5) $\sqrt[4]{0{,}0001}-2\cdot\sqrt{0{,}25}+\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}=\sqrt[4]{(0{,}1)^4}-2\sqrt{0{,}5^2}+\sqrt[5]{\left(-\frac{1}{2}\right)^5}=$

$=0{,}1-1-\frac{1}{2}=-1{,}4;$

6) $\sqrt[5]{\frac{1}{243}}+\sqrt[3]{-0{,}001}-\sqrt[4]{0{,}0016}=\frac{1}{3}-0{,}1-0{,}2=\frac{1}{3}-0{,}3=\frac{1}{3}-\frac{3}{10}=\frac{10-9}{30}=\frac{1}{30}.$

94.

1) $\sqrt{9+\sqrt{17}}\cdot\sqrt{9-\sqrt{17}}=\sqrt{81-17}=\sqrt{64}=8;$

2) $\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2=3+\sqrt{5}-2\sqrt{9-5}+3-\sqrt{5}=6-4=2;$

3) $\left(\sqrt{5+\sqrt{21}}+\sqrt{5-\sqrt{21}}\right)^2=5+\sqrt{21}+2\sqrt{25-21}+5-\sqrt{21}=$

$=10+4=14;$

4) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{3-2}=$

$=\frac{3+2\sqrt{6}+2-3+2\sqrt{6}-2}{3-2}=\frac{2\sqrt{6}+2\sqrt{6}}{1}=4\sqrt{6}.$

95.

1) $\sqrt[3]{(x-2)^3}=x-2$ — для любого x.

2) т.к. $\sqrt{(3-x)^6}\ge 0$, то при $x<3$ $\sqrt{(3-x)^6}=(3-x)^3$

и при $x\ge 3$ $\sqrt{(3-x)^6}=-(3-x)^3=(x-3)^3$.

96.

$1987<\sqrt{n}<1988$; $1987^2<n<1988^2$, отсюда

$3948169<n<3952144$.

Найдем, сколько натуральных чисел между ними

$3952144-3948169=3975$, а т.к. $n<3952144$, то таких чисел 3974.

Ответ: 3974 числа.

97.

1) $\sqrt[3]{343\cdot 0{,}125}=\sqrt[3]{7^3\cdot(0{,}5)^3}=\sqrt[3]{(7\cdot 0{,}5)^3}=\sqrt[3]{(3{,}5)^3}=3{,}5;$

2) $\sqrt[3]{864\cdot 216}=\sqrt[3]{3^3\cdot 2^5\cdot 2^3\cdot 3^3}=3^2\cdot 2^2\cdot\sqrt[3]{2^2}=9\cdot 4\sqrt[3]{4}=36\cdot\sqrt[3]{4};$

3) $\sqrt[4]{256\cdot 0{,}0081}=\sqrt[4]{2^8\cdot(0{,}3)^4}=2^2\cdot 0{,}3=4\cdot 0{,}3=1{,}2;$

4) $\sqrt[5]{32\cdot 100000}=\sqrt[5]{2^5\cdot 10^5}=2\cdot 10=20\,.$

98.

1) $\sqrt[3]{5^3\cdot 7^3}=\sqrt[3]{(5\cdot 7)^3}=\sqrt[3]{35^3}=35;$

2) $\sqrt[4]{11^4\cdot 3^4}=\sqrt[4]{(11\cdot 3)^4}=\sqrt[4]{33^4}=33;$

3) $\sqrt[5]{(0{,}2)^5\cdot 8^5}=\sqrt[5]{(0{,}2\cdot 8)^5}=\sqrt[5]{1{,}6^5}=1{,}6;$

4) $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\right)^7\cdot 21^7}=\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}\cdot 21\right)^7}=\sqrt[7]{7^7}=7.$

99.

1) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{500}=\sqrt[3]{1000}=\sqrt[3]{10^3}=10;$

2) $\sqrt[3]{0{,}2}\cdot\sqrt[3]{0{,}04}=\sqrt[3]{0{,}008}=\sqrt[3]{0{,}2^3}=0{,}2;$

3) $\sqrt[4]{324}\cdot\sqrt[4]{4}=\sqrt[4]{81\cdot 16}=\sqrt[4]{3^4\cdot 2^4}=\sqrt[4]{6^4}=6;$

4) $\sqrt[5]{2}\cdot\sqrt[5]{16}=\sqrt[5]{32}=\sqrt[5]{2^5}=2.$

100.

1) $\sqrt[5]{3^{10}\cdot 2^{15}}=3^2\cdot 2^3=9\cdot 8=72;$

2) $\sqrt[3]{2^3\cdot 5^6}=2\cdot 5^2=2\cdot 25=50;$

3) $\sqrt[4]{3^{12}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^8}=3^3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{27}{9}=3;$

4) $\sqrt[10]{4^{30}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{20}}=4^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{64}{4}=16.$

(101 – 102)

1) $\sqrt[3]{64\cdot x^3\cdot z^6}=4xz^2;$

2) $\sqrt[4]{\mathrm{a}^8\cdot\mathrm{b}^{12}}=\mathrm{a}^2\mathrm{b}^3;$

3) $\sqrt[5]{32\cdot x^{10}\cdot y^{20}}=2x^2y^4;$

4) $\sqrt[6]{\mathrm{a}^{12}\mathrm{b}^{18}}=\mathrm{a}^2\mathrm{b}^3\,.$

102.

1) $\sqrt[3]{2ab^2}\cdot\sqrt[3]{4a^2b}=\sqrt[3]{2^3a^3b^3}=2ab$; 2) $\sqrt[4]{3a^2b^3}\cdot\sqrt[4]{27a^2b}=\sqrt[4]{3^4a^4b^4}=3ab$;

3) $\sqrt[4]{\frac{ab}{c}}\cdot\sqrt[4]{\frac{a^3c}{b}}=\sqrt[4]{\frac{a^4bc}{bc}}=a$; 4) $\sqrt[3]{\frac{16a}{b^2}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{2ba}}=\sqrt[3]{\frac{16a}{2ab^3}}=\frac{2}{b}$.

103.

1) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}=\sqrt[3]{\frac{4^3}{5^3}}=\sqrt[3]{\left(\frac{4}{5}\right)^3}=\frac{4}{5}$; 2) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}=\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^4}=\frac{2}{3}$;

3) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}=\sqrt[3]{\frac{27}{8}}=\sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3}=\frac{3}{2}$; 4) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}=\sqrt[5]{\frac{243}{32}}=\sqrt[5]{\left(\frac{3}{2}\right)^5}=\frac{3}{2}$.

104.

1) $\sqrt[4]{324}:\sqrt[4]{4}=\sqrt[4]{\frac{324}{4}}=\sqrt[4]{81}=\sqrt[4]{3^4}=3$;

2) $\sqrt[3]{128}:\sqrt[3]{2000}=\sqrt[3]{\frac{128}{2\cdot10^3}}=\sqrt[3]{\frac{64}{1000}}=\sqrt[3]{\left(\frac{4}{10}\right)^3}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$;

3) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{\frac{16}{2}}=\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2$; 4) $\frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}}=\sqrt[5]{32}=\sqrt[5]{2^5}=2$;

5) $\left(\sqrt{20}-\sqrt{45}\right):\sqrt{5}=\sqrt{\frac{20}{5}}-\sqrt{\frac{45}{5}}=\sqrt{4}-\sqrt{9}=2-3=-1$;

6) $\left(\sqrt[3]{625}-\sqrt[3]{5}\right):\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{\frac{625}{5}}-\sqrt[3]{\frac{5}{5}}=\sqrt[3]{125}-1=\sqrt[3]{5^3}-1=5-1=4$.

105.

1) $\sqrt[5]{a^6b^7}:\sqrt[5]{ab^2}=\sqrt[5]{\frac{a^6b^7}{ab^2}}=\sqrt[5]{a^5b^5}=ab$;

2) $\sqrt[3]{81x^4y}:\sqrt[3]{3xy}=\sqrt[3]{\frac{81x^4y}{3xy}}=\sqrt[3]{27x^3}=\sqrt[3]{3^3x^3}=3x$;

3) $\sqrt[3]{\frac{3x}{y^2}}:\sqrt[3]{\frac{y}{9x^2}}=\sqrt[3]{\frac{27x^3}{y^3}}=\frac{3x}{y}$;

4) $\sqrt[4]{\frac{2b}{a^3}}:\sqrt[4]{\frac{a}{8b^3}}=\sqrt[4]{\frac{16b^4}{a^4}}=\frac{2b}{a}$.

106.

1) $\left(\sqrt[6]{7^3}\right)^2=\sqrt[6]{7^6}=7$; 2) $\left(\sqrt[6]{9}\right)^{-3}=9^{-\frac{3}{6}}=9^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{9^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{3}$;

3) $\left(\sqrt[10]{32}\right)^2=32^{\frac{2}{10}}=32^{\frac{1}{5}}=\sqrt[5]{32}=\sqrt[5]{2^5}=2$;

4) $\left(\sqrt[8]{16}\right)^{-4}=16^{-\frac{4}{8}}=16^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{16^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{4}$.

107.

1) $\sqrt{\sqrt[3]{729}}=\sqrt[6]{3^6}=3$; 2) $\sqrt{\sqrt{1024}}=\sqrt[4]{2^{10}}=2^{\frac{5}{2}}=4\sqrt{2}$;

3) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{9}}\cdot\sqrt[9]{3^7}=\sqrt[9]{3^2\cdot3^7}=\sqrt[9]{3^9}=3$;

4) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{25}}\cdot\sqrt[6]{5^5}=\sqrt[12]{25}\cdot\sqrt[12]{5^{10}}=\sqrt[12]{5^2\cdot5^{10}}=\sqrt[12]{5^{12}}=5$.

108.

1) $\left(\sqrt[3]{x}\right)^6=x^{\frac{6}{3}}=x^2$; 2) $\left(\sqrt[3]{y^2}\right)^3=\sqrt[3]{y^6}=y^{\frac{6}{3}}=y^2$;

3) $\left(\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{b}\right)^6=a^{\frac{6}{2}}\cdot b^{\frac{6}{3}}=a^3b^2$;

4) $\left(\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{b^3}\right)^{12}=a^{\frac{24}{3}}\cdot b^{\frac{36}{4}}=a^8b^9$;

5) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^2b}}\right)^6=\left(a^{\frac{2}{6}}\cdot b^{\frac{1}{6}}\right)^6=a^2b$;

6) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{27a^3}}\right)^4=\left(27^{\frac{1}{12}}\cdot a^{\frac{3}{12}}\right)^4=\sqrt[3]{27a^3}=\sqrt[3]{(3a)^3}=3a$.

109.

1) $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt[3]{2\frac{1}{4}}=\sqrt[3]{\frac{3}{2}\cdot\frac{9}{4}}=\sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3}=\frac{3}{2}$;

2) $\sqrt[4]{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[4]{6\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{\frac{3}{4}\cdot\frac{27}{4}}=\sqrt[4]{\left(\frac{3}{2}\right)^4}=\frac{3}{2}$;

3) $\sqrt[4]{15\frac{5}{8}}:\sqrt[4]{\frac{2}{5}}=\sqrt[4]{\frac{125}{8}\cdot\frac{5}{2}}=\sqrt[4]{\left(\frac{5}{2}\right)^4}=\frac{5}{2}$;

4) $\sqrt[3]{11\frac{1}{4}}:\sqrt[3]{3\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{\frac{45}{4}\cdot\frac{3}{10}}=\sqrt[3]{\frac{27}{8}}=\sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3}=\frac{3}{2}$;

5) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{27}}\right)^2=\sqrt[6]{3^6}=3$; 6) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{16}}\right)^3=\sqrt[6]{2^{12}}=2^2=4$.

110.

1) $\sqrt[3]{\frac{ab^2}{c}}\cdot\sqrt[3]{\frac{a^5b}{c^2}}=\sqrt[3]{\frac{a^6b^3}{c^3}}=\frac{a^2b}{c}$;

2) $\sqrt[5]{\frac{8a^3}{b^2}}\cdot\sqrt[5]{\frac{4a^7}{b^3}}=\sqrt[5]{\frac{2^5a^{10}}{b^5}}=\frac{2a^2}{b}$;

3) $\frac{\sqrt[4]{a^2b^2c}\cdot\sqrt[4]{a^3b^3c^2}}{\sqrt[4]{abc^3}}=\sqrt[4]{\frac{a^2b^2c\cdot a^3b^3c^2}{abc^3}}=\sqrt[4]{a^4b^4}=ab$;

4) $\frac{\sqrt[3]{2a^4b}\cdot\sqrt[3]{4ab}}{2b\sqrt[3]{a^2b^2}}=\frac{1}{2b}\sqrt[3]{\frac{2^3a^5b^2}{a^2b^2}}=\frac{\sqrt[3]{8a^3}}{2b}=\frac{2a}{2b}=\frac{a}{b}$;

5) $\left(\sqrt[5]{a^3}\right)^5\cdot\left(\sqrt[3]{b^2}\right)^3=a^3b^2$;

6) $\left(\sqrt[4]{a^3b^3}\right)^4:\left(\sqrt[3]{ab^2}\right)^3=\frac{a^3b^3}{ab^2}=a^2b$.

111.

1) $\frac{\sqrt[3]{49}\cdot\sqrt[3]{112}}{\sqrt[3]{250}}=\sqrt[3]{\frac{49\cdot56}{125}}=\sqrt[3]{\frac{7^2\cdot7\cdot8}{5^3}}=$

$=\sqrt[3]{\frac{7^3\cdot2^3}{5^3}}=\sqrt[3]{\left(\frac{14}{5}\right)^3}=2\frac{4}{5}$;

2) $\frac{\sqrt[4]{54}\cdot\sqrt[4]{120}}{\sqrt[4]{5}}=\sqrt[4]{54\cdot24}=\sqrt[4]{27\cdot2\cdot8\cdot3}=\sqrt[4]{2^4\cdot3^4}=2\cdot3=6$;

3) $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}+\sqrt[6]{27^2}-\sqrt{\sqrt[3]{64}}=\sqrt[4]{\frac{32}{2}}+3-\sqrt[6]{2^6}=\sqrt[4]{16}+3-2=2+1=3$;

4) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}+\sqrt[4]{18}\cdot\sqrt[4]{4\frac{1}{2}}-\sqrt{\sqrt{256}}=\sqrt[3]{\frac{27}{8}}+\sqrt[4]{\frac{2\cdot 3^2\cdot 3^2}{2}}-\sqrt[4]{4^4}=$

$=\frac{3}{2}+3-4=\frac{1}{2};$

5) $\sqrt[3]{11-\sqrt{57}}\cdot\sqrt[3]{11+\sqrt{57}}=\sqrt[3]{11^2-57}=\sqrt[3]{121-57}=\sqrt[3]{64}=4$;

6) $\sqrt[4]{17-\sqrt{33}}\cdot\sqrt[4]{17+\sqrt{33}}=\sqrt[4]{17^2-33}=\sqrt[4]{256}=\sqrt[4]{4^4}=4$.

112.

1) $\sqrt[3]{2ab}\cdot\sqrt[3]{4a^2b}\cdot\sqrt[3]{27b}=\sqrt[3]{2^3\cdot a^3b^3\cdot 3^3}=2\cdot 3\cdot ba=6ab$;

2) $\sqrt[4]{abc}\cdot\sqrt[4]{a^3b^2c}\cdot\sqrt[4]{b^5c^2}=\sqrt[4]{a^4b^8c^4}=ab^2c$;

3) $\frac{\sqrt[5]{a^3b^2}\cdot\sqrt[5]{3a^2b^3}}{\sqrt[5]{3ab}}=\frac{\sqrt[5]{a^5b^5\cdot 3}}{\sqrt[5]{3ab}}=\sqrt[5]{a^4b^4}$;

4) $\frac{\sqrt[4]{8x^2y^5}\cdot\sqrt[4]{4x^3y}}{\sqrt[4]{2xy^2}}=\sqrt[4]{\frac{16\cdot x^5y^6}{xy^2}}=\sqrt[4]{16x^4y^4}=2xy$.

113.

1) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{18}}}+\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^4}}\right)^3=a^{\frac{18}{9}}+a^{\frac{12}{6}}=a^2+a^2=2a^2$;

2) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{x^2}}\right)^3+2\left(\sqrt[4]{\sqrt{x}}\right)^8=x^{\frac{6}{6}}+2x^{\frac{8}{8}}=x+2x=3x$;

3) $2\sqrt{\sqrt{a^4b^8}}-\left(\sqrt[3]{\sqrt{a^3b^6}}\right)^2=2a^{\frac{4}{4}}b^{\frac{8}{4}}-a^{\frac{6}{6}}b^{\frac{12}{6}}=2ab^2-ab^2=ab^2$;

4) $\sqrt[3]{\sqrt{x^6y^{12}}}-\left(\sqrt[5]{xy^2}\right)^5=\sqrt[6]{x^6y^{12}}-xy^2=xy^2-xy^2=0$;

5) $\left(\sqrt{\sqrt[4]{x^8y^2}}\right)^4-\left(\sqrt[4]{x^2y^8}\right)^2=\sqrt[8]{x^{32}y^8}-\sqrt[4]{x^4y^{16}}=\sqrt[8]{(x^4y)^8}-xy^4=$

$=x^4y-xy^4$;

6) $\left(\left(\sqrt[5]{a\sqrt[5]{a}}\right)^5-\sqrt[5]{a}\right):\sqrt[10]{a^2}=\left(a\sqrt[5]{a}-\sqrt[5]{a}\right):\sqrt[5]{a}=\frac{(a-1)\sqrt[5]{a}}{\sqrt[5]{a}}=a-1.$

114.

1) $\sqrt{7}\cdot\sqrt{14}:\sqrt{3}=\sqrt{\frac{98}{3}}\approx 5{,}72$;

2) $\sqrt{6{,}7}\cdot\sqrt{23}\cdot\sqrt{0{,}37}=\sqrt{6{,}7\cdot 23\cdot 0{,}37}=\sqrt{57{,}017}\approx 7{,}55$;

3) $\sqrt{(1{,}34)^{-7}}\cdot\sqrt{(0{,}43)^{-7}}=\sqrt{(1{,}34\cdot 0{,}43)^{-7}}\approx 6{,}88$;

4) $\sqrt{(3{,}44)^{-9}}:\sqrt{(4{,}57)^{-9}}=\sqrt{(3{,}44\cdot 4{,}57)^{-9}}\approx 3{,}59$.

115.

1) $\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}=\sqrt[6]{\frac{3^3\cdot 3^4}{3}}=\sqrt[6]{3^6}=3$; 2) $\frac{\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[4]{343}}{\sqrt[12]{7}}=\frac{7^{\frac{1}{3}}\cdot 7^{\frac{3}{4}}}{7^{\frac{1}{12}}}=7^{\frac{13}{12}-\frac{1}{12}}=7$;

3) $\left(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{25}\right)\left(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{5}\right)=\left(\sqrt[3]{2}\right)^3+\left(\sqrt[3]{5}\right)^3=2+5=7$;

4) $\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}\right)\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}\right)=\left(\sqrt[3]{3}\right)^3-\left(\sqrt[3]{2}\right)^3=3-2=1$.

116.

$\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}=2$; $(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})=4$;

$\sqrt[2]{(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})}=2$;

$4+2\sqrt{3}-2\sqrt{(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})}+4-2\sqrt{3}=4$;

$\left(\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}\right)^2=2^2$. Тогда $\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}=2$.

117.

1) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\frac{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}=\frac{\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\frac{\sqrt[4]{a}\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}=$

$=\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}-\sqrt[4]{a}=\sqrt[4]{b}$;

2) $\frac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}+\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}=\frac{(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})\,(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}+$

$+\frac{(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})\,(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{a^2})}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}=\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}+$

$+\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{a^2}=2\sqrt[3]{a^2}+2\sqrt[3]{b^2}=2\,(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{b^2})$;

3) $\frac{1}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}-\frac{1}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}\cdot\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)=\left(\frac{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)=$

$=\left(\frac{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)=\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{a}+2\sqrt[4]{b}=2\sqrt[4]{b};$

4) $\left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=$

$=\frac{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)-\sqrt[3]{ab}\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}:\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=$

$=\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2:\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=$

118.

1) $\sqrt{x^3}=x^{\frac{3}{2}}$;
2) $\sqrt[3]{a^4}=a^{\frac{4}{3}}$;

3) $\sqrt[4]{b^3}=b^{\frac{3}{4}}$;
4) $\sqrt[5]{x^{-1}}=x^{\frac{-1}{5}}$;

5) $\sqrt[6]{a}=a^{\frac{1}{6}}$;
6) $\sqrt[7]{b^{-3}}=b^{\frac{-3}{7}}$.

119.

1) $x^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{x}$;
2) $y^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{y^2}$;

3) $a^{\frac{-5}{6}}=\sqrt[6]{a^{-5}}$;
4) $b^{\frac{-1}{3}}=\sqrt[3]{b^{-1}}$;

5) $(2x)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2x}$;
6) $(3b)^{\frac{-2}{3}}=\sqrt[3]{(3b)^{-2}}$.

120.

1) $64^{\frac{1}{2}}=\sqrt{64}=8$;
2) $27^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{27}=3$;

3) $8^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{64}=4$;
4) $81^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{81^3}=3^3=27$;

5) $16^{-\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{16^{-3}}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$;
6) $9^{-\frac{3}{2}}=\sqrt{9^{-3}}=\frac{1}{3^3}=\frac{1}{27}$.

121.

1) $2^{\frac{4}{5}}\cdot 2^{\frac{11}{5}}=2^{\frac{15}{5}}=2^3=8;$ 2) $5^{\frac{2}{7}}\cdot 5^{\frac{5}{7}}=5;$

3) $9^{\frac{2}{3}}:9^{\frac{1}{6}}=9^{\frac{3}{6}}=9^{\frac{1}{2}}=3;$ 4) $4^{\frac{1}{3}}:4^{\frac{5}{6}}=\frac{1}{2};$

5) $\left(7^{-3}\right)^{-\frac{2}{3}}=7^2=49;$ 6) $\left(8^{\frac{1}{12}}\right)^{-4}=8^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}.$

122.

1) $9^{\frac{2}{5}}\cdot 27^{\frac{2}{5}}=3^{\frac{4}{5}}\cdot 3^{\frac{6}{5}}=3^{\frac{10}{5}}=3^2=9;$

2) $7^{\frac{2}{3}}\cdot 49^{\frac{2}{3}}=7^{\frac{2}{3}}\cdot 7^{\frac{4}{3}}=7^{\frac{6}{3}}=7^2=49;$

3) $144^{\frac{3}{4}}:9^{\frac{3}{4}}=\left(\frac{144}{9}\right)^{\frac{3}{4}}=16^{\frac{3}{4}}=2^3=8;$

4) $150^{\frac{3}{2}}:6^{\frac{3}{2}}=\left(\frac{150}{6}\right)^{\frac{3}{2}}=25^{\frac{3}{2}}=5^3=125.$

123.

1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}=2^3+2^4=8+16=24;$

2) $(0{,}04)^{-\frac{3}{2}}-(0{,}125)^{-\frac{2}{3}}=\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{3}{2}}-\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}=25^{\frac{3}{2}}-8^{\frac{2}{3}}=5^3-2^2=$

$=125-4=121;$

3) $8^{\frac{9}{7}}:8^{\frac{2}{7}}-3^{\frac{6}{5}}\cdot 3^{\frac{4}{5}}=8-3^2=8-9=-1;$

4) $(5^{-\frac{2}{5}})^{-5}+((0{,}2)^{\frac{3}{4}})^{-4}=5^2+\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}=25+125=150.$

124.

1) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[6]{a}=\sqrt[6]{a^2}\cdot\sqrt[6]{a}=\sqrt[6]{a^3}=\sqrt{a}$, при a=0,09, $\sqrt{a}=\sqrt{0{,}09}=0{,}3;$

2) $\sqrt{b}:\sqrt[6]{b}=\sqrt[6]{b^3}:\sqrt[6]{b}=\sqrt[6]{b^2}=\sqrt[3]{b}$, при $b=27$, $\sqrt{b}=\sqrt[3]{27}=3;$

3) $\dfrac{\sqrt{b}\cdot\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[6]{b}}=\dfrac{\sqrt[6]{b^3}\cdot\sqrt[6]{b^4}}{\sqrt[6]{b}}=\sqrt[6]{b^6}=b=1{,}3;$

4) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[4]{a}\cdot\sqrt[12]{a^5}=\sqrt[12]{a^4}\cdot\sqrt[12]{a^3}\cdot\sqrt[12]{a^5}=\sqrt[12]{a^{12}}=a=2{,}7.$

125.

1) $a^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{a}=a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{5}{6}};$

2) $\mathrm{b}^{\frac{1}{2}}\cdot\mathrm{b}^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[6]{\mathrm{b}}=\mathrm{b}^{\frac{5}{6}+\frac{1}{6}}=\mathrm{b}^{\frac{6}{6}}=\mathrm{b};$

3) $\sqrt[3]{\mathrm{b}}:\mathrm{b}^{\frac{1}{6}}=\mathrm{b}^{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}=\mathrm{b}^{\frac{2}{6}-\frac{1}{6}}=\mathrm{b}^{\frac{1}{6}};$

4) $\mathrm{a}^{\frac{4}{3}}:\sqrt[3]{\mathrm{a}}=\mathrm{a}^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}}=\mathrm{a};$

5) $x^{1,7}\cdot x^{2,8}:\sqrt{x^5}=x^{4,5}:x^{2,5}=x^{4,5-2,5}=x^2;$

6) $y^{-3,8}:y^{-2,3}\cdot\sqrt{y^3}=y^{-3,8+2,3+\frac{3}{2}}=y^0=1.$

126.

1) $2^{2-3\sqrt{5}}\cdot 8^{\sqrt{5}}=2^{2-3\sqrt{5}+3\sqrt{5}}=2^2=4;$

2) $3^{1+2\sqrt[3]{2}}:9^{\sqrt[3]{2}}=3^{1+2\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}}=3;$

3) $6^{1+2\sqrt{3}}:\left(4^{\sqrt{3}}\cdot 9^{\sqrt{3}}\right)=6^{1+2\sqrt{3}}:6^{2\sqrt{3}}=6^{1+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}}=6;$

4) $\left(5^{1+\sqrt{2}}\right)^{1-\sqrt{2}}=5^{1-2}=5^{-1}=\dfrac{1}{5}.$

127.

1) $(a^4)^{-\frac{3}{4}}\cdot(b^{-\frac{2}{3}})^{-6}=a^{-3}\cdot b^4;$

2) $\left(\left(\dfrac{a^6}{b^{-3}}\right)^4\right)^{\frac{1}{12}}=\left(a^{24}b^{12}\right)^{\frac{1}{12}}=a^2b;$

3) $\left(\sqrt{x^{0,4}\cdot y^{1,2}}\right)^{10}=\left(x^{0,2}\cdot y^{0,6}\right)^{10}=x^2\cdot y^6;$

4) $x^{-2\sqrt{2}}\cdot\left(\dfrac{1}{x^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1}=x^{-2\sqrt{2}}\cdot x^{2+2\sqrt{2}+1}=x^{-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}}=x^3.$

128.

1) $$\frac{a^{\frac{4}{3}}(a^{-\frac{1}{3}}+a^{\frac{2}{3}})}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}\right)}=\frac{a^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}}+a^{\frac{4}{3}+\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{4}-\frac{1}{4}}}=\frac{a+a^2}{a+1}=\frac{a(a+1)}{a+1}=a;$$

2) $$\frac{b^{\frac{1}{5}}\cdot\left(\sqrt[5]{b^4}-\sqrt[5]{b^{-1}}\right)}{b^{\frac{2}{3}}\left(\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{b^{-2}}\right)}=\frac{b^{\frac{1}{5}+\frac{4}{5}}-b^{\frac{1}{5}-\frac{1}{5}}}{b^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}-b^{\frac{2}{3}-\frac{2}{3}}}=\frac{b-1}{b-1}=1;$$

3) $$\frac{a^{\frac{5}{3}}\cdot b^{-1}-ab^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b^2}}=\frac{ab^{-1}\left(a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}}}=\frac{a}{b};$$

4) $$\frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}}+a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}.$$

129.

1) $$\left(2^{\frac{5}{3}}\cdot 3^{-\frac{1}{3}}-3^{\frac{5}{3}}\cdot 2^{-\frac{1}{3}}\right)\cdot\sqrt[3]{6}=2^{-\frac{1}{3}}\cdot 3^{-\frac{1}{3}}\left(2^2-3^2\right)\cdot\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{3}=$$

$$=\frac{4-9}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{3}}\cdot\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{3}=-5;$$

2) $$\left(5^{\frac{1}{4}}:2^{\frac{3}{4}}-2^{\frac{1}{4}}:5^{\frac{3}{4}}\right)\cdot\sqrt[4]{1000}=\left(\frac{5^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{3}{4}}}-\frac{2^{\frac{1}{4}}}{5^{\frac{3}{4}}}\right)\cdot\sqrt[4]{10^3}=\frac{5-2}{10^{\frac{3}{4}}}\cdot 10^{\frac{3}{4}}=3;$$

3) $$\left(2^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}+\left(3^{\sqrt{3}+1}\right)^{\left(\sqrt{3}-1\right)}=2^2+3^{3-1}=2^2+3^2=4+9=13;$$

4) $$\left((0{,}5)^{\frac{3}{5}}\right)^{-5}-\left(4^{-0{,}3}\right)^{-\frac{5}{3}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}-4^{\frac{1}{2}}=8-2=6.$$

130.

1) $a^{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt[6]{a\sqrt[3]{a}} = a^{\frac{1}{9}}\left(aa^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{9}}\left(a^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{9}+\frac{2}{9}} = a^{\frac{1}{3}}$;

2) $\left(\sqrt[3]{ab^{-2}} + (ab)^{-\frac{1}{6}}\right)\cdot\sqrt[6]{ab^4} = \left(a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{2}{3}} + a^{-\frac{1}{6}}b^{-\frac{1}{6}}\right)a^{\frac{1}{6}}\cdot b^{\frac{2}{3}} =$

$= a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$;

3) $b^{\frac{1}{12}} \cdot \sqrt[3]{b\sqrt[4]{b}} = b^{\frac{1}{12}}\left(bb^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{12}}\left(b^{\frac{5}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{1}{12}} \cdot b^{\frac{5}{12}} = b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b}$;

4) $\left(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab}\right) = \left(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}\right)\left(\left(\sqrt[3]{a}\right)^2 + \left(\sqrt[3]{b}\right)^2 - \sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}\right) =$

$= \left(\sqrt[3]{a}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{b}\right)^3 = a + b.$

131.

1) $\dfrac{x-y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{\left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}\right)\left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}$;

2) $\dfrac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}} = \dfrac{\left(a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}\right)}{a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}}} = a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}$;

3) $\dfrac{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}}{m + 2\sqrt{mn} + n} = \dfrac{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}}{\left(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}\right)^2} = \dfrac{1}{m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}}$;

4) $\dfrac{c - 2c^{\frac{1}{2}} + 1}{\sqrt{c} - 1} = \dfrac{\left(c^{\frac{1}{2}} - 1\right)^2}{c^{\frac{1}{2}} - 1} = c^{\frac{1}{2}} - 1$.

132.

1) $\left(1-2\sqrt{\frac{b}{a}}+\frac{b}{a}\right):\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^2=\left(1-\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2\cdot\frac{1}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}=$

$=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}{a\cdot\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}=\frac{1}{a};$

2) $\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right):\left(2+\sqrt[3]{\frac{a}{b}}+\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)=\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right):\frac{\sqrt[3]{a^2}+2\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{ab}}=$

$=\frac{\sqrt[3]{ab}\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)}{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)^2}=\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}};$

3) $\frac{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{5}{4}}}-\frac{b^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}}=\frac{\left(1-a^2\right)a^{\frac{1}{4}}}{(1-a)a^{\frac{1}{4}}}-\frac{\left(1-b^2\right)b^{-\frac{1}{2}}}{(1+b)b^{-\frac{1}{2}}}=$

$=1+a-(1-b)=a+b;$

4) $\frac{\sqrt{a}-a^{-\frac{1}{2}}b}{1-\sqrt{a^{-1}b}}-\frac{\sqrt[3]{a^2}-a^{-\frac{1}{3}}b}{\sqrt[6]{a}+a^{-\frac{1}{3}}\sqrt{b}}=\frac{(a-b)a^{-\frac{1}{2}}}{\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}}}-\frac{(a-b)a^{-\frac{1}{3}}}{\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt[3]{a}}}=$

$=\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{(a-b)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a-b}-\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)(a-b)}{a-b}=$

$=\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{a}+\sqrt{b}=2\sqrt{b}.$

133.

1) $\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\frac{ab^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}-\frac{2a^2-4ab}{a-b}=\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{b^{\frac{1}{2}}a}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-$

$-\frac{2a^2-4ab}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}=\frac{a^{\frac{3}{2}}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)+ab^{\frac{1}{2}}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)-2a^2+4ab}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}=$

$=\frac{a^2-a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{3}{2}}\sqrt{b}+ab-2a^2+4ab}{a-b}=\frac{5ab-a^2}{a-b};$

2) $\frac{3xy-y^2}{x-y}-\frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\frac{y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=$

$$=\frac{3xy-y^2}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}-\frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-$$

$$-\frac{y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\frac{3xy-y^2-y\sqrt{y}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)-y\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}{x-y}=$$

$$=\frac{3xy-y^2-y^{\frac{3}{2}}\sqrt{x}-y^2-yx+y^{\frac{3}{2}}\sqrt{x}}{x-y}=\frac{2xy-2y^2}{x-y}=\frac{2y(x-y)}{x-y}=2y;$$

3) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\frac{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}{a^{\frac{2}{3}}-\sqrt[3]{ab}+b^{\frac{2}{3}}}=\frac{a^{\frac{2}{3}}-\sqrt[3]{ab}+b^{\frac{2}{3}}-\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)}{a+b}=$

$$=\frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}-\sqrt[3]{a^2}-2\sqrt[3]{ab}-\sqrt[3]{b^2}}{a+b}=\frac{-3\sqrt[3]{ab}}{a+b};$$

4) $\frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}-\frac{a-b}{a^{\frac{2}{3}}+\sqrt[3]{ab}+b^{\frac{2}{3}}}=\frac{\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}-$

$$-\frac{\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=2\sqrt[3]{b}.$$

134.

1) $\frac{(a-b)}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}-\frac{a+b}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}=\frac{\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}-$

$$-\frac{\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}=$$

$$=\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}-\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}-\sqrt[3]{b^2}=2\sqrt[3]{ab};$$

$$2)\ \frac{a+b}{a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}-\frac{a-b}{a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}=\frac{\left(a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}\right)}{a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}-$$

$$-\frac{\left(a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}\right)}{a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}=a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}-\left(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}\right)=2b^{\frac{1}{3}};$$

$$3)\ \frac{a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}{a-b}-\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}=\frac{a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}-\left(a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)}{a-b}=\frac{\sqrt[3]{ab}}{b-a};$$

$$4)\ \frac{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}{a+b}+\frac{1}{a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}{a+b}=\frac{2\sqrt[3]{a}}{a+b}.$$

135.

1) $\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{4}\approx 3{,}02$; 2) $\sqrt[3]{7+\sqrt[5]{10}}\approx 2{,}04$; 3) $5^{\sqrt{3}}\approx 16{,}24$;

4) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{\sqrt{3}}\approx 1{,}49$; 5) $\pi^{\pi}\approx 36{,}46$.

136.

1) $2^{\frac{1}{3}}<3^{\frac{1}{3}}$; 2) $5^{-\frac{4}{5}}<3^{-\frac{4}{5}}$, т.к. $\frac{1}{\sqrt[5]{5^4}}<\frac{1}{\sqrt[5]{3^4}}$;

3) $5^{\sqrt{3}}<7^{\sqrt{3}}$; 4) $21^{-\sqrt{2}}>31^{-\sqrt{2}}$, т.к. $\frac{1}{21^{\sqrt{2}}}>\frac{1}{31^{\sqrt{2}}}$.

137.

1) $(0{,}88)^{\frac{1}{6}}>\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}$, т.к. $\frac{88}{100}>\frac{6}{11}$, и $\left(\frac{88}{100}\right)^{\frac{1}{6}}>\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}}$;

2) $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}}<(0{,}41)^{-\frac{1}{4}}$, т.к. $\frac{12}{5}<\frac{100}{41}$ и $\left(\frac{12}{5}\right)^{\frac{1}{4}}<\left(\frac{100}{41}\right)^{\frac{1}{4}}$;

3) $(4{,}09)^{\sqrt[3]{2}} < \left(4\frac{3}{25}\right)^{\sqrt[3]{2}}$, т.к. $\left(4{,}09 < 4\frac{3}{25}\right)$;

4) $\left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}} > \left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}}$, т.к. $\frac{12}{11} > \frac{13}{12}$ *и* $\left(\frac{12}{11}\right)^{\sqrt{5}} > \left(\frac{13}{12}\right)^{\sqrt{5}}$.

138.

1) $6^{2x} = 6^{\frac{1}{5}}$.

Тогда $2x = \frac{1}{5}$.

Отсюда $x = \frac{1}{10}$.

2) $3^{x} = 27$;

$3^{x} = 3^{3}$;

$x = 3$.

3) $7^{1-3x} = 7^{10}$.

Поэтому $1 - 3x = 10$,

$x = -3$.

4) $2^{2x+1} = 32$,

$2^{2x+1} = 2^{5}$.

Тогда $2x + 1 = 5$, $x = 2$.

5) $4^{2+x} = 1$;

$4^{2+x} = 4^{0}$.

Поэтому $2 + x = 0$,

$x = -2$.

6) $\left(\frac{1}{5}\right)^{4x-3} = 5$,

$5^{3-4x} = 5$,

$3 - 4x = 1$,

$x = \frac{1}{2}$.

139.

1) $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^{2}} = \sqrt[7]{\left(\frac{3-2}{6}\right)^{2}} = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{2}{7}}$;

$\sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)^{2}} = \sqrt[7]{\left(\frac{4-3}{12}\right)^{2}} = \left(\frac{1}{12}\right)^{\frac{2}{7}}$

т.к. $\frac{1}{6} > \frac{1}{12}$, а $\frac{2}{7} > 0$,

то $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^{2}} > \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)^{2}}$.

2) $\sqrt[5]{\left(1\frac{1}{4}-1\frac{1}{5}\right)^3}$ и $\sqrt[5]{\left(1\frac{1}{6}-1\frac{1}{7}\right)^3}$;

$$\sqrt[5]{\left(1\frac{1}{4}-1\frac{1}{5}\right)^3}=\sqrt[5]{\left(\frac{25-24}{20}\right)^3}=\left(\frac{1}{20}\right)^{\frac{3}{5}};$$

$$\sqrt[5]{\left(1\frac{1}{6}-1\frac{1}{7}\right)^3}=\sqrt[5]{\left(\frac{49-48}{42}\right)^3}=\left(\frac{1}{42}\right)^{\frac{3}{5}};$$

т.к. $\frac{1}{20}>\frac{1}{42}$, а $\frac{3}{5}>0$,

то $\sqrt[5]{\left(1\frac{1}{4}-1\frac{1}{5}\right)^3}>\sqrt[5]{\left(1\frac{1}{6}-1\frac{1}{7}\right)^3}$.

140.

1) $3^{2-y}=27$, $3^{2-y}=3^3$. Тогда $2-y=3$ и $y=-1$.

2) $3^{5-2x}=1$; $3^{5-2x}=3^0$. Поэтому $5-2x=0$ и $x=2{,}5$.

3) $9^{\frac{1}{2}x-1}-3=0$; $9^{\frac{1}{2}x-1}=3$; $3^{2\left(\frac{1}{2}x-1\right)}=3$. Тогда $x-2=1$ и $x=3$.

