



Серия

РЕШЕ

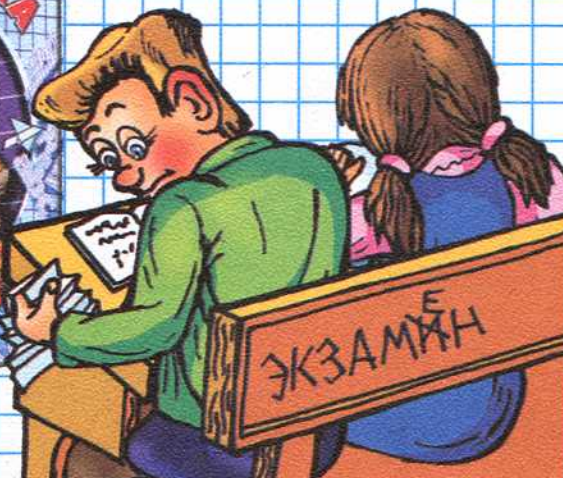
ТОЛЬКО ДЛЯ РОДИТЕЛЕЙ

NEW

Домашняя работа по математике

6

«МАТЕМАТИКА.
6 класс. Часть 3»
Г.В. Дорофеев, Л.Т. Петерсон



П.Г. НОВИКОВ

Домашняя работа по математике за 6 класс

**к учебнику «Математика. 6 класс. Часть 3 /
Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон. — 2-е изд., перераб. —
М.: Издательство «Ювента», 2010»**

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА
2012**

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Н73

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Условия заданий и упражнений приводятся исключительно в учебных целях и в необходимом объеме — как иллюстративный материал.

Изображение учебника «Математика. 6 класс. Часть 3 / Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон. — 2-е изд., перераб. — М.: Издательство «Ювента», 2010» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Новиков, П.Г.

Н73 Домашняя работа по математике за 6 класс к учебнику Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон «Математика. 6 класс. Часть 3» / П.Г. Новиков. — М.: Издательство «Экзамен», 2012. — 286, [2] с. (Серия «Решebник»)

ISBN 978-5-377-04262-4

Предлагаемое пособие содержит образцы выполнения всех заданий и упражнений из учебника «Математика. 6 класс. Часть 3 / Г.В. Дорофеев, Л.Г. Петерсон. — 2-е изд., перераб. — М.: Издательство «Ювента», 2010».

Пособие адресовано родителям, которые смогут проконтролировать правильность решения, а в случае необходимости помочь детям в выполнении домашней работы по математике.

**УДК 372.8:51
ББК 74.262.21**

Формат 84x108/32. Гарнитура «Таймс». Бумага газетная.
Уч.-изд. л. 3,72. Усл. печ. л. 15,12. Тираж 15 000 экз. Заказ № 11460.

ISBN 978-5-377-04262-4

© Новиков П.Г., 2012

© Издательство «**ЭКЗАМЕН**», 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА 3. Рациональные числа	4
§ 3. Уравнения	4
1. Раскрытие скобок	4
2. Коэффициент	12
3. Приведение подобных слагаемых	15
4. Понятие уравнения	23
5. Решение уравнений	27
6. Решение задач с помощью уравнений	39
§ 4. Координатная плоскость	63
1. Прямоугольные координаты на плоскости	63
2. Графики зависимостей величин	79
§ 5. Логическое следование	91
1. Понятие логического следования	91
2. Отрицание следования	95
3. Обратное утверждение	101
4. Следование и равносильность	108
5. Следование и свойства предметов	113
Задачи для самопроверки	115
ГЛАВА 4. Геометрия	119
§ 1. Геометрические фигуры на плоскости	119
1. Что такое геометрия? Рисунки и определения геометрических понятий	119
2. Классификация геометрических фигур	130
3. Задачи на построение	140
4. Замечательные точки в треугольнике	158
§ 2. Геометрические фигуры в пространстве	169
1. Пространственные фигуры и их изображение	169
2. Многогранники	180
3. Тела вращения	188
§ 3. Геометрические величины и их измерение	198
1. Измерение величин. Длина, площадь, объем	198
2. Измерение углов. Транспортир	213
§ 4. Симметрия фигур	228
1. Красота и симметрия	228
2. Преобразования плоскости. Равные фигуры	237
3. Правильные многоугольники	254
4. Правильные многогранники	262
Задачи для самопроверки	265
Задачи на повторение	273

ГЛАВА 3. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

§ 3. Уравнения

1. Раскрытие скобок

1

- а) Правила прибавления суммы к числу: $a + (b + c) = a + b + c$;
б) Правила вычитания суммы из числа: $a - (b + c) = a - b - c$;
в) Распределительное свойство умножения: $a(b + c) = ab + bc$.

2

- а) $-(a - b) = -a + b$
б) $-(c + d) = -c - d$
в) $-(x + y) = -x - y$
г) $d - (-k + t) = d + k - t$
д) $-m + (a - c) = -m + a - c$
е) $p - (-n + r - s) = p + n - r + s$
ж) $c - (b + c - a) + (-a + b) = \cancel{c} - \cancel{b} - \cancel{c} + \cancel{a} - \cancel{a} + \cancel{b} = 0$
з) $(d - m) - b - (-m + x + d) + x = \cancel{d} - \cancel{m} - b + \cancel{m} - \cancel{x} - \cancel{d} + \cancel{x} = -b$
и) $k - (y - c) + (d - c - y) + (-k + d) =$
 $= \cancel{k} - y + \cancel{c} + d - \cancel{c} - y - \cancel{k} + d = 2d - 2y$

3

- а) $-3,64 - (12,45 - 3,64) = -3,64 - 12,45 + 3,64 = -12,45$
б) $1\frac{3}{8} + \left(-2\frac{7}{9} + \frac{5}{8}\right) = 1\frac{3}{8} - 2\frac{7}{9} + \frac{5}{8} = 2 - 2\frac{7}{9} = -\frac{7}{9}$
в) $(5,6 - 7,2) - (-7,2 + 3,4) = 5,6 - \cancel{7,2} + \cancel{7,2} - 3,4 = 2,2$
г) $\left(2,4 - \frac{2}{3}\right) + 2,4 - \left(1,8 + 1\frac{5}{6}\right) = 2,4 - \frac{2^2}{3} + 2,4 - 1,8 - 1\frac{5}{6} =$
 $= 4,8 - 1,8 - \frac{4}{6} - 1\frac{5}{6} = 3 - 1\frac{4+5}{6} = 3 - 1\frac{9}{6} = 3 - 2,5 = 0,5$
д) $45 - (-7 + 18) - (34 - 18 + 26) =$
 $= 45 + 7 - \cancel{18} - 34 + \cancel{18} - 26 = 52 - 60 = -8$
е) $-9,7 + (-3,8 + 5,2) - (2,9 - 5,2 - 9,7) + 3,8 =$
 $= -\cancel{9,7} - \cancel{3,8} + 5,2 - 2,9 + 5,2 + \cancel{9,7} + \cancel{3,8} = 10,4 - 2,9 = 7,5$
ж) $(1,8 - 6,03) - (-4,14 + 2,25 - 6,03) - 4,8 =$
 $= 1,8 - \cancel{6,03} + 4,14 - 2,25 + \cancel{6,03} - 4,8 =$
 $= 1,8 - 4,8 + 4,14 - 2,25 = -3 + 1,89 = -1,11$

$$\begin{aligned}
 3) & -\left(5\frac{1}{3} - 4\frac{5}{16}\right) + 2\frac{1}{16} - \left(1\frac{2}{3} - 1\frac{5}{16} + 3\frac{11}{16}\right) = \\
 & = -5\frac{1}{3} + 4\frac{5}{16} + 2\frac{1}{16} - 1\frac{2}{3} + 1\frac{5}{16} - 3\frac{11}{16} = \\
 & = \left(-5 - 1\frac{1+2}{3}\right) + \left(4 + 2 + 1\frac{5+1+5}{16} - 3\frac{11}{16}\right) = \\
 & = -5 - 1\frac{3}{3} + \left(7\frac{11}{16} - 3\frac{11}{16}\right) = -7 + 4 = -3
 \end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned}
 \text{a)} & 2,8 - (a - 1,4) = 2,8 - a + 1,4 = 4,2 - a \\
 \text{б)} & -(b + 3,2) + 0,7 = b - 3,2 + 0,7 = -2,5 + b \\
 \text{в)} & c - (1,6 + c) = c - 1,6 - c = -1,6 \\
 \text{г)} & (-5,9 + d) - d = -5,9 + d - d = -5,9 \\
 \text{д)} & (6,4 - x) - (5,8 + x) = 6,4 - x - 5,8 - x = 0,6 - 2x \\
 \text{е)} & y - (4,3 + y) + 3,9 = y - 4,3 - y + 3,9 = -0,4 \\
 \text{ж)} & (-0,7 - m) - (-m + 0,5) = -0,7 - m + m - 0,5 = -1,2 \\
 \text{з)} & -(1,2 - n) + (n - 0,8) = -1,2 + n + n - 0,8 = 2n - 2
 \end{aligned}$$

5

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} & -4,3 - (-1,8 - x) = 3 \\
 & -4,3 + 1,8 + x = 3 \\
 & x = 3 + 2,5 \\
 & x = 5,5 \\
 \text{б)} & \left(n + 1\frac{2}{9}\right) - 4\frac{2}{9} = -4,8 \\
 & n + 1\frac{2}{9} - 4\frac{2}{9} = -4,8 \\
 & n - 3 = -4,8 \\
 & n = 3 - 4,8 \\
 & n = -1,8 \\
 \text{в)} & (c - 6) - (4,5 - c) = -1,5 \\
 & c - 6 - 4,5 + c = -1,5 \\
 & 2c = -1,5 + 6 + 4,5 \\
 & 2c = 9 \\
 & c = 4,5 \\
 \text{г)} & 1\frac{5}{6} - \left(k - \frac{7}{12}\right) + 2\frac{1}{12} = 0,9 \\
 & 1\frac{5}{6} - k + \frac{7}{12} + 2\frac{1}{12} = 0,9 \\
 & 1\frac{5}{6} - k + 2\frac{8}{12} = 0,9 \\
 & -k = 0,9 - 1\frac{5}{6} - 2\frac{4}{6} \\
 & -k = 0,9 - 3\frac{5+4}{6} \\
 & -k = 0,9 - 3\frac{9}{6} = 0,9 - 4\frac{1}{2} \\
 & -k = 0,9 - 4,5 = -3,6 \\
 & k = 3,6
 \end{array}$$

6

а) Пусть x — участвуют в 3-м конкурсе, тогда во 2-м $x - 6$, составим уравнение:

$$x + (x - 6) + 28 = 80$$

$$2x - 6 + 28 = 80$$

$$2x - 22 = 80$$

$$2x = 102$$

$$x = 51$$

б) Пусть x — третья сторона, тогда $(x - 1,9)$ вторая, периметр треугольника $P = a + b + c$, составим уравнение:

$$15,8 + (x - 1,9) + x = 48,5$$

$$x - 1,9 + x = 48,5 - 15,8$$

$$2x = 32,7 + 1,9$$

$$2x = 34,6$$

$$x = 34,6 : 2 = 17,3$$

$$x = 17,3$$

Следовательно, длина 2-й стороны — $(17,3 - 1,9) = 15,4$ см.

Ответ: 15,4 см.

7

а) $5(a + 2) - 12 = 5a + 10 - 12 = 5a - 2$

б) $9 - 2(-c + 4) = 9 + 2c - 8 = 1 + 2c$

в) $m - 3(2 - m) + 8 = m - 6 + m + 8 = 4m + 2$

г) $2(m - n) - (m + n) = 2m - 2n - m - n = m - 3n$

д) $(x - y) - 2(x + y) = x - y - 2x - 2y = -3y - x$

е) $-2(a + b) + 2(a - b) = -2a - 2b + 2a - 2b = -4b$

ж) $3(b - 1) - 2(b - 2) = 3b - 3 - 2b + 4 = 1 + b$

з) $-2(d + 3) + 3(2 - d) = -2d - 6 + 6 - 3d = -5d$

и) $5y - 2(y - 1) + 3(-y - 4) = 5y - 2y + 2 - 3y - 12 = -10$

8

а) $3(x - 4) + 2(-x + 6)$, если $x = -1,8$

$$3x - 12 - 2x + 12 = 5x = 5 \cdot (-1,8) = 9$$

б) $3b - 2(a - b) + a - 5(a + b)$ если $a = -0,5$, $b = \frac{1}{7}$

$$3b - 2a + 2b + a - 5a - 5b = 0 \cdot \frac{1}{7} - 6 \cdot (-0,5) = 3$$

9

а) $2(m + n) + 3(m - n) = 2m + 2n + 3m - 3n = 5m - n$

б) $3(x - y) - 3(x + y) = 3x - 3y - 3x - 3y = -6y$

10

а) Пусть v — скорость поезда, x км осталось проехать.

Составим уравнение: $2 \cdot v + 3(v + 10) + 1 \cdot (v - 5) + x = 625$

$$2v + 3v + 30 + v - 5 + x = 625$$

$$6v + 25 + x = 625$$

$$6v + x = 625 - 25 = 600 \Rightarrow \underline{6v + x = 600}$$

$$\text{при } v = 70 \quad 70 \cdot 6 + x = 600$$

$$x = 600 - 420$$

$$x = 180 \text{ (км)}$$

$$\text{при } v = 80 \quad 80 \cdot 6 + x = 600$$

$$x = 600 - 480$$

$$x = 120 \text{ (км)}$$

$$\text{при } v = 90 \quad 90 \cdot 6 + x = 600$$

$$x = 600 - 540$$

$$x = 60 \text{ (км)}$$

Ответ: поезду осталось проехать: 180; 120; 60 (км).

б) Пусть n — количество мешков, а y — остаток картофеля, составим уравнение: $n \cdot 50 + 50(n + 4) + y = 3200$

$$50n + 50n + 200 + y = 3200$$

$$100n + y = 3200 - 200$$

$$100n + y = 3000 \Rightarrow \underline{y = 3000 - 100n}$$

$$\text{при } n = 10 \quad y = 3000 - 10 \cdot 100 = 2000 \text{ (кг)}$$

$$\text{при } n = 15 \quad y = 3000 - 100 \cdot 15 = 1500 \text{ (кг)}$$

$$\text{при } n = 20 \quad y = 3000 - 100 \cdot 20 = 1000 \text{ (кг)}$$

Ответ: у фермера осталось: 2000; 1500; 1000 (кг) картофеля.

11

$$\text{а) } 4x - (3x + (2x - 1)) = 4x - (3x + 2x - 1) =$$

$$= 4x - (5x - 1) = 4x - 5x + 1 = 1 - x$$

$$\text{б) } y - (2y - (3y - 4)) = y - (2y - 3y + 4) = y - (-y + 4) = 2y - 4$$

$$\text{в) } z - (2z + (3z - (4z + 5))) = z - (2z + (3z - 4z - 5)) =$$

$$= z - (2z + 3z - 4z - 5) = z - z + 5 = 5$$

13

а) Расставить скобки для равенства:

$$m - n - m + n = 2m - 2n$$

$$m - (n - m + n) = m - n + m - n = \underline{2m - 2n}$$

$$\text{б) } m - n - m + n = 2m$$

$$m - (n - m) + n = m - \cancel{n} + m + \cancel{n} = \underline{2m}$$

14

Устно вычислить:

$$\text{а) } -7 - (-3) = -7 + 3 = -4$$

$$0,4 - 0,9 = -0,5$$

$$-1,2 + 5 = 3,8$$

$$-0,7 - 0,8 = -1,5$$

$$\text{б) } -2,5 \cdot (-8) = 20$$

$$-\frac{3}{4} \cdot 1,6 = -1,2$$

$$4,2 : (-0,7) = -6$$

$$(-0,125) : \frac{1}{8} = \left(-\frac{1}{8}\right) : \left(\frac{1}{8}\right) = -1$$

$$в) |90| : |-0,3| = 300$$

$$г) 0 : (-7,6) = 0$$

$$|-2,4| \cdot \left| \frac{1}{3} \right| = 2,4 \cdot \frac{1}{3} = 0,8$$

$$-1 \cdot \left(-1\frac{2}{9} \right) = 1\frac{2}{9}$$

$$|-0,6| - |-4| = 0,6 - 4 = -3,6$$

$$4,5 : (-1) = -4,5$$

$$|-5,6| + |-0,2| = 5,6 + 0,2 = 5,8$$

$$\left(3,4 - 3\frac{2}{5} \right) \cdot 6,4 =$$

$$= (3,4 - 3,4) \cdot 6,4 = 0 \cdot 6,4 = 0$$

15

$$28 \cdot 0,25 = 7$$

$$0,2 \cdot 0,3 = 0,06$$

$$1 : 0,25 = 4$$

$$7 - 0,6 = 6,4$$

$$0,06 + 1,2 = 1,26$$

$$4 - 6 = -2$$

$$6,4 : 1,6 = 4$$

$$1,26 : 0,6 = 2,1$$

$$-2 \cdot 3,5 = -7$$

$$4 : 0,1 = \underline{40}$$

$$2,1 - 0,9 = 1,2$$

$$-7 + 5,6 = -1,4$$

Б

У

О

$$1,8 - 5 = -3,2$$

$$-6 \cdot 0,5 = -3$$

$$4 : 0,8 = 5$$

$$-3,2 + 1,7 = -1,5$$

$$-3 + 2 = -1$$

$$5 - 2,6 = 2,4$$

$$-1,5 : 0,3 = \underline{-0,5}$$

$$-1 - 0,2 = -1,2$$

$$2,4 : 0,03 = 80$$

$$-0,5 \cdot 0,9 = \underline{-4,5}$$

$$-1,2 : 0,6 = \underline{-2}$$

$$80 \cdot 0,2 = \underline{16}$$

Р

К

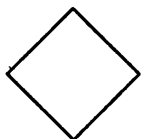
М

В порядке возрастания:

$$-4,5; \quad -2; \quad -1,4; \quad 1,2; \quad 16; \quad 40$$

$$Р \quad \times \quad О \quad \times \quad М \quad Б$$

РОМБ



16

$$а) V_{\text{cp}} = \frac{a+b+c}{3}$$

$$б) V_{\text{cp}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}$$

$$t_1 = 5 \cdot n, S_2 = 15 \cdot k \Rightarrow V_{\text{cp}} = \frac{5n + 15k}{5 + 15} = \frac{n + 3k}{4} \text{ м/мин}$$

$$t_1 = 5, t_2 = 15$$

Ответ: $\frac{n + 3k}{4}$ м/мин.

$$в) V_{\text{по теч.}} = \frac{d}{2}$$

$$V_{\text{пр. теч.}} = \frac{d}{3} \text{ км/ч}$$

$$V_{\text{соб.}} = \frac{V_{\text{по теч.}} + V_{\text{пр. теч.}}}{2} = \frac{\frac{d}{2} + \frac{d}{3}}{2} = \frac{5d}{12} \text{ км/ч}$$

$$V_{\text{теч.}} = V_{\text{по теч.}} - V_{\text{собств.}} = \frac{d}{2} - \frac{5d}{12} = \frac{d}{12} \text{ км/ч}$$

$$\text{Ответ: } V_{\text{соб.}} = \frac{5d}{12} \text{ км/ч, } V_{\text{теч.}} = \frac{d}{12} \text{ км/ч.}$$

$$г) S = V_{\text{пр. теч.}} \cdot t = (x - y) \cdot 4 \text{ км}$$

$$\text{Ответ: } (x - y) \cdot 4 \text{ км.}$$

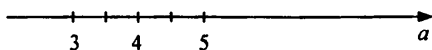
17

$$а) |a - 4| = 1;$$

$$a - 4 = 1 \text{ или } -(a - 4) = 1$$

$$a = 5 \text{ или } -a + 4 = 1$$

$$a = 3$$

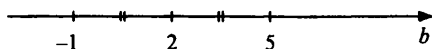


$a = 4$ — середина

$$б) |b - 2| = 3;$$

$$b - 2 = 3 \text{ или } -(b - 2) = 3$$

$$b = 5 \text{ или } b = -1$$

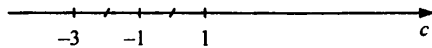


$a = 2$ — середина

$$в) |c + 1| = 2;$$

$$c + 1 = 2 \text{ или } -(c + 1) = 2$$

$$c = 1 \text{ или } c = -3$$

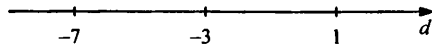


$c = -1$ — середина

$$г) |d + 3| = 4;$$

$$d + 3 = 4 \text{ или } -(d + 3) = 4$$

$$d = 1 \text{ или } d = -7$$



$d = -3$ — середина

18

а) a и b , c и d — пересекающиеся

б) a и l , b и l , c и l , d и l , a и d , a и c , b и d , b и c — не пересекающиеся

в) c и l , a и d — параллельные

г) c и d , a и d — перпендикулярные

19

Р $-4,5 + (-a + 5,6) = 1,1 - a = 1,1 - 2,9 = 4$

О $-(2b - 3) + b = -b + 3 = -1,4 + 3 = 1,6$

Г $c - (1,8 - c) = c - 1,8 + c = 2c - 1,8 = 2 \cdot 0,7 - 1,8 = -0,4$

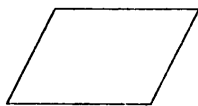
М $-d - (0,7 - 3d) = -d - 0,7 + 3d = 2d - 0,7 = 2 \cdot (-0,8) - 0,7 = -2,3$

П $(-1,1 + m) - (3,1 - m) = -1,1 + m - 3,1 + m = 2m - 4,2 =$
 $= 2 \cdot 0,9 - 4,2 = -2,4$

Л $-(n - 4,6) + (2,9 - n) = -n + 4,6 + 2,9 - n = -2n + 7,5 =$
 $= -2 \cdot 4,5 + 7,5 = -1,5$

Е $0,5 - (2x + 1,2) - x = 0,5 - 2x - 1,2 - x = -3x - 0,7 =$
 $= -3 \cdot (-0,3) - 0,7 = 0,2$

А $(y - 5,4) - (-2,6 + y) = y - 5,4 + 2,6 - y = -2,8$



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

20

а) $-(a + 4) - 19 = 7; -a - 4 - 19 = 7; a = -30$

Проверка: $-(-30 + 4) - 19 = -(-26) - 19 = 26 - 19 = 7$

б) $2\frac{1}{3} - \left(y - \frac{5}{12}\right) = 1,75; 2\frac{1}{3} - y + \frac{5}{12} = 1\frac{3}{4};$

$\frac{7}{3} - y + \frac{5}{12} = \frac{7}{4}; 28 - 12y + 5 = 21; 12y = 12; y = 1$

Проверка: $2\frac{1}{3} - \left(1 - \frac{5}{12}\right) = \frac{7}{3} - \frac{7}{12} = \frac{28 - 7}{12} = \frac{21}{12} = 1,75.$

21

Пусть клоунов было x человек, тогда акробатов было $x + 6$, дрессировщиков было $(x + 6) - 7 = x - 1$.

Всего было 28 артистов, имеем:

$8 + x + x + 6 + x - 1 = 28; 3x = 15; x = 5$

Следовательно, клоунов было 5 человек.

Ответ: 5.

22

Пусть n — натуральное число, тогда предыдущее число — $(n - 1)$, последующее — $(n + 1)$, имеем: $\frac{(n-1)+(n+1)}{2} = \frac{n-1+n+1}{2} = \frac{2n}{2} = n$, что и требовалось доказать.

23

Н $-4(a + 1) - 5 = -4a - 4 - 5 = -4a - 9 = -4 \cdot (-0,7) - 9 = -6,2$

Е $2b - 3(b - 4) = 2b - 3b + 12 = -b + 12 = -0,8 + 12 = 11,2$

Р $-m + 2(-m + 3) = -m - 2m + 6 = -3m + 6 = -3 \cdot (-0,8) + 6 = 8,4$

Б $4(n - 2) - 3(n + 2) = 4n - 8 - 3n - 6 = n - 14 = 7,6 - 14 = -6,4$

О $-2(7 + d) + 3(-d + 5) = -14 - 2d - 3d + 15 = -5d + 1 = -5 \cdot (-1,9) + 1 = 9,5$

К $-x + (3 - 2x) - 2(x + 4) = -x + 3 - 2x - 2x - 8 = -5x - 5 = -5 \cdot (-3,4) - 5 = 12$

К О Р Е Н Б
12; 10,5; 8,4; 5,2; -6,2; -6,4

24

$$V_{\text{по теч.}} = \eta + 2 \qquad V_{\text{пр. теч.}} = \eta - 2$$

$$S_{\text{по теч.}} = t_{\text{по теч.}} \cdot V_{\text{по теч.}} = 5 \cdot (\eta + 2)$$

$$S_{\text{пр. теч.}} = t_{\text{пр. теч.}} \cdot V_{\text{пр. теч.}} = 3 \cdot (\eta - 2)$$

$$V_{\text{сп}} = \frac{S_{\text{по теч.}} + S_{\text{пр. теч.}}}{t_{\text{по теч.}} + t_{\text{пр. теч.}}} = \frac{5(\eta + 2) + 3(\eta - 2)}{5 + 3} = \frac{5\eta + 10 + 3\eta - 6}{8} = \frac{8\eta + 4}{8} = \eta + \frac{1}{2}$$

при $\eta = 28$ имеем: $V_{\text{сп}} = 28 + \frac{1}{2} = 28,5$ км/ч

при $\eta = 29,7$ имеем: $V_{\text{сп}} = 29,7 + \frac{1}{2} = 30,2$ км/ч

при $\eta = 35,5$ имеем: $V_{\text{сп}} = 35,5 + \frac{1}{2} = 36$ км/ч

Ответ: 28,5; 30,2; 36.

25

25 руб. = 24 руб. 50 коп. + 50 коп.

$$\frac{24,5}{0,5} = 49$$

26

Пусть доля цейлонского чая — x , тогда доля индийского $1 - x$. Имеем:

$$5 \cdot x + 8(1 - x) = 6;$$

$$5x + 8 - 8x = 6; 3x = 2; x = \frac{2}{3}$$

Следовательно, доля цейлонского чая — $\frac{2}{3}$, индийского — $\frac{1}{3}$.

Ответ: доля цейлонского — $\frac{2}{3}$, индийского — $\frac{1}{3}$.