4) $27^{3-\frac{1}{3}y}-81=0$; $3^{3\left(3-\frac{1}{3}y\right)}=3^4$. Тогда $9-y=4$ и $y=5$.

141.

1) $\left(\frac{1}{9}\right)^{2x-5}=3^{5x-8}$; $\left(3^{-2}\right)^{2x-5}=3^{5x-8}$;

$3^{-4x+10}=3^{5x-8}$.

Тогда $10-4x=5x-8$,

$9x=18$ и $x=2$.

2) $2^{4x-9}=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}$; $2^{4x-9}=2^{-x+4}$.

Поэтому $4x-9=-x+4$,

$5x=13$ и $x=2{,}6$.

3) $8^x\cdot4^{x+13}=\frac{1}{16}$;

$2^{3x}\cdot2^{2x+26}=2^{-4}$.

Тогда $3x+2x+26=-4$, $5x=-30$; $x=-6$.

4) $\dfrac{25^{x-2}}{\sqrt{5}} = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{x-7,5}$;

$5^{2x-4-\frac{1}{2}} = 5^{-x+7,5}$.

Тогда $2x - 4,5 = -x + 7,5$,

$3x = 12$ и $x = 4$.

142.

1) $\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2x+1} = \left(3\sqrt{3}\right)^{x}$,

$(3^{-\frac{1}{2}})^{2x+1} = 3^{\frac{3}{2}x}$,

$3^{-x-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3x}{2}}$.

Тогда $-x - \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2}x$,

$-2,5x = 0,5$

и $x = -\dfrac{1}{5}$.

2) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{x-1} = \left(\dfrac{2}{\sqrt[3]{2}}\right)^{2x}$,

$2^{\frac{x-1}{3}} = 2^{\frac{4x}{3}}$.

Поэтому $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{4}{3}x$,

$x - 1 = 4x$,

$3x = -1$

и $x = -\dfrac{1}{3}$.

3) $9^{3x+4} \cdot \sqrt{3} = \dfrac{27^{x-1}}{\sqrt{3}}$,

$\left(3^{2}\right)^{3x+4} \cdot 3 = \left(3^{3}\right)^{x-1}$,

$3^{6x+8+1} = 3^{3x-3.}$

Тогда $6x + 9 = 3x - 3$,

$3x = -12$ и $x = -4$.

4) $\dfrac{8}{\left(\sqrt{2}\right)^{x}} = 4^{3x-2}\sqrt{2}$,

$\dfrac{2^{3}}{2^{\frac{1}{2}x}} = 2^{2(3x-2)} \cdot 2^{\frac{1}{2}}$.

Тогда $3 - \dfrac{1}{2}x = 2(3x-2) + \dfrac{1}{2}$,

$6\dfrac{1}{2}x = 6\dfrac{1}{2}$

и $x = 1$.

143.

1) $\log_7 49 = \log_7 7^2 = 2$;

2) $\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$;

3) $\log_{\frac{1}{2}} 4 = \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2} = -2$;

4) $\log_3 \dfrac{1}{27} = \log_3 3^{-3} = -3$.

144.

1) $\lg 23 \approx 1{,}4$; 2) $\lg 131 \approx 2{,}1$; 3) $40\lg 2 \approx 12$; 4) $57\lg 3 \approx 27{,}2$.

146.

1) $10^{2x-1} = 7$, $2x - 1 = \lg 7$, $x = \frac{1+\lg 7}{2}$, $x \approx 0{,}92$;

2) $10^{1-3x} = 6$, $1 - 3x = \lg 6$,

$x = \frac{1+\lg 6}{3}$, $x \approx 0{,}07$.

146.

1) $(0{,}175)^0 + (0{,}36)^{-2} - 1^{\frac{4}{3}} = 1 + \left(\frac{100}{36}\right)^2 - 1 = \left(\frac{25}{9}\right)^2 = \frac{625}{81}$;

2) $1^{-0{,}43} - (0{,}008)^{\frac{1}{3}} + (15{,}1)^0 = 1 - \left(\frac{1000}{8}\right)^{\frac{1}{3}} + 1 =$

$= 2 - \sqrt[3]{\frac{10^3}{2^3}} = 2 - \frac{10}{2} = -3$;

3) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + 4 \cdot 379^0 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \sqrt[3]{\frac{1}{27}} + 4 = \frac{25}{16} - \frac{1}{3} + 4 =$

$= \frac{25}{16} + \frac{11}{3} = \frac{251}{48} = 5\frac{11}{48}$;

4) $(0{,}125)^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - (1{,}85)^0 = \frac{1}{\sqrt[3]{0{,}125}} + \frac{9}{16} - 1 = \frac{1}{0{,}5} + \frac{9}{16} - 1 =$

$= \frac{9}{16} + 2 - 1 = 1\frac{9}{16}$.

147.

1) $9{,}3 \cdot 10^{-6} : \left(3{,}1 \cdot 10^{-5}\right) = \frac{9{,}3 \cdot 10^{-6}}{3{,}1 \cdot 10^{-5}} = 3 \cdot 10^{-1} = 0{,}3$;

2) $1{,}7 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^7 = 5{,}1 \cdot 10 = 51$;

3) $8{,}1 \cdot 10^{16} \cdot 2 \cdot 10^{-14} = 16{,}2 \cdot 10^2 = 1620$;

4) $6{,}4 \cdot 10^5 : \left(1{,}6 \cdot 10^7\right) = \frac{6{,}4 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^7} = \frac{4}{10^2} = 0{,}04$;

5) $2\cdot 10^{-1}+\left(6^0-\frac{1}{6}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{3}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}=\frac{1}{5}+\frac{6}{5}\cdot\frac{3^2}{3^3}\cdot(-4)=$

$=\frac{1}{5}+\frac{2\cdot(-4)\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{1}{5}-\frac{8}{5}=-\frac{7}{5}=1{,}4;$

6) $3\cdot 10^{-1}-\left(8^0-\frac{1}{8}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{4}\cdot\left(\frac{5}{7}\right)^{-1}=\frac{3}{10}-\frac{8}{7}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{7}{5}=$

$=\frac{3}{10}-\frac{2}{5}=\frac{3-4}{10}=-0{,}1.$

148.

1) $\left(\frac{x^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{5}{6}}}{x^{\frac{1}{6}}}\right)^{-2}=\left(\frac{x^{\frac{2}{6}}\cdot x^{\frac{5}{6}}}{x^{\frac{1}{6}}}\right)^{-2}=\left(\frac{x^{\frac{7}{6}}}{x^{\frac{1}{6}}}\right)^{-2}=x^{-2}=\frac{1}{x^2},$

при $x=\frac{7}{9}$ $\frac{1}{x^2}=\frac{81}{49}=1\frac{32}{49}$;

2) $\left(\frac{a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{1}{9}}}{a^{\frac{-2}{9}}}\right)^{-3}=\left(\frac{a^{\frac{6}{9}}\cdot a^{\frac{1}{9}}}{a^{\frac{-2}{9}}}\right)^{-3}=\left(a^{\frac{7}{9}}\cdot a^{\frac{2}{9}}\right)^{-3}=(a)^{-3}=\frac{1}{a^3},$

при $a=0{,}1$, $a^3=0{,}001$, $\frac{1}{a^3}=1000$.

149.

1) $\left(\sqrt[3]{125x}-\sqrt[3]{8x}\right)-\left(\sqrt[3]{27x}-\sqrt[3]{64x}\right)=\left(5\sqrt[3]{x}-2\sqrt[3]{x}\right)-\left(3\sqrt[3]{x}-4\sqrt[3]{x}\right)=4\sqrt[3]{x};$

2) $\left(\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{16x}\right)+\left(\sqrt[4]{81x}-\sqrt[4]{625x}\right)=$

$=\sqrt[4]{x}+2\sqrt[4]{x}+3\sqrt[4]{x}-5\sqrt[4]{x}=\sqrt[4]{x}$;

3) $\left(\frac{3}{\sqrt{1+a}}+\sqrt{1-a}\right):\frac{3+\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1+a}}=\frac{\left(3+\sqrt{1-a^2}\right)\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}\left(3+\sqrt{1-a^2}\right)}=1$;

4) $\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2-y^2}}\right):\left(\sqrt{x^2-y^2}-x\right)=\frac{\sqrt{x^2-y^2}-x}{\sqrt{x^2-y^2}\left(\sqrt{x^2-y^2}-x\right)}=\frac{1}{\sqrt{x^2-y^2}}.$

150.

1) $7^{5x-1}=49$; $7^{5x-1}=7^{2}$.

Тогда $5x-1=2$; $5x=3$ и $x=\frac{3}{5}$.

2) $(0,2)^{1-x}=0,04$; $(0,2)^{1-x}=(0,2)^{2}$.

Поэтому $1-x=2$ и $x=-1$.

3) $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+3}=7^{2x}$; $7^{-3x-3}=7^{2x}$.

Значит, $-3x-3=2x$; $-5x=3$ и $x=-\frac{3}{5}$.

4) $3^{5x-7}=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$; $3^{5x-7}=3^{-2x}$.

Отсюда, $5x-7=-2x$; $7x=7$ и $x=1$.

Проверь себя

1.

1) $3^{-5}:3^{-7}-2^{-2}\cdot 2^{4}+\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right)^{3}=3^{2}-2^{2}+\frac{27}{8}=9-4+3\frac{3}{8}=8\frac{3}{8}$;

2) $\sqrt[5]{3^{10}\cdot 32}-\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{3}}=3^{2}\cdot 2-\sqrt[3]{8}=18-2=16$;

3) $25^{\frac{3}{2}}\cdot 25^{-1}+\left(5^{3}\right)^{\frac{2}{3}}:5^{3}-48^{\frac{2}{3}}:6^{\frac{2}{3}}=\sqrt{25}+5^{-1}-8^{\frac{2}{3}}=$

$=5+\frac{1}{5}-4=1,2.$

2.

$8600=8,6\cdot 10^{3}$; $0.0078=7,8\cdot 10^{-3}$;

1) $8,6\cdot 10^{3}\cdot 7,8\cdot 10^{-3}=67,08$; 2) $8,6\cdot 10^{3}:7,8\cdot 10^{-3}=\frac{43}{39}\cdot 10^{6}$.

3.

1) $\frac{3x^{-9}\cdot 2x^{5}}{x^{-4}}=6$; 2) $\left(x^{-1}+y^{-1}\right)\cdot\left(\frac{1}{xy}\right)^{-2}=\frac{y+x}{xy}\cdot(xy)^{2}=(x+y)xy.$

4.

$$\frac{a^{\frac{5}{3}}}{\sqrt[3]{a^2}\cdot a^{\frac{3}{4}}} = a^{\frac{5}{3}}\cdot a^{-\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{3}{4}} = a\cdot a^{-\frac{3}{4}} = a^{1-\frac{3}{4}} = a^{\frac{1}{4}};\text{ при } a=81,\text{ то } a^{\frac{1}{4}}=3.$$

5.

а) $(0{,}78)^{\frac{2}{3}} > (0{,}67)^{\frac{2}{3}}$, т.к. 0,78 > 0,67, и показатель степени $\frac{2}{3} > 0$;

б) $(3{,}09)^{-\frac{1}{3}} < (3{,}08)^{-\frac{1}{3}}$, т.к. 3,09 > 3,08, и показатель $-\frac{1}{3} < 0$.

151.

1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} + 10000^{\frac{1}{4}} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = (16)^{\frac{3}{4}} + 10 - \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = 2^3 + 10 - \frac{3}{2} =$

$= 8 + 10 - \frac{3}{2} = 16{,}5;$

2) $(0{,}001)^{-\frac{1}{3}} - 2^{-2}\cdot 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-1\frac{1}{3}} = 1000^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{4}\cdot\sqrt[3]{64^2} - \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{4}{3}} =$

$= 10 - \frac{16}{4} - \sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^4} = 10 - 4 - \frac{1}{16} = 5\frac{15}{16};$

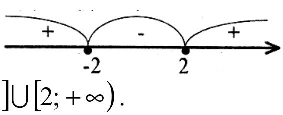
3) $27^{\frac{2}{3}} - (-2)^{-2} + \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27^2} - \frac{1}{4} + \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = 9 - \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = 9\frac{5}{12};$

4) $(-0.5)^{-4} - 625 - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}} = 16 - 625 - \sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^3} =$

$= 16 - 625 - \frac{8}{27} = -609\frac{8}{27}.$

152.

1) $\sqrt[4]{x^2-4}$ – имеет смысл, если выполнено $x^2 - 4 \geq 0$,
т.е. $(x-2)(x+2) \geq 0$.

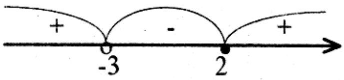


Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

2) $\sqrt[3]{x^2-5x+6}$ – имеет смысл для любого x.

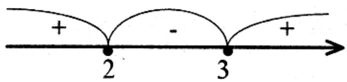
Ответ: $x \in (-\infty;+\infty)$.

3) $\sqrt[6]{\dfrac{x-2}{x+3}}$ – имеет смысл, если $\dfrac{x-2}{x+3} \geq 0$, при этом $x+3 \neq 0$ т.е. $x \neq -3$.



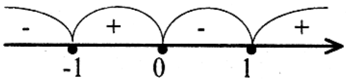
Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup [2; +\infty)$.

4) $\sqrt[4]{x^2-5x+6}$ – имеет смысл, если $x^2 - 5x + 6 \geq 0$, тогда $(x-3)(x-2) \geq 0$.



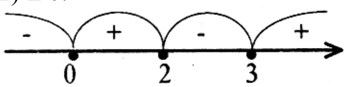
Ответ: $x \in (-\infty; +2] \cup [3; +\infty)$.

5) $\sqrt[8]{x^3-x}$ – имеет смысл, если $x^3 - x \geq 0$, поэтому $x(x-1)(x+1) \geq 0$.



Ответ: $x \in [-1; 0] \cup [1; +\infty)$

6) $\sqrt[6]{x^3-5x^2+6x}$ – имеет смысл, если $x^3 - 5x^2 + 6x \geq 0$, тогда $x \cdot (x-3)(x-2) \geq 0$.



Ответ: $x \in [\,0; 2] \cup [3; +\infty)$.

153.

1) $$\frac{a^{\frac{1}{4}}-a^{-\frac{7}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}-a^{-\frac{3}{4}}}=\frac{a^{-\frac{7}{4}}\left(a^2-1\right)}{a^{-\frac{3}{4}}(a-1)}=\frac{a^{-1}(a+1)(a-1)}{(a-1)}=\frac{a+1}{a}=1+\frac{1}{a};$$

2) $$\frac{a^{\frac{4}{3}}-a^{-\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}-a^{-\frac{2}{3}}}=\frac{a^{-\frac{2}{3}}\left(a^2-1\right)}{a^{-\frac{2}{3}}(a-1)}=\frac{(a+1)(a-1)}{(a-1)}=a+1;$$

3) $\dfrac{b^{\frac{5}{4}}+2b^{\frac{1}{4}}+b^{-\frac{3}{4}}}{b^{\frac{3}{4}}+b^{-\frac{1}{4}}}=\dfrac{b^{-\frac{3}{4}}\left(b^2+2b+1\right)}{b^{-\frac{1}{4}}\left(b+1\right)}=\dfrac{\left(b+1\right)^2}{\sqrt{b}\left(b+1\right)}=\dfrac{b+1}{\sqrt{b}}$;

4) $\dfrac{a^{-\frac{4}{3}}b^{-2}-a^{-2}b^{-\frac{4}{3}}}{a^{-\frac{5}{3}}b^{-2}-a^{-2}b^{-\frac{5}{3}}}=\dfrac{a^{-2}b^{-2}(a^{\frac{2}{3}}-b^{\frac{2}{3}})}{a^{-2}b^{-2}(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})}=\dfrac{(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}=$

$=a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b};$

5) $\dfrac{\sqrt{a^3b^{-1}}-\sqrt{a^{-1}b^3}}{\sqrt{ab^{-1}}-\sqrt{a^{-1}b}}=\dfrac{\dfrac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{b}}-\dfrac{\sqrt{b^3}}{\sqrt{a}}}{\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}-\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}}=$

$=\dfrac{\dfrac{\sqrt{a^4}-\sqrt{b^4}}{\sqrt{ab}}}{\dfrac{\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}}{\sqrt{ab}}}=\dfrac{\sqrt{a^4}-\sqrt{b^4}}{\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}}=$

$=\dfrac{a^2-b^2}{a-b}=\dfrac{(a+b)(a-b)}{a-b}=a+b;$

6) $\dfrac{a^{\frac{3}{4}}b^{-\frac{1}{4}}-a^{-\frac{1}{4}}b^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{4}}+a^{-\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}}=\dfrac{a^{-\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{4}}\left(a-b\right)}{a^{-\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=$

$=\sqrt{a}-\sqrt{b};$

7) $\left(\dfrac{1+\sqrt{ab}}{\sqrt[4]{ab}}+\dfrac{\sqrt[4]{a^3b}-\sqrt[4]{ab^3}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}\right)^{-2}\cdot\left(1+\dfrac{b}{a}+2\sqrt{\dfrac{b}{a}}\right)^{\frac{1}{2}}=$

$=\left(\dfrac{\left(1+\sqrt{ab}\right)\left(\sqrt{b}-\sqrt{a}\right)+\sqrt[4]{ab}\left(\sqrt[4]{a^3b}-\sqrt[4]{ab^3}\right)}{\sqrt[4]{ab}\cdot\left(\sqrt{b}-\sqrt{a}\right)}\right)^{-2}\cdot\left(\left(1+\sqrt{\dfrac{b}{a}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}=$

$=\sqrt{ab}\cdot\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\cdot\sqrt{b};$

8) $$\left(\frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b^2}}+\frac{\sqrt[3]{ab^2}-\sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[3]{a^2}-2\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}\right):\left(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}\right)=$$

$$=\left(\frac{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)}+\frac{\sqrt[3]{ab}\left(\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{a}\right)}{\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2}\right):\left(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}\right)=$$

$$=\left(\frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}-\frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}\right):\left(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}\right)=$$

$$=\frac{\sqrt[3]{a^2}-2\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}:\left(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}\right)=\frac{\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2}{\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}\right)}=$$

$$=\frac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\frac{\left(\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}\right)\left(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}\right)}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}=\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}\,.$$

154.

$V_k = a^3$;

$V_ш = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3$,

если $V_k = V_ш = 100cm^3$;

$a = \sqrt[3]{V_k} = \sqrt[3]{10^2} \approx 4{,}64$ см; $R = \sqrt[3]{\frac{V_ш}{\frac{4}{3}\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3V_ш}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{300}{4\pi}} \approx 2{,}88$;

2R = 5,74, 2R > a, следовательно, шар не поместится в куб, т.к. диаметр шара больше ребра куба.

155.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \approx 2\pi\sqrt{\frac{0{,}185}{9{,}8}} \approx 2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{\frac{0{,}185}{9{,}8}} \approx 0{,}86\text{с}.$$

156.

а) $y(x) = x^2 - 4x + 5$,

$y(-3) = (-3)(-3) - 4(-3) + 5 = 9 + 12 + 5 = 26$,

$y(-1) = (-1)(-1) - 4(-1) + 5 = 1 + 4 + 5 = 10$,

$y(0) = 0 - 0 + 5 = 5$,

$y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 5 = 4 - 8 + 5 = 1$;

б) пусть $y(x) = 1$, значит $x^2 - 4x + 5 = 1$,

$x^2 - 4x + 4 = 0$; $(x - 2)^2 = 0$, тогда $x - 2 = 0$, $x = 2$,

пусть $y(x) = 5$, значит $x^2 - 4x + 5 = 5$; $x^2 - 4x = 0$,

$x(x - 4) = 0$, тогда $x_1 = 4$; $x_2 = 0$, если $y(x) = 10$, то $x^2 - 4x + 5 = 10$,

$x^2 - 4x - 5 = 0$, тогда $x_1 = 5$, $x_2 = -1$, если $y(x) = 17$, то $x^2 - 4x - 5 = 17$,

$x^2 - 4x - 12 = 0$, тогда $x_1 = 6$, $x_2 = -2$.

157.

$y(x) = \frac{x+5}{x-1}$;

1) $y(-2) = \frac{3}{-3} = -1$, $\quad y(0) = \frac{5}{-1} = -5$,

$y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5.5}{-0.5} = -11$, $\quad y(3) = \frac{3+5}{3-1} = \frac{8}{2} = 4$;

2) если $y(x) = -3$, то $\frac{x+5}{x-1} = -3$;

$x + 5 + 3x – 3 = 0$, при этом $x – 1 \neq 0$,

$$\begin{cases} 4x = -2 \\ x \neq 1 \end{cases},$$

тогда $x = -\frac{1}{2}$,

если $y(x) = –2$, то $\frac{x+5}{x-1} = -2$,

$x + 5 + 2x – 2 = 0$, при этом $x – 1 \neq 0$,
$3x = –3$, $x \neq 1$,
значит, $x = –1$,

если $y(x) = 13$, то $\frac{x+5}{x-1} = 13$,

$x + 5 – 13x +13 = 0$, при этом $x – 1 \neq 0$,
$–12x = –18$, $x \neq 1$,
значит, $x = 1,5$,

если $y(x) = 19$, то $\frac{x+5}{x-1} = 19$,

$x + 5 – 19x +19 = 0$, при этом $x – 1 \neq 0$,
$–18x = –24$, $x \neq 1$,
поэтому, $x = \frac{4}{3}$.

158.

1) $y = 4x^2 - 5x + 1$, $x \in (-\infty; \infty)$;

2) $y = 2 – x – x^2$, $x \in (-\infty; \infty)$;

3) $y = \frac{2x-3}{x-3}$, $x \neq 3$, $x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$;

4) $y = \frac{3}{5-x^2}$, $x^2 \neq 5$, $x \in (-\infty; -\sqrt{5}) \cup (-\sqrt{5}; \sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; \infty)$;

5) $y = \sqrt[4]{6-x}$, $6 - x \geq 0$, $x \in (-\infty; 6]$;

6) $y = \sqrt{\frac{1}{x+7}}$, $x + 7 > 0$, $x \in (-7; \infty)$.

159.

1) $y = \frac{2x}{x^2 - 2x - 3}$, $x^2 - 2x - 3 \neq 0$;

т.е. $(x-1)(x-3) \neq 0$; значит $x \neq 1, x \neq 3$, $x \in (-\infty; 1) \cup (1; 3) \cup (3; \infty)$;

2) $y = \sqrt[6]{x^2 - 7x + 10}$,

тогда $x^2 - 7x + 10 \geq 0$, $(x-2)(x-5) \geq 0$,

$x \in (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$;

3) $y = \sqrt[8]{3x^2 - 2x + 5}$, значит,

$3x^2 - 2x + 5 \geq 0$.

Найдем корни уравнения

$3x^2 - 2x + 5 = 0$:

$\frac{D}{4} = 1 - 15 = -14 < 0$, корней нет, поэтому т.к. 3>0 – ветви вверх,

значит, $3x^2 - 2x + 5 > 0$, для любого x, $x \in (-\infty; \infty)$,

4) $y = \sqrt[6]{\frac{2x+4}{3-x}}$, тогда $\frac{2x+4}{3-x} \geq 0$,

при этом $3 - x \neq 0$; $x \neq 3$; $-2 \leq x < 3$,

$x \in (-2; 3)$.

160.

$y(x) = |2 - x| - 2$;

1) $y(-3) = |2 + 3| - 2 = 5 - 2 = 3$,

$y(-1) = |2 + 1| - 2 = 3 - 2 = 1$,

$y(1) = |2 - 1| - 2 = 1 - 2 = -1$,

$y(3) = |2 - 3| - 2 = 1 - 2 = -1$,

2) если $y(x) = -2$, то $|2 - x| - 2 = -2$,

$|2 - x| = 0$ и $x = 2$,

если $y(x) = 0$, то $|2 - x| - 2 = 0$,

$|2 - x| = 2$,

$2 - x = 2$ или $-2 + x = 2$,

тогда $x_1 = 4$; $x_2 = 0$,

если $y(x) = 2$, то $|2 - x| - 2 = 2$,

$|2 - x| = 4$,

$2 - x = 4$ или $-2 + x = 4$,

значит $x_1 = -2$; $x_2 = 6$,

если $y(x) = 4$, то $|2 - x| - 2 = 4$,

$|2 - x| = 6$,

$2 - x = 6$ или $-2 + x = 6$,

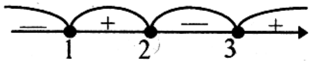
поэтому, $x_1 = 8$; $x_2 = -4$.

161.

1) $y = \sqrt{\dfrac{x-2}{x+3}}$, значит, $\dfrac{x-2}{x+3} \geq 0$, $x+3 \neq 0$; $x \neq -3$;

$x \in (-\infty; -3) \cup [2; \infty)$;

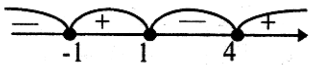
2) $y = \sqrt[4]{(x-1)(x-2)(x-3)}$; $(x-1)(x-2)(x-3) \geq 0$,



$x \in [1; 2] \cup [3; +\infty)$;

3) $y = \sqrt[3]{\dfrac{1-x}{1+x}}$, тогда $1+x \neq 0$; $x \neq -1$, $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$;

4) $y = \sqrt{(x+1)(x-1)(x-4)}$; $(x+1)(x-1)(x-4) \geq 0$



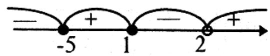
$x \in [-1; 1] \cup [4; +\infty)$;

5) $y = \sqrt[8]{\dfrac{x^2 + 4x - 5}{x-2}}$,

тогда $\dfrac{x^2 + 4x - 5}{x-2} \geq 0$,

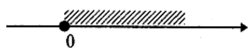
$x-2 \neq 0$; $x \neq 2$

$\dfrac{(x-1)(x+5)}{x-2} \geq 0$, $x \neq 2$,



$x \in [-5; 1] \cup (2; +\infty)$;

6) $y = \sqrt[6]{x} + \sqrt{1+x}$, тогда $\begin{cases} x \geq 0 \\ 1 + x \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq -1 \end{cases}$, $x \geq 0$,



$x \in [0; +\infty)$.

162.

1) $y = 3x^2 + 2x + 29$.

Подставим координаты M (–2; 1),

$1 = 3 \cdot 4 - 4 + 29$,

$1 \neq 37$, значит, не принадлежит;

2) $y = |4 - 3x| - 9$,

M (–2; 1),

$1 = |4 + 6| - 9$,

$1 = 1$, значит, принадлежит;

3) $y = \dfrac{x^2 + 3}{x - 1}$,

M (–2; 1); $1 = \dfrac{4+3}{-2-1}$; $1 \neq -\dfrac{7}{3}$,

значит, не принадлежит;

4) $y = |\sqrt{2-x} - 5| - 2$,

M (–2; 1), $1 = |\sqrt{2-2} - 5| - 2$,

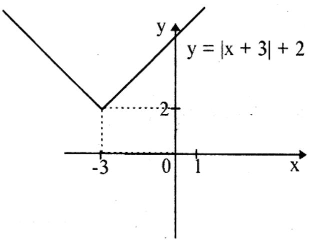
$1 = |2 - 5| - 2$, $1 = 3 - 2$,

$1 = 1$, значит, принадлежит.

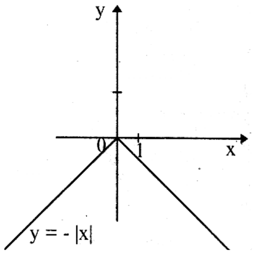
163.

1) $y = |x + 3| + 2$,

$$y = \begin{cases} x + 5, & x \geq -3 \\ -x - 1, & x < -3 \end{cases};$$



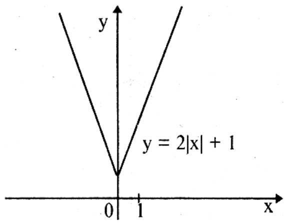
2) $y = -|x|$, $y = \begin{cases} -x, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$;

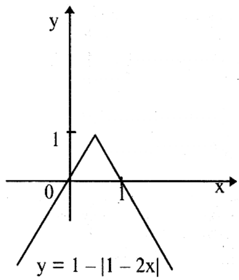


3) $y = 2|x| + 1$,

$$y = \begin{cases} 2x+1, & x \ge 0 \\ -2x+1, & x < 0 \end{cases};$$

4) $y = 1 - |1 - 2x|$, $y = \begin{cases} 2x, & x \le \dfrac{1}{2} \\ -2x+2, & x > \dfrac{1}{2} \end{cases}$;



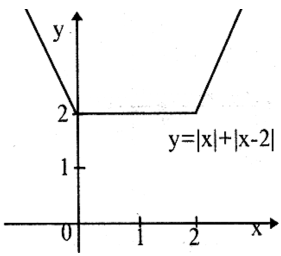


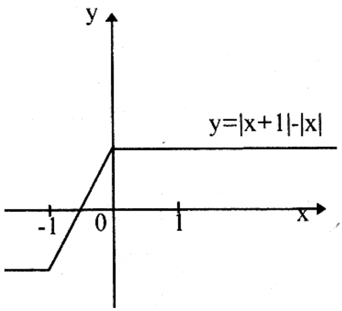
5) $y = |x| + |x - 2|$,

$$y = \begin{cases} -2x+2, & x < 0 \\ 2, & 0 \le x \le 2 \\ 2x-2, & x > 2 \end{cases};$$

6) $y = |x+1| - |x|$,

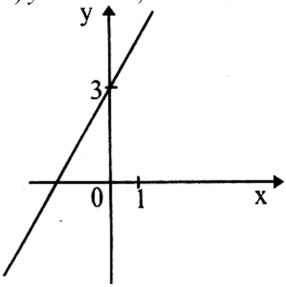
$$y = \begin{cases} -1, & x < -1 \\ 2x+1, & 1 \le x < 0 \\ 1, & x \ge 0 \end{cases}.$$





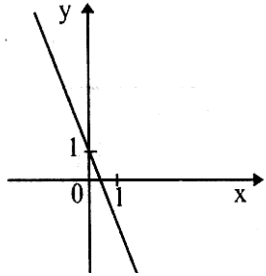
164.

1) $y = 2x + 3$,



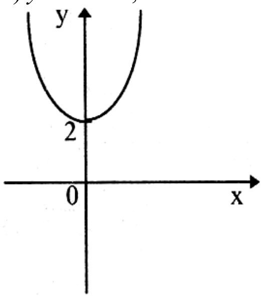
y возрастает, если $x \in (-\infty;+\infty)$;

2) $y = 1 - 3x$,



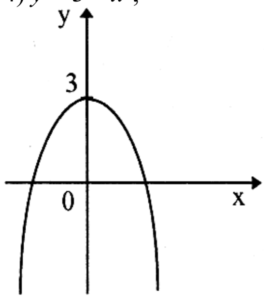
y убывает, если $x \in (-\infty; \infty)$;

3) $y = x^2 + 2$,



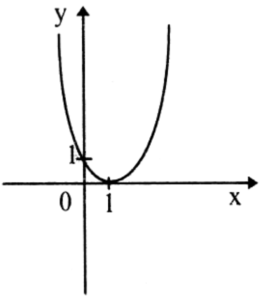
y возрастает, если $x \in (0; +\infty;)$,
y убывает, если $x \in (-\infty; 0)$;

4) $y = 3 - x^2$,



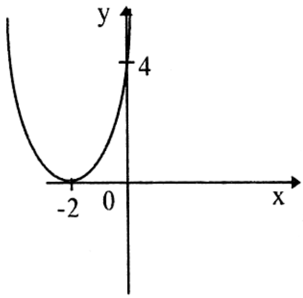
y возрастает, если $x \in (-\infty; 0)$,
y убывает, если $x \in (0; +\infty)$;

5) $y = (1 - x)^2$,



y возрастает, если $x \in (1; +\infty;)$,
y убывает, если $x \in (-\infty; 1)$;

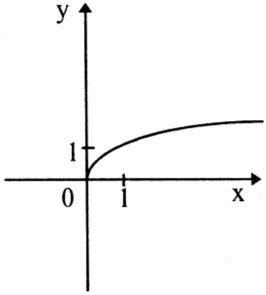
6) $y = (2 + x)^2$,



y возрастает, если $x \in (-2; +\infty)$,
y убывает, если $x \in (-\infty; -2)$;

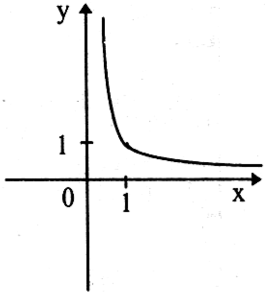
166.

1) $y = x^{\frac{3}{7}}$.



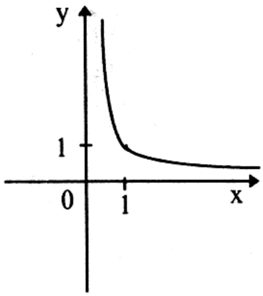
Ответ: возрастает.

2) $y = x^{-\frac{3}{4}}$.



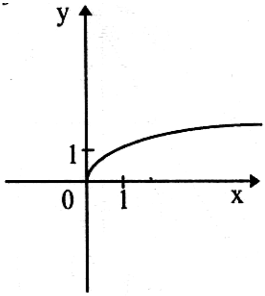
Ответ: убывает.

3) $y = x^{-\sqrt{2}}$.



Ответ: убывает.

4) $y = x^{\sqrt{3}}$.



Ответ: возрастает.

167.

1) $x^{\frac{1}{2}} = 3$;

$x = 3^2 = 9$;

2) $x^{\frac{1}{4}} = 2$;

$x = 2^4 = 16$;

3) $x^{-\frac{1}{2}} = 3$;

$x = 3^{-2} = \frac{1}{9}$;

4) $x^{-\frac{1}{4}} = 2$;

$x = 2^{-4} = \frac{1}{16}$;

5) $x^{\frac{5}{6}} = 32$;

$x = \sqrt[5]{32^6} = 2^6 = 64$;

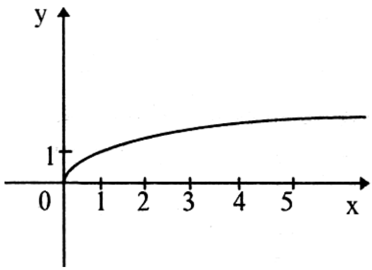
6) $x^{-\frac{4}{5}} = 81$;

$x = \sqrt[4]{81^{-5}} = \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{243}$.

168.

$y = \sqrt[4]{x}$;

а) при $y = 0{,}5$; $x \approx 0{,}6$,



при $y = 1$; $x = 1$,
при $y = 4$; $x = 256$,
при $y = 2{,}5$; $x \approx 39$;
б) $\sqrt[4]{1{,}5} \approx 1{,}2$,
$\sqrt[4]{2} \approx 1{,}3$,
$\sqrt[4]{2{,}5} \approx 1{,}4$,
$\sqrt[4]{3} \approx 1{,}5$.

169.

$$1)\begin{cases} y = x^{\frac{4}{3}}; & x^{\frac{4}{3}} = 625; \\ & x = (625)^{\frac{3}{4}} = (5^4)^{\frac{3}{4}} = 5^3; \\ y = 625; x = 125. \end{cases} \quad 2)\begin{cases} y = x^{\frac{6}{5}}; & x^{\frac{6}{5}} = 64; \\ & x = 64^{\frac{5}{6}} = (2^6)^{\frac{5}{6}} = 2^5; \\ y = 64; & x = 32. \end{cases}$$

Ответ: M (125, 625). Ответ: M (32, 64).

$$3)\begin{cases} y = x^{\frac{3}{2}}; & x^{\frac{3}{2}} = 216; \\ & x = 216^{\frac{2}{3}} = (6^3)^{\frac{2}{3}} = 6^2; \\ y = 216; & x = 36. \end{cases} \quad 4)\begin{cases} y = x^{\frac{7}{3}}; & x^{\frac{7}{3}} = 128; \\ & x = 128^{\frac{3}{7}} = (2^7)^{\frac{3}{7}} = 2^3; \\ y = 128; & x = 8. \end{cases}$$

Ответ: M (36, 216). Ответ: M (8, 128). 170.

1) $y = x + \dfrac{1}{x}$; пусть $x_1 < x_2$, $y_1 = x_1 + \dfrac{1}{x_1} = \dfrac{x_1^2 + 1}{x_1}$;

$$y_2 = x_2 + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2^2 + 1}{x_2};$$

$$y_1 - y_2 = \frac{x_1^2 + 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + 1}{x_2} = \frac{x_1^2 \cdot x_2 + x_2 - x_2^2 \cdot x_1 - x_1}{x_1 \cdot x_2} =$$

$$= \frac{x_1 \cdot x_2 (x_1 - x_2) - (x_1 - x_2)}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_1 - x_2) \cdot (x_1 \cdot x_2 - 1)}{x_1 \cdot x_2},$$

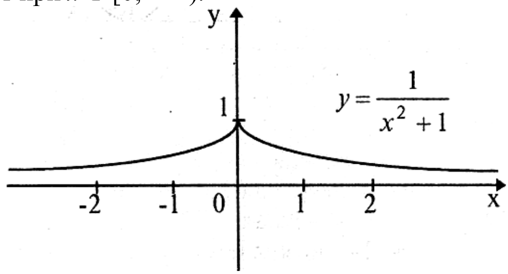
при $x_1, x_2 > 0$, но $x_1, x_2 < 1$, имеем $x_1 - x_2 < 0$, $x_1 \cdot x_2 > 0$, $x_1 \cdot x_2 - 1 < 0$

тогда $\dfrac{(x_1 - x_2)(x_1 \cdot x_2 - 1)}{x_1 \cdot x_2} > 0$, поэтому $y_1 > y_2$

Тогда т.к. $x_1 < x_2$, а $y_1 > y_2$,
функция убывает на интервале $0 < x < 1$.

2) $y = \frac{1}{x^2+1}$; y возрастает при $x \in (-\infty; 0]$,

y убывает при $x \in [0; +\infty)$.



3) $y = x^3 - 3x$.

Пусть $x_1<x_2$ и $x_1, x_2 \le -1$, значит $y_1 = x_1^3 - 3x_1$; $y_2 = x_2^3 - 3x_2$

Тогда $y_1 - y_2 = x_1^3 - 3x_1 - 3x_2 = \left(x_1^3 - x_2^3\right) - 3\left(x_1 - x_2\right) =$
$= \left(x_1 - x_2\right)\left(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2\right) - 3\left(x_1 - x_2\right) = \left(x_1 - x_2\right)\left(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 3\right) < 0$
при $x_1 \le -1$, $x_2 \le -1$, имеем $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 \ge 3$, поэтому $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 3 \ge 0$,
значит, т.к. $x_1<x_2$ и $y_1<y_2$, то y возрастает при $x \le -1$, и $x \ge 1$ и убывает при $-1 \le x \le 1$.

4) $y = x - 2\sqrt{x}$; пусть $x_1<x_2$ и $x_1, x_2 \ge 1$, тогда

$y_1 - y_2 = \left(x_1 - x_2\right) - 2\left(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}\right) = \left(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}\right)\left(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}\right) -$
$-2\left(\sqrt{x_1}\sqrt{x_2}\right) = \left(\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}\right)\left(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} - 2\right) < 0$,
при $x_1 \ge 1$, $x_2 \ge 1$, имеем: $\sqrt{x_1} \ge 1$, $\sqrt{x_2} \ge 1$, значит, $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \ge 2$
поэтому, т.к. $x_1<x_2$ и $y_1<y_2$, то y возрастает при $x \ge 1$, убывает при $0 \le x < 1$.

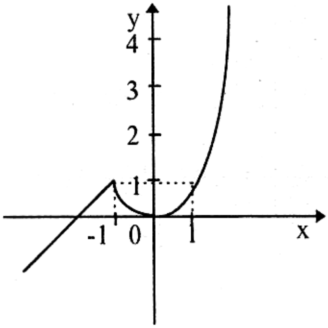
171.

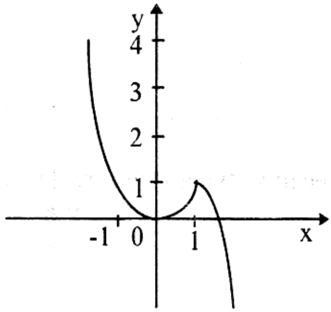
1) $y = \begin{cases} x+2, & x \le -1 \\ x^2, & x > -1 \end{cases}$;

y возрастает при
$x \in (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$,
y убывает при $x \in [-1, 0]$.

2) $y = \begin{cases} x^2, & x \le 1 \\ 2 - x^2, & x > 1 \end{cases}$;

y возрастает при $x \in [0,1]$,
y убывает
при $x \in (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$.





172.

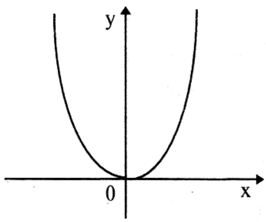
1) $y = 2x^4$ – четная, т.к. $y(-x) = 2(-x)^4 = 2x^4 = y(x)$;
2) $y = 3x^5$ – нечетная , т.к. $y(-x) = 3(-x)^5 = -3x^5 = -y(x)$;
3) $y = x^2 + 3$ – четная , т.к. $y(-x) = (-x)^2 + 3 = x^2 + 3 = y(x)$;
4) $y = x^3 - 2$ – не является ни четной, ни нечетной, т.к.
$y(-x) = (-x)^3 - 2 = -x^3 - 2 \neq -x^3 + 2 = -y(x)$,
$y(-x) = -x^3 - 2 \neq x^3 - 2 = y(x)$.

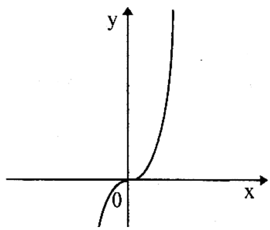
173.

1) $y = x^{-4}$ – четная; 2) $y = x^{-3}$ – нечетная;
3) $y = x^4 + x^2$ – четная; 4) $y = x^3 + x^5$ – нечетная;
5) $y = x^{-2} - x + 1$ – ни чётная ни нечётная;
6) $y = \frac{1}{x+1}$ – ни чётная ни нечётная.

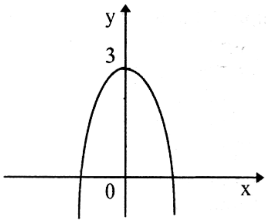
174.

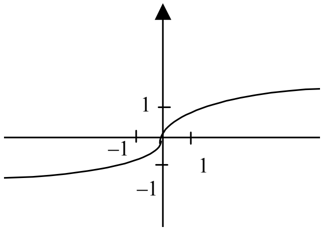
1) $y = x^4$; 2) $y = x^5$;





3) $y = -x^2 + 3$; 4) $y = \sqrt[5]{x}$.





175.

1) $y(x)=\dfrac{x+2}{x-3}$; $\qquad y(x)\neq y(-x)$,

$y(-x)=\dfrac{-x+2}{-x-3}=\dfrac{-(x-2)}{-(x+3)}=\dfrac{x-2}{x+3}$; $\qquad y(x)\neq -y(-x)$,

поэтому $y(x)$ ни четная, ни нечетная.

2) $y(x)=\dfrac{x^2+x-1}{x+4}$; $\qquad y(x)\neq y(-x)$,

$y(-x)=\dfrac{x^2-x-1}{-x+4}=\dfrac{x^2-x-1}{-(x-4)}$; $\qquad y(x)\neq -y(-x)$,

значит $y(x)$ ни четная, ни нечетная.

176.

1) $y=x^4+2x^2+3$ – четная;

2) $y=x^3+2x+1$ – ни четная, ни нечетная;

3) $y=\dfrac{3}{x^3}+\sqrt[3]{x}$,

$y(-x)=\dfrac{3}{-x^3}+\sqrt[3]{-x}=-\left(\dfrac{3}{x^3}+\sqrt[3]{x}\right)=-y(x)$, т.е. нечетная;

4) $y=x^4+|x|$ – четная;

5) $y=|x|+x^3$ – ни четная,
ни нечетная;

6) $y=\sqrt[3]{x-1}$ – ни четная,
ни нечетная.

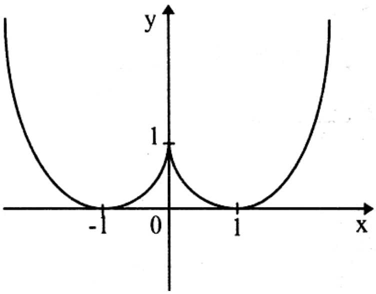
177.

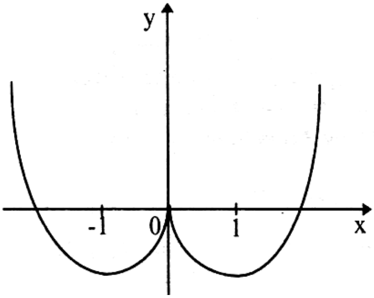
1) $y=x^2-2|x|+1$;

$y=\begin{cases}x^2-2x+1, & x\geq 0\\ x^2+2x+1, & x<0\end{cases}$;

2) $y=x^2-2|x|$;

$y=\begin{cases}x^2-2x, & x\geq 0\\ x^2+2x, & x<0\end{cases}$.





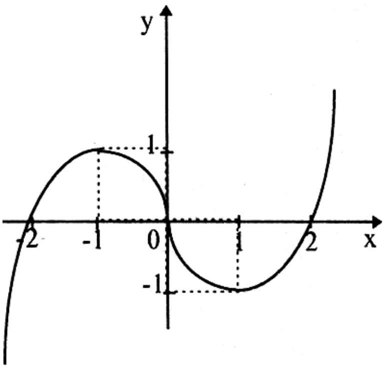
178.

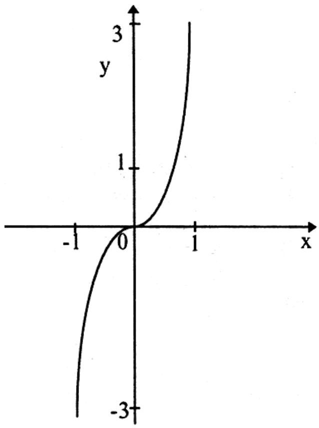
1) $y = x|x| - 2x$;

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ -x^2 - 2x, & x < 0 \end{cases};$$

2) $y = x|x| + 2x$;

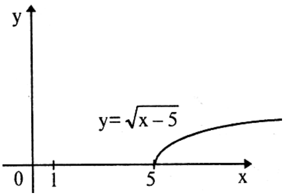
$$y = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ -x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases}.$$



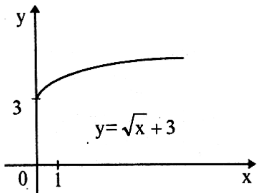


179.

1) $y = \sqrt{x - 5}$;



2) $y = \sqrt{x} + 3$;



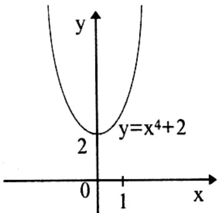
определена при $x - 5 \geq 0$, $x \geq 5$;

$y = \sqrt{x - 5}$ – ни четная,

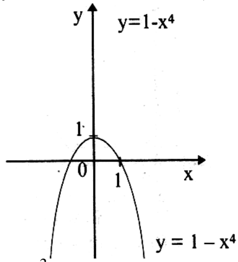
определена при $x \geq 0$;

$y = \sqrt{x} + 3$ – ни четная,

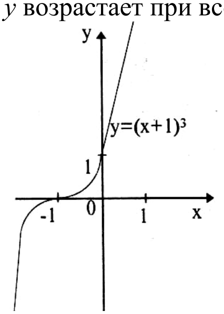
ни нечетная;
y возрастает, если $x \geq 5$;
3) $y = x^4 + 2$;
определена при любом x;
$y = x^4 + 2$ – четная;
y убывает, если $x \in (-\infty; 0)$;
y возрастает, если $x \in (0; +\infty)$;



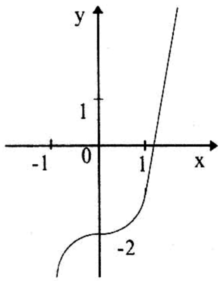
ни нечетная;
y возрастает, если $x \geq 0$;
4) $y = 1 - x^4$;
определена при $x \in (-\infty; \infty)$;
$y = 1 - x^4$ – четная;
y возрастает, если $x \in (-\infty; 0)$;
y убывает, если $x \in (0; +\infty)$;



5) $y = (x + 1)^3$;
определена при $x \in (-\infty; \infty)$;
$y = (x + 1)^3$ – ни четная,
ни нечетная;
y возрастает при всех x;



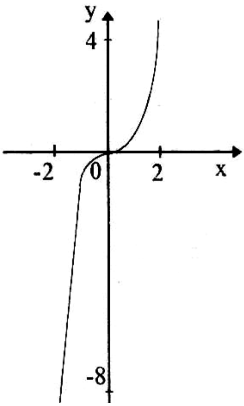
6) $y = x^3 - 2$;
определена при $x \in (-\infty; \infty)$;
$y = x^3 - 2$ – ни четная,
ни нечетная;
y возрастает при всех x.

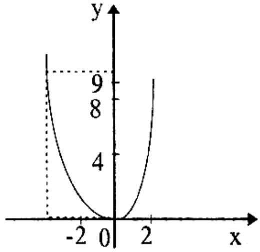


180.

1) $y = \begin{cases} x^2, \text{ если } x \geq 0 \\ x^3, \text{ если } x < 0 \end{cases}$;

2) $y = \begin{cases} x^3, \text{ если } x > 0 \\ x^2, \text{ если } x \leq 0 \end{cases}$;





а) $y>0$, если $x>0$;

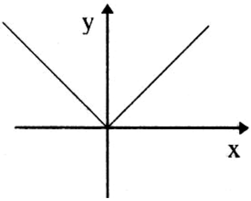
б) y возрастает, если $x\in(-\infty; \infty)$;

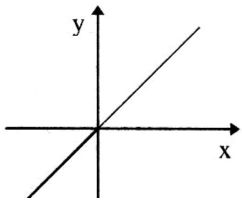
а) $y>0$, если $x\neq 0$;

б) y убывает, если $x\in(-\infty; 0)$;
y возрастает, если $x\in(0; +\infty)$.

181.

1) $y = x$; $x > 0$;

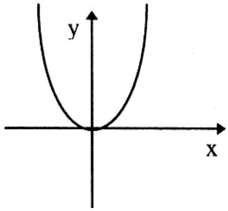


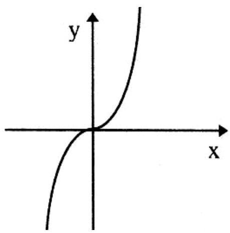


а) пусть y – четная, тогда $y = |x|$;

б) пусть y – нечетная, тогда $y = x$;

2) $y = x^2$; $x > 0$;

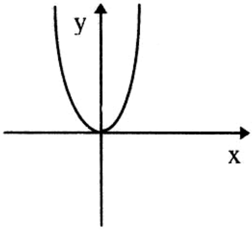




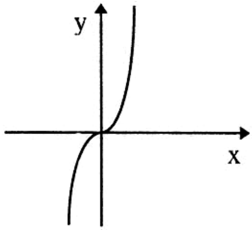
а) пусть y – четная, тогда $y = x^2$;

б) пусть y – нечетная, тогда $y = x|x|$;

3) $y = x^2 + x$; $x > 0$;

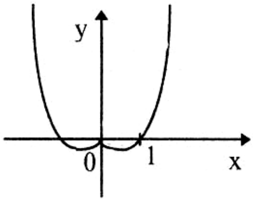


а) пусть y – четная,
тогда $y = x^2 + |x|$;

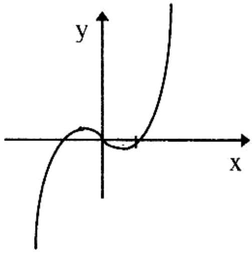


б) пусть y – нечетная,
тогда $y = x|x| + x$;

4) $y = x^2 - x$; $x > 0$;



а) пусть y – четная,
тогда $y = x^2 - |x|$;



б) пусть y – нечетная, тогда
$y = x|x| - x$.

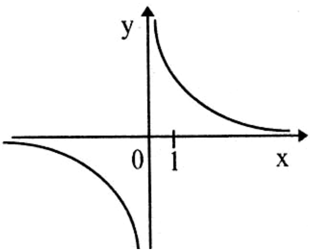
182.

1) $y = (x + 1)^6$; ось симметрии: $x = -1$;
2) $y = x^6 + 1$; ось симметрии: $x = 0$.

183.

1) $y = x^3 + 1$
центр симметрии: т.М (0,1);
2) $y = (x + 1)^3$
центр симметрии: т.М (– 1,0).

184.



$y = \frac{2}{x}$;

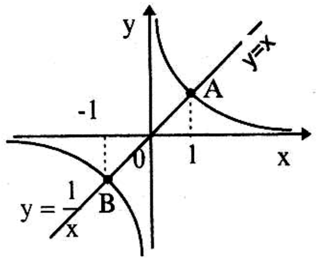
1) $y(x) = 4$, если $x = \frac{1}{2}$;

2) $y(x) = -\frac{1}{2}$, если $x = -4$;

3) $y(x)>1$, если $0<x<2$;

4) $y(x)\le1$, если $x<0$ и $x\ge2$.

185.



$y = \dfrac{1}{x}$; $y = x$;

1) в точках A(1; 1) и B(– 1; – 1);

2) график функции $y = \dfrac{1}{x}$ лежит выше, чем график $y = x$, если $x < -1$ и $0 < x < 1$, и ниже, если $-1 < x < 0$ и $x > 1$.

186.

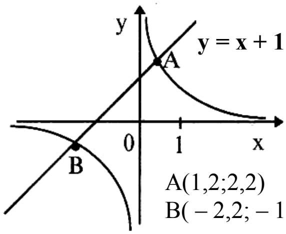
1) $\begin{cases} y = \dfrac{12}{x} \\ y = 3x \end{cases}$, точки $(2;6); (-2;-6)$; 2) $\begin{cases} y = -\dfrac{8}{x} \\ y = -2x \end{cases}$, точки $(2;-4); (-2;4)$;

3) $\begin{cases} y = \dfrac{2}{x} \\ y = x - 1 \end{cases}$, точки $(2;1); (-1;-2)$; 4) $\begin{cases} y = \dfrac{6}{x+1} \\ y = x + 2 \end{cases}$, точки $(1;3); (-4;-2)$.

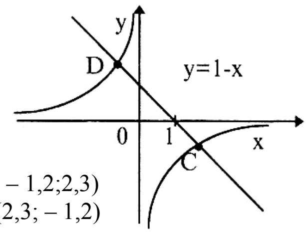
187.

1) $y = \dfrac{3}{x}$; $y = x + 1$;

2) $y = -\dfrac{3}{x}$; $y = 1 - x$;



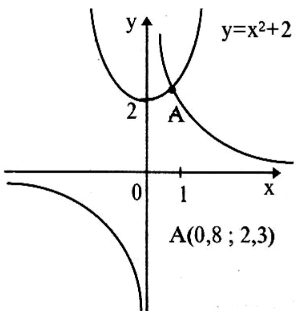
A(1,2;2,2)
B(– 2,2; – 1,2)



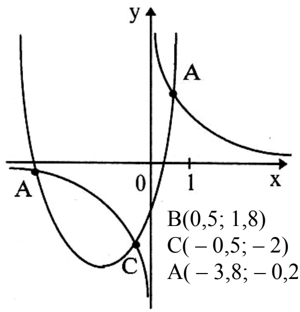
C(– 1,2;2,3)
D(2,3; – 1,2)

3) $y = \dfrac{2}{x}$; $y = x^2 + 2$;

4) $y = \dfrac{1}{x}$; $y = x^2 + 4x$.



A(0,8 ; 2,3)



B(0,5; 1,8)
C(– 0,5; – 2)
A(– 3,8; – 0,2

188.

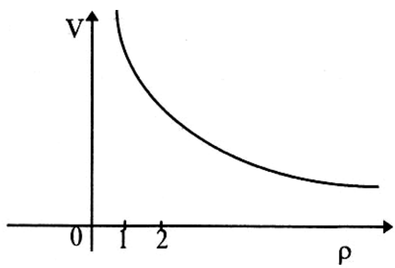
$V = \frac{12}{\rho}$

1) $V(4) = \frac{12}{4} = 3$ (л.); 2) $3 = \frac{12}{\rho}$, $\rho = \frac{12}{3}$, $\rho = 4$ (атм);

$V(5) = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ (л.); $5 = \frac{12}{\rho}$, $\rho = \frac{12}{5}$, $\rho = 2\frac{2}{5}$ (атм);

$V(10) = \frac{12}{10} = 1\frac{1}{5}$ (л.); $15 = \frac{12}{\rho}$, $\rho = \frac{12}{15}$, $\rho = \frac{4}{5}$ (атм).

3)



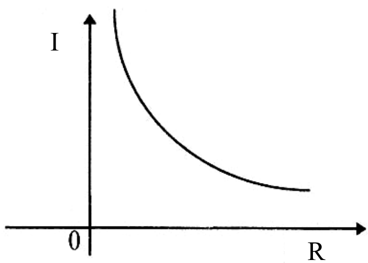
189.

$I = \frac{U}{R}$; $I = \frac{6}{R}$;

1) $R = \frac{6}{10} = 0{,}6$ (Ом); 2) $I = \frac{6}{6} = 1$ (А);

$R = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ (Ом); $I = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (А);

$R = \frac{6}{1{,}2} = 5$ (Ом); $I = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ (А).



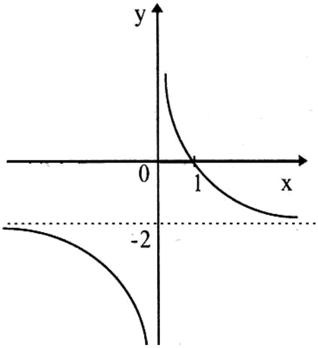
190.

$a_y = \dfrac{v^2}{r}$; $a_y = \dfrac{60^2}{0{,}15} = 24000$ км/ч^2,

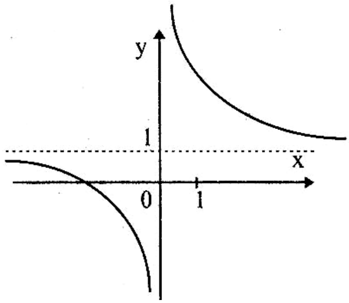
a_y уменьшится, если увеличится радиус.

191.

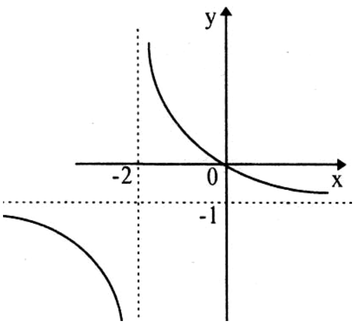
1) $y = \dfrac{3}{x} - 2$;



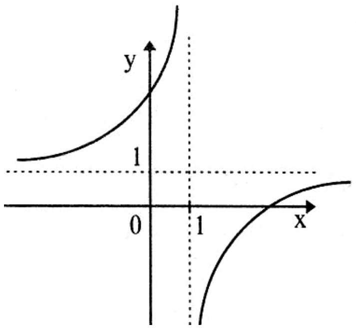
2) $y = \dfrac{2}{x} + 1$;



3) $y = \dfrac{2}{x+2} - 1$;



4) $y = \dfrac{2}{1-x} + 1$.



192.

1) $x^7 > 1$, тогда
$x > 1$.
Ответ: $x \in (1; \infty)$.

2) $x^3 \le 27$, значит,
$x^3 \le 3^3$, $x \le 3$.
Ответ: $x \in (-\infty; 3]$.

3) $y^3 \ge 64$;
$y^3 \ge 4^3$, поэтому y
$y \ge 4$.
Ответ: $y \in [4; +\infty)$.

4) $y^3 < 125$;
$y^3 < 5^3$, значит,
$y < 5$.
Ответ: $y \in (-\infty; 5)$.

5) $x^4 \le 16$;
$(x^2 - 4)(x^2 + 4) \le 0$, значит,
$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) \le 0$.

Ответ: $x \in [-2; 2]$.

6) $x^4 > 625$;
$(x^2 - 25)(x^2 + 25) > 0$, тогда
$(x - 5)(x + 5)(x^2 + 25) > 0$.

Ответ: $x \in (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

193.

1) $S = a^2$, и $a^2 > 361$
а – сторона квадрата,
значит, $a > 0$;

$a^2 - 361 > 0$,
$(a - 19)(a + 19) > 0$, $a > 0$.

Ответ: $a > 19$(см).

2) $V = a^3$, т.е.
а – ребро куба,
тогда $a > 0$

$a^3 > 343$;
$a^3 > 7^3$;
$a > 7$, значит $a > 7$(см).
Ответ: $a > 7$(см).

194.

1) $\sqrt{x-3} = 2$;
$\sqrt{7-3} = 2$;
$\sqrt{4} = 2$,
значит, 7 – корень;

2) $\sqrt{x^2 - 13} - \sqrt{2x-5} = 3$;
$\sqrt{49-13} - \sqrt{14-5} = 6 - 3 = 3$,
поэтому
7 – корень.

195.

1) $\sqrt{x} = 3$;
$x = 3^2 = 9$;

2) $\sqrt{x} = 7$;
$x^2 = 7^2 = 49$;

3) $\sqrt{2x-1} = 0$;
$2x - 1 = 0$;
$x = \frac{1}{2}$;

4) $\sqrt{3x+2} = 0$;
$3x + 2 = 0$;
$x = -\frac{2}{3}$.

196.

1) $\sqrt{x+1} = 2$ по О.Д.З.
$x + 1 = 4$; $x \ge -1$,
$x = 3$ входит в О.Д.З.;

2) $\sqrt{x-1} = 3$ по О.Д.З.
$x - 1 = 9$; $x \ge 1$,
$x = 10$ входит в О.Д.З.;

3) $\sqrt{1-2x} = 4$, по О.Д.З.
$1 - 2x = 16$; $x \le \frac{1}{2}$; $-2x = 15$;
$x = -7,5$ входит в О.Д.З.;

4) $\sqrt{2x-1} = 3$, по О.Д.З.;
$2x - 1 = 9$; $x \ge \frac{1}{2}$; $2x = 10$;
$x = 5$ входит в О.Д.З.

197.

1) $\sqrt{x+1}=\sqrt{2x-3}$ по О.Д.З. $\begin{cases} x \ge -1 \\ x \ge 1{,}5 \end{cases}$ $x \ge 1{,}5$;

$x + 1 = 2x – 3$;

$x = 4$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 4$.

2) $\sqrt{x-2}=\sqrt{3x-6}$ по О.Д.З. $x \ge 2$

$\sqrt{x-2}=\sqrt{3(x-2)}$

$x = 2$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 2$.

3) $\sqrt{x^2+24}=\sqrt{11x}$ по О.Д.З. $x \ge 0$;

$x^2 + 24 = 11x$

$x^2 – 11x + 24 = 0$, $x_1 = 3$ и $x_2 = 8$ входят в О.Д.З.

Ответ: $x_1 = 3$; $x_2 = 8$.

4) $\sqrt{x^2+4x}=\sqrt{14-x}$

по О.Д.З. $\begin{cases} x \le 14 \\ x^2+4x \ge 0 \end{cases} \Bigg| x \in (-\infty;-4] \cup [0;14]$;

$x^2 + 4x + x – 14 = 0$;

$x^2 + 5x – 14 = 0$,

$x_1 = 2$ и $x_2 = – 7$ входят в О.Д.З.

Ответ: $x_1 = 2$; $x_2 = – 7$.

198.

1) $x + 2 = x^2$ по *О.Д.З* $x \ge 0$;

$x^2 – x – 2 = 0$;

$x_1 = 2$; $x_2 = – 1$;

$x_2 = – 1$ – не входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 2$.

2) $3x + 4 = x^2$ по О.Д.З. $x \ge 0$,

$\begin{cases} x \ge -1\frac{1}{3} \\ x \ge 0 \end{cases} \Rightarrow x \ge 0$;

$x^2 – 3x – 4 = 0$;

$x_1 = 4$; $x_2 = – 1$;

$x_2 = – 1$ – не входит в О.Д.З., т.к. $– 1<0$.

Ответ: $x = 4$.

3) $\sqrt{20-x^2}=2x$; О.Д.З. $\begin{cases}20-x^2\geq 0\\ x\geq 0\end{cases}$; $x\in\left[0;2\sqrt{5}\right]$;

$20-x^2=4x^2$;
$5x^2=20$;
$x_1=2$; $x_2=-2$, $x_2=-2$ – не входит в О.Д.З., т.к. $-2<0$.
Ответ: $x=2$.

4) $\sqrt{0{,}4-x^2}=3x$; О.Д.З. $\begin{cases}0{,}4-x^2\geq 0\\ x\geq 0\end{cases}$; $x\in\left[0;2\sqrt{0{,}1}\right]$;

$0{,}4-x^2=9x^2$
$10x^2=0{,}4$; $x^2=0{,}04$;
$x=0{,}2$; $x=-0{,}2$, $x_2=-0{,}2$ – не входит в О.Д.З., т.к. $-0{,}2<0$.
Ответ: $x=0{,}2$.

199.

1) $\sqrt{x^2-x-8}=x-2$; О.Д.З. $\begin{cases}x^2-x-8\geq 0\\ x-2\geq 0\end{cases}$; $x\in\left[\frac{1+\sqrt{33}}{2},+\infty\right)$;

$x^2-x-8=x^2-4x+4$
$3x=12$, $x=4$ входит в О.Д.З.
Ответ: $x=4$.

2) $\sqrt{x^2+x-6}=x-1$; О.Д.З. $\begin{cases}x^2+x-6\geq 0\\ x-1\geq 0\end{cases}$; $x\in[2,+\infty)$;

$x^2+x-6=x^2-2x+1$;

$3x=7$, $x=2\frac{1}{3}$, входит в О.Д.З.

Ответ: $x=2\frac{1}{3}$.

200.

1) $(x-1)^3>1$,
тогда $x-1>1$
и $x>2$.
Ответ: $x\in(2;+\infty)$.

2) $(x+5)^3>8$,
значит, $x+5>2$
и $x>-3$.
Ответ: $x\in(-3;+\infty)$.

3) $(2x-3)^7\geq 1$,
поэтому $2x-3\geq 1$
и $x\geq 2$.
Ответ: $x\in[2;+\infty)$.

4) $(3x-5)^7<1$,
отсюда $3x-5<1$
и $x<2$.
Ответ: $x\in(-\infty;2)$.

5) $(3-x)^4 > 256$; $\left((3-x)^2-16\right)\left((3-x)^2+16\right) > 0$

$(3-x-4)(3-x+4) > 0$, т.к. $(3-x)^2+16>0$ при любом x,

тогда $(-x-1)(7-x) > 0$.

Ответ: $x \in (-\infty; -1)\cup(7; +\infty)$.

6) $(4-x)^4 > 81$; $\left((4-x)^2-9\right)\left((4-x)^2+9\right) > 0$,

т.к. $(4-x)^2+9>0$, то

$(4-x-3)(4-x+3) > 0$,

тогда $(1-x)(7-x) > 0$.

Ответ: $x \in (-\infty; 1)\cup(7; +\infty)$.

201.

1) $\sqrt{x} = -8$ – не имеет смысла, т.к. $\sqrt{x} \geq 0$;

2) $\sqrt{x} + \sqrt{x-4} = -3$ – не имеет смысла, т.к. слева стоит сумма неотрицательных слагаемых, а справа отрицательное число;

3) $\sqrt{-2-x^2} = 12$ – не имеет смысла, т.к. $-2-x^2 < 0$ для любого x;

4) $\sqrt{7x-x^2-63} = 5$ не имеет смысла, т.к.

$7x-x^2-63 < 0$

для любых x.

202.

1) $\sqrt{x^2+4x+9} = 2x-5$; О.Д.З. $\begin{cases} x^2-4x+9 \geq 0 \\ 2x-5 \geq 0 \end{cases}$; $x \in \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$;

возводим в квадрат $x^2 - 4x + 9 = 4x^2 - 20x + 25$

$3x^2 - 16x + 16 = 0$. Решим:

$\frac{D}{4} = 8^2 - 3 \cdot 16 = 64 - 48 = 16$;

$x_{1,2} = \frac{8 \pm 4}{3}$, $x_1 = 4$ входит в О.Д.З.;

$x_2 = 1\frac{1}{3}$ не входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 4$.

2) $\sqrt{x^2+3x+6}=3x+8;$ О.Д.З.$\begin{cases}x^2+3x+6\ge 0\\3x+8\ge 0\end{cases};$ $x\in\left[-2\frac{2}{3};+\infty\right)$;

возведем в квадрат $x^2+3x+6=9x^2+48x+64$;

$8x^2 + 45x + 58 = 0$. Решим:

$D = 2025 - 1856 = 169 > 0$,

$x_{1,2}=\frac{-45\pm 13}{16}$;

$x_1=\frac{-58}{16}=-\frac{29}{4}=-7\frac{1}{4}$ не входит в О.Д.З.;

$x_2=\frac{-32}{16}=-2$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x = -2$.

3) $2x=1+\sqrt{x^2+5}$; О.Д.З. $2x - 1 \ge 0$, $x\in\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$;

$\sqrt{x^2+5}=2x-1$. Возводим в квадрат $x^2 + 5 = 4x^2 - 4x + 1$

$3x^2 - 4x - 4 = 0$. Решим:

$\frac{D}{4}=4+12=16$;

$x_1=\frac{2\pm 4}{3}$, $x_1=2-$ входит в О.Д.З.; $x_2=-\frac{2}{3}-$ не входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 2$.

4) $x+\sqrt{13-4x}=4;$ О.Д.З.$\begin{cases}13-4x\ge 0\\4-x\ge 0\end{cases};$ $x\in\left(-\infty;3\frac{1}{4}\right]$;

$\sqrt{13-4x}=4-x$. Возведем в квадрат

$13 - 4x = 16 - 8x + x^2$; $x^2 + 4x = 3 = 0$. Решим:

$x_1 = 3$, $x_2 = 1$ входят в О.Д.З.

Ответ: $x_1 = 3$; $x_2 = 1$.

203.

1) $\sqrt{x+12}=2+\sqrt{x}$; О.Д.З. $\begin{cases}x\ge 0\\x+12\ge 0\end{cases}$; $x\in[0;+\infty)$;

возводим в квадрат $x+12=4+4\sqrt{x}+x$;

$4\sqrt{x}=8$; $\sqrt{x}=2$; $x = 4$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 4$.

2) $\sqrt{4+x}+\sqrt{x}=4$; О.Д.З. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4+x \geq 0 \end{cases}$ $x \in [0; +\infty)$;

$\sqrt{4+x}=4-\sqrt{x}$. Возводим в квадрат

$4+x=16-8\sqrt{x}+x$;

$-8\sqrt{x}=-12$;

$\sqrt{x}=1{,}5$, $x = 2{,}25$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 2{,}25$.

204.

1) $\sqrt{2x+1}+\sqrt{3x+4}=3$; О.Д.З. $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3x+4 \geq 0 \end{cases}$; $x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$;

$\sqrt{3x+4}=3-\sqrt{2x+1}$, возводим в квадрат

$3x + 4 = 9 - 6\sqrt{2x+1} + 2x + 1$; $x - 6 = - 6\sqrt{2x+1}$;

$6\sqrt{2x+1} = 6 - x$; О.Д.З. $6 - x \geq 0$,

возводим в квадрат $36(2x + 1) = 36 - 12x + x^2$;

$x \leq 6$, т.е. $x \in \left[-\frac{1}{2}; 6\right]$ – общая О.Д.З.;

$72x + 36 = 36 - 12x + x^2$;

$x^2 - 84x = 0$. Решим: $x(x - 84) = 0$, $x_1 = 0$ входит в О.Д.З.;

$x_2 = 84$ не входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 0$.

2) $\sqrt{4x-3}+\sqrt{5x+4}=4$; О.Д.З. $\begin{cases} 4x-3 \geq 0 \\ 5x+4 \geq 0 \end{cases}$; $x \in \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$;

$\sqrt{5x+4}=4-\sqrt{4x-3}$, возводим в квадрат

$5x + 4 = 16 - 8\sqrt{4x-3} + 4x - 3$

$x - 9 = - 8\sqrt{4x-3}$ запишем еще один О.Д.З. $9 - x \geq 0$,

возводим в квадрат $x^2 - 18x + 81 = 64(4x + 3)$;

$x \leq 9$, т.е. $x \in \left[\frac{3}{4}; 9\right]$ – общая О.Д.З.;

$x^2 - 18x + 81 = 256x - 192$;

$x^2 - 274x + 273 = 0$. Решим:

$x_1 = 273$, $x_2 = 1$; $x_1 = 273$ – не входит в О.Д.З.,

$x_1 = 1$ – входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 1$.

3) $\sqrt{x-7}-\sqrt{x+17}=-4$;   О.Д.З. $\begin{cases} x-7\ge 0 \\ x+17\ge 0 \end{cases}$; $x\in[7;+\infty)$;

$\sqrt{x+17}=\sqrt{x-7}+4$, возводим в квадрат

$x + 17 = 16 + 8\sqrt{x-7} + x - 7$

$8 = 8\sqrt{x-7}$

$1 = \sqrt{x-7}$, $x - 7 = 1$,

$x = 8$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 8$.

4) $\sqrt{x+4}-\sqrt{x-1}=1$;   О.Д.З. $\begin{cases} x+4\ge 0 \\ x-1\ge 0 \end{cases}$; $x\in[1;+\infty)$;

$\sqrt{x+4}=1+\sqrt{x-1}$, возводим в квадрат

$x + 4 = 1 + 2\sqrt{x-1} + x - 1$;

$4 = 2\sqrt{x-1}$;

$2 = \sqrt{x-1}$, $x - 1 = 4$,

$x = 5$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 5$.

205.

1) $\sqrt{4+\sqrt{x}}=\sqrt{19-2\sqrt{x}}$;   О.Д.З. $\begin{cases} x\ge 0 \\ 19-2\sqrt{x}\ge 0 \end{cases}$; $x\in\left[0;90\frac{1}{4}\right]$;

возводим в квадрат $4 + \sqrt{x} = 19 - 2\sqrt{x}$;

$3\sqrt{x} = 15$,

тогда $\sqrt{x} = 5$;

$x = 25$ – входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 25$.

2) $\sqrt{7+\sqrt{x}}=\sqrt{11-\sqrt{x}}$;   О.Д.З. $\begin{cases} x\ge 0 \\ 11-\sqrt{x}\ge 0 \end{cases}$; $x\in[0;121]$;

возводим в квадрат

$7 + \sqrt{x} = 11 - \sqrt{x}$

$2\sqrt{x} = 4$;

$\sqrt{x} = 2$;

$x = 4$ – входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 4$.

206.

1) $\sqrt{x-2}>3$; О.Д.З.

и возведем в квадрат

$\begin{cases} x-2\ge 0 \\ x-2>9 \end{cases}$; $\begin{cases} x\ge 2 \\ x>11 \end{cases}$; $x>11$

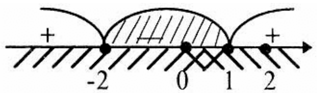
Ответ: $x\in(11;+\infty)$.

2) $\sqrt{x-2}\le 1$; $\begin{cases} x-2\ge 0 \\ x-2\le 1 \end{cases}$; $\begin{cases} x\ge 2 \\ x\le 3 \end{cases}$;

$2\le x\le 3$.

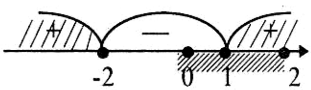
Ответ: $x\in[2;3]$.

3) $\sqrt{2-x}\ge x$; $\begin{cases} 2-x\ge 0 \\ 2-x\ge x^2 \end{cases}$; $\begin{cases} x\le 2 \\ x^2+x-2\le 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x\le 2 \\ (x+2)(x-1)\le 0 \end{cases}$.



Ответ: $x\in(-\infty;1]$.

4) $\sqrt{2-x}<x$; $\begin{cases} 2-x\ge 0 \\ x\ge 0 \\ 2-x<x^2 \end{cases}$; $\begin{cases} x\le 2 \\ x\ge 0 \\ x^2+x-2>0 \end{cases}$; $\begin{cases} x\le 2 \\ x\ge 0 \\ x<-2 \text{ или } x>1 \end{cases}$.

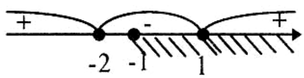


Ответ: $x\in(1;2]$.

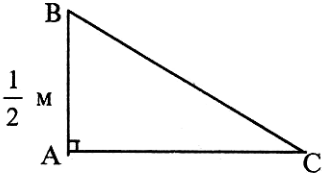
5) $\sqrt{5x+11}>x+3$; $\begin{cases} 5x\ge 0 \\ 5x+11>x^2+6x+9 \end{cases}$ $\begin{cases} x\ge 2{,}2 \\ x^2+x-2<0 \end{cases}$

Ответ: $x\in(-2;1)$

6) $\sqrt{x+3}\le x+1$; $\begin{cases} x+3\ge 0 \\ x+1\ge 0 \\ x+3\le x^2+2x+1 \end{cases}$; $\begin{cases} x\ge -3 \\ x\ge -1 \\ x^2+x-2\ge 0 \end{cases}$.



Ответ: $x\in[1;+\infty)$.



207.

BC – AC ≤ 0,02.

Если AC = x,

то $BC = \sqrt{x^2 + \frac{1}{4}}$.

Получим $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} - x \le 0{,}02$;

$\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}} \le 0{,}02 + x$; О.Д.З.;

$\begin{cases} 0{,}02 + x \ge 0 \\ x^2 + \frac{1}{4} \le 0{,}0004 + 0{,}04x + x^2. \end{cases}$ Возведем в квадрат

$\begin{cases} x \ge -0{,}02 \\ 0{,}04x \ge 0{,}2496 \end{cases}$; $\begin{cases} x \ge -0{,}02 \\ x \ge 6{,}24 \end{cases}$.

Ответ: на расстоянии ≥ 6,24 (м).

208.

1) $y = \frac{1}{2x+1}$, значит, $2x + 1 \ne 0$,

$x \ne -\frac{1}{2}$, тогда $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; \infty\right)$;

2) $y = (3 - 2x)^{-2}$, тогда $3 - 2x \ne 0$,

$x \ne 1{,}5$, значит $x \in (-\infty; 1{,}5) \cup (1{,}5; \infty)$;

3) $y = \sqrt{-5 - 3x}$, значит $-5 - 3x \ge 0$;

$-3x \ge 5$;

$x \le -1\frac{2}{3}$, тогда $x \in \left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right]$;

4) $y = \sqrt[3]{7 - 3x}$,

имеет смысл для любого x, т.е. $x \in (-\infty; \infty)$.

209.

1) $\sqrt[4]{2{,}7} < \sqrt[4]{2{,}9}$, т.к. 2,7<2,9 и $\sqrt[4]{x}$ – возрастает;

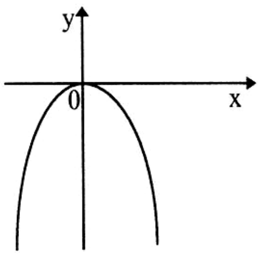
2) $\sqrt[4]{\frac{1}{7}} > \sqrt[4]{\frac{1}{8}}$, т.к. $\frac{1}{7} > \frac{1}{8}$ и $\sqrt[4]{x}$ – возрастает;

3) $(-2)^5 > (-3)^5$ т.к. $y = x^5$ – возрастает и $-2 > -3$;

4) $\left(2\frac{2}{3}\right)^5 < \left(2\frac{3}{4}\right)^5$ т.к. $y = x^5$ – возрастает и $2\frac{2}{3} < 2\frac{3}{4}$.