2. Коэффициент

27

а) $2xy \Rightarrow k = 2;$

б) $k^2 \Rightarrow k = 1;$

в) $-3ab^4 \Rightarrow k = -3;$

г) $-\frac{5}{6}m^3n^2 \Rightarrow k = -\frac{5}{6};$

д) $7c^4d(-2) = -14c^4d \Rightarrow k = -14$

28

а) $(-2x)^2 = 4x^2 \Rightarrow k = 4; (-2)^2x = 4x \Rightarrow k = 4$
 $-2x^2 \Rightarrow k = -2;$

б) $(-2m)^4 = 16m^4 \Rightarrow k = 16$
 $-2m^4 \Rightarrow k = -2; (-2)^4m = 16m \Rightarrow k = 16$

29

а) $-a \cdot (-b) \cdot (-c) \cdot d = -abcd \Rightarrow k = -1$

б) $-x \cdot (-y) \cdot (-n) \cdot (-m) = xynm \Rightarrow k = 1$

в) $(-c)^2 \cdot (-m)^3 = c^2 \cdot ((-m) \cdot (-m) \cdot (-m)) =$
 $= c^2 \cdot (-m^3) = -c^2m^3 \Rightarrow k = -1$

г) $(-c^2)(-m^3) = c^2m^3 \Rightarrow k = 1$

д) $(-a)^5 \cdot (-b)^4 = -a^5 \cdot b^4 \Rightarrow k = -1$

е) $(-a^5) \cdot (-b^4) = a^5b^4 \Rightarrow k = 1$

30

Определить коэффициент и буквенную часть:

а) $2a \cdot 7 = 14a \Rightarrow k = 14$ буквенная часть a

б) $3b \cdot (-5c) = -15bc \Rightarrow k = -15$ буквенная часть bc

в) $-\frac{1}{2}x \cdot (-y) = \frac{1}{2}xy \Rightarrow k = \frac{1}{2}$ буквенная часть xy

г) $4mn \cdot (-0,2) = -0,8mn \Rightarrow k = (-0,8)$ буквенная часть mn

д) $-x \cdot 2p \cdot (-0,5) = 1 \cdot xp = xp \Rightarrow k = 1$ буквенная часть xp

е) $-b \cdot (-3d) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{3}{3}bd = -bd \Rightarrow k = (-1)$ буквенная часть bd

ж) $2c(-c) \cdot (-8) = 16 \cdot c \cdot (-c) = 16c^2 \Rightarrow k = 16$ буквенная часть c^2

з) $y \cdot 6y \cdot (-0,01y) = -0,06 \cdot y^3 \Rightarrow k = -0,06$ буквенная часть y^3

и) $-0,25n \cdot (-4n^2) = n^3 \Rightarrow k = 1$ буквенная часть n^3

к) $(-5a)^2 = 25a^2 \Rightarrow k = 25$ буквенная часть a^2

л) $-5a^2 \Rightarrow k = -5$ буквенная часть a^2

м) $(-5)^2 \cdot a = 25a \Rightarrow k = 25$ буквенная часть a .

31

а) $-3a \cdot (-2b) = \underline{\underline{6ab}}$

б) $\frac{5}{12}x \cdot (-4y) = -\frac{5 \cdot 4}{12}xy = -\frac{5}{3}xy = \underline{\underline{-1\frac{2}{3}xy}}$

в) $-1,5a \cdot (-a) \cdot 2a = \underline{\underline{3a^3}}$

г) $c \cdot \left(-\frac{4}{9}c\right) \cdot 0,9 = -\frac{4 \cdot 9}{9 \cdot 10}c^2 = \underline{\underline{-0,4c^2}}$

д) $0,8dy \cdot (-12,5y^2) = \underline{\underline{-10dy^3}}$

е) $-\frac{1}{3}m^2(-15mb) = \underline{\underline{5m^3b}}$

ж) $(-0,7n)^2 = \underline{\underline{0,49n^2}}$

з) $-3x(-3x)^2 = \underline{\underline{-27x^3}}$

32

а) $-3(-2a + 5) = 6a - 15$

б) $2(5b - 4c + 3) = 10b - 8c + 6$

в) $4(-x + 3y) - 2(x + 5y) = -4x + 12y - 2x - 10y = -6x + 2y$

г) $-2(6d - k) + 3(4d - 2k) = -12d + 2k + 12d - 6k = -4k$

д) $5(3c - 2) + 2(4 - 7c) = 15c - 10 + 8 - 14c = c - 2$

е) $3(-8 + 2y) - 4(2y - 6) = -24 + 6y - 8y + 24 = -2y$

33

Переместительное свойство: $a \cdot b = b \cdot a$.

Сочетательное свойство: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

а) $-5(-0,78) \cdot 2(-2,5) \cdot (-4) = 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 0,78 = 100 \cdot 0,78 = 78$

б) $-0,4 \cdot \frac{9}{17} \cdot (-0,25) \cdot 1,25 \cdot (-8) \cdot 17 = -\frac{9 \cdot 17}{17} \cdot 0,1 \cdot 8 \cdot 1,25 =$
 $= -9 \cdot 0,1 \cdot 10 = -9$

34

а) $\exists a \in \mathbb{Q}: (-a)^2 = -a^2$

Пример: $a = 0. (-0)^2 = 0 = -0$

б) $\exists a \in \mathbb{Q}: (-a)^2 \neq -a^2$

Пример: $a = 1. (-1)^2 = 1 \neq -1$

в) $\forall a \in \mathbb{Q}: (-a)^2 = a^2$

г) $\forall a \in \mathbb{Q}: (-a)^3 = -a^3$

35

а) $a = 3, b = 5:$

$(a + b)^2 = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$

$a^2 + b^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$

$a^2 + 2ab + b^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2 = 34 + 30 = 64$

б) $a = -1, b = -4$

$(a + b)^2 = (-1 - 4)^2 = (-5)^2 = 25$

$a^2 + b^2 = (-1)^2 + (-4)^2 = 1 + 16 = 17$

$a^2 + 2ab + b^2 = (-1)^2 + 2(-1) \cdot (-4) + (-4)^2 = 17 + 8 = 25$

в) $a = -2, b = 3:$

$(a + b)^2 = (-2 + 3)^2 = (1)^2 = 1$

$a^2 + b^2 = (-2)^2 + (3)^2 = 4 + 9 = 13$

$a^2 + 2ab + b^2 = (-2)^2 + 2(-2) \cdot 3 + 3^2 = 13 - 12 = 1$

Гипотеза: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$

36Пусть задумали число x , тогда: $(x + 7) \cdot 3 + 4 - 3x = 3x + 21 - 3x + 4 = 25$

Что и требовалось показать.

37Пусть задумали число x .

$15 - (100 - 8x) \cdot 2 = 7; 8 = (100 - 8x) \cdot 2;$

$200 - 16x = 8; 16x = 192; x = 12$

Ответ: 12.

38

а) $5 \cdot (-1, 2x) = \underline{\underline{-6x}}$ г) $y^2 \cdot (-6y) \cdot (-0, 5) = 6 \cdot 0, 5 \cdot y^2 \cdot y = \underline{\underline{3y^3}}$

б) $-\frac{2}{9}a \cdot (-3b) = \frac{2 \cdot 3}{9}ab = \frac{2}{3}ab$ д) $(-4c)^2 = \underline{\underline{16c^2}}$

в) $-2n \cdot 0, 4n = \underline{\underline{-0, 8n^2}}$ е) $(-0, 1d)^3 = \underline{\underline{-0, 001d^3}}$

39

а) $-2(c + 7) = -2c - 14$

б) $5(2a - 3) - 4(3a - 4) = 10a - 15 - 12a + 16 = 1 - 2a$

в) $-2 \cdot (2x + 3y) + 3(-x + 2y) = -4x - \cancel{6y} - 3x + \cancel{6y} = -7x$

40

а) Задуманное число — x , тогда можно задачу решить путем уравнения:

$$40 - ((x - 16) \cdot 7) = 12, \text{ решим уравнение:}$$

$$-(7x - 112) = 12 - 40$$

$$-7x = 12 - 40 - 112$$

$$-7x = -140$$

$$x = 20$$

Ответ: задумали число 20.

б) Придумать задачу: задумали число, прибавили к нему 4, полученную сумму умножили на 2, к результату прибавили 20 и получили 60.

Составим уравнение и примем задуманное число за y , тогда

$$((y + 4) \cdot 2) + 20 = 60$$

$$2y + 8 = 60 - 20$$

$$2y = 40 - 8 = 32$$

$$y = 16$$

Ответ: задумали число 16.

41

x — задуманное число. Составим уравнение: $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$.
Учитель знал значение $(x + 1)^2$, следовательно мог найти x .

3. Приведение подобных слагаемых

42

а) $-4n + n + 2n = (-4 + 1 + 2)n = -1n = \underline{-n}$

б) $3x - 7x - x = (-3 - 7 - 1)x = \underline{-5x}$

в) $-0,3a - a + 2,1a = (-0,3 - 1 + 2,1) \cdot a = \underline{0,8a}$

г) $c - 1,6c - 0,9c = (1 - 1,6 - 0,9)c = \underline{-1,5c}$

д) $1,8y - 2y + y - 0,4y - 1,3y = (1,8 - 2 + 1 - 0,4 - 1,3)y = -0,9y$

е) $-\frac{4}{5}b + 0,2b - \frac{5}{6}b + b + \frac{1}{3}b = \left(-\frac{4^6}{5} + 0,2 - \frac{5^5}{6} + 1 + \frac{1^{10}}{3}\right) \cdot b =$
 $= \left(\frac{-24 - 25 + 10}{30} + 1,2\right)b = \left(-\frac{39}{30} + 1,2\right)b = (-1,3 + 1,2)b = \underline{-0,1b}$

43

а) $4a - \frac{1}{7}b + 2,3b - \frac{3}{7}a = a\left(4 - \frac{3}{7}\right) + b\left(\frac{23}{10} - \frac{3}{7}\right) =$

$$= 3\frac{4}{7}a + \frac{23 \cdot 7 - 3 \cdot 10}{70}b = 3\frac{4}{7}a + \frac{131}{70}b = 3\frac{4}{7}a + 1\frac{61}{70}b$$

б) $-0,3x^2y + xy^2 + 5x^2y - 2,1xy^2 =$

$$= x^2y(-0,3 + 5) + xy^2(1 - 2,1) = -4,7x^2y - 1,1xy^2$$

$$\begin{aligned} \text{в)} & -5a^2 + 9a - 4 + a^2 + 7 - 18a = \\ & = a^2(-5 + 1) + a(9 - 18) + 7 - 4 = -4a^2 - 9a + 3 \\ \text{г)} & 2n^3m + 4,3nm^3 - 0,5n^2m^3 + 3,6nm^3 = 2n^3m + nm^3(4,3 + 3,6) - 0,5n^2m^3 = \\ & = 2n^3m + 7,9nm^3 - 0,5n^2m^3 \end{aligned}$$

44

$$\begin{aligned} \text{а)} & -3y + 12 - y - 5 = -4y + 7 \\ \text{б)} & 2k - k^2 - 3k + 4 = -k^2 - k + 4 \\ \text{в)} & 0,6x - x + 1,6y + 0,4x = x - x + 1,6y = 1,6y \end{aligned}$$

45

$$\begin{aligned} \text{а)} & -7c + 3d + 8c - 5d = c - 2d \\ \text{б)} & -9 + 2m - 4 - m + 8 = m - 5 \\ \text{в)} & \frac{3}{5}k - \frac{2}{7}n - 3k - \frac{5}{7}n + 0,4k = k\left(\frac{3}{5} - 3 + 0,4\right) - \left(\frac{2+5}{7}\right)n = \\ & = k(0,6 - 3 + 0,4) - \frac{7}{7}n = -2k - n \\ \text{г)} & -1 + p^2 - 3p + 0,2 - 0,5p^2 + 0,8 + 2,4p = \\ & = -\lambda + \lambda + p(2,4 - 3) + p^2(1 - 0,5) = -0,6p + 0,5p^2 \end{aligned}$$

46

$$\text{а)} -\frac{2}{3}m + 4c + \frac{1}{2}m - 2,5c + \frac{1}{6}m, \text{ если } c = -4, m = 5,6.$$

Приведем подобные слагаемые:

$$\begin{aligned} m\left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) + c(4 - 2,5) & = m\left(\frac{-4 + 3 + 1}{6}\right) + 1,5c = \\ & = m \cdot \left(\frac{0}{6}\right) + 1,5c = m \cdot 0 + 1,5c = 1,5c, \text{ подставим } c = -4 \end{aligned}$$

$$1,5 \cdot (-4) = -6$$

$$\begin{aligned} \text{б)} & 1,8x^2 + 0,6y^2 - 5,1y^2 + 3,2x^2 + 4,5y^2, x = -0,8, y = 2,7 \\ & x^2(1,8 + 3,2) + y^2(0,6 - 5,1 + 4,5) = x^2 \cdot 5 + y^2 \cdot (0) = 5 \cdot x^2, \\ & \text{подставим } x = -0,8 \\ & 5 \cdot (-0,8)^2 = 5 \cdot 0,64 = 3,2 \end{aligned}$$

47

$$\begin{aligned} \text{а)} & -(y - 16) + 4(2y - 3) = -y + 16 + 8y - 12 = 7y + 4 \\ \text{б)} & 5(a - 2b) + 3(-a + 3b) = 5a - 10b - 3a + 9b = 2a - b \\ \text{в)} & 4(m + 5n) - 5 \cdot (m - 3n) = 4m + 20n - 5m + 15n = -m + 35n \\ \text{г)} & -b(1 + x) + b(1 - x) = -\lambda - bx + \lambda - bx = -2bx \\ \text{д)} & 1,6(2p - k) - 0,8(4p - 5k) = \cancel{3,2p} - 1,6k - \cancel{3,2p} + 4k = 2,4k \\ \text{е)} & -0,2(5c + 3d) - 0,5 \cdot (-4c + 0,8d) = -1c - 0,6d + 2c - 0,4d = \\ & = c - 1 \cdot d = c - d \end{aligned}$$

48

а) $8(x - 4) + 3(2 - x) = -21$

$8x - 32 + 6 - 3x = -21$

$5x = -21 - 6 + 32$

$5x = 5$

$x = 1$

б) $2(3y + 4) - (9y - 7) = 15$

$6y + 8 - 9y + 7 = 15$

$-3y = 15 - 8 - 7$

$-3y = 0$

$y = 0$

в) $3(2n - 5) - 2(3 - 4n) = 0$

$6n - 15 - 6 + 8n = 0$

$14n = 15 + 6$

$14n = 21$

$n = 1,5$

г) $-4(0,3k - 0,4) + 6(-0,8k + 0,2) = 0$

$-1,2k + 1,6 + 1,2 - 4,8k = 0$

$-6k = -1,6 - 1,2$

$-6k = -2,8$

$k = 2,8 : 6$

$k = 1,4 : 3$

$k = \frac{7}{15}$

49

а) $2(6a - 1) + 4(2 - a)$, если $a = -0,625$

$12a - 2 + 8 - 4a = 8a + 6 = 8 \cdot (-0,625) + 6 = -5 + 6 = 1$

б) $15b - 3(2b + 5) + 2(-5b + 7)$, если $b = -0,8$

$15b - 6b - 15 - 10b + 14 = -b - 1$

$(-0,8) \cdot (-1) - 1 = -1 + 0,8 = -0,2$

в) $2n(n - 4) - n(n - 8)$, если $n = -1,5$

$2n^2 - 8n - n^2 + 8n = n^2 \Rightarrow (-1,5)^2 = 2,25$

г) $x(x + y) - y(x - y)$, если $x = -4$, $y = -5$

$x^2 + xy - xy + y^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow (-4)^2 + (-5)^2 = 16 + 25 = 41$

50

а) Пусть художественных фильмов было x штук, тогда документальных было $(x + 12)$ шт.

Составим уравнение:

$0,5 \cdot (x + 12) + 3 \cdot x = 42;$

$0,5x + 6 + 1,5x = 42; 2x = 36; x = 18$

Следовательно, всего было 18 художественных, $(12 + 18) = 30$ документальных, а всего $18 + 30 = 48$ фильмов.

Ответ: 48.

б) Пусть собственная скорость катера — x км/ч, тогда скорость по течению — $(x + 2)$ км/ч, против течения — $(x - 2)$ км/ч. По течению он плыл 6 ч, против — 8 ч, проплыл 164 км, имеем:

$1) 6(x + 2) + 8(x - 2) = 164;$

$6x + 12 + 8x - 16 = 164; 14x = 168; x = 12 \text{ км/ч}$

Найдем время, которое потребуется, чтобы проплыть 54 км по озеру:

$2) \frac{54}{12} = 4,5 \text{ ч}$

Ответ: 4,5 ч.

51

1. $-6 \cdot 0 = 0$

$-6 + \frac{3}{7} = -5\frac{4}{7}$

$-6 + 4 = -2$

$-6 - 3 = -9$

$-6 \cdot \frac{2}{3} = -4$

$-6 : 0,3 = -20$

$-6 + 0,4 = -5,6$

$-6 : 12 = -0,5$

2. $-\frac{2}{3} : \frac{2}{3} = -1$

$0 : \frac{2}{3} = 0$

$-\frac{1}{3} : \frac{2}{3} = -\frac{1}{2}$

$-1 : \frac{2}{3} = -\frac{3}{2}$

$1\frac{1}{3} : \frac{2}{3} = 2$

$-4 : \frac{2}{3} = -6$

$1\frac{2}{5} : \frac{2}{3} = 2,1$

$-\frac{2}{3} : \frac{2}{3} = -1$

3. $-0,4 \cdot \frac{5}{8} = -0,25$

$-0,4 \cdot 2,5 = -1$

$-0,4 + 1,2 = 0,8$

$-0,4 \cdot 0,9 = -0,36$

$-0,4 \cdot 0,1 = -0,04$

$-0,4 : 0,2 = -2$

$-0,4 + 3 = 2,6$

$-0,4 - \frac{1}{5} = -0,6$

52

Вычислить, применив распределительный закон:

а) $0,8 \cdot 19 + 0,8 \cdot 21 = 0,8(19 + 21) = 0,8 \cdot 40 = 32$

б) $\frac{2}{9} \cdot 43 + \frac{2}{9} \cdot 32 = \frac{2}{9}(43 + 32) = \frac{2}{9} \cdot 75 = \frac{2 \cdot 75}{9} = \frac{150}{9} = 16\frac{6}{9} = 16\frac{2}{3}$

в) $6 \cdot (-0,9) + 14 \cdot (-0,9) = (-0,9) \cdot (6 + 14) = -0,9 \cdot 20 = -18$

г) $0,3 \cdot \frac{7}{11} - \frac{7}{11} \cdot 5,8 = \frac{7}{11}(0,3 - 5,8) = \frac{7}{11} \cdot (-5,5) =$

$= -\frac{7 \cdot 5,5}{11 \cdot 10} = -\frac{7 \cdot 5}{10} = -\frac{35}{10} = -3,5$

д) $0,9 \cdot 2,43 - 2,43 = 2,43 \cdot (0,9 - 1) = 2,43 \cdot (-0,1) = -0,243$

е) $1\frac{1}{3} \cdot 4,6 - 1\frac{1}{3} \cdot 4,35 = 1\frac{1}{3}(4,6 - 4,35) = \frac{4}{3} \cdot 0,25 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$

53

а) $a = 4, b = 1:$

$(a - b)^2 = (4 - 1)^2 = 3^2 = 9$

$a^2 - b^2 = 4^2 - 1^2 = 16 - 1 = 15$

$a^2 - 2ab + b^2 = 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 1 + 1^2 = 17 - 8 = 9$

б) $a = -3, b = 2:$

$(a - b)^2 = (-3 - 2)^2 = (-5)^2 = 25$

$a^2 - b^2 = (-3)^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$

$a^2 - 2ab + b^2 = (-3)^2 - 2 \cdot (-3) \cdot 2 + 2^2 = 13 + 12 = 25$

в) $a = -1, b = -5$:

$$(a - b)^2 = (-1 - (-5))^2 = (-1 + 5)^2 = 4^2 = 16$$

$$a^2 - b^2 = (-1)^2 - (-5)^2 = 1 - 25 = -24$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) \cdot (-5) + (-5)^2 = 26 - 10 = 16$$

Гипотеза: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

54

а) $\forall a, b \in \mathbb{Q}: -(a - b) = b - a$ — истинно

б) $\forall a, b \in \mathbb{Q}: -(a + b) = -a + b$ — ложно

Отрицание: $\exists a, b \in \mathbb{Q}: -(a + b) \neq -a + b$

в) $\exists a, b \in \mathbb{Q}: a^2 > (a + 1)^2$ — истинно

г) $\exists b \in \mathbb{Q}: b^3 < b^2$ — истинно

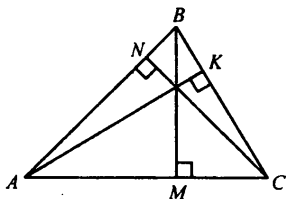
55

а) Определяемое понятие — высота треугольника

б) CL, DK, ZT, XZ, YZ

в) 3 высоты

г)



Гипотеза: высота треугольника пересекается в одной точке.

56

Выразить в процентах величину:

а) половину $\frac{1}{2}$ — 50%

г) треть $\frac{1}{3}$ — $33\frac{1}{3}\%$

б) четверть $\frac{1}{4}$ — 25%

д) две трети $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 100\%}{3} = 66\frac{2}{3}\%$

в) пятая часть $\frac{1}{5}$ — 20%

е) три пятых $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 100\%}{5} = 60\%$

57

На сколько процентов изменится величина, если она:

а) удвоилась — увеличиться на 100%

б) утроилась — увеличиться на 200%

в) уменьшиться в 4 раза — уменьшиться на 75%

г) уменьшилась на четверть — уменьшилась на 25%

д) увеличилась на половину — увеличиться на 50%

58

а) В одном классе — a человек, во втором на 20% больше, т.е. можно сказать, что во втором классе $\left(a + \frac{1}{5}a\right)$ человек, тогда в двух классах:

$$a + \left(a + \frac{1}{5}a\right) = 2,2a \text{ человек}$$

б) Себестоимость $\frac{b}{1,08}$ руб.

в) Цена снизилась на $\frac{x-y}{x} \cdot 100\%$.

г) Была — n руб. После 1-го повышения зарплата стала $n + 0,1n = 1,1n$ руб. После 2-го повышения стала $(1,1n + 0,4 \cdot 1,1n) = 1,54n$ руб.

Ответ: $1,54n$ руб.

б) Пусть цена была x , после 1 снижения стала — $(x - 0,2x) = 0,8x$ руб., после 2-го снижения стала $(0,8x - 0,5 \cdot 0,8x) = 0,4x$.

Имеем: $0,4x = k$; $x = 2,5k$.

Ответ: $2,5k$.

59

а) $x^2 = 4$

$x = 2$ — корень уравнения, $x = -2$ — корень уравнения.

Других натуральных корней нет, т.к. при увеличении множителя произведение будет увеличиваться.

б) $x^2 = -1$ — решений нет

в) $x^2 + 9 = 0$; $x^2 = -9$ — решений нет

г) $x^2 - 25 = 0$; $x^2 = 25$

$x = 5$ — корень уравнения, $x = -5$ — корень уравнения

Других натуральных корней нет, т.к. при увеличении множителя произведение будет увеличиваться.

60

Пусть стоимость обеда — x руб., тогда борщ стоит — $0,25x$ руб., котлеты стоят — $(0,25 + 0,6 \cdot 0,25) \cdot x = 0,4x$ руб., компот — $(0,25x - 8)$ руб.

Найдем стоимость салата:

1) $x - 0,25x - 0,4x - (0,25x - 8) = 0,1x + 8$ руб.

Салат стоит 12 руб., найдем x .

2) $0,1x + 8 = 12$; $0,1x = 4$; $x = 40$ руб.

Ответ: 40 руб.

61

а) $2a - 9b + 7a + b + 5b - 8a =$, если $a = 2,5$, $b = \frac{1}{4}$, то

$$a(2 + 7 - 8) + b(-9 + 1 + 5) = a - 3b = 2,5 - 3 \cdot \frac{1}{4} = 2,5 - 0,75 = 1,75$$

- б) $8x + 3 - 9x - 7 + 5 - x =$, если $x = -0,3$, то
 $x(8 - 9 - 1) + 1 = -2x + 1 = -2 \cdot (-0,3) + 1 = 0,6 + 1 = 1,6$
 в) $-m^2 + 2m - 4 - 3m - 6 + 2m^2 + m =$, если $m = -5$, то
 $m^2 + m(2 - 3 + 1) - 10 = (-5)^2 + 0 - 10 = 25 - 10 = 15$

62

- а) $-3(a + b) + 2(a - b) = -3a - 3b + 2a - 2b = -a - 5b$
 б) $2(m - 4n) - 4(m - 2n) = 2m - 8n - 4m + 8n = -2m$
 в) $5(x - 5) - 3(2x - 9) = 5x - 25 - 6x + 27 = 2 - x$
 г) $2y^2 - y(y - 3) + y(2 - y) = 2y^2 - y^2 + 3y + 2y - y^2 = 5y$

63

- | | |
|--|--|
| а) $-2(x - 9) + 5(x - 4) = 25$
$-2x + 18 + 5x - 20 = 25$
$3x - 2 = 25$
$3x = 27$
$x = 9$ | б) $4(5 - n) - 3(2n + 7) = 0$
$20 - 4n - 6n - 21 = 0$
$-8n - 1 = 0$
$-8n = 1$
$n = -\frac{1}{8}$ |
|--|--|

64

- а) Пусть нужно взять x кг свежего чернослива, тогда сушеного получится $(x - 0,64x) = 0,36x$ кг. Нужно получить 27 кг сушеного чернослива, имеем:
 $0,36x = 27; x = 75$ кг.
 Ответ: 75 кг.
- б) Пусть себестоимость товара — x руб., тогда товар продали по цене $(x - 0,15x) = 0,85x$ руб. Получили 5100 руб., имеем:
 $0,85x = 5100; x = 6000$ руб.
 Ответ: 6000 руб.
- в) Найдем на сколько повысилась цена:
 $\frac{120 - 96}{96} \cdot 100\% = 25\%$.
 Ответ: 25%.

65

- Пусть x кг яблок продали по более высокой цене, тогда по низкой цене продали $(180 - x)$ кг. Высокая цена составляет $(16 + 16 \cdot 0,25) = 20$ руб. Выручка составила 3360 руб., имеем:
 1) $20 \cdot x + 16 \cdot (180 - x) = 3360; 20x + 2880 - 16x = 3360$.
 $4x = 480; x = 120$ кг.
 Найдем часть проданных яблок от общего количества.
 2) $\frac{120}{180} = \frac{2}{3}$.
 Ответ: $\frac{2}{3}$.

66

$$\begin{aligned}
& \frac{10,2 : \left(18,5 - \left(5\frac{2}{3} \cdot 1,75 - 3\frac{2}{3} \cdot 1,75 \right) : 2\frac{1}{3} \right)}{80,64 : 1,6 - 3,4 : \frac{1}{6}} = \\
& = \frac{10,2 : \left(18,5 - 1,75 \left(5\frac{2}{3} - 3\frac{2}{3} \right) : \frac{7}{3} \right)}{50,4 - 20,4} = \\
& = \frac{10,2 : \left(18,5 - 1,75 \cdot 2 \cdot \frac{3}{7} \right)}{30} = \frac{10,2 : 17}{30} = \frac{0,6}{30} = 0,02
\end{aligned}$$

67

а) $x^2(x + 1) = 80$

$x = 4$ — корень уравнения

Других корней нет, т.к. при увеличении множителей произведение также будет увеличиваться, при уменьшении — уменьшается.

Ответ: 4.