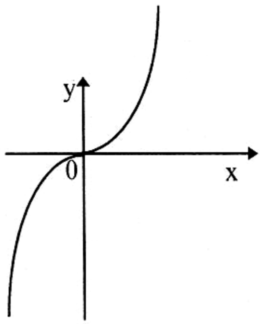
210.

1) $y = -2x^4$;



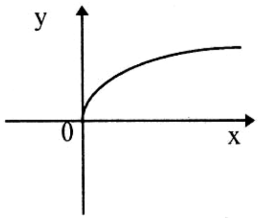
y – четная;
y возрастает, если $x \in (-\infty; 0)$,
y убывает, если $x \in (0; +\infty)$;

2) $y = \frac{1}{2}x^5$;



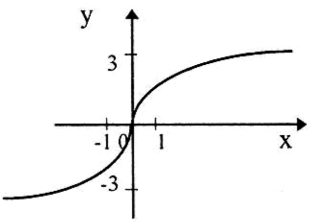
y – нечетная;
y возрастает для любого x;

3) $y = 2\sqrt[4]{x}$;



определена при $x \geq 0$;
y – ни чётная, ни нечётная;
y – возрастает при всех x;

4) $y = 3\sqrt[3]{x}$;



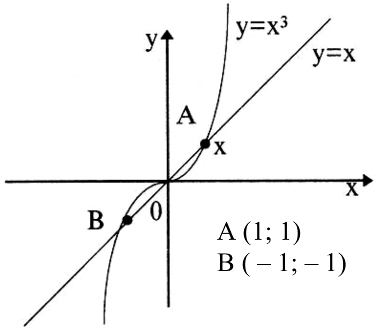
y – нечётная;
y – возрастает при всех значениях x.

211.

$y = \frac{k}{x}$, если $k = -4$ расположены во II и IV квадрантах, т.к. $-4 < 0$;

$y = \frac{k}{x}$, если $k = 3$ расположены в I и III квадрантах, т.к. $3 > 0$.

212.



213.

1) $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x^3 \end{cases}$; $x^2 = x^3$.

Тогда $x^2 - x^3 = 0$;

$x^2 (x - 1) = 0$;

$x_1 = 0$; $x_2 = 1$. Точки A (0; 0); B (1; 1).

2) $\begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = 2x \end{cases}$; $\frac{1}{x} = 2x$.

Тогда $\frac{1-2x}{x} = 0$;

$1 - 2x^2 = 0$;

$x^2 = \frac{1}{2}$;

$x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, точки $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2}\right)$; $N\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\sqrt{2}\right)$;

3) $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = |x| \end{cases}$; $\sqrt{x} = |x|$.

Значит, $x_1 = 0$; $x_2 = 1$, точки M (0; 0), N (1; 1);

4) $\begin{cases} y = \sqrt[3]{x} \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$; $\sqrt[3]{x} = \frac{1}{x}$; $x^{\frac{4}{3}} = 1$.

Получим $x_1 = 1$; $x_2 = -1$, точки M (1; 1), N (– 1; – 1).

214.

1) $x^4 \le 81$;

$(x^2-9)(x^2+9) \le 0$, т.к. $x^2+9>0$, то

$(x-3)(x+3) \le 0$.

Ответ: $x \in [-3; 3]$.

2) $x^5 > 32$;

$x^5 > 2^5$, значит

$x > 2$.

Ответ: $x \in (2; +\infty)$.

3) $x^6 > 64$;

$x^2 > 4$;

$x^2 - 4 > 0$, тогда

$(x-2)(x+2) > 0$;

$x > 2$ или $x < -2$.

Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

4) $x^5 \le -32$;

$x^5 \le (-2)^5$, получим

$x \le -2$.

Ответ: $x \in (-\infty; -2]$.

215.

1) $\sqrt{3-x} = 2$ по О.Д.З.;

$3 - x = 4$; $x \le 3$;

$x = -1$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x = -1$.

2) $\sqrt{3x+1} = 7$ по О.Д.З.;

$3x + 1 = 49$ $3x + 1 \ge 0$, $x \ge -\frac{1}{3}$;

$3x = 48$;

$x = 16$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 16$.

3) $\sqrt{3-11x} = 2x$ по О.Д.З. $\begin{cases} x \ge 0 \\ 3-11x \ge 0 \end{cases}$;

возводим в квадрат $3 - 11x = 4x^2$; $0 \le x \le \frac{3}{11}$;

$4x^2 + 11x - 3 = 0$. Решим:

$x_{1,2} = \frac{-11 \pm 13}{8}$ $x_1 = \frac{1}{4}$; входит в О.Д.З. $x_2 = -3$ не входит в О.Д.З.

Ответ: $x = \frac{1}{4}$.

4) $\sqrt{5x-1+3x^2}=3x$ по О.Д.З. $\begin{cases} x \ge 0 \\ 3x^2+5x-1 \ge 0 \end{cases}$;

возводим в квадрат:

$3x^2 + 5x - 1 = 9x^2$; $x \in (0,2; \infty)$;

$6x^2 - 5x + 1 = 0$. Решим:

D = 25 – 24 = 1 > 0;

$x_{1,2} = \dfrac{5 \pm 1}{12}$; $x_1 = \dfrac{1}{2}$ *и* $x_2 = \dfrac{1}{3}$ входят в О.Д.З.

Ответ: $x_1 = \dfrac{1}{2}$; $x_2 = \dfrac{1}{3}$.

5) $\sqrt{2x-1} = x-2$ по О.Д.З. $\begin{cases} x-2 \ge 0,\ x \ge 2 \\ 2x-1 \ge 0 \end{cases}$.

Возведем в квадрат:

$2x - 1 = x^2 - 4x + 4$; $x \ge 2$;

$x^2 - 6x + 5 = 0$.

Решим: $x_1 = 5$; $x_2 = 1$ не входит в О.Д.З.

Ответ: $x = 5$.

6) $\sqrt{2-2x} = x+3$ по О.Д.З. $\begin{cases} x+3 \ge 0 \\ 2-2x \ge 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x \ge -3 \\ x \le 1 \end{cases}$.

Возводим в квадрат:

$2 - 2x = x^2 + 6x + 9$;

$x^2 + 8x + 7 = 0$.

Решим:

$x_1 = -7$ не входит в О.Д.З.; $x_2 = -1$ – входит в О.Д.З.

Ответ: – 1.

216.

1) $y = \sqrt[3]{x^2+2x-15}$, при всех x имеет смысл $x \in (-\infty;\infty)$;

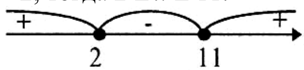
2) $y = \sqrt[4]{13x-22-x^2}$;

$-x^2 + 13x - 22 \ge 0$;

$x^2 - 13x + 22 \le 0$.

Решим уравнение $x^2 - 13x + 22 = 0$.

Корни $x_1 = 11$; $x_2 = 2$, тогда $2 \le x \le 11$.

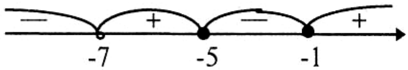


Ответ: $x \in [2; 11]$.

3) $y = \sqrt{\dfrac{x^2 + 6x + 5}{x + 7}}$

Значит, $\dfrac{x^2 + 6x + 5}{x + 7} \geq 0$. Решим $x^2 + 6x + 5 = 0$;

$x_1 = -1$; $x_2 = -5$; значит, $\dfrac{(x+1)(x+5)}{x+7} \geq 0$.

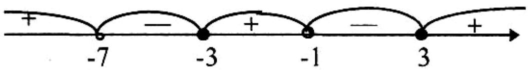


Ответ: $x \in (-7; -5] \cup [-1; +\infty)$.

4) $y = \sqrt{\dfrac{x^2 - 9}{x^2 + 8x + 7}}$

$\dfrac{x^2 - 9}{x^2 + 8x + 7} \geq 0$. Решим $(x^2 - 9)(x^2 + 8x + 7) = 0$;

$x_1 = 3$; $x_2 = -3$; $x_3 = -7$; $x_4 = -1$ исключая x_3 и x_4.

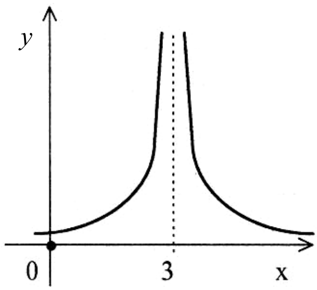


Ответ: $x \in (-\infty; -7) \cup [-3; -1) \cup [3; +\infty)$.

217.

1) $y = \dfrac{1}{(x-3)^2}$,

y убывает, если $x > 3$;



2) $y = \dfrac{1}{(x-2)^3}$, $x < 2$.

Если $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_1 < x_2$,

то $\begin{matrix} y(0) = -\dfrac{1}{8} \\ y(1) = -1 \end{matrix}$; $y_1 > y_2$, тогда

т.к. $x_1 < x_2$, $y_1 > y_2$, то

y – убывает, если $x < 2$;

3) $y = \sqrt[3]{x+1}$, $x \geq 0$. Пусть $x_1 = 7$, $x_2 = 26$;

$\begin{matrix} y_1 = \sqrt[3]{8} = 2 \\ y_2 = \sqrt[3]{27} = 3 \end{matrix}$; $y_1 < y_2$, и т.к. $x_1 < x_2$, то получим, что

y – возрастает, если $x \geq 0$;

4) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$, $x < -1$/

Пусть $x_1 = -8$, $x_2 = -27$, $x_1 > x_2$;

$y_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{-8}} = -\frac{1}{2}$

$y_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{-27}} = -\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}$,

получим, что

$y_1 < y_2$, $x_1 > x_2$, значит y – убывает, если $x < -1$.

218.

1) $y = x^6 - 3x^4 + x^2 - 2$;

четная;

2) $y = x^5 - x^3 + x$;

нечетная;

3) $y = \frac{1}{(x-2)^2} + 1$;

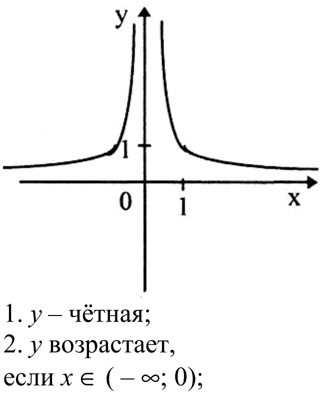
ни четная ни нечетная;

4) $y = x^7 + x^5 + 1$;

ни четная ни нечетная/

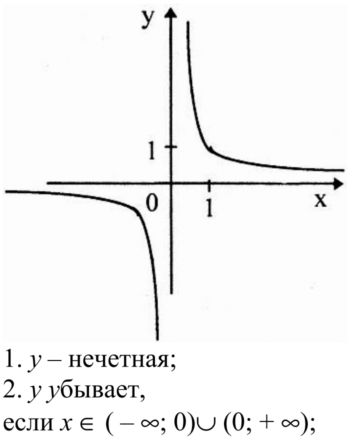
219.

1) $y = \frac{1}{x^2}$;



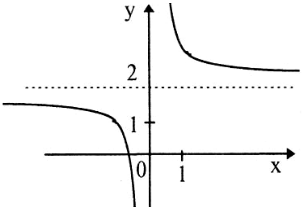
1. y – чётная;
2. y возрастает, если $x \in (-\infty; 0)$;
3. y убывает, если $x \in (0; +\infty)$;

2) $y = \frac{1}{x^3}$;



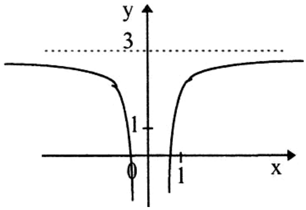
1. y – нечетная;
2. y убывает, если $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

3) $y = \frac{1}{x^3} + 2;$



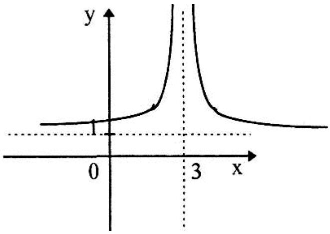
1. y – ни четная, ни нечетная;
2. y убывает, если $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

4) $y = 3 - \frac{1}{x^2}$;



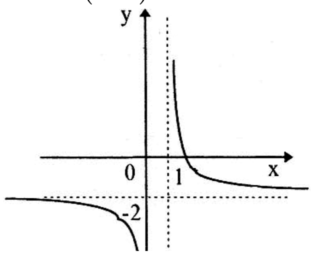
1. y – четная;
2. y возрастает, если $x>0$; y убывает, если $x<0$;

5) $y = \frac{1}{(3-x)^2} + 1$;



а) y возрастает, если $x<3$;
y убывает, если $x>3$;
б) y – ни четная, ни нечетная;

6) $y = \frac{1}{(x-1)^3} - 2$;

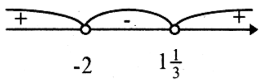


а) y убывает, если $x < 1$, и $x > 1$;
б) y – ни четная, ни нечетная.

220.

1) $(3x + 1)^4 > 625$;
$(3x + 1)^2 - 25 > 0$, т.к. $(3x + 1)2 + 25>0$;
$(3x + 1 - 5)(3x + 1 + 5) > 0$;

получим $(3x - 4)(3x + 6) > 0$.

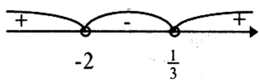


Значит, $x < -2$ или $x > 1\frac{1}{3}$.

Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (1\frac{1}{3}; +\infty)$.

2) $(3x^2 + 5x)^5 \le 32$;
$(3x^2 + 5x) \le 2$.
Тогда $3x^2 + 5x - 2 \le 0$;

$x_1 = -2$; $x_2 = \frac{1}{3}$



Поэтому $-2 \le x \le 1\frac{1}{3}$;

$(x + 2)(x - \frac{1}{3}) \le 0$.

Ответ: $x \in [-2; \frac{1}{3}]$.

221.

1) $\sqrt{2x^2+5x-3}=x+1$ по О.Д.З.

$\begin{cases} x+1\geq 0 \\ 2x^2+5x-3\geq 0 \end{cases}$; $x\in(\frac{1}{2};+\infty)$.

Возводим в квадрат

$2x^2+5x-3=x^2+2x+1$;

$x^2+3x-4=0$. Решим:

$x_1=1$; $x_2=-4$ – не входит в О.Д.З.

Ответ: $x=1$.

2) $\sqrt{3x^2-4x+2}=x+4$; О.Д.З.:

$\begin{cases} x+4\geq 0 \\ 3x^2-4x+2\geq 0 \end{cases}$; $x\in(-4;+\infty)$.

Возводим в квадрат

$3x^2-4x+2=x^2+8x+16$;

$2x^2-12x-14=0$;

$x^2-6x-7=0$. Решим:

$x_1=7$; $x_2=-1$ входят в О.Д.З.

Ответ: $x_1=7$; $x_2=-1$.

3) $\sqrt{x+11}=1+\sqrt{x}$; О.Д.З.: $\begin{cases} x+11\geq 0 \\ x\geq 0 \end{cases}$; $x\geq 0$.

Возводим в квадрат

$x+11=1+2\sqrt{x}+x$;

$10=2\sqrt{x}$;

$\sqrt{x}=5$.

Тогда $x=25$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x=25$.

4) $\sqrt{x+19}=1+\sqrt{x}$; О.Д.З.: $\begin{cases} x+19\geq 0 \\ x\geq 0 \end{cases}$; $x\geq 0$.

Возводим в квадрат

$x+19=1+2\sqrt{x}+x$;

$2\sqrt{x}=18$;

$\sqrt{x}=9$;

$x=81$ входит в О.Д.З.

Ответ: $x=81$.

5) $\sqrt{x+3}+\sqrt{2x-3}=6$; О.Д.З.: $\begin{cases} x+3\ge 0 \\ 2x-3\ge 0 \end{cases}$; $x\in[1{,}5;\infty)$;

$\sqrt{2x-3}=6-\sqrt{x+3}$.

Возводим в квадрат

$2x-3=36-12\sqrt{x+3}+x+3$;

$x-6-36=-12\sqrt{x+3}$.

Возводим в квадрат

$(x-42)=-12\sqrt{x+3}$, О.Д.З. $x-42\le 0$, т.е. $x\in[1{,}5;\,42]$;

$(x^2-84x+1764)=144(x+3)$;

$x^2-228x+1332=0$. Решим

$x_1=222$; $x_2=6$, $x_1=222$ – не входит в О.Д.З.

Ответ: $x=6$.

6) $\sqrt{7-x}+\sqrt{3x-5}=4$; О.Д.З.: $\begin{cases} 7-x\ge 0 \\ 3x-5\ge 0 \end{cases}$; $x\in\left[\frac{5}{3};\,7\right]$;

$\sqrt{3x-5}=4-\sqrt{7-x}$.

Возводим в квадрат

$3x-5=16-8\sqrt{7-x}+7-x$;

$4x-5-16-7=-8\sqrt{7-x}$;

$4x-28=-8\sqrt{7-x}$;

$x-7=-2\sqrt{7-x}$; О.Д.З.:

$x-7\le 0$, т.е. $x\in\left[\frac{5}{3};\,7\right]$.

Возводим в квадрат $x^2-14x+49=28-4x$;

$x^2-10x+21=0$. Решим $x_1=3$; $x_2=7$ входят в О.Д.З.

Ответ: $x_1=3$; $x_2=7$.

222.

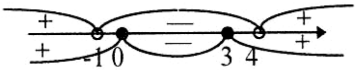
1) $\sqrt{x^2-8x}>3$; $x>9$ или $x<-1$;

$$\begin{cases} x^2-8x\ge 0 \\ x^2-8x>9 \end{cases} \begin{cases} x(x-8)\ge 0 \\ x^2-8x-9>0 \end{cases}.$$

Ответ: $x\in(-\infty;-1)\cup(9;+\infty)$.

2) $\sqrt{x^2-3x}<2$;

$$\begin{cases} x^2-3x\ge 0 \\ x^2-3x<4 \end{cases};\ \begin{cases} x(x-3)\ge 0 \\ x^2-3x-4<0 \end{cases};\ \begin{cases} x\ge 3 \text{ или } x\le 0 \\ -1<x<4 \end{cases}.$$



Ответ: $x\in(-1;\,0]\cup[3;4)$.

3) $\sqrt{3x-2}>x-2$;

$$\begin{cases} 3x-2\ge 0 \\ 3x-2>x^2-4x+4 \end{cases};\ \begin{cases} x\ge \dfrac{2}{3} \\ x^2-7x+6<0 \end{cases};\ \begin{cases} x\ge \dfrac{2}{3} \\ 1<x<6 \end{cases}.$$

Ответ: $x\in(1;\,6)$.

4) $\sqrt{2x+1}\le x-1$;

$$\begin{cases} 2x+1\ge 0 \\ x-1\ge 0 \\ 2x+1\le x^2-2x+1 \end{cases};\ \begin{cases} x\ge -\dfrac{1}{2} \\ x\ge 1 \\ x^2-4x\ge 0 \end{cases};\ \begin{cases} x>1 \\ x\le 0 \quad \text{или} \quad x\ge 4 \end{cases}.$$

Ответ: $x\in[4;\,+\infty)$.

Глава IV. Элементы тригонометрии

223.

1) $40°=\dfrac{40\pi}{180}=\dfrac{2\pi}{9}$ рад.;

2) $120°=\dfrac{120\pi}{180}=\dfrac{2\pi}{3}$ рад.;

3) $105°=\dfrac{105}{180}\pi=\dfrac{7\pi}{12}$ рад.;

4) $150°=\dfrac{150}{180}\pi=\dfrac{5\pi}{6}$ рад.;

5) $75°=\dfrac{75}{180}\pi=\dfrac{5\pi}{12}$ рад.;

6) $32°=\dfrac{32}{180}\pi=\dfrac{8\pi}{45}$ рад.;

7) $100° = \frac{100}{180}\pi = \frac{5\pi}{9}$ рад.;

8) $140° = \frac{140}{180}\pi = \frac{7\pi}{9}$ рад.

224.

1) $\frac{\pi}{6} = \frac{180°}{6} = 30°$;

2) $\frac{\pi}{9} = \frac{180°}{9} = 20°$;

3) $\frac{2\pi}{3} = \frac{2 \cdot 180}{3} = 120°$;

4) $\frac{3}{4}\pi = \frac{3 \cdot 180°}{4} = 135°$;

5) $2 = \frac{180°}{\pi} \cdot 2 = \left(\frac{360}{\pi}\right)°$;

6) $4 = 4 \cdot \frac{180°}{\pi} = \left(\frac{720}{\pi}\right)°$;

7) $1,5 = \frac{180°}{\pi} \cdot \frac{3}{2} = \left(\frac{270}{\pi}\right)°$;

8) $0,36 = \frac{180°}{\pi} \cdot \frac{36}{100} = \left(\frac{324}{5\pi}\right)°$.

225.

1) $\frac{\pi}{2} \approx \frac{3,141}{2} \approx 1,57;$

2) $\frac{3}{2}\pi \approx \frac{3 \cdot 3,141}{2} \approx 4,71;$

3) $2\pi \approx 2 \cdot 3,141 = 6,28;$

4) $\frac{2}{3}\pi \approx \frac{2 \cdot 3,141}{3} \approx 2,09.$

226.

1) $\frac{\pi}{2} < 2$;

2) $2\pi < 6,7$;

3) $\pi < 3\frac{1}{5}$;

4) $\frac{3}{2}\pi < 4,8$;

5) $-\frac{\pi}{2} < -\frac{3}{2}$;

6) $-\frac{3}{2}\pi < -\sqrt{10}$.

227.

а) $60° = \frac{\pi}{3}$ рад.;

б) $90° = \frac{\pi}{3}$ рад.;

в) $45° = \frac{\pi}{4}$ рад. ;

г) $120° = \frac{2\pi}{3}$ рад.

228.

$\ell = \alpha R$,

если $\begin{cases} \ell = 0,36 \text{ м} \\ \alpha = 0,9 \end{cases}$, то $R = \frac{\ell}{\alpha} = \frac{0,36}{0,9} = 0,4$ (м).

229.

$\ell = \alpha R$,

если $\begin{cases} \ell = 3 \text{ см} \\ R = 1{,}5 \text{ см} \end{cases}$, то $\alpha = \dfrac{\ell}{\text{R}} = \dfrac{3}{1{,}5} = 2$ (рад).

230.

$$\text{S} = \frac{\text{R}^2}{2}\alpha,$$

если $\alpha = \dfrac{3\pi}{4}$ и R = 1 см, тогда $\text{S} = \dfrac{3\pi}{2 \cdot 4} = \dfrac{3\pi}{8}$ (см^2).

231.

$$\text{S} = \frac{\text{R}^2}{2}\alpha,$$

если $\begin{cases} R = 2{,}5 \text{ см} \\ S = 6{,}25 \text{ см}^2 \end{cases}$, тогда $\alpha = \dfrac{25}{\text{R}^2} = \dfrac{2 \cdot 6{,}25}{6{,}25} = 2$ (рад.).

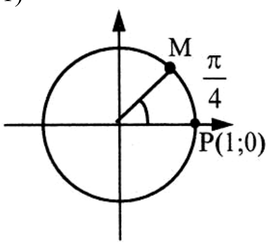
Ответ: $\alpha = 2$ (рад).

234.

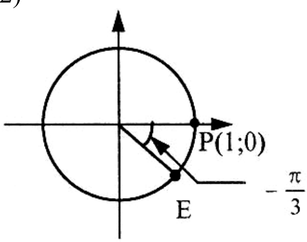
1) Получим M(0; 1).
2) Получим M(– 1; 0).
3) Получим M(– 1; 0).
4) Получим M(0; – 1).
5) Получим M(0; – 1).
6) Получим M(1; 0).

235.

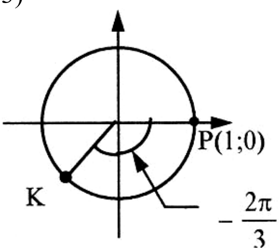
1)



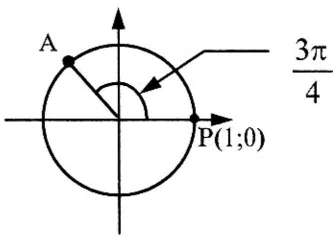
2)



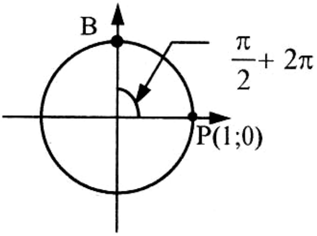
3)



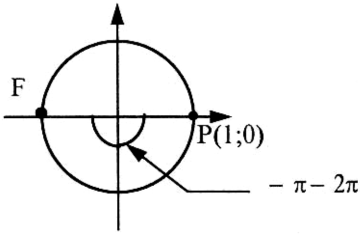
4)



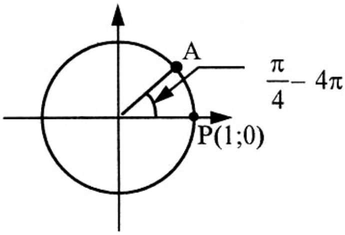
5)



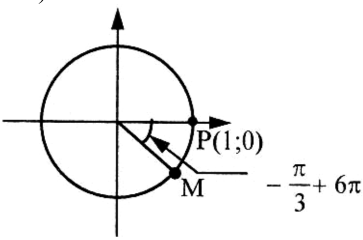
6)



7)



8)



236.

1) I четв.
2) II четв.
3) I*V* четв.
4) I*V* четв.
5) I четв.
6) II четв.

237.

1) *A* (– 1; 0);
2) *B* (0; 1);
3) *C* (0; 1);
4) D (– 1; 0);
5) E (– 1; 0);
6) F (0; 1).

238.

1) $\alpha = \pi + 2\pi n,\ n \in \wedge$;
2) $\alpha = 2\pi n,\ n \in \wedge$;
3) $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in \wedge$;
4) $\alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in \wedge$.

239.

1) α = 1рад.≈57°, I четв.
2) α = 2,75 рад.≈132°, II четв.
3) α = 3,16рад.≈181°, III четв.
4) α = 4,95 рад.≈282°, IV четв.

240.

1) a = 6,7π, $6\frac{7}{10}\pi = \frac{7}{10}\pi + 6\pi$. Тогда $x = \frac{7}{10}\pi,\ n = 3$.

2) a = 9,8π, $9\frac{4}{5}\pi = 1\frac{4}{5}\pi + 8\pi$. Тогда $x = 1\frac{4}{5}\pi,\ n = 4$.

3) a = $4\frac{1}{2}\pi$, $4\frac{1}{2}\pi = \frac{\pi}{2} + 4\pi$. Тогда $x = \frac{\pi}{2},\ n = 2$.

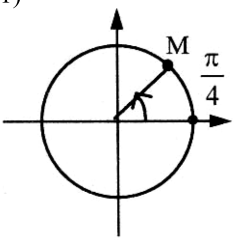
4) a = $7\frac{1}{3}\pi$, $7\frac{1}{3}\pi = 1\frac{1}{3}\pi + 6\pi$. Тогда $x = 1\frac{1}{3}\pi,\ n = 3$.

5) a = $\frac{11}{2}\pi$, $5\frac{1}{2}\pi = 1\frac{1}{2}\pi + 4\pi$. Тогда $x = 1\frac{1}{2}\pi,\ n = 2$.

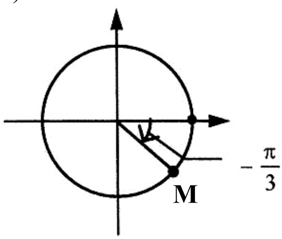
6) a = $\frac{17}{3}\pi$, $5\frac{2}{3}\pi = 1\frac{2}{3}\pi + 4\pi$. Тогда $x = 1\frac{2}{3}\pi,\ n = 2$.

241.

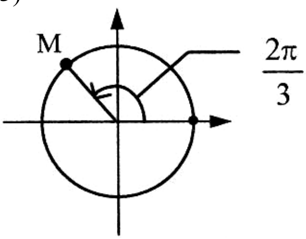
1)



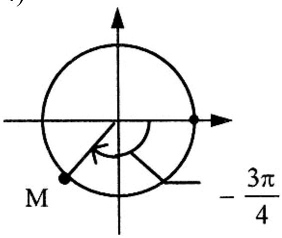
2)



3)

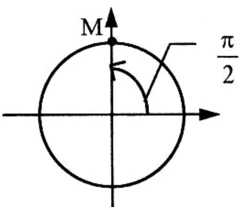


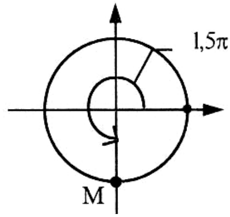
4)



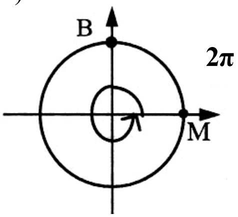
5)

6)

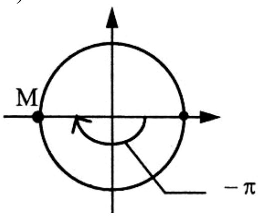




7)



8)

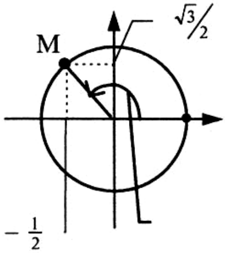


242.

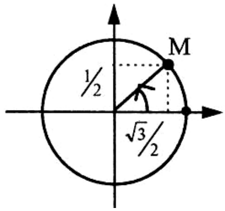
1) $A\ (0; 1)$; 2) $B\ (0; 1)$; 3) $C\ (0; -1)$; 4) D $(0; -1)$.

243.

1) $\alpha = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $n \in \wedge$;

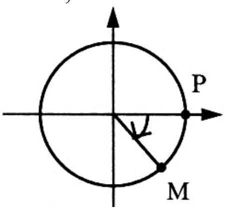


2) $\alpha = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$; $n \in \wedge$;



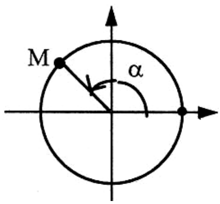
3) $\alpha = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, $\alpha = \frac{7\pi}{4} + 2\pi n$;

$n \in \wedge$;



4) $\alpha = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$;

$n \in \wedge$.



244.

1) $\sin\frac{3\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

2) $\cos\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$;

3) $\operatorname{tg}\frac{5\pi}{6}=-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$;

4) $\sin(-90°)=-1$;

5) $\cos(-180°)=-1$;

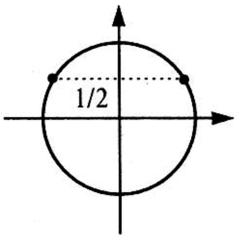
6) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-1$;

7) $\cos(-135°)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$;

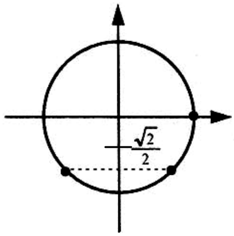
8) $\sin\left(-\frac{5\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

245.

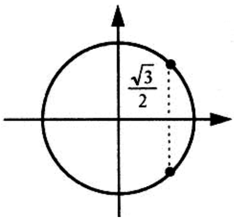
1) $\sin\alpha=\frac{1}{2}$;



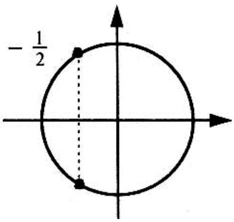
2) $\sin\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$;



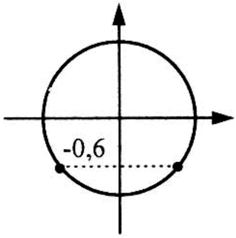
3) $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$;



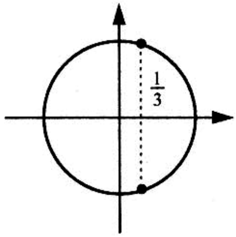
4) $\cos\alpha=-\frac{1}{2}$;



5) $\sin\alpha=-0{,}6$;



6) $\cos\alpha=\frac{1}{3}$.



246.

1) $\sin\frac{\pi}{2}+\sin\frac{3\pi}{2}=1+(-1)=0$;

2) $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\cos\frac{\pi}{2}=-1+0=-1$;

3) $\sin\pi-\cos\pi=0-(-1)=1$;

4) $\sin 0-\cos 2\pi=0-1=-1$;

5) $\sin\pi+\sin 1{,}5\pi=0+(-1)=-1$;

6) $\cos 0-\cos\frac{3}{2}\pi=1-0=1$.

247.

1) $\operatorname{tg}\pi+\cos\pi=0-1=-1$;

2) $\operatorname{tg}0°-\operatorname{tg}180°=0$;

3) $\operatorname{tg}\pi+\sin\pi=0$;

4) $\cos\pi-\operatorname{tg}2\pi=-1-0=-1$.

248.

1) $3\sin\frac{\pi}{6}+2\cos\frac{\pi}{6}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}=3\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}=\frac{3}{2}$;

2) $5\sin\frac{\pi}{6}+3\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}-10\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}=5\cdot\frac{1}{2}+3-\frac{\sqrt{2}}{2}-10=\frac{-\sqrt{2}}{2}-4{,}5$;

3) $\left(2\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\right):\cos\frac{\pi}{6}=\left(2\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}\right):\frac{\sqrt{3}}{2}=\left(\frac{2-3}{3}\right)\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=-\frac{2}{3}$;

4) $\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{6}-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-1=\frac{3}{4}-1=-\frac{1}{4}$.

249.

1) $2\sin x=0$.

Тогда $\sin x=0$;

$x=\pi n,\ n\in \wedge$;

2) $\frac{1}{2}\cos x=0$.

Значит, $\cos x=0$;

$x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in \wedge$;

3) $\cos x-1=0$.

Поэтому $\cos x=1$;

$x=2\pi n,\ n\in \wedge$;

4) $1-\sin x=0$.

Тогда $\sin x=1$;

$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in \wedge$.

250.

1) да, т.к. $-1<0{,}49<1$;

2) да, т.к. $1>-0{,}875>-1$;

3) нет, т.к. $-\sqrt{2}<-1$;

4) да, т.к. $-1<2-\sqrt{2}<1$.

251.

1) $\underline{2\sin\alpha+\sqrt{2}\cos\alpha}$ = $2\sin\frac{\pi}{4}+\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4}=2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}+1$

2) $\underline{0{,}5\cos\alpha-\sqrt{3}\sin\alpha}$ =

$= 0{,}5\cos\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}-\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{4}-\frac{3}{2}=-\frac{5}{4}$

3) $\underline{\sin 3\alpha-\cos 2\alpha}$ = $\sin\frac{3\pi}{6}-\cos\frac{2\pi}{6}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

4) $\underline{\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{3}}$ = $\cos\frac{\pi}{4}+\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

252.

1) $\sin x = -1$

$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ $n \in Z$

2) $\cos x = -1$

$x = \pi + 2\pi n$ $n \in Z$

3) $\sin 3x = 0$

Тогда $3x = \pi n$, $n \in Z$

$x = \frac{\pi n}{3}$ $n \in Z$

4) $\cos 0{,}5x = 0$

Значит $0{,}5x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$

$x = \pi + 2\pi n$ $n \in Z$

5) $\cos 2x - 1 = 0$

$\cos 2x = 1$

Отсюда $2x = 2\pi n$ $n \in Z$

$x = \pi n$ $n \in Z$

6) $1 - \cos 3x = 0$

$\cos 3x = 1$

$3x = 2\pi n$, $n \in Z$

$x = \frac{2\pi n}{3}$ $n \in Z$

253.

1) $\cos 12° \approx 0{,}98$; 2) $\sin 38° \approx 0{,}62$

3) $\mathrm{tg}\ 100° \approx -5{,}67$

4) $\sin 400° = \sin(360° + 40°) = \sin 40° \approx 0{,}64$

5) $\cos 2{,}7 \approx \cos 158° = \cos(180° - 22°) = -\cos 22° \approx -0{,}93$

6) $\mathrm{tg}(-13) \approx -\mathrm{tg}745° = -\mathrm{tg}(720° + 25°) = -\mathrm{tg}(360° \cdot 2 + 25°) =$
$= -\mathrm{tg}25° \approx -0{,}47$

7) $\sin\frac{\pi}{6} = 0{,}5$

8) $\cos\left(-\frac{\pi}{7}\right) \approx \cos 26° \approx 0{,}9$

254.

1) I четв.
2) II четв.
3) III четв.
4) II четв.
5) I четв.
6) II четв.

255.

1) $\sin\frac{5\pi}{4} < 0$, т.к. $\pi < \frac{5\pi}{4} < \frac{3\pi}{2}$ III четв.

2) $\sin\frac{5\pi}{6} > 0$, т.к. $\frac{\pi}{2} < \frac{5\pi}{6} < \pi$ II четв.

3) $\sin(-\frac{5\pi}{8}) < 0$, т.к. $-\pi < -\frac{5\pi}{8} < -\frac{\pi}{2}$ IV четв.

4) $\sin(-\frac{4\pi}{3}) > 0$, т.к. $-\frac{3\pi}{2} < -\frac{4\pi}{3} < -\pi$ II четв.

5) $\sin 740° > 0$, *I* четв.

6) $\sin 510° > 0$, II четв.

256.

1) $\cos\frac{2\pi}{3} < 0$, II четв. 2) $\cos\frac{7\pi}{6} < 0$, III четв.

3) $\cos(-\frac{3\pi}{4}) < 0$, III четв. 4) $\cos(-\frac{2\pi}{5}) > 0$, IV четв.

5) cos290° > 0, IV четв. 6) cos(–150°) < 0, III четв.

257.

1) $\text{tg}\frac{5}{6}\pi < 0$

$\text{ctg}\frac{5}{6}\pi < 0$, *II* четв.

2) $\text{tg}\frac{12}{5}\pi > 0$

$\text{ctg}\frac{12}{5}\pi > 0$, *II* четв.

3) $\text{tg}\left(\frac{-3\pi}{5}\right) > 0$

$\text{ctg}\left(\frac{-3\pi}{5}\right) > 0$, *III* четв.

4) $\text{tg}\left(-\frac{5\pi}{4}\right) < 0$

$\text{ctg}\left(-\frac{5\pi}{4}\right) < 0$, *II* четв.

5) tg190° > 0
ctg190° > 0, *III* четв.

6) tg283° < 0
ctg283° < 0, *I*V четв.

7) tg172° < 0
ctg172° < 0, *II* четв.

8) tg200° > 0
ctg200° > 0, *III* четв.

258.

1) если $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то

$\sin\alpha < 0$, $\cos\alpha < 0$, $\mathrm{tg}\alpha > 0$, $\mathrm{ctg}\alpha > 0$

2) если $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \frac{7\pi}{4}$, то

$\sin\alpha < 0$, $\cos\alpha > 0$, $\mathrm{tg}\alpha < 0$, $\mathrm{ctg}\alpha < 0$

3) если $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$, то

$\sin\alpha < 0$, $\cos\alpha > 0$, $\mathrm{tg}\alpha < 0$, $\mathrm{ctg}\alpha < 0$

4) если $2\pi < \alpha < 2{,}5\pi$, то

$\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha > 0$, $\mathrm{tg}\alpha > 0$, $\mathrm{ctg}\alpha > 0$

259.

а) $\sin 1 > 0$, $\cos 1 > 0$, $\mathrm{tg}1 > 0$

б) $\sin 3 > 0$, $\cos 3 < 0$, $\mathrm{tg}3 < 0$

в) $\sin(-3{,}4) > 0$, $\cos(-3{,}4) < 0$, $\mathrm{tg}(-3{,}4) < 0$

г) $\sin(-1{,}3) < 0$, $\cos(-1{,}3) > 0$, $\mathrm{tg}(-1{,}3) < 0$

260.

1) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) > 0$ 2) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) < 0$ 3) $\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0$

4) $\sin(\pi - \alpha) > 0$ 5) $\cos(\alpha - \pi) < 0$ 6) $\mathrm{tg}(\alpha - \pi) > 0$

7) $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) > 0$ 8) $\mathrm{ctg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) < 0$

261.

1) если $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то – знаки синуса и косинуса совпадают.

2) если $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, то – знаки синуса и косинуса различны.

262.

1) $\sin\frac{2\pi}{3} \cdot \sin\frac{3\pi}{4} > 0$

т.к. $\sin\frac{2\pi}{3} > 0$ и $\sin\frac{3\pi}{4} > 0$

2) $\cos\frac{2\pi}{3} \cdot \cos\frac{\pi}{6} < 0$

т.к. $\cos\frac{2\pi}{3} < 0$, $\cos\frac{\pi}{6} > 0$

3) $\dfrac{\sin\dfrac{2\pi}{3}}{\cos\dfrac{3\pi}{4}} < 0$,

т.к. $\sin\dfrac{2\pi}{3} > 0$ и $\cos\dfrac{3\pi}{4} < 0$;

4) $\text{tg}\dfrac{5\pi}{4} + \sin\dfrac{\pi}{4} > 0$,

т.к. $\text{tg}\dfrac{5\pi}{4}$ и $\sin\dfrac{\pi}{4} > 0$.

263.

1) sin 0,7 > sin 4,
т.к. sin 0,7 > 0, sin4 < 0;
2) cos 1,3 > cos 2,3,
т.к. cos 1,3 > 0, cos2,3 < 0.

264.

1) $\sin(5\pi + x) = 1$;
$\sin(4\pi + \pi + x) = 1$, но
$\sin(\alpha + 2k\pi) = \sin\alpha$, где $k \in \wedge$
тогда $\sin(\pi + x) = 1$;

$\pi + x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n$,

и $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \wedge$;

2) $\cos(x + 3\pi) = 0$;
$\cos(x + \pi + 2\pi) = 0$, но т.к.
$\cos(2\pi k + \alpha) = \cos\alpha$, то
$\cos(x + \pi) = 0$;

$n \in$ z $x + \pi = \dfrac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \wedge$

$x = \dfrac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \wedge$;

3) $\cos\left(\dfrac{5\pi}{2} + x\right) = -1$;

$\cos\left(2\pi + \dfrac{\pi}{2} + x\right) = -1$,

т.к. $\cos(\alpha + 2\pi k) = \cos\alpha$, то

$\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = -1$;

$\dfrac{\pi}{2} + x = \pi + 2\pi n$

и $x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n$,

$n \in \wedge$;

4) $\sin\left(\dfrac{9}{2}\pi + x\right) = -1$;

$\sin\left(2 \cdot 2\pi + \dfrac{\pi}{2} + x\right) = -1$,

т.к. $\sin(2\pi k + \alpha) = \sin\alpha$, то

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = -1$;

$\dfrac{\pi}{2} + x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n$

и $x = \pi + 2\pi n$,

$n \in \wedge$.

265.

Т.к. $\sin\alpha + \cos\alpha < 0$, то M $\in$ III четв., где $\cos\alpha < 0$, $\sin\alpha < 0$.
Т.к. $\sin\alpha - \cos\alpha > 1$, то $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$, значит, M $\in$ II четв.

267.

1) Т.к. $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, то sin α < 0, тогда

$$\sin\alpha = -\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} = \sqrt[2]{\frac{12^2}{13^2}} = -\frac{12}{13};$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-12\cdot 13}{13\cdot 5} = -\frac{12}{5}.$$

2) Т.к. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,

то cos α < 0, тогда

$$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\sqrt{1-0{,}64} = -\sqrt{0{,}36} = -0{,}6;$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{0{,}8}{-0{,}6} = -\frac{4}{3}.$$

3) Т.к. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то sin α > 0, поэтому

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{4^2}{5^2}} = \frac{4}{5};$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{3} = -\frac{4}{3};$$

$$\text{ctg}\alpha = \frac{1}{\text{tg}\alpha} = -\frac{3}{4}.$$

4) Т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то cos α < 0, тогда

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{4}{25}} = -\sqrt{\frac{21}{25}} = -\frac{\sqrt{21}}{5};$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2/5}{\sqrt{21}/5} = \frac{2}{\sqrt{21}};$$

$$\text{ctg}\alpha = \frac{1}{\text{tg}\alpha} = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

5) Т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$,

то sin α < 0 и cos α < 0;

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{1+\text{tg}^2\alpha}; \qquad \sin\alpha = -\sqrt{1-\cos^2\alpha};$$

$\cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$; $\sin\alpha = -\sqrt{1-\dfrac{64}{289}}$;

$\cos\alpha = -\sqrt{\dfrac{64}{289}}$; $\sin\alpha = -\sqrt{\dfrac{225}{289}}$;

$\cos\alpha = -\dfrac{8}{17}$; $\sin\alpha = -\dfrac{15}{17}$.

6) Т.к. $\dfrac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, то $\sin\alpha < 0$, а $\cos\alpha > 0$

$\sin^2\alpha = \dfrac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}$; $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$;

$\sin\alpha = \dfrac{-1}{\sqrt{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}}$; $\cos\alpha = \sqrt{1-\dfrac{1}{10}}$;

$\sin\alpha = -\sqrt{\dfrac{1}{10}}$; $\sin\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{10}}$; $\cos\alpha = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

268.

1) если $\begin{cases}\sin\alpha = 1\\ \cos\alpha = 1\end{cases}$,

$1 + 1 = 2 \neq 1$, нет;

2) если $\begin{cases}\sin\alpha = -\dfrac{4}{5}\\ \cos\alpha = -\dfrac{3}{5}\end{cases}$,

$\dfrac{16}{25} + \dfrac{9}{25} = 1$, да;

3) если $\begin{cases}\sin\alpha = 0\\ \cos\alpha = -1\end{cases}$,

$0 + 1 = 1$, да;

4) если $\begin{cases}\sin\alpha = \dfrac{1}{3}\\ \cos\alpha = -\dfrac{1}{2}\end{cases}$,

$\dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{13}{36} \neq 1$, нет.

269.

$1+\mathrm{tg}^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$; $1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$;

1) $\begin{cases}\sin\alpha=\dfrac{1}{5}\\ tg\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{24}}\end{cases}$; $\begin{cases}\sin\alpha=\dfrac{1}{5}\\ ctg^2\alpha=24\end{cases}$;

$1+24=\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{5}\right)^2}=25.$

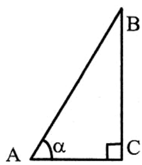
Ответ: да.

2) $\begin{cases}\cos\alpha=\dfrac{3}{4}\\ ctg\alpha=\dfrac{\sqrt{7}}{3}\end{cases}$; $\begin{cases}\cos\alpha=\dfrac{3}{4}\\ tg^2\alpha=\dfrac{9}{7}\end{cases}$;

$1+\dfrac{9}{7}=\dfrac{1}{\left(\dfrac{3}{4}\right)^2}$, $\dfrac{16}{7}\neq\dfrac{16}{9}$.

Ответ: нет.

270.



Пусть: $\angle C=90°$;

$\angle A=\alpha$;

$\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{10}}{11}$;

$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}$;

$\cos\alpha=\sqrt{1-\dfrac{40}{121}}=\sqrt{\dfrac{81}{121}}$;

$\cos\alpha=\dfrac{9}{11}$;

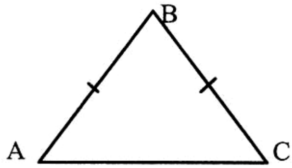
$\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$;

$\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{2\sqrt{10}}{11}:\dfrac{9}{11}$;

$\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{2\sqrt{10}}{9}$.

271.

Пусть AB = BC,



tg $\angle B = 2\sqrt{2}$;

$\cos^2\alpha = \dfrac{1}{1+tg^2\alpha}$;

$\cos^2\alpha = \dfrac{1}{9}$. Т.к. $0 < \angle B < 90°$, то

$\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$.

272.

$\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = \dfrac{1}{8}$;

$(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = (-\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = \dfrac{1}{8}$.

Т.к. $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$, то $\cos^2\alpha - (1 - \cos^2\alpha) = \dfrac{1}{8}$;

$2\cos^2\alpha = \dfrac{9}{8}$ $\cos^2\alpha = \dfrac{9}{16}$, $\cos\alpha = \pm\dfrac{3}{4}$.

Ответ: $\cos\alpha = \pm\dfrac{3}{4}$.

273.

1) $\sin\alpha = \dfrac{2\sqrt{3}}{5}$;

$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$;

$\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\dfrac{12}{25}}$;

$\cos\alpha = \pm\dfrac{\sqrt{13}}{5}$;

2) $\cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$;

$\sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$;

$\sin\alpha = \pm\sqrt{1-\dfrac{1}{5}}$;

$\sin\alpha = \pm\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

274.

tg α = 2, значит, ctg $\alpha = \dfrac{1}{2}$;

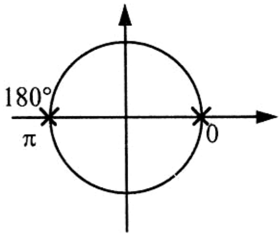
1) $\dfrac{\text{ctg}\alpha + \text{tg}\alpha}{\text{ctg}\alpha - \text{tg}\alpha} = \dfrac{1/2 + 2}{1/2 - 2} = \dfrac{2,5}{-1,5} = \dfrac{-5}{3}$;

2) $\dfrac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}=\dfrac{\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}-\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}{\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha-1}{\mathrm{tg}\alpha+1}=\dfrac{2-1}{2+1}=\dfrac{1}{3}$;

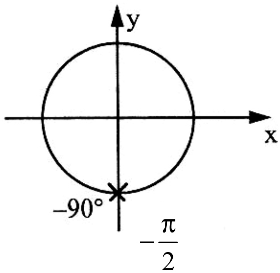
3) $\dfrac{2\sin\alpha+3\cos\alpha}{3\sin\alpha-5\cos\alpha}=\dfrac{2\mathrm{tg}\alpha+3}{3\mathrm{tg}\alpha-5}=\dfrac{4+3}{6-5}=7$;

4) $\dfrac{\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}=\dfrac{\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+2\dfrac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}}{\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\dfrac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}}=\dfrac{\mathrm{tg}^2\alpha+2}{\mathrm{tg}^2\alpha-1}=\dfrac{4+2}{4-1}=2$.

276.



1) $2\sin x+\sin^2 x+\cos^2 x=1$,
т.к. $\sin^2 x+\cos^2 x=1$, то
$2\sin x+1=1$,
$2\sin x=0$.
Тогда $\sin x=0$
и $x=k\pi,\ k\in\wedge$;



2) $\sin^2 x-2=\sin x-\cos^2 x$;
$\sin^2 x+\cos^2 x-2=\sin x$,
т.к. $\sin^2 x+\cos^2 x=1$, то
$\sin x=-1$,
значит, $x=-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\wedge$;

3) $3\cos^2 x-1=\cos x-2\sin^2 x$;
$3\cos^2 x+2\sin^2 x-1=\cos x$;
$\cos^2 x+2-1=\cos x$;
$\cos^2 x-\cos x+1=0$.
Пусть $t=\cos x$. Тогда
$t^2-t+1=0$. Решим уравнение
$D=1-4<0$. Решения нет.

4) $3-\cos x=3\cos^2 x+3\sin^2 x$.
Т.к. $\sin^2 x+\cos^2 x=1$, то
$3-\cos x=3$;
$\cos x=0$;
$x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n;\ n\in\wedge$.

277.

1) Т.к. $1 - \cos^2\alpha = \sin^2\alpha$, то $(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)=\sin^2\alpha$.

2) Т.к. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, то $2-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=1$.

3) Т.к. $tg^2\alpha = \dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$ и $\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha$, то

$$\frac{\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha} = \mathrm{tg}^2\alpha .$$

4) Т.к. $ctg^2\alpha = \dfrac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$ и $\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha$, то

$$\frac{\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha} = \mathrm{ctg}^2\alpha .$$

5) Т.к. $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ и $\cos^2\alpha=\dfrac{1}{1+tg^2\alpha}$, то

$$\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}+\sin^2\alpha=1 .$$

6) Т.к. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ и $\sin^2\alpha=\dfrac{1}{1+ctg^2\alpha}$, то

$$\frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}+\cos^2\alpha=1 .$$

278.

$\cos\alpha \cdot \mathrm{tg}\alpha - 2\sin\alpha = \sin\alpha - 2\sin\alpha = -\sin\alpha$;

$\cos\alpha - \sin\alpha \cdot \mathrm{ctg}\alpha = \cos\alpha - \cos\alpha = 0$;

$$\frac{\sin^2\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1 \quad \cos^2\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)}{1+\cos\alpha} = 1-\cos\alpha ;$$

$$\frac{\cos^2\alpha}{1-\sin\alpha} = \frac{1-\sin^2\alpha}{1-\sin\alpha} = \frac{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}{1-\sin\alpha} = 1+\sin\alpha .$$

279.

1) $\dfrac{\sin^2\alpha-1}{1-\cos^2\alpha} = \dfrac{-\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = -\mathrm{ctg}^2\alpha$; $\mathrm{ctg}\dfrac{\pi}{4}=1$; $-\mathrm{ctg}^2\dfrac{\pi}{4}=-1$;

2) $\dfrac{1}{\cos^2\alpha}-1 = \mathrm{tg}^2\alpha$; $\mathrm{tg}\dfrac{\pi}{3} = \sqrt{3}$; $\mathrm{ctg}^2\dfrac{\pi}{3} = 3$;

3) $\cos^2\alpha + \mathrm{ctg}^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$,

$\sin\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{\sin^2\frac{\pi}{6}} = 4$;

4) $\cos^2\alpha + \mathrm{tg}^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$,

$\cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{\cos^2\frac{\pi}{3}} = 4$.

280.

1) $\left(1-\sin^2\alpha\right)\left(1-\mathrm{tg}^2\alpha\right)=1$.

Тогда $\left(1-\sin^2\alpha\right)\cdot\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=1$;

$\cos^2\alpha\cdot\dfrac{1}{\cos^2\alpha}=1$, 1 = 1.

Получим тождество.

2) $\sin^2\left(1+\mathrm{ctg}^2\alpha\right)-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$.

Значит $\sin^2\alpha\cdot\dfrac{1}{\sin^2\alpha}-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$;

$1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$.

Тождество $\sin^2\alpha=\sin^2\alpha$.

281.

1) $\left(1+\mathrm{tg}^2\alpha\right)\cdot\cos^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}\cdot\cos^2\alpha=1;$

2) $\sin^2\alpha\left(1+\mathrm{ctg}^2\alpha\right)=\sin^2\alpha\cdot\dfrac{1}{\sin^2\alpha}=1;$

3) $\left(1+\mathrm{tg}^2\alpha+\dfrac{1}{\sin^2\alpha}\right)\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha=\dfrac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha=1$;

4) $\dfrac{1+\mathrm{tg}^2\alpha}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}-\mathrm{tg}^2\alpha=\dfrac{1/\cos^2\alpha}{1/\sin^2\alpha}-\mathrm{tg}^2\alpha=\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\mathrm{tg}^2\alpha=0$.

282.

1) $(1-\cos2\alpha)(1+\cos2\alpha)=\sin^2 2\alpha$;

$1-\cos^2 2\alpha=\sin^2 2\alpha$;

$\sin^2 2\alpha=\sin^2 2\alpha$. Верное тождество.

2) $\dfrac{\sin\alpha-1}{\cos^2\alpha}=\dfrac{-1}{1+\sin\alpha}$;

$\dfrac{\sin\alpha-1}{1-\sin^2\alpha}=\dfrac{-1}{1+\sin\alpha}$;

$\dfrac{\sin\alpha-1}{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}=-\dfrac{1}{1+\sin\alpha}$;

$\dfrac{1}{-(1+\sin\alpha)}=-\dfrac{1}{1+\sin\alpha}$. Верно.

3) $\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;

$(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$. Верное тождество.

4) $(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)^2 + 2\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha = \sin^4\alpha + \cos^4\alpha$;

$\sin^4\alpha - 2\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha + \cos^4\alpha + 2\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha = \sin^4\alpha + \cos^4\alpha$;

$\sin^4\alpha + \cos^4\alpha = \sin^4\alpha + \cos^4\alpha$. Верное тождество.

5) $\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} + \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}$;

$\frac{\sin^2\alpha + (1+\cos\alpha)^2}{(1+\cos\alpha)\sin\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}$;

$\frac{\sin^2\alpha + 1 + 2\cos\alpha + \cos^2\alpha}{(1+\cos\alpha)\sin\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}$;

$\frac{2(1+\cos\alpha)}{(1+\cos\alpha)\sin\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}$; $\frac{2}{\sin\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}$. Верное тождество.

6) $\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

$\frac{\sin\alpha(1+\cos\alpha)}{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

$\frac{\sin\alpha(1+\cos\alpha)}{1-\cos^2\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

$\frac{\sin\alpha(1+\cos\alpha)}{\sin^2\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

$\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$. Верное тождество.

7) $\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha} = 1$;

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$; 1 = 1, ч.т.д.

8) $\mathrm{tg}^2\alpha - \sin^2\alpha = \mathrm{tg}^2\alpha \cdot \sin^2\alpha$;

$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} - \sin^2\alpha = \mathrm{tg}^2\alpha \cdot \sin^2\alpha$;

$\frac{\sin^2\alpha - \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \mathrm{tg}^2\alpha \cdot \sin^2\alpha$;

$\frac{\sin^2\alpha\left(1-\cos^2\alpha\right)}{\cos^2\alpha} = \mathrm{tg}^2\alpha \cdot \sin^2\alpha$;

$\mathrm{tg}^2\alpha \cdot \sin^2\alpha = \mathrm{tg}^2\alpha \cdot \sin^2\alpha$, ч.т.д.

283.

1) $\dfrac{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha}-\left(1+ctg^2\alpha\right)=\dfrac{1-2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha}-\dfrac{1}{\sin^2\alpha}=$

$=\dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha}=2\text{ctg}\alpha$;

$\text{ctg}\ \dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$;

$2\text{ctg}\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$;

2) $(1+tg^2\alpha)-\dfrac{(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}{\cos^2\alpha}=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}-\dfrac{1+2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=$

$=\dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=2tg\alpha$;

$\text{tg}\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$;

$2\text{tg}\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

284.

$\sin\alpha-\cos\alpha=0{,}6$.

Возведем в квадрат

$(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=0{,}36$;

$\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha=0{,}36$.

Т.к. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, то

$1-2\sin\alpha\cos\alpha=0{,}36$;

$2\sin\alpha\cos\alpha=1-0{,}36=0{,}64$;

$\sin\alpha\cos\alpha=0{,}32$.

285.

$\cos^3\alpha-\sin^3\alpha=(\cos\alpha-\sin\alpha)(\cos^2\alpha+\cos\alpha\cdot\sin\alpha+\sin^2\alpha)$;

$\cos^3\alpha-\sin^3\alpha=0{,}2\cdot(1+\cos\alpha\cdot\sin\alpha)$;

т.к. $\cos\alpha-\sin\alpha=0{,}2$. Возведем в квадрат

$(\cos\alpha-\sin\alpha)^2=0{,}04$;

$\cos^2\alpha-2\cos\alpha\sin\alpha+\sin^2\alpha=0{,}04$;

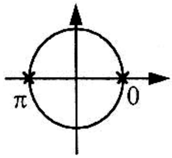
$1-2\cos\alpha\sin\alpha=0{,}04$;

$\cos\alpha\sin\alpha=0{,}48$, то

$\cos^3\alpha-\sin^3\alpha=0{,}2\cdot(1+0{,}48)=0{,}2\cdot1{,}48=0{,}296$.

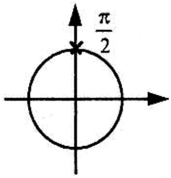
286.

1) $3\cos^2 x - 2\sin x = 3 - 3\sin^2 x$;
$3\cos^2 x + 3\sin^2 x - 3 - 2\sin x = 0$;
$2\sin x = 0$;
$\sin x = 0$.
Тогда $x = \pi n$, $n \in \wedge$.



2) $\cos^2 x - \sin^2 x = 2\sin x - 1 - 2\sin^2 x$;
$\cos^2 x - \sin^2 x + 1 + 2\sin^2 x = 2\sin x$;
$2 = 2\sin x$;
$\sin x = 1$.

Значит $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \wedge$.



287.

1) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin\frac{\pi}{3} - tg\frac{\pi}{4} =$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = -\frac{3}{4} - 1 = -1\frac{3}{4}$;

2) $\frac{1+\text{tg}^2(\ \ 30°)}{1+\text{ctg}^2(\ \ 30°)} = \frac{1+\text{tg}^2 30°}{1+\text{ctg}^2 30°} = \frac{1+\frac{1}{3}}{1+3} = \frac{3+1}{3\cdot 4} = \frac{4}{3\cdot 4} = \frac{1}{3}$;

3) $2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + tg\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$

$= -2\sin\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{6} - tg\frac{\pi}{3} + \sin^2\frac{\pi}{4} = -2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 =$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1-3\sqrt{3}}{2}$;

4) $\cos(-\pi) + ctg\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) + ctg\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$

$= \cos\pi - ctg\frac{\pi}{2} + \sin\frac{3}{2}\pi - ctg\frac{\pi}{4} = -1 + 0 + (-1) - 1 = -3$.

288.

$\text{tg}(-\alpha)\cdot\cos\alpha + \sin\alpha = -\sin\alpha + \sin\alpha = 0$;
$\cos\alpha - \text{ctg}\alpha(-\sin\alpha) = \cos\alpha + \cos\alpha = 2\cos\alpha$;

$$\frac{\cos(\ \alpha)+\sin(\ \alpha)}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{(\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)}=\frac{1}{\cos\alpha+\sin\alpha};$$

$\operatorname{tg}(-\alpha)\cdot\operatorname{ctg}(-\alpha)+\cos^2(-\alpha)+\sin^2\alpha=1+1=2.$

289.

$$\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos\alpha+\sin(-\alpha)}+\operatorname{tg}(-\alpha)\cos(-\alpha)=$$

$$=\frac{(\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)}{\cos\alpha-\sin\alpha}\quad\sin\alpha=$$

$=\cos\alpha+\sin\alpha-\sin\alpha=\cos\alpha.$

290.

1) $$\frac{3-\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)-\cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{3+\sin\frac{\pi}{3}-\cos^2\frac{\pi}{3}}{2\cos\frac{\pi}{4}}=\frac{3+\frac{\sqrt3}{2}-\frac14}{2\cdot\frac{\sqrt2}{2}}=\frac{11+2\sqrt3}{4\cdot\sqrt2};$$

2) $$2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)-3\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)+7{,}5\operatorname{tg}(-\pi)+\frac18\cos\left(-\frac32\pi\right)=$$

$$=2\cdot\left(-\frac12\right)-3\cdot(-1)+7{,}5\cdot0+\frac18\cdot0=-1+3=2\ .$$

291.

1) $$\frac{\sin^3(-\alpha)+\cos^3(-\alpha)}{1-\sin(-\alpha)\cos(-\alpha)}=$$

$$=\frac{(\cos\alpha-\sin\alpha)(\cos^2\alpha+\cos\alpha\sin\alpha+\sin^2\alpha)}{1+\sin\alpha\cos\alpha}=$$

$$=\frac{(\cos\alpha-\sin\alpha)(1+\cos\alpha\sin\alpha)}{(1+\cos\alpha\sin\alpha)}=\cos\alpha-\sin\alpha;$$

2) $$\frac{1-(\sin\alpha+\cos(-\alpha))^2}{-\sin(-\alpha)}=\frac{1-(1+2\sin\alpha\cos\alpha)}{\sin\alpha}=\frac{-2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha}=-2\cos\alpha\ .$$

292.

1) $\sin(-x)=1;$

$\sin x=-1.$

Тогда $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\wedge.$

2) $\cos(-2x)=0;$

$\cos2x=0;$

$2x=\frac{\pi}{2}+\pi n.$

Значит, $x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2},\ n\in\wedge.$

3) $\cos(-2x) = 1$;
$\cos 2x = 1$;
$2x = 2\pi n$;
и $x = \pi n$, $n \in \wedge$.

4) $\sin(-2x) = 0$;
$2x = 2\pi n$.
Поэтому $x = \frac{\pi n}{2}$, $n \in \wedge$.

5) $\sin(-x) = \sin\frac{3}{2}\pi$;
$-\sin x = -1$; $\sin x = 1$.
Получим $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \wedge$.

6) $\cos(-x) = \cos\pi$;
$\cos x = -1$.
Тогда $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \wedge$.

293.

1) $\cos 135° = \cos(90° + 45°) = \cos 90° \cos 45° - \sin 90° \cdot \sin 45° =$
$= 0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

2) $\cos 120° = \cos(90° + 30°) = \cos 90° \cos 30° - \sin 90° \sin 30° =$
$= 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$;

3) $\cos 150° = \cos(90° + 60°) = \cos 90° \cos 60° - \sin 90° \sin 60° =$
$= 0 \cdot \frac{1}{2} - 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

4) $\cos 240° = \cos(180° + 60°) = \cos 180° \cos 60° - \sin 180° \sin 60° =$
$= -1 \cdot \frac{1}{2} - 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2}$.

294.

1) $\cos 57°30' \cdot \cos 27°30' + \sin 57°30' \cdot \sin 27°30' =$
$= \cos(57°30' - 27°30') = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $\cos 19°30' \cdot \cos 25°30' - \sin 19°30' \cdot \sin 25°30' =$
$= \cos(19°30' - 25°30') = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\cos\frac{7\pi}{9} \cdot \cos\frac{11\pi}{9} - \sin\frac{7\pi}{9} \cdot \sin\frac{11\pi}{9} = \cos\left(\frac{7\pi}{9} + \frac{11\pi}{9}\right) = \cos 2\pi = 1$;

4) $\cos\frac{8\pi}{7} \cdot \cos\frac{\pi}{7} + \sin\frac{8\pi}{7} \cdot \sin\frac{\pi}{7} = \cos\left(\frac{8\pi}{7} + \frac{\pi}{7}\right) = \cos\pi = -1$.

295.

1) Т.к. $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$, то

$\cos\alpha > 0$, тогда

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}};$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right) = \cos\frac{\pi}{3}\cdot\cos\alpha - \sin\frac{\pi}{3}\cdot\sin\alpha =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}.$$

2) Т.к. $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то

$\sin\alpha > 0$, тогда

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}};$$

$$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right) = \cos\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{4} + \sin\alpha\cdot\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4-\sqrt{2}}{6}.$$

296.

1) $\cos3\alpha\cdot\cos\alpha - \sin\alpha\cdot\sin3\alpha = \cos(3\alpha+\alpha) = \cos4\alpha$;

2) $\cos5\beta\cdot\cos2\beta + \sin5\beta\cdot\sin2\beta = \cos(5\beta-2\beta) = \cos3\beta$;

3) $$\cos\left(\frac{\pi}{7}+\alpha\right)\quad\cos\left(\frac{5\pi}{14}-\alpha\right)\quad\sin\left(\frac{\pi}{7}+\alpha\right)\quad\sin\left(\frac{5\pi}{14}-\alpha\right) =$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{7}+\alpha+\frac{5\pi}{14}-\alpha\right) = \cos\frac{\pi}{2} = 0;$$

4) $$\cos\left(\frac{7\pi}{5}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{5}+\alpha\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{5}+\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{5}+\alpha\right) =$$

$$= \cos\left(\frac{7\pi}{5}+\alpha-\frac{2\pi}{5}-\alpha\right) = \cos\pi = -1.$$

297.

1) $$\cos(\alpha+\beta) + \cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right) = \cos\alpha\cdot\cos\beta -$$

$$-\sin\alpha\cdot\sin\beta + \sin\alpha\cdot\sin\beta = \cos\alpha\cdot\cos\beta;$$

2) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)-\cos(\alpha-\beta)=\left(\sin\frac{\pi}{2}\cdot\cos\alpha-\cos\frac{\pi}{2}\cdot\sin\alpha\right)$x

x $\left(\sin\frac{\pi}{2}\cdot\cos\beta-\cos\frac{\pi}{2}\cdot\sin\beta\right)-(\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta)=$

$=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta=-\sin\alpha\cdot\sin\beta$.

298.

1) $\sin 73° \cdot \cos 17° + \cos 73° \cdot \sin 17° = \sin(73° + 17°)=\sin 90°=1$;

2) $\sin 73° \cdot \cos 13° - \cos 73° \cdot \sin 13° = \sin(73° - 13°)=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $\sin\frac{5\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{5\pi}{12}=\sin\left(\frac{5\pi}{12}+\frac{\pi}{12}\right)=\sin\frac{\pi}{2}=1$;

4) $\sin\frac{7\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{7\pi}{12}=\sin\left(\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{12}\right)=\sin\frac{\pi}{2}=1$.

299.

1) Т.к. $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$, то

$\sin\alpha < 0$, тогда

$\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{9}{25}}=-\frac{4}{5}$;

$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\alpha\cdot\cos\frac{\pi}{6}+\cos\alpha\cdot\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{4}{5}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=$

$=\frac{-4\sqrt{3}-3}{10}=-\frac{4\sqrt{3}+3}{10}$.

2) Т.к. $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, то

$\cos\alpha < 0$, тогда

$\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{2}{9}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$;

$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\sin\frac{\pi}{4}\cdot\cos\alpha-\cos\frac{\pi}{4}\cdot\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}=$

$=\frac{-\sqrt{14}-2}{6}=-\frac{\sqrt{14}+2}{6}$.

300.

1) $\sin(\alpha+\beta)+\sin(-\alpha)\cos(-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+$
$+\cos\alpha\cdot\sin\beta-\sin\alpha\cdot\cos\beta=\cos\alpha\cdot\sin\beta$;

2) $\cos(-\alpha)\sin(-\beta)-\sin(\alpha-\beta)=$
$=-\cos\alpha\cdot\sin\beta-(\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta)=-\cos\alpha\cdot\sin\beta-\sin\alpha\cdot\cos\beta+$
$+\cos\alpha\cdot\sin\beta=-\sin\alpha\cdot\cos\beta$;

3)

3) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)-\sin(\alpha-\beta)=\left(\cos\frac{\pi}{2}\cos\alpha+\sin\frac{\pi}{2}\sin\alpha\right)\times$
$\times\left(\sin\frac{\pi}{2}\cos\beta-\cos\frac{\pi}{2}\sin\beta\right)-\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\sin\alpha\cos\beta-$
$-\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\cos\alpha\sin\beta$;

4) $\sin(\alpha+\beta)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin(-\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta-$
$-\cos\alpha\sin\beta=\sin\alpha\cos\beta$.

301.

Т.к. $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$, то

$\cos\alpha>0$,

тогда

$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}$.

Т.к. $0<\beta<\frac{\pi}{2}$, то

$\cos\beta>0$,

тогда

$\cos\beta=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{64}{289}}=\frac{15}{17}$;

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta=$
$=\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{17}-\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{8}{17}=\frac{60}{85}+\frac{24}{85}=\frac{84}{85}$;

$\cos(\alpha-\beta)=\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{17}+\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\frac{8}{17}=\frac{60}{85}-\frac{24}{85}=\frac{36}{85}$.

302.

Т.к. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то sinα > 0;

sinα = $\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-0,64} = \sqrt{0,36} = 0,6$.

Т.к. $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$,

то cosβ < 0;

cosβ = $-\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\sqrt{1-\frac{144}{169}} = -\frac{5}{13}$;

sin(α – β) = sinα·cosβ – cosα·sinβ =

$= 0,6\cdot\left(-\frac{5}{13}\right)-(-0,8)\cdot\left(-\frac{12}{13}\right)=\frac{-15}{65}-\frac{48}{65}=-\frac{63}{65}.$

303.

1) $\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\alpha\right)+\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{2\pi}{3}\cdot\cos\alpha+\sin\frac{2\pi}{3}\cdot\sin\alpha+$

$+\cos\frac{\pi}{3}\cdot\cos\alpha-\sin\frac{\pi}{3}\cdot\sin\alpha=-\frac{1}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha+\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha=0$;

2) $\sin\left(\alpha+\frac{2}{3}\pi\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\sin\alpha\cdot\cos\frac{2\pi}{3}+\cos\alpha\cdot\sin\frac{2\pi}{3}-$

$-\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{3}\cdot\sin\alpha=-\frac{1}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\sin\alpha=0$;

3) $\frac{2\cos\alpha\sin\beta+\sin(\alpha-\beta)}{2\cos\alpha\cos\beta-\cos(\alpha-\beta)}=\frac{2\cos\alpha\sin\beta+\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}{2\cos\alpha\cos\beta-\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}=$

$=\frac{\cos\alpha\sin\beta+\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}=\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=tg(\alpha+\beta)$;

4) $\frac{\cos\alpha\cos\beta-\cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)-\sin\alpha\sin\beta}=\frac{\cos\alpha\cos\beta-\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta-\sin\alpha\sin\beta}=$

$=\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}=tg\,\alpha\cdot tg\beta$.

304.

1) sin(α – β)·cos(α + β) = (sinαcosβ – cosα sinβ)(sinαcosβ + + cosα sinβ) = $\sin^2\alpha\cos^2\beta-\cos^2\alpha\sin^2\beta=\sin^2\alpha(1-\sin^2\beta)-(1-\sin^2\alpha)\sin^2\beta=\sin^2\alpha-\sin^2\alpha\cdot\sin^2\beta-\sin^2\beta+\sin^2\alpha\cdot\sin^2\beta=\sin^2\alpha-\sin^2\beta$;

2) $\sin(\alpha - \beta)\cdot\cos(\alpha + \beta) = (\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha \sin\beta)(\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha \sin\beta) = \cos^2\alpha \cos^2\beta - \sin^2\alpha \sin^2\beta = \cos^2\alpha(1 - \sin^2\beta) - (1 - \cos^2\alpha) \sin^2\beta = \cos^2\alpha - \cos^2\alpha\cdot \sin^2\beta - \sin^2\beta + \cos^2\alpha \cdot \sin^2\beta = \cos^2\alpha - \sin^2\beta$;

3) $$\frac{\sqrt{2}\cos\alpha - 2\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{2\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \sqrt{3}\sin\alpha} = \frac{\sqrt{2}\cos\alpha - 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha\right)}{2\left(\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right) - \sqrt{3}\sin\alpha} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}\cos\alpha - \sqrt{2}\cos\alpha - \sqrt{2}\sin\alpha}{\cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha - \sqrt{3}\sin\alpha} = \frac{-\sqrt{2}\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\sqrt{2}tg\alpha;$$

4) $$\frac{\cos\alpha - 2\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}{2\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3}\sin\alpha} = \frac{\cos\alpha - 2\left(\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right)}{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha\right) - \sqrt{3}\sin\alpha} =$$

$$= \frac{\cos\alpha - \cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha}{\sqrt{3}\sin\alpha - \cos\alpha - \sqrt{3}\sin\alpha} = \frac{\sqrt{3}\sin\alpha}{-\cos\alpha} = -\sqrt{3}tg\alpha.$$

305.

1) $\cos 6x \cdot \cos 5x + \sin 6x \cdot \sin 5x = -1$;
$\cos(6x - 5x) = -1$. Тогда $\cos x = -1$;
$x = \pi + 2\pi n$, $n \in \wedge$;

2) $\sin 3x \cdot \cos 5x - \sin 5x \cdot \cos 3x = -1$;
$\sin(3x - 5x) = -1$; $-\sin 2x = -1$;
$\sin 2x = 1$. Значит, $2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$;
$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \wedge$;

3) $\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos x = 1$;
$\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x\right) - \cos x = 1$;
$\cos x - \sin x - \cos x = 1$;
$\sin x = -1$. Поэтому $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \wedge$;

4) $\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)+\sin\frac{x}{2}=1$; $\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\frac{x}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\frac{x}{2}\right)+\sin\frac{x}{2}=1$;

$\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}=1$;

$\cos\frac{x}{2}=1$.

Значит, $\frac{x}{2}=2\pi n$ и $x = 4\pi n$, $n \in \wedge$.

306.

1) $\frac{\text{tg}29°+\text{tg}31°}{1-\text{tg}29°\cdot\text{tg}31°}=\text{tg}(29°+31°)=\text{tg}60°=\sqrt{3}$;

2) $\frac{\text{tg}\frac{7\pi}{16}-\text{tg}\frac{3\pi}{16}}{1+\text{tg}\frac{7\pi}{16}\cdot\text{tg}\frac{3\pi}{16}}=\text{tg}\left(\frac{7\pi}{16}-\frac{3\pi}{16}\right)=\text{tg}\frac{\pi}{4}=1$.

307.

1) $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta}=\frac{\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta}+\frac{\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}{\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta}-\frac{\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}=\frac{\text{tg}\alpha+\text{tg}\beta}{\text{tg}\alpha-\text{tg}\beta}$;

2) $\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\frac{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}{\text{ctg}\alpha\cdot\text{ctg}\beta-1}=\frac{\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta}+\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}{\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta}-\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}=\frac{\text{ctg}\alpha\cdot\text{ctg}\beta+1}{\text{ctg}\alpha\cdot\text{ctg}\beta-1}$.

308.

1) $2\sin15°\cos15° = \sin2\cdot 15° = \sin30° = \frac{1}{2}$;

2) $\cos^2 15° – \sin^2 15° = \cos2\cdot 15° – \cos30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $(\cos75° – \sin75°)^2 = \cos^2 75° – 2\sin75°\cos75° + \sin^2 75° =$
$= 1 – \sin150° = 1 – \sin30° = 1 – \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$;

4) $(\cos15° + \sin15°)^2 = \cos^2 15° + 2\sin15°\cos15° + \sin^2 15° =$
$= 1 + \sin30° = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

309.

1) $2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{4}+\frac{1}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{1}{4}=\frac{\sqrt{2}+1}{4}$;

4) $\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(\cos\frac{\pi}{8}+\sin\frac{\pi}{8}\right)^2=\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(1+2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}\right)=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(1+\sin\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}-1-\frac{\sqrt{2}}{2}=-1$.

310.

1) Т.к. $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, то $\cos\alpha<0$, тогда

$\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{9}{25}}=-\frac{4}{5}$;

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\cdot\frac{3}{5}\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{24}{25}$.

2) Т.к. $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$, то

$\sin\alpha<0$, тогда $\sin\alpha=-\sqrt{1-\frac{16}{25}}=-\frac{3}{5}$;

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{24}{25}$.

311.

1) $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$;

$\sin^2\alpha=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$.

Т.к. $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$, то

$\cos2\alpha=\frac{16}{25}-\frac{9}{25}=\frac{7}{25}$;

2) $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$;

$\cos^2\alpha=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$.

Т.к. $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$, то

$\cos2\alpha=\frac{16}{25}-\frac{9}{25}=\frac{7}{25}$.

312.

1) $\sin\alpha\cos\alpha=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{2}=\frac{\sin2\alpha}{2}$;

2) $\cos\alpha\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha\cos\alpha=\frac{\sin2\alpha}{2}$;

3) $\cos 4\alpha + \sin^2 2\alpha = \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha = \cos^2 2\alpha$;

4) $\sin 2\alpha + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 2\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

313.

1) $\dfrac{\cos 2\alpha + 1}{2\cos\alpha} = \dfrac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{2\cos\alpha} = \dfrac{2\cos^2\alpha}{2\cos\alpha} = \cos\alpha$;

2) $\dfrac{\sin 2\alpha}{1 - \cos^2\alpha} = \dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha} = \dfrac{2\cos\alpha}{\sin\alpha} = 2\mathrm{ctg}\alpha$;

3) $\dfrac{\sin^2\alpha}{(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 1} = \dfrac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha - 1} =$

$= \dfrac{\sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \dfrac{1}{2} tg\alpha$;

4) $\dfrac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} = \dfrac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = \dfrac{2\cos^2\alpha}{2\sin^2\alpha} = \mathrm{ctg}^2\alpha$.