б) $x^4 + x^2 = 20$; $x^2(x^2 + 1) = 20$

$x = 2$, $x = -2$ — корни уравнения.

Других корней нет, т.к. при увеличении множителей произведение также будет увеличиваться, при уменьшении — уменьшается.

Ответ: 2; -2.

в) $x^2 - x = 12$; $x(x - 1) = 12$

$x = 4$, $x = -3$ — корни уравнения.

Других корней нет, т.к. при увеличении множителей произведение также будет увеличиваться, при уменьшении — уменьшается.

Ответ: 4; -3.

68

Пусть цена одного яйца — x коп. «двадцать пять яиц без полушки» — это $\left(25 \cdot x - \frac{1}{4} \right)$ коп., «пять полушек без пяти яиц» — это

$$\left(5 \cdot \frac{1}{4} - 5x \right).$$

Имеем:

$$25 \cdot x - \frac{1}{4} = \frac{5}{4} - 5x; \quad 30x = \frac{6}{4}; \quad x = 0,05.$$

Следовательно, десять яиц стоят $10 \cdot x = 0,5$ коп. = $2 \cdot \frac{1}{4}$ коп., то есть

две полушки.

Ответ: две полушки.

4. Понятие уравнения

69

Какие из записей не являются уравнениями?

- а) $2^3 = 8$ — не является уравнением, т.к. нет переменной.
б) $|a - 3| = 7$ — является уравнением.
в) $9x - x^2$ — не является уравнением, т.к. не является равенством.
г) $y \leq 4$ — не является уравнением, т.к. нет равенства.
д) $11n = n^3$ — является уравнением.

70

Доказать, что

- а) $(-3)^2 - 5 = 2 \cdot (-3) + 10$; $9 - 5 = -6 + 10$; $0 = 0$ — является корнем.
б) $|-5| = 5 \neq -5 \Rightarrow$ не является корнем.
в) $0^2 = 2 \cdot 0$; $0 = 0$ — является корнем.
г) $-2 \cdot (-2 - 1)(-2 + 1) = -2 \cdot (-3) \cdot (-1) = -6 \neq 0$ — не является корнем.

71

а) $2x^2 + 5x + 2 = 0$, подставим эти числа

$$2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + 2 = 0$$

$8 + 12 = 20 \neq 0$, число 2 — не является корнем уравнения.

б) $2x^2 + 5x + 2 = 0$

$$2 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 2 = 0$$

$$8 + 2 - 10 = 0$$

$0 = 0$, число -2 является корнем этого уравнения.

в) $2x^2 + 5x + 2 = 0$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) + \frac{5}{2} + 2 = 5 \neq 0 \Rightarrow \text{число } \frac{1}{2} \text{ не является}$$

корнем уравнения.

г) $2x^2 + 5x + 2 = 0$

$$2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = 2 \cdot \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2 = 0 \Rightarrow \text{число } -\frac{1}{2} \text{ — корень}$$

уравнения.

72

а) $|x| = 3$ — 2 корня

$|y| = -3$ — не имеет корней

$|z| = 0$ — 1 корень

б) $x^2 = 16$ — 2 корня

$x^2 = -16$ — не имеет корней

$x^2 = 0$ — 1 корень

в) $x(x - 5) = 0$ — 2 корня

$2(y + 3)(y - 6) = 0$ — 2 корня

$-4z(z - 1)(z + 2)(z - 3)(z + 4) = 0$ — 5 корней.

73

а) $(-x)^2 = (-x) \cdot (-x) = x \cdot x = x^2$

б) $(-x)^3 = (-x) \cdot (-x) \cdot (-x) = -x \cdot x \cdot x = -x^3$

в) $3(x-4) = 3x - 12 = x - 12 + 2x = x - 2(6-x)$

г) $|x| = \begin{cases} x, & \text{при } x \geq 0 \\ -x, & \text{при } x < 0 \end{cases} = |-x|$

74

а) $x + 4 = x - 3; 4 = -3$ — противоречие \Rightarrow корней нет.

б) $x^2 + 1 = 0$ — противоречие, т.к. $x^2 + 1 > 0$.

в) $|2x - 3| = -1$ — противоречие, т.к. $|2x - 3| \geq 0$.

г) Пусть существует рациональное число $\frac{m}{n}$, где $\frac{m}{n}$ — несократимая дробь, такое, что

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2 \Rightarrow m^2 = 2n^2 \Rightarrow \text{число } m^2 \text{ — чётное}$$

 \Rightarrow чётное число m . Его можно представить в виде $m = 2r$, где r — целое. Тогда

$$(2r)^2 = 2n^2; 4r^2 = 2n^2; n^2 = 2r^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n^2 \text{ — чётное} \Rightarrow n \text{ — чётное} \Rightarrow \frac{m}{n} \text{ — не является несократимой}$$

дробью, противоречие.

75

а) $6x - 2(3x - 7) = 14; 6x - 6x + 14 = 14; 0 = 0 \Rightarrow$ равенство верно для любых $x \in \mathbb{Q}$.

Ответ: \mathbb{Q} .

б) $2y + 3(y - 2) - 5(y - 3) = 0; 2y + 3y - 6 - 5y + 15 = 0; 9 = 0$ — противоречие \Rightarrow решений нет.

Ответ: 0.

в) $z^2 = 25$

$z = 5, z = -5$ — корни уравнения.

Других корней нет, т.к. при увеличении множителей произведение будет также увеличиваться, а при уменьшении — уменьшаться.

г) $t^2 = -36$ — корней нет, т.к. $t^2 \geq 0$.

д) $|5b + 4| = 0; 5b + 4 = 0; b = -0,8$.

е) $|c - 2| = 1; c - 2 = 1$ или $-(c - 2) = 1; c = 3$ или $c = 1$.

76

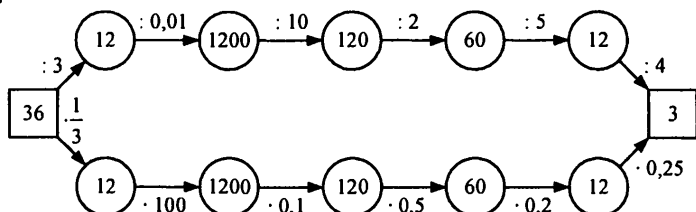
а) $x \in \mathbb{Q}$:

$2x(x+2)(3x-5) = 0; x = 0$ или $x = -2$ или $3x - 5 = 0; x = 0$ или

$$x = -2 \text{ или } x = 1\frac{2}{3}.$$

$$\text{Ответ: } 0; -2; 1\frac{2}{3}.$$

77



80

а) Пусть задумали число x , составим уравнение из условия:
 $2(x - 4) + 9 = x - 2$; $2x - 8 + 9 = x - 2$; $x = -3$.

Ответ: -3 .

б) Пусть задуманное число x , составим уравнение из условия:

$$(x + 3) : (3x) = 11 : 15; \frac{x + 3}{3x} = \frac{11}{15}; 33x = 15x + 45;$$

$$18x = 45; x = 2,5.$$

Ответ: $2,5$.

81

а) $x(x + 12) = 64$, $x \in \mathbb{N}$

$x = 4$ — корень уравнения.

Других натуральных корней нет, т.к. при увеличении множителей произведение также будет увеличиваться, а при уменьшении — уменьшаться.

Ответ: 4 .

б) $x(x - 9)(15 - x) = 70$, $x \in \mathbb{N}$

x может принимать значения $1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70$

$x = 14$ — корень.

Ответ: 14 .

82

а) $6(4x - 87) - 3(5 - 8x) = 0$; $24x - 42 - 15 + 24x = 0$

$$48x = 57; x = \frac{57}{48}; x = 1\frac{3}{16}.$$

б) $2(9 - 5y) + 7(2y - 4) = 4(y - 2,5)$;

$$18 - 10y + 14y - 28 = 4y - 10$$

$$4y - 10 = 4y - 10 \text{ — верно при любом } y \in \mathbb{Q}.$$

Ответ: \mathbb{Q} .

в) $n^2 = -4$ — корней нет, т.к. $n^2 \geq 0$.

г) $k^2 = 81$

Корни уравнения $k = \pm 9$. Других рациональных корней нет, т.к. при увеличении множителей произведение будет также увеличиваться, при уменьшении — уменьшаться.

Ответ: ± 9 .

д) $|2a - 9| = 0$; $2a - 9 = 0$; $2a = 9$; $a = 4,5$

е) $|b + 3| = 2$; $b + 3 = 2$ или $-(b + 3) = 2$;

$b = -1$ или $-b - 3 = 2$; $b = -1$ или $b = -5$

Ответ: -1 ; -5 .

83

а) $x(x - 4) = 96$, $x \in \mathbb{N}$

$x = 12$ — корень.

Других корней нет, т.к. при увеличении множителей произведение будет также увеличиваться, при уменьшении — уменьшаться.

Ответ: 12.

б) $x^2 + 3x = 40$; $x(x + 3) = 40$, $x \in \mathbb{N}$

x может принимать значения 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 \Rightarrow

$x = 5$ — корень, больше натуральных корней нет.

Ответ: 5.

84

Пусть задумано число x . Составим уравнение из условия:

$(5 \cdot x - 8) \cdot 3 = 3 \cdot x$; $5x - 8 = x$; $4x = 8$; $x = 2$

Ответ: 2.

85

Пусть первоначальный капитал составлял x фунтов. После 1-го года осталось $(x - 100)$ фунтов. После прибавления стало

$\left((x - 100) + \frac{1}{3}(x - 100) \right) = \frac{4}{3}(x - 100)$ фунтов.

После 2-го года осталось $\left(\frac{4}{3}(x - 100) - 100 \right)$ фунтов, после прибав-

ления стало $\left(\left(\frac{4}{3}(x - 100) \right) - 100 \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{4}{3}(x - 100) - 100 \right)$.

После 3-го года осталось $\left(\frac{4}{3} \left(\frac{4}{3}(x - 100) - 100 \right) - 100 \right)$ фунтов, после

прибавления стало $\frac{4}{3} \left(\frac{4}{3} \left(\frac{4}{3}(x - 100) - 100 \right) - 100 \right)$.

Имеем:

$$\frac{4}{3} \left(\frac{4}{3} \left(\frac{4}{3} (x-100) - 100 \right) - 100 \right) = 2x;$$

$$\frac{16}{9} \left(\frac{4}{3} (x-100) - 100 \right) - \frac{400}{3} = 2x;$$

$$\frac{64}{27} (x-100) - \frac{1600}{9} - \frac{400}{3} = 2x;$$

$$\frac{64}{27} x - \frac{6400}{27} - \frac{1600}{9} - \frac{400}{3} = 2x;$$

$$\frac{64}{27} x - \frac{54}{27} x = \frac{6400}{27} + \frac{4800}{27} + \frac{3600}{27};$$

$$\frac{10x}{27} = \frac{14800}{27}; \quad x = 1480 \text{ фунтов}$$

Ответ: 1480 фунтов.

5. Решение уравнений

86

а) $-x + 3 = 2$; $3 - 2 = x$; $1 = x$; $x = 1$. Ответ: 1.

б) $-5 + y = 4$; $y = 4 + 5$; $y = 9$. Ответ: 9.

в) $z - 9 = 3$; $z = 3 + 9$; $z = 12$. Ответ: 12.

г) $-7 - t = 0$; $-7 = t$; $t = -7$. Ответ: -7.

87

Решить уравнение путем переноса слагаемых:

а) $9 - 4y = -5y$

$$9 = -5y + 4y$$

$$9 = -y$$

$$\underline{\underline{y = -9}}$$

в) $8 + 3b = -7 - 2b$

$$3b + 2b = -7 - 8$$

$$5b = -15$$

$$\underline{\underline{b = -3}}$$

д) $2 - c = 5c + 1$

$$-c - 5c = 1 - 2$$

$$-6c = -1$$

$$\underline{\underline{c = \frac{1}{6}}}$$

б) $12a - 1 = -a + 25$

$$12a + a = 25 + 1$$

$$13a = 26$$

$$a = 26 : 13$$

$$\underline{\underline{a = 2}}$$

г) $4n = -2 + 6n + 7$

$$4n - 6n = -2 + 7$$

$$-2n = 5$$

$$n = 5 : (-2)$$

$$\underline{\underline{n = -2,5}}$$

е) $-3d - 10 = 3d - 6$

$$-3d - 3d = 10 - 6$$

$$-6d = 4$$

$$d = 4 : (-6)$$

$$d = -\frac{4}{6}$$

$$\underline{\underline{d = -\frac{2}{3}}}$$

$$\text{ж) } \frac{5}{6}m + 2 = \frac{1}{3}m - 0,8$$

$$\frac{5}{6}m - \frac{1}{3}m = -0,8 - 2$$

$$\frac{5-2}{6}m = -2,8$$

$$\frac{1}{3}m = -2,8$$

$$m = -2,8 \cdot 3$$

$$\underline{m = -4,4}$$

$$\text{и) } \frac{11}{12}x - \frac{2}{3} = -0,5 - \frac{3}{4}x$$

$$\left(\frac{11}{12} + \frac{3}{4}\right)x = -0,5 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{11+9}{12}x = \frac{2}{3} - \frac{5}{10}; \frac{20}{12}x = \frac{20-15}{30}; \frac{20}{12}x = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{1}{6} : \frac{10}{6} = \frac{1 \cdot 6}{6 \cdot 10}$$

$$\underline{x = 0,1}$$

$$\text{з) } -1,6 - 0,3p = 0,9p + 0,2$$

$$-1,6 - 0,2 = 0,9p + 0,3p$$

$$1,2p = -1,8$$

$$p = -1,8 : 1,2$$

$$\underline{p = -1,5}$$

88

$$\text{а) } 2a - (14 - 3a) = 10$$

$$2a - 14 + 3a = 10$$

$$5a = 10 + 14$$

$$5a = 24$$

$$\underline{a = 4,8}$$

$$\text{в) } -(4c - 7) = 5c + (11 - 7c)$$

$$-4c + 7 = 5c + 11 - 7c$$

$$-4c + 7c - 5c = 11 - 7$$

$$-2c = 4$$

$$c = 4 : (-2)$$

$$\underline{c = -2}$$

$$\text{д) } 18 - 4y = 7(2 - y) + 6$$

$$18 - 4y = 14 - 7y + 6$$

$$-4y + 7y = 14 + 6 - 18$$

$$3y = 2$$

$$\underline{y = \frac{2}{3}}$$

$$\text{б) } (9 - 2b) - (b + 5) = 16$$

$$9 - 2b - b - 5 = 16$$

$$-3b = 16 + 5 - 9$$

$$-3b = 12$$

$$b = 12 : (-3)$$

$$\underline{b = -4}$$

$$\text{г) } -6x + 2(5 - 3x) = 8$$

$$-6x + 10 - 6x = 8$$

$$-12x = 8 - 10$$

$$-12x = -2$$

$$x = \frac{2}{12}$$

$$\underline{x = \frac{1}{6}}$$

$$\text{е) } 4(-2z + 5) = 14 - 2(4z - 3)$$

$$-8z + 20 = 14 - 8z + 6$$

$$-8z + 8z = 14 + 6 - 20$$

$$0 \cdot z = 0$$

верно при любых z

Ответ: \mathbb{Q} .