314.

1) $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 - 1 = 1 + 2\sin\alpha\cos\alpha - 1 = 2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$;

2) $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = \sin^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = 1 - \sin 2\alpha$;

3) $\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = \cos 2\alpha$;

4) $2\cos^2\alpha - \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$.

315.

1) $\sin\alpha + \cos\alpha = \dfrac{1}{2}$.

Возведем в квадрат.

Получим: $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = \dfrac{1}{4}$;

$1 + 2\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{1}{4}$; $\sin 2\alpha = \dfrac{1}{4} - 1 = -\dfrac{3}{4}$.

2) $\sin\alpha - \cos\alpha = -\dfrac{1}{3}$.

Возведем в квадрат

$(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = \dfrac{1}{9}$; $1 - 2\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{1}{9}$; $\sin 2\alpha = 1 - \dfrac{1}{9} = \dfrac{8}{9}$.

316.

1) $1 + \cos 2\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha$;

2) $2\sin^2\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$.

317.

1) $2\cos^2 15° - 1 = 2\cos^2 15° - (\sin^2 15° + \cos^2 15°) =$

$= \cos^2 15° - \sin^2 15° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $1 - \sin^2 22{,}5° = \sin^2 22{,}5° + \cos^2 22{,}5° - 2\sin^2 22{,}5° =$

$= \cos^2 22{,}5° - \sin^2 22{,}5° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $2\cos^2\frac{\pi}{8} - 1 = 2\cos^2\frac{\pi}{8} - \left(\cos^2\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{\pi}{8}\right) = \cos^2\frac{\pi}{8} - \sin^2\frac{\pi}{8} =$

$= \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

4) $1 - 2\sin^2\frac{\pi}{12} = \cos^2\frac{\pi}{12} + \sin^2\frac{\pi}{12} - 2\sin^2\frac{\pi}{12} = \cos^2\frac{\pi}{12} - \sin^2\frac{\pi}{12} =$

$= \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

318.

1) $1 - 2\sin^2 5\alpha = \sin^2 5\alpha + \cos^2 5\alpha - 2\sin^2 5\alpha = \cos^2 5\alpha - \sin^2 5\alpha = \cos 10\alpha$;

2) $2\cos^2 3\alpha - 1 = 2\cos^2 3\alpha - (\sin^2 3\alpha + \cos^2 3\alpha) =$
$= \cos^2 3\alpha - \sin^2 3\alpha = \cos 6\alpha$;

3) $\frac{1-\cos 2\alpha}{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\frac{1}{2}\sin\alpha} = \frac{4\sin^2\alpha}{\sin\alpha} = 4\sin\alpha$;

4) $\frac{2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1}{\sin 2\alpha} = \frac{2\cos^2\frac{\alpha}{2} - \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}}{2\sin\alpha\cdot\cos\alpha} = \frac{\cos\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{1}{2\sin\alpha}$.

319.

1) $\frac{\cos 2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha} = \frac{(\cos\alpha - \sin\alpha)(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha(\cos\alpha + \sin\alpha)} = \frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha} =$

$= \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha} = ctg - 1$;

2) $\frac{\sin 2\alpha - 2\cos\alpha}{\sin\alpha - \sin^2\alpha} = \frac{2\cos\alpha(\sin\alpha - 1)}{\sin\alpha(1 - \sin\alpha)} = -\frac{2\cos\alpha}{\sin\alpha} = -2\text{ctg}\alpha$;

3) $tg\alpha\cdot(1 + \cos 2\alpha) = tg\alpha\cdot(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha) =$

$= \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot 2\cos^2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$;

4) $\dfrac{1-\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}=$

$$=\frac{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha-\cos^2\alpha+\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=$$

$$=\frac{2\sin\alpha(\sin\alpha+\cos\alpha)\cdot\cos\alpha}{2\cos\alpha(\sin\alpha+\cos\alpha)\cdot\sin\alpha}=1.$$

320.

1) $\sin 2x - 2\cos x = 0$;

$2\cos x \cdot \sin x - 2\cos x = 0$;

$2\cos x\,(\sin x - 1) = 0$.

Тогда $\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \sin x-1=0\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n\\ \sin x=1\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{ll}x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n, & n\in Z\\ x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi n, & n\in Z\end{array}\right.$.

Ответ: $\dfrac{\pi}{2}+\pi n$.

2) $\cos 2x + 3\sin x = 1$;

$\cos^2 x - \sin^2 x + 3\sin x - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$;

$3\sin x - 2\sin^2 x = 0$;

$\sin x\,(-2\sin x + 3) = 0$;

$\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ -2\sin x+3=0\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{ll}x=\pi n, & n\in Z\\ \sin x=1{,}5 & -\text{нет решения}\end{array}\right.$.

Ответ: πn; $n \in \wedge$.

3) $2\sin x = \sin 2x$;

$2\sin x - 2\sin x \cdot \cos x = 0$;

$2\sin x\,(1 - \cos x) = 0$;

$\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ 1-\cos x=0\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{ll}x=\pi n, & n\in Z\\ \cos x=1\end{array}\right.$; $\left[\begin{array}{ll}x=\pi n, & n\in Z\\ x=2\pi n\end{array}\right.$.

Ответ: πn.

4) $\sin^2 x = -\cos 2x$;

$\sin^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x = 0$;

$\cos^2 x = 0$;

$\cos x = 0$.

Ответ: $\dfrac{\pi}{2}+\pi n$; $n \in \wedge$.

321.

Т.к. $\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$, то $\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\cdot 0{,}6}{1-0{,}36} = \frac{1{,}2}{0{,}64} = \frac{120}{64} = 1\frac{7}{8}$.

322.

1) $\frac{2\mathrm{tg}\frac{\pi}{8}}{1-\mathrm{tg}^2\frac{\pi}{8}} = \mathrm{tg}\frac{\pi}{4} = 1$; 2) $\frac{6\mathrm{tg}15^\circ}{1-\mathrm{tg}^2 15^\circ} = 3\cdot\mathrm{tg}30^\circ = 3\cdot\frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

323.

1) $\sin\frac{13}{2}\pi = \sin\left(6\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$;

2) $\sin17\pi = \sin(18\pi - \pi) = -\sin\pi = 0$;

3) $\cos7\pi = \cos(8\pi - \pi) = \cos\pi = -1$;

4) $\cos\frac{11}{2}\pi = \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\frac{\pi}{2} = 0$;

5) $\sin720^\circ = \sin(2\cdot 360^\circ) = 0$;

6) $\cos540^\circ = \cos(360^\circ + 180^\circ) = \cos180^\circ = -1$.

324.

1) $\cos420^\circ = \cos(360^\circ + 60^\circ) = \cos60^\circ = \frac{1}{2}$;

2) $\mathrm{tg}570^\circ = \mathrm{tg}(3\cdot 180^\circ + 30^\circ) = \mathrm{tg}30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

3) $\sin3630^\circ = \sin(10\cdot 360^\circ + 30^\circ) = \sin30^\circ = \frac{1}{2}$;

4) $\mathrm{ctg}960^\circ = \mathrm{ctg}(5\cdot 180^\circ + 60^\circ) = \mathrm{ctg}60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

5) $\sin\frac{13\pi}{6} = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$;

6) $\mathrm{tg}\frac{11\pi}{6} = \mathrm{tg}\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\mathrm{tg}\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

325.

1) $\cos150^\circ = \cos(90^\circ + 60^\circ) = -\sin60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $\sin135^\circ = \sin(90^\circ + 45^\circ) = \cos45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\cos 120° = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$;

4) $\sin 315° = \sin(360° - 45°) = -45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

326.

1) $\text{tg}\frac{5\pi}{4} = \text{tg}\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \text{tg}\frac{\pi}{4} = 1$;

2) $\sin\frac{7\pi}{6} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$;

3) $\cos\frac{5\pi}{3} = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$;

4) $\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right) = -\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$;

5) $\cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$;

6) $\text{tg}\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\text{tg}\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \text{tg}\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$.

327.

1) $\cos 630° - \sin 1470° - \text{ctg}1125° = \cos(720° - 90°) - \sin(1440° + 30°) - \text{ctg}(1080° + 45°) = \cos 90° - \sin 30° - \text{ctg}45° = 0 - \frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$;

2) $\text{tg}1800° - \sin 495° + \cos 945° = 0 - \sin 135° + \cos 225° = -\sin(90° + 45°) + \cos(180° + 45°) = -\cos 45° - \cos 45° = -2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$;

3) $\sin(-7\pi) - 2\cos\frac{31\pi}{3} - tg\,\frac{7\pi}{4} = -\sin(6\pi + \pi) - 2\cos\left(10\pi + \frac{\pi}{3}\right) - tg\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\pi - 2\cos\frac{\pi}{3} + tg\,\frac{\pi}{4} = 0 - 2\cdot\frac{1}{2} + 1 = -1 + 1 = 0$;

4) $\cos(-9\pi) + 2\sin\left(-\frac{49\pi}{6}\right) - ctg\left(-\frac{21\pi}{4}\right) = \cos\pi - 2\sin\left(8\pi + \frac{\pi}{6}\right) + ctg\left(5\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -1 - \sin\frac{\pi}{6} + ctg\,\frac{\pi}{4} = -1 - 2\cdot\frac{1}{2} + 1 = -1 - 1 + 1 = -1$.

328.

1) $\cos^2(\pi - \alpha) + \sin^2(\alpha - \pi) = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$;

2) $\cos(\pi - \alpha)\cos(3\pi - \alpha) - \sin(\alpha - \pi)\sin(\alpha - 3\pi) =$
$= \cos(\pi - \alpha)\cos(3\pi - \alpha) - \sin(\pi - \alpha)\sin(3\pi - \alpha) = \cos(\pi - \alpha + 3\pi - \alpha) =$
$= \cos(4\pi - 2\alpha) = \cos2\alpha$.

329.

1) $\cos723° + \sin900° = \cos(360°\cdot20 + 30°) + \sin(360°\cdot2 + 180°) =$
$= \cos30° + \sin180° = \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $\sin300° + tg150° = \sin(360° - 60°) + tg(180° - 30°) =$
$= -\sin60° - tg30° = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{-5\sqrt{3}}{6}$;

3) $2\sin 6{,}5\pi - \sqrt{3}\sin\frac{19\pi}{3} = 2\sin\left(6\pi + \frac{\pi}{2}\right) - \sqrt{3}\sin\left(6\pi + \frac{\pi}{3}\right) =$

$= 2\sin\frac{\pi}{2} - \sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3} = 2 - \sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$;

4) $\sqrt{2}\cos 4{,}25\pi - \frac{1}{\sqrt{3}}\cos\frac{61\pi}{6} = \sqrt{2}\cos\left(4\pi + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}}\cos\left(10\pi + \frac{\pi}{6}\right) =$

$= \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} - \frac{1}{\sqrt{3}}\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$;

5) $\frac{\sin(-6{,}5\pi) + tg(-7\pi)}{\cos(-7\pi) + ctg(-16{,}25\pi)} = \frac{-\sin\left(6\pi + \frac{\pi}{2}\right) - tg(6\pi + \pi)}{\cos(6\pi + \pi) - ctg\left(16\pi + \frac{\pi}{4}\right)} =$

$= \frac{-\sin\frac{\pi}{2} - tg\pi}{\cos\pi - ctg\frac{\pi}{4}} = \frac{-1 - 0}{-1 - 1} = \frac{1}{2}$;

6) $\frac{\cos(-540°) + \sin480°}{tg405° - ctg330°} = \frac{\cos(720° - 180°) + \sin(360° + 120°)}{tg(360° + 45°) - ctg(360° - 30°)} =$

$= \frac{\cos180° + \sin120°}{tg45° + ctg30°} = \frac{-1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} - 2}{2(1 + \sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{3} - 2)(1 - \sqrt{3})}{2(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} = \frac{5 - 3\sqrt{3}}{4}$.

330.

1) $\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)+\sin(\pi-\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)+\sin(2\pi-\alpha)}=\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha}{-\cos\alpha-\sin\alpha}=-1$;

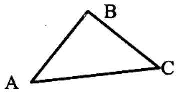
2) $\dfrac{\cos(\pi-\alpha)+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\sin(\pi-\alpha)-\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}=\dfrac{-\cos\alpha+\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=1$;

3) $\dfrac{\sin(\alpha-\pi)}{\mathrm{tg}(\alpha+\pi)}\cdot\dfrac{\mathrm{tg}(\pi-\alpha)}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}=\dfrac{-\sin\alpha\cdot(-\mathrm{tg}\alpha)}{\mathrm{tg}\alpha\cdot\sin\alpha}=1$;

4) $\dfrac{\sin^2(\pi-\alpha)+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\sin(\pi-\alpha)}\cdot tg(\pi-\alpha)=\dfrac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\sin\alpha}\cdot(-tg\alpha)=$

$=\dfrac{1}{\sin\alpha}\cdot\left(-\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)=-\dfrac{1}{\cos\alpha}$.

331.



Пусть α, β, γ – углы треугольника,

$\sin\gamma = \sin(180° - (\alpha + \beta)) = \sin180°\cdot\cos(\alpha + \beta) - \cos180° \cdot \sin(\alpha + \beta) = 0\cdot\cos(\alpha + \beta) - (-1)\cdot\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta)$.

332.

1) $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\dfrac{\pi}{2}\cdot\cos\alpha+\cos\dfrac{\pi}{2}\cdot\sin\alpha=$

$=1\cdot\cos\alpha+0\cdot\sin\alpha=\cos\alpha$;

2) $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\dfrac{\pi}{2}\cdot\cos\alpha-\sin\dfrac{\pi}{2}\cdot\sin\alpha=$

$=0\cdot\cos\alpha-1\cdot\sin\alpha=-\sin\alpha$;

3) $\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\dfrac{3\pi}{2}\cdot\cos\alpha+\sin\dfrac{3\pi}{2}\cdot\sin\alpha=$

$=0\cdot\cos\alpha+(-1)\cdot\sin\alpha=-\sin\alpha$;

4) $\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\dfrac{3\pi}{2}\cdot\cos\alpha-\cos\dfrac{3\pi}{2}\cdot\sin\alpha=$

$=-1\cdot\cos\alpha-0\cdot\sin\alpha=-\cos\alpha$.

333.

1) $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=1$;

$\sin x = 1$.

Тогда $x=\frac{\pi}{4}+2\pi n,\quad n\in Z$.

2) $\sin(\pi - x) = 1$;

$\sin x = 1$.

Значит $x=\frac{\pi}{4}+2\pi n,\qquad n\in Z$.

3) $\cos(x-\pi) = 0$;

$\cos x = 0$.

Поэтому $x=\frac{\pi}{4}+2\pi n,\quad n\in Z$.

4) $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=1$;

$-\cos x = 1$;

$\cos x = -1$.

Тогда $x = \pi + 2\pi n$, $n \in Z$.

334.

1) $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha=0$;

2) $\cos\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\frac{1}{2}\sin\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha=0$.

336.

1) I четв.;

2) III четв.;

3) III четв.;

4) IV четв.;

5) II четв.

337.

1) $\sin 3\pi = 0$; $\cos 3\pi = -1$;

2) $\sin 4\pi = 0$; $\cos 4\pi = 1$;

3) $\sin 3{,}5\pi = -1$;

$\cos 3{,}5\pi = 0$;

4) $\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right)=\sin\frac{\pi}{2}=1$;

$\cos\frac{5\pi}{2}=0$;

5) $\sin \pi n = 0$;

$\cos \pi n = \begin{cases} 1, & n-\text{четное} \\ -1, & n-\text{нечетное} \end{cases}$;

6) $\sin((2n+1)\pi) = 0$;

$\cos((2n+1)\pi) = -1$, $n \in Z$.

338.

1) $\sin 3\pi - \cos\frac{3\pi}{2} = 0 - 0 = 0;$

2) $\cos 0 - \cos 3\pi + \cos 3{,}5\pi = 1 - (-1) + 0 = 2;$

3) $\sin\pi k + \cos 2\pi k = 0 + 1 = 1;$

4) $\cos\frac{(2k+1)\pi}{2} - \sin\frac{(4k+1)\pi}{2} = 0 - 1 = -1.$

339.

1) Т.к. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то $\cos\alpha < 0$, тогда

$$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\sqrt{1-\frac{1}{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

2) Т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\mathrm{tg}\,\alpha < 0$,

т.к. $1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$, то $\mathrm{tg}\,\alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \sqrt{\frac{9}{5} - 1} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

3) Т.к. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то $\sin\alpha > 0$, $\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$;

$1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$ $\sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{1}{8}}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$.

4) Т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\cos\alpha < 0$,

$1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$, $\quad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

$$\cos\alpha = -\sqrt{\frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{1}{2}}} = -\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{-\sqrt{6}}{3}.$$

340.

1) $5\sin^2\alpha + \mathrm{tg}\,\alpha \cdot \cos\alpha + 5\cos^2\alpha =$

$= 5(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\cos\alpha = 5 + \sin\alpha;$

2) $\mathrm{ctg}\,\alpha \cdot \sin\alpha - 2\cos^2\alpha - 2\sin^2\alpha =$

$= \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\sin\alpha - 2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = \cos\alpha - 2;$

3) $\frac{3}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}=3\cos^2\alpha$. Т.к. $\cos^2\alpha=\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}$;

4) $\frac{5}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}=5\sin^2\alpha$. Т.к. $\sin^2\alpha=\frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}$.

341.

1) $2\sin(-\alpha)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-2\cos(-\alpha)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$

$=-2\sin\alpha\cdot\sin\alpha-2\cos\alpha\cdot\cos\alpha=-2\sin^2\alpha-2\cos^2\alpha=$

$=-2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=-2;$

2) $3\sin(\pi-\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+3\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$

$=3\sin\alpha\cdot\sin\alpha+3\cos^2\alpha=3(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=3;$

3) $(1-\mathrm{tg}(-\alpha))\cdot(1-\mathrm{tg}(\pi+\alpha))\cos^2\alpha=(1+\mathrm{tg}\alpha)(1-\mathrm{tg}\alpha)\cdot\cos^2\alpha=$

$=(1-\mathrm{tg}^2\alpha)\cdot\cos^2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\cos2\alpha;$

4) $(1+\mathrm{tg}^2(-\alpha))\cdot\left(\frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2(-\alpha)}\right)=(1+\mathrm{tg}^2\alpha)\cdot\frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha}=$

$=\frac{(1+\mathrm{tg}^2\alpha)\cdot\mathrm{tg}^2\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}=\mathrm{tg}^2\alpha$.

342.

1) $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=\quad\cos\alpha-\cos\alpha=-2\cos\alpha$.

Т.к. $\cos\alpha=\frac{1}{4}$, то значение выражения равно $-\frac{1}{2}$.

2) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\sin\alpha-\sin\alpha=-2\sin\alpha$.

Т.к. $\sin\alpha=\frac{1}{6}$, то значение выражения равно $-\frac{1}{3}$.

343.

1) $2\sin75°\cdot\cos75°=\sin150°=\sin(180°-150°)=\sin30°=\frac{1}{2}$;

2) $\cos^2 75°-\sin^2 75°=\cos150°=-\cos(180°-150°)=$

$=-\cos30°=-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $\sin 15° = \sin(45° - 30°) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$;

4) $\sin 75° = \sin(45° + 30°) = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} + \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

344.

1) $\cos^2(\pi - \alpha) - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$;

2) $2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = \sin 2\alpha$;

3) $\frac{\cos^2(2\pi + \alpha) - \sin^2(2\pi + \alpha)}{2\cos(2\pi + \alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{2\cos\alpha\sin\alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \mathrm{ctg}2\alpha$;

4) $\frac{2\sin(\pi - \alpha)\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - \sin^2(\alpha - \pi)} = \frac{2\cos\alpha\sin\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \mathrm{tg}2\alpha$.

345.

1) $\sin\frac{47\pi}{6} = \sin\left(8\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$;

2) $\mathrm{tg}\frac{25\pi}{4} = \mathrm{tg}\left(6\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \mathrm{tg}\frac{\pi}{4} = 1$;

3) $\mathrm{ctg}\frac{27\pi}{4} = \mathrm{ctg}\left(7\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \mathrm{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \mathrm{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$;

4) $\cos\frac{21\pi}{4} = \cos\left(5\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

346.

1) $\cos\frac{23\pi}{4} - \sin\frac{15\pi}{4} = \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(4\pi \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) =$

$= \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$;

2) $\sin\frac{25\pi}{3} - tg\frac{10\pi}{3} = \sin\left(8\pi + \frac{\pi}{3}\right) - tg\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\frac{\pi}{3} - tg\frac{\pi}{3} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $3\cos 3660° + \sin(-1560°) = 3\cos(10 \cdot 360° + 60°) +$
$+ \sin(-120° - 4 \cdot 360°) = 3 \cdot \cos 60° - \sin 120° = 3 \cdot \frac{1}{2} - \sin 60° =$
$= \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$;

4) $\cos(-945°) + \mathrm{tg}1035° = \cos(-3 \cdot 360° + 135°) +$
$+ \mathrm{tg}(2{,}5 \cdot 360° + 135°) = \cos 135° + \mathrm{tg}135° = -\cos 45° - \mathrm{tg}45° =$
$= -\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 = -\frac{2+\sqrt{2}}{2}$.

347.

1) $\sin 3 > \cos 4$,
т.к. $\sin 3 > 0$, $\cos 4 < 0$.

2) $\cos 0 > \sin 5$,
т.к. $\sin 5 < 0$, $\cos 0 = 1$.

348.

1) $\sin 3{,}5 \cdot \mathrm{tg}3{,}5 = \frac{\sin^2 3{,}5}{\cos 3{,}5} < 0$, т.к. $\sin^2 3{,}5>0$, $\cos 3{,}5<0$;

2) $\cos 5{,}01 \cdot \sin 0{,}73 > 0$, т.к. $\cos 5{,}01>0$, $\sin 0{,}73>0$;

3) $\frac{tg13}{\cos 15} < 0$, т.к. $\mathrm{tg}13>0$, $\cos 15<0$;

4) $\sin 1 \cdot \cos 2 \cdot \mathrm{tg}3 >0$, т.к. $\sin 1>0$, $\cos 2$ и $\mathrm{tg}3<0$.

349.

1) $\sin\frac{\pi}{8} \cdot \cos\frac{3\pi}{8} + \sin\frac{3\pi}{8} \cdot \cos\frac{\pi}{8} = \sin\left(\frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8}\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$;

2) $\sin 165° = \sin(120° + 45°) = \sin 120° \cdot \cos 45° + \cos 120° \cdot \sin 45° =$
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{4} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$;

3) $\sin 105° = \sin(60° + 45°) = \sin 60° \cdot \cos 45° + \cos 60° \cdot \sin 45° =$
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)}{4} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$;

4) $\sin\frac{\pi}{12} = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{3} \cdot \cos\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{3} \cdot \sin\frac{\pi}{4} =$
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{4} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$;

5) $1 - \sin^2 195° = \cos^2 195° - \sin^2 195° = \cos 390° = \cos(360° + 30°) =$
$= \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $2\cos^2\frac{3\pi}{8}-1=2\cos^2\frac{3\pi}{8}-\cos^2\frac{3\pi}{8}-\sin^2\frac{3\pi}{8}=\cos^2\frac{3\pi}{8}-\sin^2\frac{3\pi}{8}=$

$=\cos\frac{3\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$;

350.

1) $(1+\text{tg}(-\alpha))\cdot(1-\text{ctg}(-\alpha)-\frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)}=(1-\text{tg}\alpha)\cdot(1+\text{ctg}\alpha)+$

$+\text{tg}\alpha=1+\text{ctg}\alpha-\text{tg}\alpha-1+\text{tg}\alpha=\text{ctg}\alpha$;

2) $\frac{ctg\alpha+tg(-\alpha)}{\cos\alpha+\sin(-\alpha)}+\frac{tg(-\alpha)}{\sin\alpha}=\frac{ctg\alpha-tg\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}-\frac{1}{\cos\alpha}=$

$=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos\alpha\cdot\sin\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha)}-\frac{1}{\cos\alpha}=\frac{\cos\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}-\frac{1}{\cos\alpha}=$

$=\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}=\frac{1}{\sin\alpha}$.

351.

Т.к. $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, то $\cos\alpha<0$, тогда $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{5}{9}}=-\frac{2}{3}$;

$\text{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sqrt{5}/3}{-2/3}=-\frac{\sqrt{5}}{2}$; $\text{ctg}\,\alpha=\frac{1}{\text{tg}\alpha}=-\frac{2}{\sqrt{5}}$;

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{4\sqrt{5}}{9}$;

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\frac{4}{9}-\frac{5}{9}=-\frac{1}{9}$;

352.

1) $\cos^3\alpha\cdot\sin\alpha-\sin^3\alpha\cdot\cos\alpha=\cos\alpha\cdot\sin\alpha(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)=$

$=\frac{1}{2}\sin2\alpha\cdot\cos2\alpha=\frac{1}{4}\sin4\alpha$;

2) $\frac{\sin\alpha+\sin2\alpha}{1+\cos\alpha+\cos2\alpha}=\frac{\sin\alpha(1+2\cos\alpha)}{2\cos^2\alpha+\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha(1+2\cos\alpha)}{\cos\alpha(1+2\cos\alpha)}=tg\alpha$.

353.

1) $\frac{\sin2\alpha-\sin2\alpha\cdot\cos2\alpha}{4\cos\alpha}=\frac{\sin2\alpha(1-\cos2\alpha)}{4\cos\alpha}=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha\cdot2\sin^2\alpha}{4\cos\alpha}=\sin^3\alpha$;

2) $\dfrac{2\cos^2 2\alpha}{\sin 4\alpha \cdot \cos 4\alpha + \sin 4\alpha} = \dfrac{2\cos^2 2\alpha}{\sin 4\alpha(\cos 4\alpha + 1)} =$

$= \dfrac{2\cos^2 2\alpha}{2\sin 2\alpha \cos 2\alpha (2\cos^2 2\alpha)} = \dfrac{1}{2\sin 2\alpha \cos 2\alpha} = \dfrac{1}{\sin 4\alpha}$;

3) $\dfrac{\cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha}{2\sin^2 \alpha - 1} = \dfrac{\cos 2\alpha (1 + \sin 2\alpha)}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} =$

$= \dfrac{\cos 2\alpha (1 + \sin 2\alpha)}{-\cos 2\alpha} = -(1 + \sin 2\alpha)$;

4) $\dfrac{(\cos\alpha - \sin\alpha)^2}{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha - \cos 2\alpha} = \dfrac{1 - 2\cos\alpha \sin\alpha}{\cos 2\alpha(\sin 2\alpha - 1)} =$

$= \dfrac{-(\sin 2\alpha - 1)}{\cos 2\alpha (\sin 2\alpha - 1)} = \dfrac{-1}{\cos 2\alpha}$.

354.

1) $\dfrac{\cos^2 x}{1 - \sin x} - \sin(\pi - x) = \dfrac{\cos^2 x - \sin x(1 - \sin x)}{(1 - \sin x)} = \dfrac{1 - \sin x}{1 - \sin x} = 1$;

2) $\dfrac{\cos^2 x}{1 + \sin x} + \cos(1{,}5\pi + x) = \dfrac{\cos^2 x + \sin x(1 + \sin x)}{1 + \sin x} = \dfrac{1 + \sin x}{1 + \sin x} = 1$;

3) $\dfrac{\sin^2 x}{1 + \cos x} - \sin(1{,}5\pi + x) = \dfrac{\sin^2 x + \cos x(1 - \cos x)}{1 + \cos x} = \dfrac{1 + \cos x}{1 + \cos x} = 1$;

4) $\dfrac{\sin^2 x}{1 - \cos x} + \cos(3\pi - x) = \dfrac{\sin^2 x - \cos x(1 - \cos x)}{1 - \cos x} = \dfrac{1 - \cos x}{1 - \cos x} = 1$.

355.

1) $tg\alpha + ctg\alpha = tg\alpha + \dfrac{1}{tg\alpha} = \dfrac{tg^2\alpha + 1}{tg\alpha} = \dfrac{(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)\cos\alpha}{\cos^2\alpha \cdot \sin\alpha} =$

$= \dfrac{1}{\cos\alpha \sin\alpha} = \dfrac{1}{\frac{1}{2}\sin 2\alpha} = \dfrac{2}{\sin 2\alpha}$, т.к. $\alpha = -\dfrac{\pi}{12}$, то

$\sin 2\alpha = \sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = -\dfrac{1}{2}$ и значение выражения равно $\dfrac{2}{-\frac{1}{2}} = -4$;

2) $\mathrm{ctg}\alpha - \mathrm{tg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha} = \dfrac{\cos 2\alpha}{\frac{1}{2}\sin\alpha} = 2\mathrm{ctg}2\alpha$.

Т.к. $\alpha = -\dfrac{\pi}{8}$, то $2\mathrm{ctg}^2\alpha = 2ctg\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = 2$;

3) $\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}+\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=$

$$=\frac{\cos^2\alpha-\cos\alpha\cdot\sin\alpha+\cos\alpha\cdot\sin\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{1}{\cos 2\alpha}.$$

Т.к. $\alpha=-\dfrac{\pi}{6}$, то $\dfrac{1}{\cos 2\alpha}=\dfrac{1}{\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)}=\dfrac{1}{1/2}=2$;

4) $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}-\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=$

$$=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha-\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\frac{-1}{\cos 2\alpha}.$$

Т.к. $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$, то $\dfrac{1}{\cos 2\alpha}=\dfrac{-1}{\cos\dfrac{2\pi}{3}}=\dfrac{-1}{-1/2}=2$.

356.

$$\frac{2\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\sin(\pi-\alpha)+\cos 2\alpha-1}{\cos 2\alpha+\sin\alpha\cdot\cos\alpha-\cos^2\alpha}=$$

$$=\frac{2\cos\alpha\sin\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha+\sin\alpha\cdot\cos\alpha-\cos^2\alpha}=\frac{2\sin\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha)}{\sin\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha)}=2$$

357.

1) $\sin(2x+3\pi)\sin\left(x+\dfrac{3\pi}{2}\right)-\sin 3x\cos 2x=-1$;

$-\sin 2x\cdot(-\cos 3x)-\sin 3x\cos 2x=-1$; $\sin(3x-2x)=1$, т.е. $\sin x=1$.

Тогда $x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi n,\quad n\in Z$.

2) $\sin(5x-\dfrac{3\pi}{2})\cdot\cos(2x+4\pi)-\sin(5x+\pi)\sin 2x=0$;

$\cos 5x\cdot\cos 2x+\sin 5x\sin 2x=0;$
$\cos(5x-2x)=1;$
$\cos 3x=0.$

Тогда $3x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n,\quad n\in Z$

и $x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi n}{3},\quad n\in Z.$

358.

1) $\text{tg}\,(\alpha+\beta)=\dfrac{\text{tg}\alpha+\text{tg}\beta}{1-\text{tg}\alpha\quad\text{tg}\beta}$, т.к. $\text{tg}\,\alpha=-\dfrac{3}{4}$, $\text{tg}\beta=2{,}4$, то

$$\text{tg}\,(\alpha+\beta)=\frac{3/4+2{,}4}{1+3/4\quad 2{,}4}=\frac{1{,}65}{2{,}8}=\frac{165}{280}=\frac{33}{56};$$

2) $\text{ctg}\,(\alpha+\beta)=\dfrac{1}{\text{tg}(\alpha+\beta)}$. Т.к. $\text{ctg}\,\alpha=\dfrac{4}{3}$, то $\text{tg}\,\alpha=\dfrac{3}{4}$,

т.к. $\text{ctg}\,\beta=-1$, то $\text{tg}\,\beta=-1$; $\text{tg}\,(\alpha+\beta)=\dfrac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}=$

$=\dfrac{3/4-1}{1-3/4\cdot(-1)}=\dfrac{-1/4}{1\,3/4}=-\dfrac{1}{7}$, поэтому $\text{ctg}\,(\alpha+\beta)=-7$.

359.

1) $2\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-2\alpha\right)=2\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right)\right)=$

$=2\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right)=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+4\alpha\right)=\cos 4\alpha$;

2) $2\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-2\alpha\right)=2\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right)\right)=$

$=2\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+2\alpha\right)=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+4\alpha\right)=\cos 4\alpha$;

3) $\cos^2(\dfrac{\pi}{4}-\alpha)-\cos^2(\dfrac{\pi}{4}+\alpha)=\cos^2(\dfrac{\pi}{2}-(\dfrac{\pi}{4}+\alpha))-\cos^2(\dfrac{\pi}{4}+\alpha)=$

$=\sin^2(\dfrac{\pi}{4}+\alpha)-\cos^2(\dfrac{\pi}{4}+\alpha)=-\cos^2(\dfrac{\pi}{2}+2\alpha)=\sin 2\alpha$;

4) $\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)=\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2}-\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)\right)-\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)=$

$=\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)-\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha\right)=\sin 2\alpha$.

360.

1) $1+\cos 2x=2\cos x$;
$2\cos^2 x-2\cos x=0$;

2) $1-\cos 2x=2\sin x$;
$2\sin^2 x-2\sin x=0$;

$2\cos x\,(\cos x - 1) = 0;\ \begin{cases}\cos x = 0\\ \cos = 1\end{cases};$ $2\sin x\,(\sin x - 1) = 0;\ \begin{cases}\sin x = 0\\ \sin x = 1\end{cases};$

$\begin{cases}x = \dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z\\ x = 2\pi k,\ k \in Z\end{cases};$ $\begin{cases}x = \pi n,\ n \in Z\\ x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z\end{cases}.$

Глава V. Прогрессия

361.

1) $a_3 = 9$; $a_6 = 36$, $a_n = n^2$;

2) $a_k = 4$, если $k = 2$; $a_k = 25$, если $k = 5$;

$a_k = n^2$, если $k = n$; $a_k = (n + 1)^2$, если $k = n + 1$.

362.

1) Пусть $\underline{a_n = 2n + 3}$;

$a_1 = 2 \cdot 1 + 3 = 5;$

$a_2 = 2 \cdot 2 + 3 = 7;$

$a_3 = 2 \cdot 3 + 3 = 9.$

2) Пусть $\underline{a_n = 1 + 3n}$;

$a_1 = 1 + 3 \cdot 1 = 4;$

$a_2 = 1 + 3 \cdot 2 = 7;$

$a_3 = 1 + 3 \cdot 3 = 10.$

3) Пусть $\underline{a_n = 100 - 10n^2}$;

$a_1 = 100 - 10 \cdot 1 = 100 - 10 = 90;$

$a_2 = 100 - 10 \cdot 4 = 100 - 40 = 60;$

$a_3 = 100 - 10 \cdot 9 = 100 - 90 = 10.$

4) Пусть $\underline{a_n = \dfrac{n-2}{3}}$;

$a_1 = \dfrac{1-2}{3} = -\dfrac{1}{3};$

$a_2 = \dfrac{2-2}{3} = 0;$

$a_3 = \dfrac{3-2}{3} = \dfrac{1}{3}.$

5) Пусть $\underline{a_n = \dfrac{1}{n}}$;

$a_1 = 1$; $a_2 = \dfrac{1}{2}$; $a_3 = \dfrac{1}{3}$.

6) Пусть $\underline{a_n = -n^3}$;

$a_1 = -1$; $a_2 = -8$; $a_3 = -27$.

363.

$x_n = n^2$

если $x_n = 100$, то $n = 10$; если $x_n = 144$, то $n = 12$

если $x_n = 225$, то $n = 15$

49, 169 – члены последовательности $x_n = n^2$, т.к. $49 = 7^2$, $169 = 13^2$

48 – не члены последовательности $x_n = n^2$.

364.

1) пусть $a_n = -3$, тогда $-3 = n^2 - 2n - 6$;

$n^2 - 2n - 3 = 0$. Решим: $n_1 = 3$; $n_2 = -1$ – не подходит, т.к. $n \in N$;

$\boxed{a_3 = -3}$ – член a_n;

2) пусть $a_n = 2$, тогда $2 = n^2 - 2n - 6$;

$n^2 - 2n - 8 = 0$. Решим: $n_1 = 4$; $n_2 = -2$ – не подходит, т.к. $n \in N$;

$\boxed{a_4 = 2}$ – член a_n;

3) пусть $a_n = 3$, тогда $3 = n^2 - 2n - 6$;

$n^2 - 2n - 9 = 0$. Решим: $\frac{D}{4} = 1 + 9 = 10$;

$n_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{1}$ – не подходят, т.к. $n \in N$;

$a_n = n^2 - 2n - 6$ $a_n = -3$ – не член a_n;

4) пусть $a_n = 9$, тогда $9 = n^2 - 2n - 6$;

$n^2 - 2n - 15 = 0$. Решим: $n_1 = 5$; $n_2 = -3$ – не подходит, т.к. $n \in N$;

$\boxed{a_5 = 9}$ – член a_n.

365.

1) $a_2 = 3a_1 + 1 = 3 \cdot 2 + 1 = 6 + 1 = 7$;

$a_3 = 3a_2 + 1 = 3 \cdot 7 + 1 = 21 + 1 = 22$;

$a_4 = 3a_3 + 1 = 3 \cdot 22 + 1 = 66 + 1 = 67$;

2) $a_2 = 5 - 2a_1 = 5 - 2 \cdot 2 = 5 - 4 = 1$;

$a_3 = 5 - 2a_2 = 5 - 2 \cdot 1 = 5 - 2 = 3$;

$a_4 = 5 - 2a_3 = 5 - 2 \cdot 3 = 5 - 6 = -1$.

366.

1) Если $a_n = 150$, то

$150 = (n - 1)(n + 4)$;

$150 = n^2 + 3n - 4$;

$n^2 + 3n - 154 = 0$. Решим:

$D = 9 + 616 = 625 > 0$,

$n_{1,2} = \frac{-3 \pm 25}{2}$;

$n_1 = 11$, $\underline{n_2 = -14} \notin N$;

не подходит, т.к. $n \in N$.

Ответ: $n = 11$.

2) Если $a_n = 104$, то

$104 = (n - 1)(n + 4)$;

$104 = n^2 + 3n - 4$;

$n^2 + 3n - 108 = 0$. Решим:

$D = 9 + 432 = 441 > 0$,

$n_{1,2} = \frac{-3 \pm 21}{2}$;

$n_1 = 9$, $\underline{n_2 = -12} \notin N$;

не подходит, т.к. $n \in N$.

Ответ: $n = 9$.

367.

$a_2 = \sqrt{a_1} = \sqrt{256} = \sqrt{16^2} = 16$; $a_3 = \sqrt{a_2} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$;

$a_4 = \sqrt{a_3} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$.

368.

1) $a_2 = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot a_1\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$; $a_3 = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot a_2\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$;

$a_4 = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot a_3\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$; $a_5 = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot a_4\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$;

$a_6 = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot a_5\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$;

2) $a_2 = \cos\pi = -1$; $a_3 = \cos(-\pi) = -1$;

$a_4 = \cos\pi = -1$; $a_5 = \cos(-\pi) = -1$;

$a_6 = \cos\pi = -1$.

369.

$a_3 = a_1^2 - a_2 = 2^2 - 3 = 1$; $a_4 = a_2^2 - a_3 = 3^2 - 1 = 8$;

$a_5 = a_3^2 - a_4 = 1^2 - 8 = -7$.

370.

1) Пусть $a_n = -5_n + 4$;

$a_{n+1} = -5(n+1) + 4 = -5n - 5 + 4$;

$\boxed{a_{n+1} = -5n - 1}$;

$a_{n-1} = -5(n-1) + 4 = -5n + 5 + 4$;

$\boxed{a_{n-1} = -5n + 9}$;

$a_{n+5} = -5(n+5) + 4 = -5n - 25 + 4$;

$\boxed{a_{n+5} = -5n - 21}$.