$$a) \frac{x}{5} - 4 = 0,1x + 2$$

$$\frac{x}{5} - 0,1x = 2 + 4$$

$$\frac{2x - x}{10} = 6$$

$$0,1x = 6$$

$$x = 6 : 0,1$$

$$\underline{x = 60}$$

$$b) 1 - \frac{a}{7} = \frac{a}{14} - 0,25a$$

$$-\frac{a}{7} - \frac{a}{14} + 0,25a = -1$$

$$-\frac{a}{7} - \frac{a}{14} + \frac{1}{4}a = -1$$

$$\frac{-4a - 2a + 7a}{28} = -1$$

$$\frac{a}{28} = -1$$

$$\underline{a = -28}$$

$$д) 2,6z - 0,2(3z - 9) = -0,5(2z + 6)$$

$$2,6z - 0,6z + 1,8 = -z - 3$$

$$2,6z - 0,6z + z = -3 - 1,8$$

$$3z = -4,8$$

$$z = -1,6$$

$$e) \frac{5}{12}(c - 3) - \frac{1}{6}(2c - 7) = 2$$

$$\frac{5}{12}c - \frac{15}{12} - \frac{2}{6}c + \frac{7}{6} = 2$$

$$\frac{5 - 4}{12}c = 2 + \frac{15}{12} - \frac{7}{6}$$

$$\frac{1}{12}c = \frac{24 + 15 - 14}{12}; \frac{c}{12} = \frac{25}{12}; c = 25$$

$$б) 0,4b + 0,8 = 0,9b - 2,7$$

$$0,4b - 0,9b = -2,7 - 0,8$$

$$-0,5b = -3,5$$

$$b = 3,5 : 0,5$$

$$\underline{b = 7}$$

$$г) 3 - \left(\frac{2}{9}m + \frac{1}{6}\right) = \frac{m}{3} + 1,5$$

$$3 - \frac{2}{9}m - \frac{1}{6} = \frac{m}{3} + 1,5$$

$$-\frac{2}{9}m - \frac{m}{3} = 1,5 + \frac{1}{6}$$

$$\frac{-2 - 3}{9}m = 1\frac{5}{10} + \frac{1}{6}$$

$$-\frac{5}{9}m = 1\frac{15 + 5}{30} = 1\frac{2}{3}$$

$$m = 1\frac{2}{3} : \frac{5}{9}$$

$$m = \frac{\cancel{3} \cdot 9}{3 \cdot \cancel{3}} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\underline{m = 3}$$

90

Решить уравнение, используя основное свойство пропорций:

$$\text{а) } \frac{-3}{9-4a} = \frac{40}{200}$$

$$9-4a = \frac{200 \cdot (-3)}{40}$$

$$9-4a = -15$$

$$-4a = -15-9$$

$$-4a = -24$$

$$a = 6$$

$$\text{б) } \frac{1-2b}{4} = \frac{0,8}{0,5}$$

$$1-2b = \frac{0,8 \cdot 4}{0,5}$$

$$1-2b = 6,4$$

$$-2b = 6,4-1;$$

$$-2b = 5,4; -b = 5,4 : 2$$

$$b = -2,7$$

$$\text{в) } \frac{5+3x}{12} = \frac{4x-3}{18}$$

$$5+3x = \frac{(4x-3) \cdot 12}{18}$$

$$5+3x = (4x-3) \cdot \frac{2}{3}$$

$$3x = \frac{8x}{3} - \frac{6}{3} - 5$$

$$3x - \frac{8}{3}x = -7$$

$$\left(2\frac{3}{3} - 2\frac{2}{3}\right)x = -7$$

$$\frac{1}{3}x = -7$$

$$x = -7 \cdot 3$$

$$\underline{x = -21}$$

$$\text{г) } \frac{0,9}{7+5y} = \frac{0,2}{y-4}$$

$$7+5y = (y-4) \cdot \frac{0,9}{0,2}$$

$$7+5y = 4,5y-18$$

$$5y-4,5y = -18-7$$

$$0,5y = -25$$

$$y = -25 : 0,5$$

$$\underline{y = -50}$$

91

а) $7x(9-2x) = 70$; $x(9-2x) = 10$; x может принимать значения 1, 2, 5, 10 $\Rightarrow x = 2$ — единственный корень

Ответ: 2.

б) $x(2x-1)(4-x)(x+1) = 60 \Rightarrow x$ может принимать значения 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 15, 20, 30, 30

$x = 3$ — корень

Ответ: 3.

92

а) $x(x+8) = 33$, $x \in \mathbb{N}$

$x = 3$ — корень, других корней нет, т.к. при увеличении множителей произведение также увеличивается, при уменьшении — уменьшается.

б) $3x^2 - 14x - 15 = 0$; $x(3x - 14) = 15 \Rightarrow x$ может принимать значения 1, 3, 5, 15.

Ни один из этих корней не является решением \Rightarrow решений нет.

Ответ: \emptyset .

93

а) Пусть во 2-й банке x л молока, тогда в 1-й банке $2x$ л.

Составим уравнение и решим задачу, если к 1-й банке добавить 0,5 л, то будет $x + 0,5$ л; если от 2-й банки отлить 0,5 л, то будет $2x - 0,5$ л.

$$2x - 0,5 = x + 0,5$$

$$2x - x = 0,5 + 0,5$$

$x = 1$ (л) — во 2-й банке, то в 1-й банке:

$$x \cdot 2 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ (л)}$$

Ответ: в 1-й банке 2 л молока, во 2-й — 1 л.

б) Пусть во 2-й бочке x л меда, тогда в 1-й бочке — $4x$ л. После переливания в 1-й бочке останется $(4x - 60)$ л, во 2-й бочке станет $(x + 60)$ л. Имеем:

$$(4x - 60) = 1,5 \cdot (x + 60); 4x - 60 = 1,5x + 90;$$

$$2,5x = 150; x = 60 \text{ л — во 2-й бочке.}$$

Следовательно, в 1-й бочке $60 \cdot 4 = 240$ л.

Ответ: 240 л; 60 л.

94

а) Пусть y — всего учеников в школе, тогда французский язык учат

$$\frac{1}{2}y; \text{ английский — } \frac{2}{7}y.$$

Составим уравнение:

$$\frac{1}{2}y + \frac{2}{7}y + 45 = y$$

$$\frac{1^7}{2}y + \frac{2^2}{7}y - y^{14} = -45$$

$$\frac{7 + 4 - 14}{14}y = -45$$

$$-\frac{3}{14}y = -45$$

$$y = -45 \cdot \left(-\frac{14}{3}\right)$$

$$y = 210$$

Ответ: всего в школе 210 учеников.

б) Пусть z — весь путь, пройденный автомобилем, тогда за 1-й час — автомобиль прошел $\frac{1}{3}z$, за 2-й час — $\left(\frac{1}{3}z + 12\right)$, а за

3-й час $0,8\left(\frac{1}{3}z + 12\right)$.

Составим уравнение:

$$\frac{1}{3}z + \left(\frac{1}{3}z + 12\right) + 0,8 \cdot \left(\frac{1}{3}z + 12\right) = z$$

$$\frac{1^{\text{в}}}{3}z + \frac{1^{\text{в}}}{3}z + 0,8 \cdot \frac{1^{\text{в}}}{3}z - z^{\text{в}} = -9,6^{\text{в}}$$

$$z + z + 0,8z - 3z = -28,8$$

$$0,2z = -28,8$$

$$z = (-28,8) : (0,2)$$

$$\underline{z = 144}$$

Ответ: автомобиль прошел 144 км.

95

а) Пусть через x дней гречки и риса станет поровну. Тогда гречки станет $(150 - 5x)$ кг, риса станет $(120 - 3x)$ кг. Имеем:

$$150 - 5x = 120 - 3x; 5x - 3x = 150 - 120;$$

$$2x = 30; x = 15 \text{ дней.}$$

Ответ: через 15 дней.

б) Пусть нужно было сделать x деталей, тогда 1-му рабочему осталось $(x - 25 \cdot 10)$ деталей, 2-му — $(x - 20 \cdot 10)$ деталей.

Первому осталось в 2 раза меньше, имеем:

$$(x - 25 \cdot 10) = \frac{1}{2}(x - 20 \cdot 10); x - 250 = \frac{1}{2}x - 100; \frac{1}{2}x = 150; x = 30$$

Следовательно, 1-му осталось сделать $300 - 250 = 50$ дет., 2-му $300 - 200 = 100$ дет.

Ответ: 50; 100.

96

$$\text{а) } x = -\frac{1}{6}x$$

$$x + \frac{1}{6}x = 0$$

$$\frac{7}{6}x = 0$$

$$x = 0$$

$$\text{в) } 4\frac{1}{6} - 1\frac{1}{3}x = 4x + 3\frac{5}{18}$$

$$-1\frac{1}{3}x - 4x = 3\frac{5}{18} - 4\frac{1}{6}$$

$$-5\frac{1}{3}x = \frac{5}{18} - \frac{21}{18}$$

$$-\frac{16}{3}x = -\frac{16}{18}$$

$$x = \frac{\cancel{16}}{18} \cdot \frac{3}{\cancel{16}}$$

$$\text{б) } 3,2 - 5a = -1,8a + 4$$

$$-5a + 1,8a = 4 - 3,2$$

$$-3,2a = 0,8$$

$$a = -(0,8 : 3,2)$$

$$a = -0,25$$

$$\text{г) } 0,3n - (2,6 - 0,9n) = 1,2n + 3$$

$$0,3n + 0,9n - 1,2n = 3 + 2,6$$

$$0 \cdot n = 5,6$$

решений нет

$$д) 1\frac{5}{7}(d+3) = -2(1-d)$$

$$1\frac{5}{7}d + \frac{36}{7} = -2 + 2d$$

$$\frac{12}{7}d - 2d = -2 - \frac{36}{7}$$

$$\frac{-14+12}{7}d = -\frac{50}{7}$$

$$d = 50 : 2$$

$$d = 25$$

$$ж) \frac{5}{8}(m-2) - \frac{2}{3}(m+2) = m-3 \quad з) \frac{4x-3}{3-5x} = \frac{0,14}{0,35}$$

$$\frac{5}{8}m - \frac{10}{8} - \frac{2}{3}m - \frac{4}{3} = m-3$$

$$\frac{5}{8}m - \frac{2}{3}m - m = \frac{4}{3} - 3 + \frac{10}{8}$$

$$-\frac{25}{24}m = -\frac{10}{24}$$

$$m = -\frac{10}{24} \cdot \left(-\frac{24}{25}\right)$$

$$m = 0,4$$

$$е) 0,6(-2k+3) - 0,4(9-k) = -0,3(k-9)$$

$$-1,2k + 1,8 - 3,6 + 0,4k = -0,3k + 2,7$$

$$-1,2k + 0,4k + 0,3k = 2,7 - 1,8 + 3,6$$

$$-0,5k = 4,5$$

$$k = -9$$

$$4x-3 = \frac{(3-5x) \cdot 0,14}{0,35}$$

$$(4x-3) = 0,4(3-5x)$$

$$4x+2x = 3+1,2$$

$$6x = 4,2$$

$$\underline{x = 0,7}$$

97

$$\left(\left(x + \frac{2}{3}x \right) + \frac{1}{3} \left(x + \frac{2}{3}x \right) \right) \cdot \frac{1}{3} = 10$$

$$x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}x + \frac{2}{9}x = 30$$

$$\frac{9x + 6x + 3x + 2x}{9} = 30$$

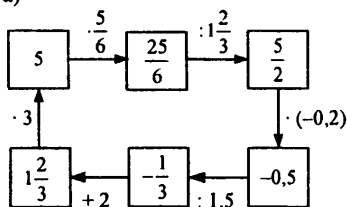
$$20x = 30 \cdot 9$$

$$20x = 270$$

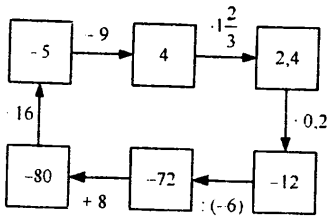
$$\underline{x = 13,5}$$

98

a)



6)

**99**

a) $x + 0.9 = 1.5$

$x = 1.5 - 0.9$

$x = 0.6$

b) $x - 3.8 = 1.4$

$x = 1.4 + 3.8$

$x = 5.2$

д) $0.8 - x = 1.3$

$-x = 1.3 - 0.8$

$x = -0.5$

б) $2 - x = 0.3$

$-x = 0.3 - 2$

$x = 1.7$

г) $-0.5 + x = 3.4$

$x = 3.4 + 0.5$

$x = 3.9$

е) $x - 3.6 = -5$

$x = -5 + 3.6$

$x = -1.4$

100

a) $3x = 0.24$

$x = 0.24 : 3$

$x = 0.08$

b) $6 : x = 0.4$

$x = 6 : 0.4$

$x = 15$

б) $x : 0.9 = 0.5$

$x = 0.5 \cdot 0.9$

$x = 0.45$

г) $-5x = 0.3$

$x = 0.3 : (-5)$

$x = -0.06$

101

a) $-\frac{1}{2} + x = \frac{1}{2}; x = 1$

$\frac{1}{3} + x = -0.25; x = -\frac{1}{3} - \frac{1}{4}; x = -\frac{7}{12}$

$-1\frac{1}{4} + x = -\frac{1}{6}; x = \frac{5}{4} - \frac{1}{6}; x = \frac{13}{12}$

б) $2 - x = -\frac{1}{3}; x = 2\frac{1}{3}$

$0 - x = 0.5; x = -0.5$

$\frac{1}{2} - x = 1\frac{1}{4}; x = -0.75$

в) $-\frac{1}{3} \cdot x = -3; x = 9$

$0.5 \cdot x = 0; x = 0$

$-1 \cdot x = 1.5; x = -1.5$

$$г) -1 : x = -0,5; x = 2$$

$$\frac{2}{3} : x = \frac{5}{6}; x = \frac{4}{5}$$

$$-2\frac{1}{2} : x = -4; x = \frac{5}{16}$$

102

а) Нужно умножить целую часть на знаменатель и прибавить к числителю.

Пример:

$$2\frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$б) 1\frac{1}{3} = \frac{3 + 1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$1\frac{3}{5} = \frac{5 + 3}{5} = \frac{8}{5}$$

$$2\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 2}{7} = \frac{16}{7}$$

$$3\frac{5}{9} = \frac{3 \cdot 9 + 5}{9} = \frac{32}{9}$$

Следующая дробь: $\frac{64}{11} = 5\frac{9}{11}$, $\frac{128}{13} = 9\frac{11}{13}$, $\frac{256}{15} = 17\frac{1}{15}$

103

$$а) -3,25 - 1\frac{5}{12} = -\left(\frac{13}{4} + \frac{17}{12}\right) = -\left(\frac{39}{12} + \frac{17}{12}\right) = -\frac{56}{12} = -4\frac{2}{3}$$

$$б) 2\frac{7}{15} - 8,3 = \frac{37}{15} - \frac{83}{10} = \frac{74 - 249}{30} = -\frac{175}{30} = -5\frac{5}{6}$$

$$в) 4,125 \cdot \left(-3\frac{7}{11}\right) = -\frac{33}{8} \cdot \frac{40}{11} = -15$$

$$г) -3\frac{9}{25} : (-2,4) = \frac{84}{25} : \frac{24}{10} = \frac{84}{25} \cdot \frac{10}{24} = 1,4$$

$$д) -2,7 \cdot 7\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{4}{11}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{9}\right) \cdot 0,625 = -\frac{27}{10} \cdot \frac{22}{3} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{5}{8} = -5$$

$$е) -4\frac{3}{7} \cdot 0,375 : 7,75 \cdot (-0,9) \cdot 1\frac{13}{15} : \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \\ = \frac{31}{7} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{31}{4} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{28}{15} : \frac{9}{25} = \frac{31}{7} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{31} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{28}{15} \cdot \frac{25}{9} = 1$$

104

- а) $\frac{3}{17} < \frac{8}{17}$ б) $\frac{16}{37} > \frac{16}{49}$ в) $\frac{5}{3} > \frac{18}{19}$ г) $2\frac{1}{5} < 3\frac{2}{5}$ д) $\frac{15}{16} < \frac{17}{18}$
- е) $\frac{4}{9} < \frac{6}{11}$, т.к. $\frac{4}{9} < \frac{1}{2} < \frac{6}{11}$ ж) $\frac{5}{13} - \frac{7}{20} = \frac{100 - 91}{260} > 0 \Rightarrow \frac{5}{13} > \frac{7}{20}$
- з) $\frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$, $\frac{17}{4} = 4\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{25}{6} < \frac{17}{4}$, т.к. $\frac{1}{6} < \frac{1}{4}$

105

- а) $\frac{7}{x} = \frac{28}{32}$; $28x = 32 \cdot 7$; $x = 8$
- б) $\frac{5}{8} = \frac{y}{12}$; $8y = 5 \cdot 12$; $y = 7,5$
- в) $\frac{z}{3,5} = \frac{2,4}{5,6}$; $z \cdot 5,6 = 2,4 \cdot 3,5$; $z = 1,5$
- г) $\frac{0,06}{7,5} = \frac{0,2}{t}$; $0,06t = 0,2 \cdot 7,5$; $t = 25$

106

- а) $9 - 7y = 25 - 3y$; $4y = -16$; $y = -4$
- б) $-2n = 5,6n$; $7,6n = 0$; $n = 0$
- в) $2(11 - 4a) = 3 - (5a + 2)$; $22 - 8a = 3 - 5a - 2$;
 $3a = 21$; $a = 7$
- г) $3(-5 + c) - 2(c - 4) = 2 - 7(c - 1)$;
 $-15 + 3c - 2c + 8 = 2 - 7c + 7$
 $8c = 16$; $c = 2$
- д) $\frac{x}{3} + 5 = \frac{x}{4} + 3$; $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = -2$; $\frac{x}{12} = -2$; $x = -24$
- е) $1,2d - 0,5(4d - 1) = -0,7(d - 2)$; $1,2d - 2d + 0,5 = -0,7d + 1,4$
 $0,1d = -0,9$; $d = -9$
- ж) $\frac{y}{9} - \left(y + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} - \left(\frac{8y}{9} + 0,5\right)$;
 $-\frac{8}{9}y - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} - \frac{8}{9}y - \frac{1}{2}$; $-\frac{8}{9}y - \frac{1}{3} = -\frac{8}{9}y - \frac{1}{3}$
- верно при любом $y \in \mathbb{Q}$.
- Ответ: $y \in \mathbb{Q}$.
- з) $\frac{a - 3,2}{2a + 1,4} = \frac{0,9}{2,7}$; $\frac{a - 3,2}{2a + 1,4} = \frac{1}{3}$;
 $3(a - 3,2) = 2a + 1,4$; $3a - 9,6 = 2a + 1,4$; $a = 11$

107

а) $5x^2 - 7x - 24 = 0$; $x(5x - 7) = 24$

 $x = 3$ является корнем

Других корней нет, т.к. при увеличении множителей произведение будет увеличиваться, при уменьшении — уменьшаться.

Ответ: $x = 3$.

б) $4x(x-3)(7-x) = 80$; $x(x-3)(7-x) = 20$

 x может принимать значения $\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ $x = 5$ — единственный кореньОтвет: $x = 5$.**108**Пусть во 2-й канистре x л бензина, тогда в 1-й канистре $2x$ л.

Составим уравнение:

$2x - 6 = 3(x - 6)$; $2x - 6 = 3x - 18$; $x = 12$ л

Следовательно, в 1-й канистре 24 л бензина.

Ответ: 24 л, 12 л.

109Пусть всего было x деревьев. тогда берез было $0,2x$, $\frac{x}{3}$ — клены,дубов $\frac{x}{3} + 18$.

Найдем количество лип:

1) $x - 0,2x - \frac{x}{3} - \frac{x}{3} - 18 = \frac{2x}{15} - 18$ деревьев.

Найдем x :

2) $\frac{2x}{15} - 18 = 94$; $\frac{2x}{15} = 112$; $x = 840$ деревьев.

Ответ: 840.

110Пусть в день с базы увозили x т капусты, тогда картофеля вывозили $2,5x$ т. Через 8 дней вывезли $8x$ т капусты и $8 \cdot 2,5x$ т картофеля.

Составим уравнение:

$140 - 8 \cdot 2,5 \cdot x = 80 - 8x$; $140 - 20x = 80 - 8x$;

$12x = 60$; $x = 5$ т капусты вывозили в день.

Таким образом, картофеля вывозили $2,5 \cdot 5 = 12,5$ т. Следовательно, всего вывозили $5 + 12,5 = 17,5$ т овощей.

Ответ: 17,5 т.

111

а) $1,25 - 4 \frac{1}{12} = \frac{5}{4} - \frac{49}{12} = -\frac{34}{12} = -2\frac{5}{6}$

$$\text{б) } -2\frac{1}{8} - 3,4 = -\left(\frac{17}{8} + \frac{17}{5}\right) = -\frac{17 \cdot 13}{40} = -5\frac{21}{40}$$

$$\text{в) } 5\left(-\frac{2}{3}\right) + 1,8 = -\frac{10}{3} + \frac{9}{5} = \frac{-50 + 27}{15} = -1\frac{8}{15}$$

$$\text{г) } 4,5 \cdot \left(-5\frac{1}{3}\right) \cdot (-0,125) = \frac{9}{2} \cdot \frac{16}{3} \cdot \frac{1}{8} = 3$$

$$\text{д) } 15 : \left(-\frac{5}{7}\right) - 2\frac{1}{3} \cdot \left(-2\frac{1}{7}\right) = -15 \cdot \frac{7}{5} + \frac{7}{3} \cdot \frac{15}{7} = -21 + 5 = -16$$

$$\text{е) } -2\frac{4}{9} \cdot 1,6 : \left(-3\frac{2}{3}\right) \cdot 1,875 = -\frac{22}{9} \cdot \frac{8}{5} : \frac{11}{3} \cdot \frac{15}{8} = \frac{22}{9} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{15}{8} = 2$$

112

$$x = \frac{-\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{1}{21} \cdot \left(-\frac{2}{15}\right) \cdot 4} + \frac{\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{4}} = -\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 21 \cdot 15}{9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{\frac{5}{8} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{4}{8}}{\frac{8}{12} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{12}} =$$

$$= -3 + \frac{5}{2} = -3 + 2,5 = -0,5$$

$$x + 3x = 4x = 4 \cdot 0,75 = 3$$

Ответ: 3.

113

$$\text{а) } 2^{22} > 2^{2^2} = 2^4 \qquad \text{б) } 4^{4^4} = 4^{256} > 4^{4^4}$$

Ответ: а) 2^{22} ; б) 4^{4^4} .

114

Пусть возраст Диофанта — x лет, тогда детство составляло $\frac{x}{6}$ лет,

спустя $\frac{x}{12}$ лет «покрылся пухом подбородок». $\frac{x}{7}$ лет жил в «без-

детном браке». Прошло еще 5 лет, родился сын.

Найдем, сколько жил сын.

Составим уравнение:

$$x - \frac{x}{6} - \frac{x}{12} - \frac{x}{7} - 5 - 4 = \frac{17x}{28} - 9$$

$$\frac{17x}{28} - 9 = \frac{x}{2}; \quad \frac{17x}{28} - \frac{14x}{28} = 9; \quad \frac{3x}{28} = 9; \quad x = 84 \text{ года.}$$

Ответ: 84.

6. Решение задач с помощью уравнений

115

а) Пусть до конца суток осталось x ч, тогда прошло $0,2x$. Найдем x .
 $0,2x + x = 24$; $1,2x = 24$; $x = 20$ ч (т.к. в сутках 24 ч)

Тогда прошло $0,2 \cdot 20 = 4$ ч.

Ответ: 4 ч утра.

б) Пусть прошло x часов, тогда осталось $\frac{3}{5}x$ ч. Всего в сутках 24 ч.

Составим уравнение:

$$x + \frac{3}{5}x = 24; 1,6x = 24; x = 15 \text{ ч}$$

Ответ: 15 ч.

116

а) Пусть производительность мастера — x д/ч, тогда производительность ученика — $x - 15$ д/ч, мастер выполняет работу за 8 ч, ученик за 10.

Составим уравнение:

$$8 \cdot x = 10 \cdot (x - 15); 2x = 150; x = 75 \text{ д/ч}$$

Следовательно, производительность ученика $75 - 15 = 60$ д/ч.

Ответ: 75; 60.

б) Пусть скорость скорого поезда x км/ч, тогда пассажирского — $(x - 28)$ км/ч. Одно и то же расстояние скорый поезд проезжает за 10 ч, пассажирский за $12\frac{1}{2}$ ч, имеем:

$$1) 10 \cdot x = 12\frac{1}{2} \cdot (x - 28); 2,5x = 350; x = 140 \text{ км/ч}$$

Следовательно, расстояние между городами:

$$2) 140 \cdot 10 = 1400 \text{ км}$$

Ответ: 1400 км.

117

а) Пусть весь путь длины x км. Тогда в 1-й день он проехал $\frac{x}{3}$ км, во 2-й $0,9 \cdot \frac{x}{3}$.

Найдем сколько он проехал в 3-й день:

$$1) x - \frac{x}{3} - 0,9 \cdot \frac{x}{3} = \frac{3x}{3} - \frac{1,9x}{3} = \frac{1,1x}{3} \text{ км}$$

Найдем x :

$$2) \frac{1,1x}{3} = 440; x = 1200 \text{ км}$$

1

Найдем длину пути во 2-й день:

$$3) 0,9 \cdot \frac{1200}{3} = 360 \text{ км.}$$

Ответ: 360 км.