2) Пусть $a_n = 2(n - 10)$.

Тогда $a_{n+1} = 2(n + 1 - 10) = 2n + 2 - 20$;

$a_{n+1} = 2n - 18$;

$a_{n-1} = 2(n - 1 - 10) = 2n - 2 - 20$;

$a_{n-1} = 2n - 22$;

$a_{n+5} = 2(n + 5 - 10) = 2n + 10 - 20$;

$a_{n+5} = 2n - 10$.

3) Пусть $a_n = 2 \cdot 3^{n+1}$. Тогда $a_{n+1} = 2 \cdot 3^{n+2}$;

$a_{n-1} = 2 \cdot 3^n$; $a_{n+5} = 2 \cdot 3^{n+6}$.

4) Пусть $a_n = 7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$.

Тогда $a_{n+1} = 7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+3}$;

$a_{n-1} = 7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$; $a_{n+5} = 7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+7}$.

372.

1) Т.к. $a_n = a_1 + (n - 1)d$, то

$a_2 = 2 + 5 = 7$;

$a_3 = 7 + 5 = 12$;

$a_4 = 12 + 5 = 17$;

$a_5 = 17 + 5 = 22$;

2) Т.к. $a_2 = a_1 + d$, то

$a_2 = -3 + 2 = -1$;

$a_3 = -1 + 2 = 1$;

$a_4 = 1 + 2 = 3$;

$a_5 = 3 + 2 = 5$.

373.

1) $a_{n+1} = 3 - 4(n + 1)$;

$a_{n+1} - a_n = 3 - 4(n + 1) - 3 + 4n = 3 - 4n - 4 - 3 + 4n = -4$,

т.к. разность $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n, то это – арифметическая прогрессия.

2) $a_{n+1} = -5 + 2(n + 1)$;

$a_{n+1} - a_n = -5 + 2(n + 1) + 5 - 2n = -5 + 2n + 2 + 5 - 2n = 2$,

т.к. $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n, то это – арифметическая прогрессия.

3) $a_{n+1} = 3(n + 2)$;

$a_{n+1} - a_n = 3(n + 2) - 3(n + 1) = 3n + 6 - 3n - 3 = 3$,

т.к. $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n, то это – арифметическая прогрессия.

4) $a_{n+1} = 2(2 - n)$;

$a_{n+1} - a_n = 2(2 - n) - 2(3 - n) = 4 - 2n - 6 + 2n = -2$,

т.к. $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n, то это – арифметическая прогрессия.

374.

1) $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $n = 15$, поэтому

$a_{15} = a_1 + 14d = 2 + 14 \cdot 3 = 2 + 42 = 44$.

Ответ: $a_{15} = 44$.

2) $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $n = 20$, тогда $a_{20} = a_1 + 19d$;

$a_{20} = 3 + 19 \cdot 4 = 3 + 76 = 79$.

Ответ: $a_{20} = 79$.

3) $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $n = 18$, тогда $a_{18} = a_1 + 17d$;

$a_{18} = -3 + 17 \cdot (-2) = -37$.

Ответ: $a_{18} = -37$.

4) $a_n = a_1 + (n - 1)d$, $n = 11$, тогда $a_{11} = a_1 + 10d$;

$a_{11} = -2 + 10 \cdot (-4) = -42$.

Ответ: $a_{11} = -42$.

375.

1) $a_1 = 1$; $a_2 = 6$;

$d = 6 - 1 = 5$;

$a_n = a_1 + (n - 1)d = 1 + (n - 1) \cdot 5$;

$a_n = 5n - 4$;

2) $a_1 = 25$; $a_2 = 21$;

$d = 21 - 25 = -4$;

$a_n = a_1 + (n - 1)d = 25 + (n - 1) \cdot (-4)$;

$a_n = -4n + 29$;

3) $a_1 = -4$; $a_2 = -6$;
$d = -6 - (-4) = -2$;
$a_n = a_1 + (n-1)d =$
$= -4 + (n-1)\cdot(-2)$;
$a_n = -2n - 2$;

4) $a_1 = 1$; $a_2 = -4$;
$d = -4 - 1 = -5$;
$a_n = a_1 + (n-1)d =$
$= 1 + (n-1)\cdot(-5)$;
$a_n = -5n + 6$.

376.

$a_1 = 44$; $d = 38 - 44 = -6$;
$a_n = a_1 + (n-1)d$. Тогда $-22 = 44 + (n-1)\cdot(-6)$;
$0 = 66 - 6n + 6$; $6n = 50 + 22$;
$6n = 72$; $n = 12$.

377.

$a_1 = -18$; $a_2 = -15$; $d = -15 - (-18) = 3$;
$a_n = a_1 + (n-1)d$.
Тогда $12 = -18 + (n-1)\cdot 3$;
$30 = 3n - 3$; $3n = 33$; $n = 11$.
Ответ: 12 является членом a_n.

378.

$a_1 = 1$; $a_2 = -5$; $d = -5 - 1 = -6$;
Тогда $-59 = 1 + (n-1)\cdot(-6)$;
$-60 = -6n + 6$;
$6n = 66$;
$n = 11$;
$a_{11} = -59$
является членом a_n.

$a_n = a_1 + (n-1)d$.
Значит $-46 = 1 + (n-1)\cdot(-6)$;
$0 = 47 - 6n + 6$;
$6n = 53$;
$n = 8\frac{5}{6}$ – не натуральное,
значит, -46 не является
членом a_n.

379.

1) $a_n = a_1 + (n-1)d$;
$a_{16} = a_1 + 15\cdot d$, т.к. $a_1 = 7$, $a_{16} = 67$, то
$67 = 7 + 15d$; $15d = 60$. Отсюда $d = 4$.
2) $a_9 = a_1 + 8d$, т.к. $a_1 = -4$, $a_9 = 0$, то
$0 = -4 + 8d$; $8d = 4$. Тогда $d = \frac{1}{2}$.

380.

1) $\underline{a_9 = 12}$.
Т.к. $a_9 = a_1 + 8\cdot d$, то
$12 = a_1 + 8\cdot 1{,}5$;
$a_1 = 12 - 12$;
$a_1 = 0$.

2) $\underline{a_7 = -4}$.
Т.к. $a_7 = a_1 + 6\cdot d$, то
$-4 = a_1 + 6\cdot 1{,}5$;
$a_1 = -4 - 9$;
$a_1 = -13$.

381.

1) $d = -3; a_{11} = 20.$

Т.к. $a_{11} = a_1 + 10d$, то

$20 = a_1 + 10 \cdot (-3)$;

$a_1 = 20 + 30 = 50$;

$a_1 = 50$;

2) $a_{21} = -10; a_{22} = -5,5$;

$d = a_{22} - a_{21} = -5,5 - (-10) = 4,5$.

Т.к. $a_{21} = a_1 + 20 \cdot d$, то

$-10 = a_1 + 20 \cdot 4,5$;

$a_1 = -10 - 90 = -100$.

382.

1) если $a_3 = 13; a_6 = 22$.

Т.к. $a_6 = a_3 + 8d$, то

$22 = 13 + 3 \cdot d$.

Тогда $3d = 9$

и $d = 3$;

$a_3 = a_1 + 2d$;

$13 = a_1 + 2 \cdot 3$;

$a_1 = 13 - 6$.

Получим $a_1 = 7$.

Значит $a_n = a_1 + (n-1)d$;

$a_n = 7 + (n-1) \cdot 3$.

Итак, $a_n = 3n + 4$.

2) если $a_2 = -7; a_7 = 18$.

Т.к. $a_7 = a_2 + 5d$, то

$18 = -7 + 5d$.

Значит $5d = 25$

и $d = 5$;

$a_2 = a_1 + d$;

$a_1 = -7 - 5$.

Получим $a_1 = -12$.

Значит $a_n = a_1 + (n-1)d$;

$a_n = -12 + (n-1) \cdot 5$.

Итак, $a_n = 5n - 17$.

383.

$a_1 = 15$; $a_2 = 13$. Тогда $d = 13 - 15 = -2$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n-1)d$, то $a_n = 15 + (n-1)(-2)$;

$a_n = -2n + 17$. Т.к. $a_n < 0$, то $-2n + 17 < 0$; $-2n < -17$.

Тогда $n > 8,5$, т.е. при $n \geq 9$ $a_n<0$.

384.

Т.к. $a_n = a_1 + (n-1)d$, то $a_n = -10 + (n-1)\cdot \frac{1}{2}$;

$a_n = \frac{1}{2}n - 10\frac{1}{2}$. Если $a_n < 2$, то $\frac{1}{2}n - 10\frac{1}{2} < 2$;

$n - 21 < 4$, $n<25$. Т.е. при $n \leq 25$; $a_n<2$.

385.

1) если $a_8 = 126, a_{10} = 146$;

$a_9 = \frac{a_8 + a_{10}}{2}$, тогда

$a_9 = \frac{126+146}{2} = \frac{272}{2} = 136$;

$d = a_9 - a_8$,

$d = 136 - 126 = 10$;

2) если $a_8 = -64, a_{10} = -50$;

$a_9 = \frac{a_8 + a_{10}}{2}$, тогда

$a_9 = \frac{-64-50}{2} = \frac{-114}{2} = -57$;

$d = a_9 - a_8$;

$d = -57 - (-64) = -57 + 64 = 7$;

3) $\underline{\text{если } a_8 = -7,\ a_{10} = 3}$;

$a_9 = \frac{a_8 + a_{10}}{2} = \frac{-7+3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$;

$d = a_9 - a_8 = -2 - (-7) = 5$;

4) $\underline{\text{если } a_8 = 0{,}5,\ a_{10} = -2{,}5}$;

$a_9 = \frac{a_8 + a_{10}}{2} = \frac{0{,}5 - 2{,}5}{2} = -1$;

$d = a_9 - a_8 = -1 - 0{,}5 = -1{,}5$.

386.

Запишем данные условия: $a_5 = a_1 + 4d$.

Тогда $a_5 = 4{,}9 + 4 \cdot 9{,}8 = 44{,}1$ (м).

387.

Т.к. $a_n = a_1 + (n-1)d$,

то $105 = 15 + (n-1) \cdot 10$;

$90 = 10n - 10$;

$10n = 100$, отсюда $n = 10$.

Ответ: 10 дней.

388.

$a_n + a_k = a_1 + (n-1)d + a_1 + (k-1)d = 2a_1 + (n+k-2)d$,

но $a_{n-\ell} + a_{k+\ell} = a_1 + (n-\ell-1)d + a_1 + (k+\ell-1)d = 2a_1 + (n+k-2)d$,

тогда $a_n + a_k = a_{n-1} + a_{k+1}$, доказано,

поэтому $a_{10} + a_5 = a_{10-3} + a_{5-3} = a_7 + a_8 = 30$.

Ответ: $a_{10} + a_5 = 30$.

389.

$\frac{a_{n+k} + a_{n-k}}{2} = \frac{a_n + a_n}{2} = \frac{2a_n}{2} = a_n$ (из предыдущего номера),

тогда $a_{20} = \frac{a_{10} + a_{30}}{2} = \frac{120}{2} = 60$.

390.

1) $\underline{a_1 = 1,\ a_n = 20,\ n = 50;}$

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$; $S_{50} = \frac{1+20}{2} \cdot 50 = (1+20) \cdot 25 = 21 \cdot 25 = 525$;

2) $\underline{a_1 = 1,\ a_n = 200,\ n = 100;}$

$S_{100} = \frac{1+200}{2} \cdot 100 = 201 \cdot 50 = 10050$;

3) $\underline{a_1 = -1,\ a_n = -40,\ n = 20;}$

$S_{20} = \frac{-1-40}{2} \cdot 20 = -41 \cdot 10 = -410$;

4) $\underline{a_1 = 2,\ a_n = 100,\ n = 50;}$

$S_{50} = \frac{2+100}{2} \cdot 50 = 102 \cdot 25 = 2550$.

391.

$a_n = 98$; $a_1 = 2$; $d = 1$. Т.к. $a_n = a_1 + (n - 1)d$, то

$98 = 2 + (n - 1) \cdot 1$;

$96 = n - 1$; $n = 97$;

$$S_{97} = \frac{2+98}{2} \cdot 97 = 50 \cdot 97 = 4850.$$

392.

$a_1 = 1$; $d = 2$; $a_n = 133$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n - 1)d$, то

$133 = 1 + (n - 1) \cdot 2$;

$132 = 2n - 2$; $n = 67$;

$$S_{67} = \frac{1+133}{2} \cdot 67 = 67 \cdot 67 = 4489.$$

393.

1) $\underline{a_1 = -5;\ d = 0{,}5;}$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n \ ;$$

$$S_{12} = \frac{2 \cdot (-5) + 11 \cdot 0{,}5}{2} \cdot 12 =$$

$= (-10 + 5{,}5) \cdot 6 = -27$;

2) $\underline{a_1 = \frac{1}{2};\ d = -3;}$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n \ ;$$

$$S_{12} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} + 11 \cdot (-3)}{2} \cdot 12 =$$

$= (1 - 33) \cdot 6 = -192$.

394.

1) $a_1 = 9$; $d = a_2 - a_1 = 13 - 9 = 4$;

$$S_{11} = \frac{2a_1 + 10d}{2} \cdot 11 = \frac{2 \cdot 9 + 10 \cdot 4}{2} \cdot 11 = \frac{(18+40) \cdot 11}{2} = 29 \cdot 11 = 319;$$

2) $a_1 = -16$; $d = a_2 - a_1 = -13 - (-16) = 6$ $S_{12} = \frac{2a_1 + 11d}{2} \cdot 12 =$

$$= \frac{2 \cdot (-16) + 11 \cdot 6}{2} \cdot 12 = (-32 + 66) \cdot 6 = 6 \cdot 34 = 204.$$

395.

1) $a_1 = 3$; $d = 3$; $a_n = 273$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n - 1)d$, то $273 = 3 + (n - 1) \cdot 3$;

$270 = 3n - 3$; $3n = 273$.

Тогда $n = 91$.

$$S_{91} = \frac{a_1 + a_{91}}{2} \cdot 91 = \frac{3 + 273}{2} \cdot 91 = 138 \cdot 91 = 12558.$$

2) $a_1 = 90$; $d = 80 – 90 = – 10$; $a_n = – 60$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n – 1)d$, то

$– 60 = 90 – 10n + 10$;

$10n = 100 + 60 = 160$.

Т.е. $n = 16$;

$$S_{16} = \frac{a_1 + a_{16}}{2} \cdot 16 = (90 – 60) \cdot 8 = 30 \cdot 8 = 240.$$

396.

а) $a_1 = 10$; $d = 1$; $a_n = 99$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n - 1)d$, то

$99 = 10 + n - 1$. Тогда $n = 90$;

$$S_{90} = \frac{a_1 + a_{90}}{2} \cdot 90 = \frac{10 + 99}{2} \cdot 90 = 109 \cdot 45 = 4905.$$

б) $a_1 = 100$; $d = 1$; $a_n = 999$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n - 1)d$, то

$999 = 100 + n - 1$. Т.е. $n = 900$;

$$S_{900} = \frac{a_1 + a_{900}}{2} \cdot 900 = \frac{100 + 999}{2} \cdot 900 = 1099 \cdot 450 = 494550.$$

397.

1) $a_1 = 3 \cdot 1 + 5 = 8$; $a_{50} = 3 \cdot 50 + 5 = 155$;

$$S_{50} = \frac{a_1 + a_{50}}{2} \cdot 50 = \frac{8 + 155}{2} \cdot 50 = 163 \cdot 25 = 4075;$$

2)$a_1 = 7 + 2 = 9$; $a_{50} = 7 + 2 \cdot 50 = 107$;

$$S_{50} = \frac{a_1 + a_{50}}{2} \cdot 50 = \frac{9 + 107}{2} \cdot 50 = 116 \cdot 25 = 2900.$$

398.

$a_1 = 7$, $a = a_{n+1} - a_n = -3$, $a_9 = 7 - 3 \cdot 8 = -17$.

Тогда $S_9 = \frac{7 - 17}{2} \cdot 9 = -45$.

399.

$a_1 = 3$; $d = 1$.

Т.к. $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$, то $75 = \frac{6 + (n-1)}{2} \cdot n$;

$150 = 6n + n^2 - n$;

$n^2 + 5n - 150 = 0$. Решим:

$n_1 = 10$, $n_2 = -15$ – не натуральное.

Ответ: 10.

400.

1) $\underline{a_1 = 10;\ n = 14;\ S_{14} = 1050}$.

Т.к. $S_{14} = \frac{2a_1 + 13d}{2} \cdot 14$, то

2) $\underline{a_1 = 2\frac{1}{2};\ n = 10;\ S_{10} = 90\frac{5}{6}}$.

Т.к. $S_{10} = \frac{2a_1 + 9 \cdot d}{2} \cdot 10$, то

$1050 = \frac{20+13d}{2} \cdot 14$.

Отсюда 1050 = 7(20 + 13d);

910 = 91d и d = 10.

Тогда $a_{14} = a_1 + 13d$;

$a_{14} = 10 + 130 = 140$;

$90\frac{5}{6} = \left(4\frac{2}{3} + 9d\right) \cdot 5$.

Отсюда $90\frac{5}{6} - 23\frac{1}{3} = 45d$;

$45d = 67\frac{1}{2}$ и d = 1,5.

Тогда $a_{10} = a_1 + 9d$;

$a_{10} = 2\frac{1}{3} + 13\frac{1}{2} = 15\frac{5}{6}$.

401.

1) $\underline{a_7 = 21; S_7 = 205.}$

Т.к. $S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$, то

$205 = \frac{a_1 + 21}{2} \cdot 7$;

$410 = 7a_1 + 147$;

$7a_1 = 263$.

Тогда $a_1 = 37\frac{4}{7}$.

Т.к. $a_7 = a_1 + 6d$, то

$21 = 37\frac{4}{7} + 6d$;

$6d = -16\frac{4}{7}$;

$d = -\frac{58}{21}$.

Итак $d = -2\frac{16}{21}$.

2) $\underline{a_{11} = 92; S_{11} = 22.}$

Т.к. $S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11$, то

$22 = \frac{a_1 + 92}{2} \cdot 11$;

$44 = (a_1 + 92) \cdot 11$;

$a_1 + 92 = 4$.

Тогда $a_1 = -88$.

Т.к. $a_{11} = a_1 + 10d$, то

92 = – 88 + 100d;

180 = 10d.

Итак d = 18.

402.

$a_n = 12$; d = 1; $a_1 = 1$. Т.к. $a_n = a_1 + (n-1)d$, то 12 = 1 + n – 1.

Тогда n = 12. $S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12$; $S_{12} = \frac{1+12}{2} \cdot 12 = 13 \cdot 6 = 78$ (брёвен).

403.

$a_3 + a_9 = a_{1+2} + a_{11-2} = a_1 + a_{11} = 8$ (из предыдущих задач).

$S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11$.

Тогда $S_{11} = \frac{8}{2} \cdot 11 = 44.$

404.

Т.к. $S_5 = \frac{2a_1 + 4d}{2} \cdot 5$, т.к. $S_{10} = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10$,

то $65 = \frac{2(a_1 + 2d)}{2} \cdot 5$, то $230 = (2a_1 + 9d) \cdot 5$.

Тогда $\underline{13 = a_1 + 2d}$. Тогда $\underline{2a_1 + 9d = 46}$ $| : 2$,

получим $\begin{cases} a_1 + 2d = 13 \\ 2a_1 + 9d = 46 \end{cases}$; $\begin{cases} 5d = 20 \\ a_1 + 2d = 13 \end{cases}$; $\begin{cases} d = 4 \\ a_1 = 5 \end{cases}$.

405.

$S_{12} = \frac{2a_1 + 11d}{2} \cdot 12$; $S_{12} = 6 \cdot (2a_1 + 11d)$. Тогда

$S_8 - S_4 = \frac{2a_1 + 7d}{2} \cdot 8 - \frac{2a_1 + 3d}{2} \cdot 4 = 4 \cdot (2a_1 + 7d) - 2 \cdot (2a_1 + 3d) =$
$= 8a_1 + 28d - 4a_1 - 6d = 4a_1 + 22d$;

$3(S_8 - S_4) = 3 \cdot (4a_1 + 22d) = 3 \cdot 2(2a_1 + 11d) = 6 \cdot (2a_1 + 11d)$,
получили: $S_{12} = 3(S_8 - S_4)$.

407.

1) $\underline{b_1 = 12, q = 2;}$
$b_2 = b_1 \cdot q = 12 \cdot 2 = 24$;
$b_3 = 24 \cdot 2 = 48$;
$b_4 = 48 \cdot 2 = 96$;
$b_5 = 192$;

2) $\underline{b_1 = -3, q = -4;}$
$b_2 = b_1 \cdot q = -3 \cdot (-4) = 12$;
$b_3 = 12 \cdot (-4) = -48$;
$b_4 = -48 \cdot (-4) = 192$;
$b_5 = 192 \cdot (-4) = -768$.

408.

1) $\underline{b_n = 3 \cdot 2^n.}$
Пусть $b_{n+1} = 3 \cdot 2^{n+1}$.
Тогда $\frac{b^{n+1}}{b^n} = \frac{3 \cdot 2^{n+1}}{3 \cdot 2^n} = \frac{3 \cdot 2^n \cdot 2}{3 \cdot 2^n} = 2$,

т.к. $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n то b_n – геометрическая прогрессия.

2) $\underline{b_n = 5^{n+3}}$.
Пусть $b_{n+1} = 5^{n+4}$.
Тогда $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{5^{n+4}}{5^{n+3}} = \frac{5^n \cdot 5^4}{5^n \cdot 5^3} = 5$ т.к. $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n, то

b_n – геометрическая прогрессия.

3) $b_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$.

Пусть $b_{n+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$;

$\frac{b^{n+1}}{b^n} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{n}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} = \frac{1}{3}$ т.к. $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n,

то b_n – геометрическая прогрессия.

4) $b_n = \frac{1}{5^{n-1}}$.

Пусть $b_{n+1} = \frac{1}{5^n}$;

$$\frac{b^{n+1}}{b^n} = \frac{\frac{1}{5^n}}{\frac{1}{5^{n-1}}} = \frac{\frac{1}{5^n}}{\frac{1}{5^n}\cdot 5} = \frac{1}{5},$$

т.к. $\frac{b_{n+1}}{b_n}$ не зависит от n, то b_n – геометрическая прогрессия.

409.

1) Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$b_4 = b_1 \cdot q^3$, $b_4 = 3 \cdot 10^3 = 3000$.
2) Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$b_7 = b_1 \cdot q^6 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{4}{6} = \frac{1}{16}$.
3) Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$b_5 = b_1 \cdot q^4 = 1 \cdot (-2)^4 = 16$.
4) Т.к. $b_n - b_1 \cdot q^5$, то
$b_6 = b_1 \cdot q^5 = -3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{-3}{-243} = \frac{1}{81}$.

410.

1) $b_1 = 4$; $q = 3$; Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$,
то $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$;

2) $b_1 = 3$; $q = \frac{1}{3}$; Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то $b_n = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$;

3) $b_1 = 4$; $q = -\frac{1}{4}$; Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то $b_n = 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$;

4) $b_1 = 3$; $q = -\frac{4}{3}$; Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то $b_n = 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)^{n-1}$.

411.

1) $\underline{b_1 = 6;\ b_2 = 12, \ldots, b_n = 192}$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{12}{6} = 2.$

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то

$192 = 6 \cdot 2^{n-1}$, но $32 = 2^5$, значит,

$32 = 2^{n-1}$, $2^5 = 2^{n-1}$;

$5 = n - 1$;

$n = 6$;

2) $\underline{b_1 = 4;\ b_2 = 12, \ldots, b_n = 324}$;

$q = \frac{12}{4} = 3.$

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то

$324 = 4 \cdot 3^{n-1}$;

$81 = 3^{n-1}$, $3^4 = 3^{n-1}$, значит,

$4 = n - 1$;

$n = 5$;

3) $\underline{b_1 = 625;\ b_2 = 125, \ldots, b_n =}\ \frac{1}{25}$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{125}{625} = \frac{1}{5}$;

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то

$\frac{1}{25} = 625 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$, значит,

$5^{-2} = 5^4 \cdot 5^{1-n} = 5^{5-n}$, отсюда

$-2 = 5 - n$

и $n = 7$;

4) $\underline{b_1 = -1;\ b_2 = 2, \ldots, b_n = 128}$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = -2$ Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то

$128 = -1 \cdot (-2)^{n-1}$;
$-128 = (-2)^{n-1}$, получили:
$(-2)^7 = (-2)^{n-1}$, тогда
$7 = n - 1$
и $n = 8$.

412.

1) $\underline{b_1 = 2;\ b_5 = 162.}$
Т.к. $b_5 = b_1 \cdot q^4$, то
$162 = 2 \cdot q^4$;
$81 = q^4$;
$3^4 = q^4$, поэтому $q_1 = 3$, $q_2 = -3$;

2) $\underline{b_1 = -128;\ b_7 = -2.}$
Т.к. $b_7 = b_1 \cdot q^6$, то
$-2 = 128 \cdot q^6$, значит $q^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^6$;
$\frac{1}{64} = q^6$;
$q_1 = \frac{1}{2}$, $q_2 = -\frac{1}{2}$;

3) $\underline{b_1 = 3;\ b_4 = 81.}$
Т.к. $b_4 = b_1 \cdot q^3$, то
$81 = 3 \cdot q^3$;
$q^3 = 27$ поэтому $q = 3$;

4) $\underline{b_1 = 250;\ b_4 = -2.}$
Т.к. $b_4 = b_1 \cdot q^3$, то
$-2 = 250 \cdot q^3$;
$q^3 = -\frac{1}{125}$ поэтому $q = -\frac{1}{5}$.

413.

1) $b_1 = 2$; $q = 3$. Т.к. $b_8 = b_1 \cdot q^7$, то
$b_8 = 2 \cdot 3^7 = 4374$;
2) Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $162 = 2 \cdot 3^{n-1}$;
$81 = 3^{n-1}$, $3^{n-1} = 3^4$, значит,
$4 = n - 1$, $n = 5$.

414.

1) $\underline{b_8 = \frac{1}{9};\ b_6 = 81.}$
Т.к. $b_7 = \sqrt{b_8 b_6}$, то
$b_7 = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 81} = \sqrt{9} = 3$.
Тогда $q = \frac{b_8}{b_7} = \frac{1}{27}$.

2) $\underline{b_6 = 9;\ b_8 = 3.}$
Т.к. $b_7 = \sqrt{b_8 b_6}$, то
$b_7 = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$.
Тогда $q = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

415.

1) $\underline{b_4 = 5;\ b_6 = 20.}$

2) $\underline{b_4 = 9;\ b_6 = 4.}$

Т.к. $b_5 = \pm\sqrt{b_4 \cdot b_6}$, то

$b_5 = \pm\sqrt{5 \cdot 20} = \pm 10$.

Т.к. $b_6 = b_4 \cdot q^2$, то

$20 = 5 \cdot q^2$.

Тогда $q^2 = 4$, $q_1 = 2$ или $q_2 = -2$;

$b_4 = b_1 \cdot q^3$; $5 = b_1 \cdot (-2)^3$.

Если $q = 2$, то $b_1 = \frac{5}{8}$, $b_5 = 10$.

Если $q = -2$, то $b_1 = -\frac{5}{8}$.

$b_5 = -10$, $b_1 = -\frac{5}{8}$.

Ответ: $b_5 = 10$, $b_1 = \frac{5}{8}$,

$b_5 = -10$, $b_1 = -\frac{5}{8}$.

Т.к. $b_5 = \pm\sqrt{b_4 \cdot b_6}$, то

$b_5 = \pm\sqrt{9 \cdot 4} = \pm 6$.

Т.к. $b_6 = b_4 \cdot q^2$, то

$q^2 = \frac{20}{5} = 4$; $4 = 9 \cdot q^2$, $q^2 = \frac{9}{4}$.

Тогда $q = \frac{2}{3}$ либо $q = -\frac{2}{3}$;

$b_4 = b_1 \cdot q^3$;

$9 = b_1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$ либо $9 - b_1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3$;

$b_1 = 9 \cdot \frac{27}{8} = \frac{243}{8} = 30\frac{3}{8}$ либо

$b_1 = -30\frac{3}{8}$.

Ответ: $b_5 = 6$, $b_1 = 30\frac{3}{8}$;

$b_5 = -6$, $b_1 = -30\frac{3}{8}$.

416.

$q = 1{,}2$

$b_2 = 300000 \cdot 1{,}2 = 360000$.

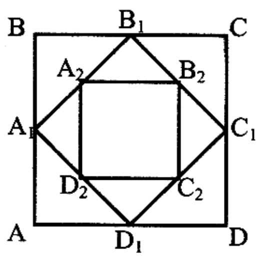
Тогда $300000 + 360000 = 660000$ р.

$660000 \cdot 1{,}2 = 792000$.

Отсюда $660000 + 792000 = 1452000$ р.

Ответ: 1 452 000 р.

417.



ABCD – квадрат,

AB = 4 см,

A_1, B_1, C_1, D_1 – середины соответствующих сторон.
Докажем, что S_A, S_{A1}, S_{A2}, … – геометрическая прогрессия.
и найдем S_7

$AB = 4$ см, $A_1B_1 = 2\sqrt{2}$ см, $A_2B_2 = 2$ см, $A_3B_3 = \sqrt{2}$ см.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}\right\}, \text{ значит, } \quad b_1 = 4; \quad q = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad S_1 = b_1^2;\ S_n = b_n^2;$$

$b_n = 4\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$. Т.к. $S_7 = (b_7)^2, \text{то}$ $S_7 = (b_7)^2 = (b_1\cdot q^6)^2 = b_1^2\cdot q^{12}$;

$b_n = 8\left(\sqrt{2}\right)^{n-1}$. Тогда $S_7 = 4^2\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{12} = 2^4\cdot 2^{-6} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$ см^2.

Ответ: $8\left(\sqrt{2}\right)^{n-1}$; $S_7 = \frac{1}{4}$ (см^2).

419.

1) Если b_1, b_2, b_3 – члены геометрической прогрессии, то $b_2^2 = b_1\cdot b_3$, т.е. $\cos^2\alpha = (1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha) = 1 - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha$, это верно.

2) Докажем, что $\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2}$;

$$\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} = \frac{\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}}{\left(\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}\right)^2} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}},$$

Но и $\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\left(\sin\frac{\alpha}{2} - \cos\frac{\alpha}{2}\right)^2}{\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}}$,

получили, что
b_1, b_2, b_3 – геометрическая прогрессия.

420.

1) $b_1 = \frac{1}{2}$; $q = 2$; $n = 6$.

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$$S_6 = \frac{\frac{1}{2}(1-q^6)}{1-2} = \frac{1-64}{-2} = 31{,}5;$$

2) $b_1 = -2$; $q = \frac{1}{2}$; $n = 5$.

Т.к. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то

$$S_5 = \frac{-2\cdot\left(1-\frac{1}{32}\right)}{1-\frac{1}{2}} = -4\cdot\frac{31}{32} = -\frac{31}{8};$$

3) $b_1 = 1$; $q = -\frac{1}{3}$; $n = 4$.

Т.к. $S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q}$, то

$$S_4 = \frac{1\cdot\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^4\right)}{1+\frac{1}{3}} = $$

$$= \frac{80\cdot 3}{81\cdot 4} = \frac{20}{27}$$

4) $b_1 = -5$; $q = -\frac{2}{3}$; $n = 5$.

Т.к. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то

$$S_5 = \frac{-5\cdot\left(1-\left(-\frac{2}{3}\right)^5\right)}{1+\frac{2}{3}} =$$

$$= \frac{-5\cdot\left(1+\frac{32}{243}\right)}{\frac{5}{3}} = -\frac{275}{81}$$

5) $b_1 = 6$; $q = 1$; $n = 200$,
т.к. $q = 1$, то прогрессия вырождена и $S_{200} = 6\cdot 200 =$ $= 1200$.

6) $b_1 = -4$; $q = 1$; $n = 100$,
т.к. $q = 1$, то прогрессия вырождена и $S_{200} = -4 \cdot 100 =$ $= -400$.

421.

1) $b_1 = 5$; $q = 2$. Т.к. $S_7 = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}$, то

$$S_7 = \frac{5\cdot(1-2^7)}{1-2} = -5(1-128) = 635;$$

2) $b_1 = 2$; $q = 3$. Т.к. $S_7 = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}$, то

$$S_7 = \frac{2\cdot(1-3^7)}{1-3} = 3^7 - 1 = 2187 - 1 = 2186;$$

422.

1) Т.к. $b_7 = b_1 \cdot q^6$ и $q = 2$, то Т.к. $S_7 = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}$, то

$b_7 = 5 \cdot 64$; $-635 = b_1(1-128)$.
Тогда $b_7 = 320$; $b_1 = -635 : (-127) = 5$.
Ответ: $b_7 = 320$, $b_1 = 5$.
2)

а) Т.к. $\frac{b_1(1-q^8)}{1-q} = S_8$, то

$85 \cdot 3 = b_1 \cdot (1-256)$.
Тогда $b_1 = (85 \cdot 3) / (-255) = 255/(-255) = -1$.
б) Т.к. $b_8 = b_1 \cdot q^7$, то
$b_8 = (-1) \cdot (-2)^7 = 128$.
Ответ: $b_1 = -1$, $b_8 = 128$.

423.

1) $\underline{S_n = 189,\ b_1 = 3,\ q = 2.}$

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$189 = \frac{3 \cdot (1-2^n)}{1-2}$;

$-189 = 3 \cdot (1-2^n)$;
$-63 = 1-2^n$;
$-64 = -2^n$;
$2^n = 2^6$, поэтому
$n = 6$;

2) $\underline{S_n = 635,\ b_1 = 5,\ q = 2.}$

Т.к. $635 = \frac{5 \cdot (1-2^n)}{1-2}$, то

$-635 = 5 \cdot (1-2^n)$;
$-127 = 1-2^n$;
$-128 = 2^n$;
$2^7 = 2^n$, поэтому
$n = 7$;

3) $\underline{S_n = 170,\ b_1 = 256,\ q = -\frac{1}{2}}$.

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то $170 = \frac{256 \cdot \left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)}{\frac{3}{2}}$;

$510 = 512 \cdot \left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)$, тогда $510 = 512 - 512\left(-\frac{1}{2}\right)^n$;

$512\left(-\frac{1}{2}\right)^n = 2$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{256}$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^n = \left(-\frac{1}{2}\right)^8$; $n = 8$;

4) $\underline{S_n = -99,\ b_1 = -9,\ q = -2.}$ Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$-99 = \frac{-9\cdot\left(1-(-2)^n\right)}{1-(-2)}$; $33 = 1-(-2)^n$;

$32 = -(-2)^n$;

$-99 = \frac{-9\cdot\left(1-(-2)^n\right)}{3}$; $(-2)^5 = (-2)^n$;

n = 5.

424.

1) $\underline{b_1 = 7,\ q = 3,\ S_n = 847.}$

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$847 = 7\cdot 121 = \frac{7\cdot(1-3^n)}{-2}$;

$121\cdot(-2) = 1 - 3^n$;

$243 = 3^n$;

$3^5 = 3^n$, поэтому

$n = 5$; $b_5 = 7\cdot 3^4 = 567$;

2) $\underline{b_1 = 8,\ q = 2,\ S_n = 4088.}$

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то $4088 = 8\cdot 511 = \frac{8\cdot(1-2^n)}{1-2}$;

$-511 = 1 - 2^n$, $512 = 2^n$;

поэтому $2^9 = 2^n$;

$n = 9$; $b_9 = 8\cdot 2^8 = 2048$;

3)

$\underline{b_1 = 2,\ b_n = 1458,\ S_n = 2186.}$

Т.к. $b_n = b_1\cdot q^{n-1}$, то

$1458 = 2\cdot q^{n-1}$;

$729 = q^{n-1}$,

получим $q^n = 729q$;

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$2186 = \frac{2\cdot(1-q^n)}{1-q}$;

$1093(1-q) = 1 - q^n$;

$1093 - 1093q - 1 + q^n = 0$,

т.к. $q^n = 729q$, то

$1092 - 1093q + 729q = 0$;

$1092 - 364q = 0$;

$q = 3$, тогда

$3^{n-1} = 3^6$, $n = 7$;

4) $b_1 = 1, b_n = 2401, S_n = 2801.$

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$,то

$2401 = q^{n-1}$;

$q^n = 2401q$.

Т.к. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$, то

$2801 = \frac{1-q^n}{1-q}$;

$2801(1 - q) = 1 - q^n$,
т.к. $q^n = 2401q$, то
$2801(1 - q) = 1 - 2401q$;
$2800 = 2801q - 2401q$;
$2800 = 400q$;
$q = 7$; $q^{n-1} = 2401$, тогда
$7^{n-1} = 7^4$, значит, $n = 5$.

425.
1) $b_1 = 1$; $q = 2$; $b_n = 128$.
Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$128 = 2^{n-1}$, $2^7 = 2^{n-1}$, значит,
$n = 8$.

Т.к. $S_8 = \frac{b_1(1-q^8)}{1-q}$, то

$S_8 = \frac{1 \cdot (1-2^8)}{1-2} = -(1 - 256) = 255$;

2) $b_1 = 1$; $b_2 = 3$; $q = 3$; $b_n = 243$.
Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$243 = 1 \cdot 3^{n-1}$, $3^5 = 3^{n-1}$, тогда
$n = 6$.

Т.к. $S_6 = \frac{b_1(1-q^6)}{1-q}$, то

$S_6 = \frac{1 \cdot (1-3^6)}{1-3} = \frac{728}{2} = 364$;

3) $b_1 = -1$; $q = -2$; $b_n = 128$.
Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$,
то $128 = -1 \cdot (-2)^{n-1}$;
$-128 = (-2)^{n-1}$;
$(-2)^7 = (-2)^{n-1}$, значит $n = 8$.

Т.к. $S_8 = \frac{b_1(1-q^8)}{1-q}$, то $S_8 = \frac{1 \cdot (1-256)}{3} = \frac{255}{3} = 85$.

4) $b_1 = 5$; $q = -3$; $b_n = 405$.
Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то
$405 = 5\cdot(-3)^{n-1}$, $(-3)^{n-1} = 81 = 3^4$; $n = 5$.

Т.к. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то $S_5 = \frac{5\cdot(1+243)}{4} = 5\cdot 61 = 305$.

426.

1) Т.к. $b_3:b_2 = q$, то $q = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$.

Т.к. $b_5 = b_2\cdot q^3$, то $b_5 = 15\cdot\frac{125}{27} = \frac{625}{9}$.

Т.к. $b_1 = b_2:q$, то $b_1 = 15:\frac{5}{3} = 9$.

$$S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q} = \frac{9\cdot\left(1-\frac{625}{81}\right)}{1-\frac{5}{3}} = -\frac{544}{9}:\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{544\cdot 3}{9\cdot 2} = \frac{272}{3} = 90\frac{2}{3}.$$

2) Т.к. $b_4 = b_2\cdot q^2$, то $b_1 = b_2:q$,
$686:14 = q^2$; $b_1 = 14:7 = 2$;
$q^2 = 49$ $q = 7$, т.к. $q>0$;
$b_5 = b_4\cdot q$.

Тогда $S_4 = \frac{2\cdot(1-7^4)}{1-7} = \frac{2(1-7^4)}{-6} = \frac{1-7^4}{-3} = 800$;

$b_5 = 686\cdot 7 = 4802$.

427.

1) $b_1 = 3$; $q = 2$. Т.к. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то

$S_5 = \frac{3\cdot(1-32)}{1-2} = -3(1-32) = -3\cdot(-31) = 93$;

2) $b_1 = 3$; $b_2 = -\frac{1}{2}$.

Т.к. $b_2:b_1 = q$, то $q = \frac{1}{2}$. Т.к. $S_6 = \frac{b_1(1-q^6)}{1-q}$, то

$$S_6 = \frac{-1\cdot(1-\frac{1}{64})}{1-\frac{1}{2}} = -2\cdot\left(1-\frac{1}{64}\right) = -2\cdot\frac{63}{64} = -1\frac{31}{32}.$$

428.

$(x-1)(x^{n-1}+x^{n-2}+x^{n-3}+\ldots+1)=x^n+x^{n-1}+x^{n-2}+\ldots+x-$
$-x^{n-1}-x^{n-2}-\ldots-x-1=x^n-1.$

429.

1) $\begin{cases} b_3=b_1q^2 \\ S_3=\dfrac{b_1(1-q^3)}{1-q}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 135=b_1q^2 \\ 195=\dfrac{b_1(1-q^3)}{1-q}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 135=b_1q^2 \\ 195=b_1(1+q+q^2) \end{cases}.$

Поделим 1 на 2 уравнение

$\dfrac{135}{195}=\dfrac{q^2}{1+q+q^2}$, тогда

$\dfrac{9}{13}=\dfrac{q^2}{1+q+q^2}$;

$13q^2-9q^2-9q-9=0$;
$4q^2-9q-9=0$.
Решим:

$q=\dfrac{9\pm\sqrt{81+4\cdot4\cdot9}}{8}=\dfrac{9\pm15}{8}$, т.е.

$q=3$ или $q=-\dfrac{3}{4}$. Если $q=3$, то

$b_1=\dfrac{135}{9}=15$, и $b_1=\dfrac{135}{\left(\dfrac{3}{4}\right)^2}=\dfrac{135\cdot16}{9}=240$, если $q=-\dfrac{3}{4}$.

Ответ: $q=3$, $b_1=15$ или $q=-\dfrac{3}{4}$, $b_1=240$.

2) Т.к. $S_3=\dfrac{b_1\cdot(1-q^3)}{1-q}$, то

$372=\dfrac{12\cdot(1-q^3)}{1-q}$, $q\neq1$;

$1+q+q^2=31$;
$q^2+q-30=0$.
Решим:
$q=-6$, $q_2=5$. Если $q_1=-6$, то
$b_3=12\cdot(-6)^2=432$, и $b_3=12\cdot5^2=300$, если $q_2=5$.
Ответ: $q=-6$, $b_3=432$ или $q=5$, $b_3=300$.

430.

1) Т.к. $b_3 = b_1 \cdot q^2$, $b_5 = b_1 \cdot q^4$ и

$b_3 + b_5 = 90$, то

$b_1 \cdot q^2 + b_1 \cdot q^4 = 90$, тогда

$q^2 + q^4 - 90 = 0$.

Обозначим $q^2 = t$, получим $t^2 + t - 90 = 0$. Решим:

$t_1 = 9$; $t_2 = -10$.

Тогда $q^2 = 9$ т.к. $q^2 = -10$ не имеет решения.

Поэтому $q_1 = 3$; $q_2 = -3$.

Ответ: $q = 3$ или $q = -3$.

2) Т.к. $b_4 = b_2 \cdot q^2$, $b_6 = b_2 \cdot q^4$ и $b_4 + b_6 = 60$, то

$b_2 \cdot q^2 + b_2 \cdot q^4 = 60$, тогда

$3q^2 + 3q^4 - 60 = 0$;

$q^4 + q^2 - 20 = 0$.

Обозначим $q^2 = t$, значит $t^2 + t - 20 = 0$. Решим:

$t_1 = 4$; $t_2 = -5$.

Тогда $q^2 = 4$ т.к. $q^2 = -5$ – не имеет решения.

Поэтому $q_1 = 2$; $q_2 = -2$.

Ответ: $q = 2$ или $q = -2$.

3) $\begin{cases} b_1 - b_3 = 15 \\ b_2 - b_4 = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 - b_1q^2 = 15 \\ b_1q - b_1q^3 = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 \cdot (1-q^2) = 15 \\ b_1 \cdot q(1-q^2) = 30 \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{b_1}{b_1q} = \dfrac{15}{30} \\ b_1 \cdot (1-q^2) = 15 \end{cases}$

$\begin{cases} \dfrac{1}{q} = \dfrac{1}{2} \\ b_1 \cdot (1-q^2) = 15 \end{cases}$ $\begin{cases} q = 2 \\ b_1 = -5 \end{cases}$

Значит, $S_{10} = \dfrac{b_1 \cdot (1-q^{10})}{1-q} = \dfrac{-5 \cdot (1-2^{10})}{1-2} = 5 \cdot (1-1024) = -5115$.

4) $\begin{cases} b_3 - b_1 = 24 \\ b_5 - b_1 = 624 \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 \cdot q^2 - b_1 = 24 \\ b_1 \cdot q^4 - b_1 = 624 \end{cases}$ $\begin{cases} b_1 \cdot (q^2 - 1) = 24 \\ b_1 \cdot (q^4 - 1) = 624 \end{cases}$.

Поделим 1 на 2 уравнение

$\dfrac{q^2-1}{q^4-1} = \dfrac{24}{624}$.

Тогда $\dfrac{q^2-1}{(q^2+1)(q^2-1)} = \dfrac{1}{26}$;

$q^2 + 1 = 26$;

$q^2 = 25$, $q_1 = 5$; $q_2 = -5$, $b_1 = \frac{24}{24} = 1$.

Если $q = 5$, то $S_5 = \frac{b_1 \cdot (1-q^5)}{1-q} = \frac{1-5^5}{1-5} = \frac{1-3125}{-4} = 781$.

Если $q = -5$, то $S_5 = \frac{b_1 \cdot (1-q^5)}{1-q} = \frac{1(1+3125)}{6} = \frac{3126}{6} = 521$.

Ответ: $S_5 = 781$, если $q = 5$; $S_5 = 521$, если $q = -5$.

431.

1) $b_1 = 1;\ b_2 = \frac{1}{2};\ b_3 = \frac{1}{4};\ \dots$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2} < 1$, значит прогрессия бесконечно убывает;

2) $b_1 = \frac{1}{3};\ b_2 = \frac{1}{9};\ b_3 = \frac{1}{27} \dots$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1/9}{1/3} = \frac{1}{3} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает;

3) $b_1 = -81;\ b_2 = -27;\dots$

$q = \frac{b_{17}}{b_{16}} = \frac{-27}{-81} = \frac{1}{3} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает;

4) $b_1 = -16;\ b_2 = -8;\dots$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает.

432.

1) $b_1 = 40;\ b_2 = 20;\dots$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-20}{40} = -\frac{1}{2}$; $|q| = \frac{1}{2} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает;

2) $b_7 = 12;\ b_{11} = \frac{3}{4};\dots$

Т.к. $b_{11} = b_7 \cdot q^4$, то $\frac{3}{4} = 12 \cdot q^4$.

Тогда $q^4 = \frac{1}{16}$ и $q = \frac{1}{2}$ или $q = -\frac{1}{2}$, $|q| = \frac{1}{2} < 1$, значит, прогрессия бесконечно убывает;

3) $\underline{b_7 = -30; b_6 = 15;\ldots}$

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-30}{15} = -2$; $|q| = 2>1$, значит, прогрессия не бесконечно убывающая;

4) $\underline{b_5 = -9; b_9 = -\frac{1}{27};\ldots}$

Т.к. $b_9 = b_5 \cdot q^4$, то $-\frac{1}{27} = -9 \cdot q^4$.

Отсюда $q^4 = \frac{1}{243}$.

Тогда $q = \pm\frac{1}{3\sqrt[4]{3}}$, $|q| = \frac{1}{3\sqrt[4]{3}}<1$, значит, прогрессия бесконечно убывает.

433.

1) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}\ldots$

$q = \frac{1}{3}$, т.к. $|q|<1$, то $S = \frac{b_1}{1-q}$; $S = \frac{1}{1-1/3} = \frac{3}{2}$;

2) $6; 1; \frac{1}{6}\ldots$

$q = \frac{1}{6}$, т.к. $|q|<1$, то $S = \frac{b_1}{1-q}$, т.е. $S = \frac{6}{1-1/6} = \frac{6\cdot 6}{5} = \frac{36}{5}$;

3) $-25; -5; -1\ldots$

$q = \frac{1}{5}$, т.к. $|q|<1$, то $S = \frac{b_1}{1-q}$, т.е.

$S = \frac{-25}{1-1/5} = \frac{-25\cdot 5}{4} = -\frac{125}{4}$;

4) $-7; -1; -\frac{1}{7}\ldots$

$q = \frac{1}{7}$, т.к. $|q|<1$, то $S = \frac{b_1}{1-q}$, т.е.

$S = \frac{-7}{1-1/7} = \frac{-7\cdot 7}{6} = -\frac{49}{6}$.

434.

1) $b_1 = \frac{1}{8}$, $q = \frac{1}{2}$, $S = \frac{b_1}{1-q}$;

$S = \frac{1/8}{1-1/2} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$;

2) $b_1 = 9$, $q = -\frac{1}{3}$, $S = \frac{b_1}{1-q}$;

$S = \frac{9}{1+1/3} = \frac{9\cdot 3}{4} = 6\frac{3}{4}$;

3) $b_5 = \frac{1}{81}$, $q = \frac{1}{3}$.

Т.к. $b_5 = b_1 \cdot q^4$, то

$\frac{1}{81} = b_1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4$, $b_1 = 1$.

Тогда $S = \frac{1}{1-1/3} = \frac{3}{2} = 1{,}5$;

4) $b_4 = -\frac{1}{8}$, $q = -\frac{1}{2}$.

Т.к. $b_4 = b_1 \cdot q^3$, то

$-\frac{1}{8} = b_1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$, $b_1 = 1$.

Тогда $S = \frac{1}{1+1/2} = \frac{2}{3}$.

435.

1) $\underline{b_n = 3\cdot(-2)^n}$;

$b_1 = -6$; $b_2 = 12$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{12}{-6} = -2$. Т.к. $|q| = 2>1$, то b_n – не бесконечно убывающая геометрическая прогрессия;

2) $\underline{b_n = -3\cdot 4^n}$; $b_1 = -12$; $b_2 = -48$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-48}{-12} = 4$. Т.к. $|q| = 4>1$, то b_n – не бесконечно убывающая геометрическая прогрессия;

3) $\underline{b_n = 2\cdot}\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$;

$b_1 = 2$; $b_2 = -\frac{2}{3}$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-2/3}{2} = -\frac{1}{3}$.

Т.к. $|q| = \frac{1}{3}<1$, то b_n – бесконечно убывающая геометрическая прогрессия;

4) $\underline{n = 5\cdot}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$;

$b_1 = 5$; $q = -\frac{1}{2}$. Т.к. $|q| = \frac{1}{2}<1$, то b_n – бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

436.

1) $b_1 = 12$, $q = \frac{1}{3}$;

$S = \frac{b_1}{1-q}$; $S = \frac{12}{1-1/3} = \frac{12\cdot 3}{2} = 18$;

2) $b_1 = 100$, $q = \frac{1}{10}$;

$S = \frac{b_1}{1-q}$; $S = \frac{100}{1+1/10} = \frac{1000}{11} = 90\frac{10}{11}$.

437.

1) Т.к. $b_5 = b_1 \cdot q^4$, то $\frac{\sqrt{2}}{16} = b_1 \cdot \frac{1}{2^4} = \frac{b_1}{16}$, значит,

$b_1 = \sqrt{2}$. Тогда $S = \frac{\sqrt{2}}{1-1/2} = 2\sqrt{2}$.

Ответ: $S = 2\sqrt{2}$.

2) Т.к. $b_4 = b_1 \cdot q^3$, то $\frac{9}{8} = b_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$,

отсюда $b_1 = \frac{9}{8} \cdot \frac{8}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}$;

и $S = \frac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}/2} = \frac{2\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{4\sqrt{3}+6}{1} = 4\sqrt{3}+6$.

Ответ: $S = 4\sqrt{3} + 6$.

438.

а) Т.к. $S = \frac{b_1}{1-q}$, то $150 = \frac{b_1}{1-1/3}$, $150 \cdot \frac{2}{3} = b_1$;

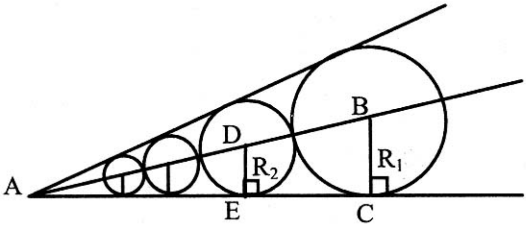
$b_1 = 100$;

б) Т.к. $S = \frac{b_1}{1-q}$, то $150 = \frac{75}{1-q}$. Тогда $2 = \frac{1}{1-q}$; $1 - q = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{2}$.

439.

Т.к. $b_1 = a$; $q = \frac{1}{2}$, то получим $S = \frac{a}{1-1/2} = 2a$.

440.



Так как все окружности вписаны в угол, то их центры лежат на биссектрисе угла A.

Тогда $AB = \frac{R}{\sin 30°} = 2R = \frac{R}{1/2} = 2R$, $AD = AB + R_1 + R_2$.

Т.к. $\Delta ADE \sim \Delta ABC$, то получаем $\frac{AB}{AD} = \frac{R_1}{R_2}$.

Тогда $\frac{2R_1}{R_1 - R_2} = \frac{R_1}{R_2}$, $\quad R_2 = \frac{1}{3} R_1$.

Действуя аналогично, рассматривая подобные треугольники, получим что $R_n = R_1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$.

Покажем, что $R_1 + 2(R_2 + R_3 + \ldots R_n + \ldots) = 2R_1$. Пусть $b_n = R_{n+1}$, $q = 1/3$.

Тогда $S = \frac{b_1}{1-q}$.

Значит $S = \frac{R_2}{1 - 1/3} = \frac{3R_2}{2} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3} R_1}{2} = \frac{R_1}{2}$,

отсюда $R_1 + 2S = R_1 + 2\frac{R_1}{2} = 2R_1$.

441.

1) 0,(5) = 0,5555…

Обозначим через

y = 0,(5). Умножим обе части равенства на 10.

Тогда 5 + 0,(5) = 10y, но y = 0,(5), следовательно,

$5 + y = 10y$,

$5 = 9y$.

Итак, $y = \frac{5}{9}$, $\Rightarrow 0{,}(5) = \frac{5}{9}$.

2) 0,(9) = 0,999…
Обозначим через $y = 0,(9)$,
умножим на 10,
$9 + 0,(9) = 10y$;
$9 + y = 10y$;
$9 = 9y$, тогда $y = 1$; $0,(9) = 1$;
3) 0,(12) = 0,1212…
Обозначим через
$y = 0,(12)$, умножим на 100:
$12 + 0,(12) = 100y$, $0,(12) = y$, значит,
$12 + y = 100y$;
$12 = 99y$;
$y = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$.

Отсюда $0,(12) = \frac{4}{33}$.

4) 0,2(3) = 0,2333…
Обозначим через
$0,(3) = y$, $0,2(3) = 0,2 + 0,0(3) = 0,2 + 0,(3) \cdot 0,1$.
Вычислим 0,(3), затем искомое
$3 + 0,(3) = 10y$;
$3 = 9y$;
$y = \frac{1}{3}$. Тогда $0,2(3) = 0,2 + \frac{1}{3} \cdot 0,1 = \frac{1}{5} + \frac{1}{30} = \frac{7}{30}$.

446.

1) $\underline{a_n = n(n + 3)}$;
$n = 1$, $a_1 = 1\cdot(1 + 3) = 4$; $n = 2$, $a_2 = 2\cdot(2 + 3) = 2 \cdot 5 = 10$;
$n = 3$, $a_3 = 3\cdot(3 + 3) = 3 \cdot 8 = 18$;
2) $\underline{a_n = 4^n}$;
$n = 1$, $a_1 = 4$; $n = 2$, $a_2 = 16$; $n = 3$, $a_3 = 64$;
3) $\underline{a_n = 5 \cdot 2^n}$;
$n = 1$, $a_1 = 5\cdot 2 = 10$; $n = 2$, $a_2 = 5\cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20$;
$n = 3$, $a_3 = 5\cdot 2^3 = 5 \cdot 8 = 40$;

4) $\underline{a_n = \sin \frac{\pi}{n}}$;

$n = 1$, $a_1 = \sin\pi = 0$; $n = 2$, $a_2 = \sin\frac{\pi}{2} = 1$;

$n = 3$, $a_3 = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

447.

1) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$;

n = 10, $a_{10} = \frac{10-1}{10+1} = \frac{9}{11}$; n = 30,

$a_{30} = \frac{30-1}{30+1} = \frac{29}{31}$;

2) $a_n = \frac{n+9}{2n-1}$;

n = 10, $a_{10} = \frac{10+9}{2\cdot 10-1} = \frac{19}{19} = 1$; n = 30, $a_{30} = \frac{30+9}{2\cdot 30-1} = \frac{39}{59}$;

3) $a_n = |n - 15| - 5$;

n = 10, $a_{10} = |10 - 15| - 5 = 0$; n = 30,

$a_{30} = |30 - 15| - 5 = 10$;

4) $a_n = 10 - |n - 20|$;

n = 10, $a_{10} = 10 - |10 - 20| = 0$; n = 30, $a_{30} = 10 - |30 - 20| = 0$.

448.

$a_2 = 1 - 0{,}5\cdot a_1 = 1 - 0{,}5\cdot 2 = 0$;

$a_4 = 1 - 0{,}5\cdot a_3 = \frac{1}{2}$;

$a_6 = 1 - 0{,}5\cdot a_5 = 1 - 0{,}5\cdot\frac{3}{4} = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$;

$a_3 = 1 - 0{,}5\cdot a_2 = 1$;

$a_5 = 1 - 0{,}5\cdot a_4 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$;

$a_7 = 1 - 0{,}5\cdot a_6 = 1 - 0{,}5\cdot\frac{5}{8} = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$.

449.

1) 4; $4\frac{1}{3}$; $4\frac{2}{3}$;… $a_1 = 4$; $d = a_2 - a_1 = \frac{1}{3}$;

$a_4 = 4 + \frac{1}{3}\cdot 3 = 5$; $a_5 = 4 + \frac{1}{3}\cdot 4 = 5\frac{1}{3}$;

2) $3\frac{1}{2}$; 3; $2\frac{1}{2}$;…

$a_1 = 3\frac{1}{2}$; $d = a_2 - a_1 = -\frac{1}{2}$;

$a_4 = 3\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot 3 = 2$; $a_5 = 2 - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$;

3) 1; 1 + $\sqrt{3}$; 1 + 2$\sqrt{3}$;…

$a_1 = 1$; $d = a_2 - a_1 = \sqrt{3}$;

$a_4 = 1 + \sqrt{3} \cdot 3 = 1 + 3\sqrt{3}$; $a_5 = 1 + 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 1 + 4\sqrt{3}$;

4) $\sqrt{2}$; $\sqrt{2} - 3$; $\sqrt{2} - 6$;…

$a_1 = \sqrt{2}$; $d = a_2 - a_1 = -3$;

$a_4 = \sqrt{2} - 3 \cdot 3 = \sqrt{2} - 9$; $a_5 = \sqrt{2} - 9 - 3 = \sqrt{2} - 12$.

450.

Найдем $a_{n+1} = -2(1 - (n + 1)) = -2(-n) = 2n$;

$a_{n+1} - a_n = 2n - (-2(1 - n)) = 2n + 2(1 - n) = 2n + 2 - 2n = 2$.

Т.к. $a_{n+1} - a_n$ – не зависит от n, то a_n – арифметическая прогрессия.

451.

1) $\underline{a_1 = 6;\ d = \frac{1}{2}}$.

Т.к. $a_5 = a_1 + 4d$, то $a_5 = 6 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 6 + 2 = 8$;

2) $\underline{a_1 = -3\frac{1}{3};\ d = -\frac{1}{3}}$.

Т.к. $a_7 = a_1 + 6d$, то

$a_7 = -3\frac{1}{3} + 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -3\frac{1}{3} - 2 = -5\frac{1}{3}$.

452.

1) $\underline{a_1 = -1;\ a_2 = 1}$;

$d = a_2 - a_1 = 1 - (-1) = 2$.

Т.к. $S_{20} = \frac{2a_1 + 19d}{2} \cdot 20$, то

$S_{20} = \frac{-2 + 38}{2} \cdot 20 = 360$;

2) $\underline{a_1 = 3;\ a_2 = -3}$;

$d = a_2 - a_1 = -3 - 3 = -6$.

Т.к. $S_{20} = \frac{2a_1 + 19d}{2} \cdot 20$, то

$S_{20} = \frac{6 - 114}{2} \cdot 20 = -1080$.

453.

1) $\underline{a_1 = -2;\ a_n = -60;\ n = 10}$.

Т.к. $S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10$, то

$S_{10} = (-2 - 60) \cdot 5 = -310$;

2) $\underline{a_1 = \frac{1}{2};\ a_n = 25\frac{1}{2};\ n = 11}$.

Т.к. $S_{11} = \frac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11$, то

$S_{11} = \frac{1/2 + 25\,1/2}{2} \cdot 11 = 13 \cdot 11 = 143$;

454.

$a_1 = -38$; $d = 5$; $a_n = 12$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n-1)d$, то

$12 = -38 + (n-1)5$;

$50 = (n-1)\cdot 5$.

Значит $n - 1 = 10$, $n = 11$;

$$S_{11} = \frac{-38+12}{2}\cdot 11 = -\frac{26}{2}\cdot 11 = -143.$$

Ответ: $S_{11} = -143$.

2) $a_1 = -17$; $d = 3$; $a_n = 13$.

Т.к. $a_n = a_1 + (n-1)d$, то

$13 = -17 + (n-1)\cdot 3$;

$30 = (n-1)\cdot 3$;

$n - 1 = 10$;

$n = 11$ $S_{11} = \frac{-17+13}{2}\cdot 11 = -2\cdot 11 = -22$.

Ответ: $S_{11} = -22$.

455.

1) 3; 1; $\frac{1}{3}$ …

$q = b_2 : b_1 = \frac{1}{3}$.

Тогда $b_4 = 3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{9}$; $b_5 = \frac{1}{9}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{27}$;

2) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$ …

$q = b_2 : b_1 = -\frac{1}{8}\cdot 4 = -\frac{1}{2}$.

Тогда $b_4 = \frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{32}$; $b_5 = -\frac{1}{32}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{64}$;

3) 3; $\sqrt{3}$; 1…

$q = b_2 : b_1 = \sqrt{3}/3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Тогда $b_4 = 3\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 = 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $b_5 = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}$;

4) если 5; $-5\sqrt{2}$; 10…

$q = b_2 : b_1 = -5\sqrt{2} : 5 = -\sqrt{2}$.

Тогда $b_4 = 5 \cdot (-\sqrt{2})^3 = -10\sqrt{2}$;

$b_5 = -10\sqrt{2}\,(-\sqrt{2}) = 20$.

456.

1) $\underline{-2; 4; -8;}$

$b_1 = -2;\ q = -2.$

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$,

$b_n = -2 \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^n$;

2) $\underline{-\frac{1}{2}; 1; -2}$;

$b_1 = -\frac{1}{2};\ q = -2.$

Т.к. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, то

$b_n = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^{n-1} = (-2)^{n-2}$.

457.

1) $\underline{b_1 = 2;\ q = 2;\ n = 6.}$

Т.к. $b_6 = b_1 \cdot q^5$, то

$b_6 = 2 \cdot 2^5 = 2 \cdot 35 = 70$;

2) $\underline{b_1 = \frac{1}{8};\ q = 5;\ n = 4.}$

Т.к. $b_4 = b_1 \cdot q^3$, то

$b_4 = \frac{1}{8} \cdot 5^3 = \frac{125}{8}$.

458.

1) $\underline{b_1 = \frac{1}{2};\ q = -4;\ n = 5.}$

Т.к. $S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q}$, то

$$S_5 = \frac{1/2 \cdot (1-(-4)^5)}{1+4} = \frac{1+1024}{2 \cdot 5} = 102{,}5$$

2) $\underline{b_1 = 2;\ q = -\frac{1}{2};\ n = 10;}$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot \left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^5\right)}{1+\frac{1}{2}} = \frac{4 \cdot \left(1-\frac{1}{1024}\right)}{3} = \frac{4 \cdot 1023}{3 \cdot 1024} = \frac{341}{256} = 1\frac{85}{256}$$

3) $\underline{b_1 = 10;\ q = 1;\ n = 6;}$

$S_6 = b_1 \cdot 6 = 10 \cdot 6 = 60$;

4) $\underline{b_1 = 5;\ q = -1;\ n = 9.}$

Т.к. $S_9 = \frac{b_1(1-q^9)}{1-q}$, то

$$S_9 = \frac{5 \cdot (1+1)}{1+1} = 5 .$$

459.

1) 128; 64; 32; … n = 5;

$b_1 = 128$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$.

Тогда $S_6 = \frac{b_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{128\cdot\left(1-\frac{1}{64}\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2(128-2)}{1} = 2\cdot 126 = 252$;

2) 162; 54; 18; … n = 5;

$b_1 = 162$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{54}{162} = \frac{1}{3}$;

$$S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{162\cdot\left(1-\frac{1}{3^5}\right)}{1-\frac{1}{3}} = -81\cdot\left(1-\frac{1}{243}\right)\cdot 3 =$$

$$= \frac{-81\cdot(-242)\cdot 3}{243} = 242$$

3) $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$; … n = 5;

$b_1 = \frac{2}{3}$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1\cdot 3}{2\cdot 2} = \frac{3}{4}$;

$$S_5 = \frac{b_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{\frac{2}{3}\cdot\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^5\right)}{1-\frac{3}{4}} = \frac{2\cdot 4\cdot\left(1-\frac{243}{1024}\right)}{3} = \frac{8\cdot 781}{3\cdot 1024} =$$

$$= \frac{781}{384} = 2\frac{13}{384};$$

4) $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; … n = 4; $b_1 = \frac{3}{4}$; $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{1\cdot 4}{2\cdot 3} = \frac{2}{3}$;

$$S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q} = \frac{\frac{3}{4}\cdot\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)}{1-\frac{2}{3}} = \frac{3\cdot 3\cdot\left(1-\frac{16}{81}\right)}{4} = \frac{9\cdot 65}{81\cdot 4} = \frac{65}{36} = 1\frac{29}{36}.$$

460.

1) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$;…

$q = b_2 : b_1 = -\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$.

Т.к. $\left|-\frac{1}{2}\right| < 1$, то b_n – бесконечно убывает

и $S = \frac{1/2}{1 + 1/2} = \frac{2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$;

2) – 1; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{16}$;…

$q = b_2 : b_1 = \frac{1}{4} : -1 = -\frac{1}{4}$.

Т.к. $\left|-\frac{1}{4}\right| < 1$, то b_n – бесконечно убывает

и $S = \frac{-1}{1 + 1/4} = \frac{-1}{\frac{5}{4}} = \frac{-4}{5}$.

461.

$n = 1,\ a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{-1+3}{2} = 1$;

$n = 2,\ a_4 = \frac{a_2 + a_3}{2} = \frac{3+1}{2} = 2$;

$n = 3,\ a_5 = \frac{a_3 + a_4}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$.

462.

Т.к. $a_8 = a_1 + 7d$, то

$23\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} + 7d$ и $d = 3$.

463.

1) <u>$a_1 = 5$; $a_3 = 15$.</u>

Т.к. $_3 = a_1 + 2d$, то

$15 = 5 + 2d$;

$d = 5$;

$a_2 = 10$;

$a_3 = 15$; $a_4 = 20$; $a_5 = 25$;

Ответ: 5; 10; 15; 20; 25.

2) <u>$a_3 = 8$; $a_5 = 2$.</u>

Т.к. $a_5 = a_3 + 2d$, то

$2 = 8 + 2d$;

$d = -3$;

$a_4 = 5$; $a_2 = 11$; $a_1 = 14$.

Ответ: 14; 11; 8; 5; 2.

464.

Чтобы a_1, a_2, a_3 были членами арифметической прогрессии, надо, чтобы $a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$,

тогда $a_2 = \frac{-10+5}{2} = -\frac{5}{2} = -2{,}5$.

465.

1) $\underline{a_{13} = 28; a_{20} = 38.}$

Т.к. $a_{20} = a_{13} + 7d$, то

$38 = 28 + 7d.$

Значит $10 = 7d$

и $d = 1\frac{3}{7}$;

$a_{19} = a_{20} - d$;

$a_{19} = 38 - 1\frac{3}{7} = 36\frac{4}{7}$.

Т.к. $a_{13} = a_1 + 12d$, то

$a_1 = 28 - 12 \cdot 1\frac{3}{7} =$

$= 28 - 12 - 5\frac{1}{7} = 10\frac{6}{7}$.

Ответ: $a_1 = 10\frac{6}{7}$; $a_{19} = 36\frac{4}{7}$.

2) $\underline{a_{18} = -6; a_{20} = 6.}$

Т.к. $a_{19} = \frac{a_{18} + a_{20}}{2}$, то

$a_{19} = \frac{-6+6}{2} = 0$.

Отсюда $d = a_{20} - a_{19} = 6$.

Т.к. $a_{20} = a_1 + 19d$, то

$6 = a_1 + 19 \cdot 6$;

$a_1 = 6 - 19 \cdot 6 = -108$.

Ответ: $a_1 = -108$; $a_{19} = 0$.

466.

1) Для того, чтобы это была арифметическая прогрессия надо, чтобы

$$\frac{x+2}{2} = \frac{(3x+2x-1)}{2} = \frac{5x-1}{2};$$

$x + 2 = 5x - 1$;

$4x = 3$;

$x = \frac{3}{4}$;

2) Для того, чтобы это была арифметическая прогрессия надо, чтобы

$$2 = \frac{3x^2 + 11x}{2};$$

$3x^2 + 11x - 4 = 0.$

Решим:

$x_1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{-24}{6} = -4$.

Ответ: $\frac{1}{3}$; -4.

467.

1) $b_1 = \sin(\alpha + \beta)$; $b_2 = \sin\alpha \cdot \cos\beta$; $b_3 = \sin(\alpha - \beta)$.

Если $b_2 = \frac{b_1 + b_3}{2}$, то b_1, b_2, b_3, — арифметическая прогрессия;

$$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)}{2} = \frac{2\sin\alpha \cdot \cos\beta}{2} = \sin\alpha \cdot \cos\beta .$$

Верно.

2) $b_1 = \cos(\alpha + \beta)$; $b_2 = \cos\alpha \cdot \cos\beta$; $b_3 = \cos(\alpha - \beta)$.

Если $b_2 = \frac{b_1 + b_3}{2}$, то b_1, b_2, b_3 – арифметическая прогрессия

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)}{2} = \frac{2\cos\alpha \cdot \cos\beta}{2} = \cos\alpha \cdot \cos\beta .$$

Верно.

3) $b_1 = \cos 2\alpha$; $b_2 = \cos^2\alpha$; $b_3 = 1$.

Если $b_2 = \frac{b_1 + b_3}{2}$, то b_1, b_2, b_3 – арифметическая прогрессия

$$\cos^2\alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2} = \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{2} =$$

$$= \frac{2\cos^2\alpha}{2} = \cos^2\alpha .$$

Верно.

4) $b_1 = \sin 5\alpha$; $b_2 = \sin 3\alpha \cos 2\alpha$; $b_3 = \sin\alpha$.

Нужно $b_2 = \frac{b_1 + b_3}{2}$, чтобы b_1, b_2, b_3 были арифметической прогрессией

$$\sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha = \frac{\sin 5\alpha + \sin\alpha}{2}; \quad \sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha = \frac{2\sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha}{2};$$

$\sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha = \sin 3\alpha \cdot \cos 2\alpha$. Верно.

468.

$d = a_2 - a_1 = 7 - 5 = 2$.

Тогда $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$;

$$252 = \frac{10 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n;$$

$504 = (8 + 2n) \cdot n$; $252 = (4 + n) \cdot n$; $n^2 + 4n - 252 = 0$. Решим:

$n_1 = 14$; $n_2 = -32$ – не натуральное число.

Ответ: 14.

469.

1) $\underline{a_1 = 40, n = 20, S_{20} = -40.}$

Т.к. $S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20$, то

$-40 = (a_1 + a_{20}) \cdot 10.$

Значит $-4 = (40 + a_{20})$;

$a_{20} = -44.$

Т.к. $d = \frac{a_{20} - a_1}{19}$, то

$d = \frac{-44 - 40}{19} = \frac{-84}{19} = -4\frac{8}{19}$.

Ответ: $a_{20} = -44$, $d = -4\frac{8}{19}$.

2) $\underline{a_1 = \frac{1}{3}, n = 16, S_{16} = -10\frac{2}{3}}$.

Т.к. $S_{16} = \frac{a_1 + a_{16}}{2} \cdot 16$, то

$S_{16} = \frac{2a_1 + 15d}{2} \cdot 16$.

Значит $-10\frac{2}{3} = \left(\frac{2/3 + 15d}{2}\right) \cdot 16$;

$-10\frac{2}{3} = 2/3 + 15d \cdot 8$;

$-16 = 120d$;

$d = -\frac{2}{15}$.

Т.к. $a_{16} = a_1 + 15d$, то

$a_{16} = \frac{1}{3} + 15 \cdot \left(-\frac{2}{15}\right) = \frac{1}{3} - 2 = -1\frac{2}{3}$.

Ответ: $a_{16} = -1\frac{2}{3}$, $d = -\frac{2}{15}$.

470.

1) Т.к. $b_9 = b_1 \cdot q^8$,
то $b_9 = 4 \cdot (-1)^8 = 4$.
2) Т.к. $b_7 = b_1 \cdot q^6$,
то $b_7 = 1 \cdot (\sqrt{3})^6 = 27$.

471.

1) $b_2 = \frac{1}{2}$, $b_7 = 16$;

$b_7 = b_2 \cdot q^5$,
тогда
$16 = \frac{1}{2} \cdot q^5$, $q^5 = 32$, $q = 2$.

Т.к. $b_5 = b_2 \cdot q^3$, то

$b_5 = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$;

2) $b_3 = -3$, $b_6 = -81$;

$b_6 = b_3 \cdot q^3$,
тогда
$-81 = -3 \cdot q^3$;

$q^3 = 27$, значит $q = 3$.
Т.к. $b_5 = b_3 \cdot q^2$, то

$b_5 = -3 \cdot 9 = -27$;

3) $b_2 = 4, b_4 = 1.$

Т.к. $b_4 = b_2 \cdot q^2$, то

$1 = 4 \cdot q^2$;

$q_{1,2} = \pm\frac{1}{2}$.

Если $q = \frac{1}{2}$, то

$b_5 = b_4 \cdot q$,

имеем: $b_5 = 1\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Если $q = -\frac{1}{2}$,

то $b_5 = b_4 \cdot q$, имеем: $b_5 = -\frac{1}{2}$.

Ответ: $b_5 = \frac{1}{2}$ или $b_5 = -\frac{1}{2}$.

4) $b_2 = -\frac{1}{5}, b_6 = -\frac{1}{125}$.

Т.к. $b_6 = b_4 \cdot q^2$, то

$-\frac{1}{125} = -\frac{1}{5}\cdot q^2$

$q^2 = \frac{1}{25}$, $q_{1,2} = \pm\frac{1}{5}$

Если $q = \frac{1}{5}$,

то $b_5 = -\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5} = -\frac{1}{25}$.

Если $q = -\frac{1}{5}$,

то $b_5 = \left(-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{25}$.

Ответ: $b_5 = -\frac{1}{25}$ или $b_5 = \frac{1}{25}$.

472.

Чтобы b_1; b_2; b_3 – были членами геометрической прогрессии, необходимо, чтобы

$b_2^2 = b_1\cdot b_3$, значит,

$b_2^2 = 36$, $b_2 = 6$ или $b_2 = -6$.

473.

1) $b_n = 5^{n+1}$ – последовательность;

$b_1 = 25$; $b_2 = 125$, $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{125}{25} = 5 > 1$, не является бесконечно убывающей;

2) $b_n = (-4)^{n+2}$ – последовательность;

$b_1 = -64$; $b_2 = 256$, $q = \frac{256}{-64} = -4$, $|q|>1$, не является бесконечно убывающей;

3) $b_n = \frac{10}{7^n}$ – последовательность;

$b_1 = \frac{10}{7}$; $b_2 = \frac{b_2}{b_1} = \frac{10}{49}\cdot\frac{7}{10} = \frac{1}{7}<1$, b_n – бесконечно убывает;

4) $b_n = \frac{50}{3^{n+3}}$ – последовательность;

$b_1 = -\frac{50}{81}$; $b_2 = \frac{b_2}{b_1} = \frac{50}{243} \cdot \frac{81}{50} = \frac{1}{3} < 1$,

b_n – бесконечно убывает.

474.

1) $b_2 = -81$, $S_2 = 162$.
Т.к. $S_2 = b_1 + b_2$, то
$162 = b_1 - 81$, отсюда
$b_1 = 243$;

$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{-81}{243} = -\frac{1}{3}$;

$|q| = \left|-\frac{1}{3}\right| < 1$, значит, b_n бесконечно убывает;

2) $b_2 = 33$, $S_2 = 67$.
Т.к. $S_2 = b_1 + b_2$, то

$67 = b_1 + 33$, $b_1 = 34$, $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{33}{34} < 1$,

значит, b_n бесконечно убывает.
3) Пусть $b_1 + b_3 = 130$; $b_1 - b_3 = 120$, запишем систему

$$\begin{cases} b_1 + b_3 = 130 \\ b_1 - b_3 = 120 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2b_1 = 250 \\ 2b_3 = 10 \end{cases}; \quad \begin{cases} b_1 = 125 \\ b_3 = 5 \end{cases};$$

Т.к. $b_3 = b_1 \cdot q^2$, то

$5 = 125 \cdot q^2$, $q^2 = \frac{1}{25}$, $q = \pm\frac{1}{5}$,

$\left|\pm\frac{1}{5}\right| < 1$, значит, b_n бесконечно убывает;

4) Пусть $b_2 + b_4 = 68$; $b_2 - b_4 = 60$, решим систему

$$\begin{cases} b_2 + b_4 = 68 \\ b_2 - b_4 = 60 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2b_2 = 128 \\ 2b_4 = 8 \end{cases}; \quad \begin{cases} b_2 = 64 \\ b_4 = 4 \end{cases};$$

Т.к. $b_4 = b_2 \cdot q^2$, то
$4 = 64 \cdot q^2$;

$q^2 = \frac{1}{16}$ $q = \pm\frac{1}{4}$;

$\left|\pm\frac{1}{4}\right| < 1$ значит, b_n бесконечно убывает.

475.

Пусть n – номер дня, a_n – количество минут в n день.

Т.к. $a_n = a_1 + (n – 1)d$, то

$40 = 5 + (n – 1) \cdot 5;$

$35 = (n – 1) \cdot 5;$

$n – 1 = 7$ значит $n = 8$.

Ответ: Восьмой день от среды – среда.

476.

Решим систему относительно a_1 и d:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 15 \\ a_1 a_2 a_3 = 80 \end{cases}; \quad \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 15 \\ a_1(a_1 + d)(a_1 + 2d) = 80 \end{cases};$$

$3a_1 + 3d = 15;$

$a_1 + d = 5;$

$a_1 = 5 – d.$

Подставим во второе уравнение системы:

$(5 – d)(5 – d + d)(5 – d + 2d) = 80;$

$5(5 – d)(5 + d) = 80;$

$25 – d^2 = 16;$

$d^2 = 9$. Значит,

$d = 3$ или $d = – 3$.

Тогда $a_1 = 5 – 3 = 2$ или $a_1 = 5 + 3 = 8$.

Ответ: $d = 3$, $a_1 = 2$; $d = – 3$, $a_1 = 8$.