б) Пусть длина дороги — x км. Тогда в апреле отремонтировали

$$\frac{2}{9} \cdot x \text{ км. В мае } \frac{6}{7} \text{ остатка, т.е. } \frac{6}{7} \cdot \left(x - \frac{2}{9} \cdot x\right) = \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{9} \cdot x = \frac{2}{3} x \text{ км.}$$

Найдем, сколько отремонтировали в июне:

$$1) x - \frac{2}{9}x - \frac{2}{3}x = \frac{x}{9} \text{ км.}$$

Найдем x :

$$2) \frac{x}{9} = 5; x = 45 \text{ км.}$$

Найдем сколько отремонтировали в мае:

$$3) \frac{2}{3} \cdot 45 = 30 \text{ км.}$$

Ответ: 30 км.

118

а) Пусть в коробке было x конфет. Взяли 4 конфеты, осталось $x - 4$ шт.

Потом взяли четверть остатка, т.е. $\frac{1}{4}(x - 4)$ шт.

Найдем сколько конфет осталось:

$$1) x - 4 - \frac{1}{4}(x - 4) = \frac{3}{4}x - 3 \text{ шт.}$$

Остаток составляет $\frac{2}{3}$ всех конфет, имеем:

$$2) \frac{3}{4}x - 3 = \frac{2}{3}x; \frac{3}{4}x - \frac{2}{3}x = 3; \frac{1}{12}x = 3; x = 36 \text{ шт.}$$

Найдем остаток:

$$3) \frac{2}{3} \cdot 36 = 24 \text{ шт.}$$

Ответ: 24.

б) Пусть длина бревна x м. В 1-й раз отпилили 0,3х м, осталось $x - 0,3x = 0,7x$ м. во 2-й раз отпилили 40% остатка, т.е. $0,4 \cdot (0,7x) = 0,28x$.

Найдем оставшуюся часть:

$$1) x - 0,3x - 0,28x = 0,42x.$$

Остаток составляет 2,1 м, имеем:

$$2) 0,42x = 2,1; x = 5 \text{ м.}$$

Найдем сколько м отпилили во 2-й раз:

$$3) 0,28 \cdot 5 = 1,4 \text{ м.}$$

Ответ: 1,4 м.

119

а) Пусть за день купили x слив, тогда яблонь купили $4x$ шт. тогда яблонь осталось $450 - 4x$, слив $180 - x$. Слив осталось на 150 меньше, имеем:

$$1) 450 - 4x = (180 - x) + 150; 3x = 120; x = 40$$

Найдем сколько всего саженцев купили

$$2) 4x + x = 5x = 5 \cdot 40 = 200 \text{ шт.}$$

Ответ: 200.

б) Пусть во 2-м бассейне было $x \text{ м}^3$ воды, тогда в 1-м — $3x \text{ м}^3$. После выкачивания в 1-м осталось $(3x - 200) \text{ м}^3$; во 2-м $(x - 200) \text{ м}^3$.

Во втором осталось в 5 раз меньше, имеем:

$$5 \cdot (x - 200) = 3x - 200; 5x - 1000 = 3x - 200; 2x = 800; x = 400 \text{ м}^3$$

Следовательно, в 1-м бассейне было $3 \cdot 400 = 1200 \text{ м}^3$.

Ответ: 1200; 400.

120

а) Пусть во второй пачке было x тетрадей, тогда в 1-й — $1,5x$ шт. После того как переложили во 2-й стало $x + 6$ т, в 1-й стало $1,5x - 6$ т. Их стало поровну, имеем:

$$1,5x - 6 = x + 6; 0,5x = 12; x = 24.$$

Следовательно, в 1-й пачке было $1,5 \cdot 24 = 36$ т.

Ответ: 36, 24.

б) Пусть во 2-м бидоне было x л масла, тогда в 1-м — $4x$ л. После переливания в 1-м осталось $(4x - 1,6)$ л, во 2-м стало $(x + 1,6)$ л. Во 2-м стало в 1,5 р больше, имеем:

$$1) x + 1,6 = 1,5(4x - 1,6); x + 1,6 = 6x - 2,4; 5x = 4; x = 0,8 \text{ л.}$$

Найдем сколько было в 1-м

$$2) 0,8 \cdot 4 = 3,2.$$

Таким образом, в 1-м осталось $3,2 - 1,6 = 1,6$ л, во 2-м стало $0,8 + 1,6 = 2,4$ л.

Ответ: 1,6; 2,4.

121

а) Пусть длина CD — x см, тогда длина AB — $\frac{1}{2}x$ см. После измене-

ний длина AB станет $\left(\frac{x}{2} + 3\right)$ см, CD — $(x - 4)$ см., т.к. $40 \text{ мм} = 4 \text{ см}$.

Длина AB составит 75% длины CD , имеем:

$$\left(\frac{x}{2} + 3\right) = 0,75 \cdot (x - 4); \frac{x}{2} + 3 = 0,75x - 3; 0,25x = 6; x = 24 \text{ см}$$

Ответ: 24 см.

б) Пусть длина второго — x м, тогда первого — $(10,2 - x)$ м, т.к. $10 \text{ м } 20 \text{ см} = 10,2 \text{ м}$. 80% длины 1-го куса составляют 90% длины второго, имеем:

$$1) 0,8 \cdot (10,2 - x) = 0,9 \cdot x; 8,16 - 0,8x = 0,9x; 1,7x = 8,16; x = 4,8 \text{ м.}$$

Найдем длину 1-го куска:

$$2) 10,2 - 4,8 = 5,4 \text{ м.}$$

Найдем разницу в %:

$$3) \frac{5,4 - 4,8}{4,8} \cdot 100\% = 12,5\%.$$

Ответ: 12,5%.

122

а) Пусть в 1-м пакете x кг сахара, тогда во 2-м $5 - x$ кг. Из первого отсыпали $\frac{2}{3}$ части, осталось $x - \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x$ кг. Из второго отсыпали

$$\frac{1}{7} \text{ часть, осталось } (5 - x) - \frac{1}{7}(5 - x) = \frac{6}{7}(5 - x) \text{ кг.}$$

В обоих пакетах стало поровну сахара:

$$\frac{1}{3} \cdot x = \frac{6}{7} \cdot (5 - x); \quad \frac{1}{3}x = \frac{30}{7} - \frac{6}{7}x;$$

$$\frac{x}{3} + \frac{6x}{7} = \frac{30}{7}; \quad 7x + 18x = 30 \cdot 3;$$

$$25x = 90; \quad x = 3,6 \text{ кг — в 1-м пакете.}$$

Следовательно, во 2-м пакете было $5 - 3,6 = 1,4$ кг.

Ответ: 3,6; 1,4.

б) Пусть во 2-м вагоне было x пассажиров, тогда в 1-м было $\frac{x}{1,2}$ пассажиров. В 1-й вагон зашло 6 человек, вышел 1 человек, стало:

$$\frac{x}{1,2} + 6 - 1 = \left(\frac{x}{1,2} + 5 \right) \text{ ч.}$$

Во 2-й зашло 3 человека, вышло 4, стало $x + 3 - 4 = x - 1$ ч. После этого во 2-м вагоне стало на 8% пассажиров меньше, имеем:

$$1) \quad x - 1 = (1 - 0,08) \cdot \left(\frac{x}{1,2} + 5 \right);$$

$$x - 1 = 0,92 \left(\frac{x}{1,2} + 5 \right); \quad x - 1 = \frac{23}{30}x + 4,6;$$

$$\frac{7x}{30} = 5,6; \quad x = 24 \text{ — было во 2-м вагоне.}$$

Найдем, сколько человек стало во 2-м вагоне.

$$2) \quad 24 - 1 = 23 \text{ ч.}$$

Найдем, сколько стало в 1-м вагоне:

$$3) \quad \frac{24}{1,2} + 5 = 20 + 5 = 25 \text{ ч.}$$

Ответ: 25; 23.

123

а) Пусть во 2-м классе x учеников, тогда в 1-м классе — $(x - 5)$ учеников. В 1-м классе стало $(x - 5) + 0,08(x - 5) = 1,08(x - 5)$ уч., во 2-м $x - 0,1x = 0,9x$ уч.

В обоих классах стало поровну учеников:

1) $1,08 \cdot (x - 5) = 0,9x$; $0,18x = 5,4$; $x = 30$ — учеников было во 2-м классе.

Найдем, сколько учеников стало во 2-м классе:

2) $0,9 \cdot 30 = 27$

Следовательно, в 1-м тоже 27. Ответ: по 27 учеников.

б) Пусть мальчиков из 2-го класса было x , тогда мальчиков из 1-го

класса $x + \frac{33}{100}x = x + \frac{100}{100} \cdot x = \frac{4}{3}x$.

Найдем количество девочек из 2-го класса:

1) $12 + 0,25 \cdot 12 = 12 + 3 = 15$

Таким образом, в 1-м классе было $\left(12 + \frac{4}{3}x\right)$ учеников, во 2-м классе

$(x + 15)$ учеников. В обоих классах было равное количество учеников, имеем:

$x + 15 = 12 + \frac{4x}{3}$; $\frac{x}{3} = 3$; $x = 9$

Следовательно, в 1-м и 2-м классе фильм посмотрели по $15 + 9 = 24$ чел.

Ответ: по 24 человека из каждого класса.

124

а) Пусть чашка стоит x руб., тогда чайник стоит $x + 0,5x = 1,5x$ руб. Чайник и 6 чашек стоят 240 руб., имеем:

1) $1,5x + 6x = 240$; $7,5x = 240$; $x = 32$ руб.

Найдем стоимость чайника с двумя чашками:

2) $1,5x + 2x = 3,5x = 3,5 \cdot 32 = 112$ руб. Ответ: 112 руб.

б) Пусть шорты стоят x руб., тогда футболка стоит $x - 0,2x = 0,8x$ руб. Жакет стоит $(x + 0,8x) + 0,2(x + 0,8x) = 1,2 \cdot 1,8x = 2,16x$ руб. Шорты, жакет и футболка стоят 594 руб., имеем:

1) $x + 0,8x + 2,16x = 594$; $3,96x = 594$; $x = 150$ руб.

Найдем стоимость футболки и жакета:

2) $2,16x + 0,8x = 2,96x = 2,96 \cdot 150 = 444$ руб. Ответ: 444 руб.

125

а) Пусть всего в классе x учеников, «5» получили $\frac{x}{6}$ уч., «4» — $\frac{8}{15}x$ уч.,

«3» — $\left(\frac{8}{15}x - 10\right)$ уч.

Найдем, сколько двоек получили ученики:

$$1) x - \frac{x}{6} - \frac{8}{15}x - \left(\frac{8}{15}x - 10\right) = 10 - \frac{7}{15}x.$$

Всего двоек — 3, найдем x :

$$2) 10 - \frac{7}{30}x = 3; \frac{7x}{30} = 7; x = 30.$$

Найдем количество «4» и «5»:

$$3) \frac{x}{6} + \frac{8x}{15} = \frac{21x}{30} = \frac{21 \cdot 30}{30} = 21 \text{ ч.}$$

Найдем % «4» и «5»:

$$4) \frac{21}{30} \cdot 100\% = 70\%.$$

Ответ: 70%.

б) Пусть меньшее число — x , тогда большее $x + 3$. Меньшее число увеличили на 50%, т.е. стало $x + 0,5x = 1,5x$. Большее уменьшили на 40%, т.е. стало $(x + 3) - 0,4(x + 3) = 0,6(x + 3)$.

Сумма чисел не изменилась, имеем:

$$1) x + (x + 3) = 1,5x + 0,6(x + 3); 0,1x = 1,2; x = 12 \text{ — меньшее число.}$$

Таким образом, большее число $12 + 3 = 15$.

Найдем на сколько % 12 меньше 15.

$$2) \frac{15 - 12}{15} \cdot 100\% = 20\%.$$

Найдем на сколько % 15 больше 12:

$$3) \frac{15 - 12}{12} \cdot 100\% = 25\%.$$

Ответ: 25%, 20%.

126

а) Пусть возраст среднего брата — x лет, тогда возраст младшего — $(x - 0,6x) = 0,4x$ лет; возраст старшего — $x + 0,6x = 1,6x$ лет.

В сумме возраст троих братьев — 45 лет, имеем:

$$1) 0,4x + x + 1,6x = 45; 3x = 45; x = 15 \text{ лет.}$$

Найдем возраст младшего:

$$2) 15 \cdot 0,4 = 6 \text{ лет.}$$

Возраст старшего:

$$3) 15 \cdot 1,6 = 24 \text{ года.}$$

Ответ: 6; 15; 24.

б) Пусть книг на английском — x шт., тогда на французском — $0,48x$ шт. Книг на английском на 260 шт. больше, имеем:

$$1) x - 0,48x = 260; 0,52x = 260; x = 500.$$

Найдем количество книг на французском:

$$2) 500 \cdot 0,48 = 240 \text{ шт.}$$

Пусть всего книг y шт., тогда французские и английские книги составляют $0,05y$, имеем:

$$3) 0,05y = 500 + 240; 0,05y = 740; y = 14800.$$

Ответ: 14800 шт.

127

а) Пусть всего было x г смеси. Тогда мяты было $0,4x$ г, зверобоя — $0,6x$ г. После добавления мяты стало $0,4x + 80$, масса смеси стала $x + 80$. Мята будет составлять половину смеси, имеем:

$$1) 0,4x + 80 = \frac{1}{2}(x + 80); 0,1x = 40; x = 400 \text{ г.}$$

Найдем количество мяты:

$$2) 400 \cdot 0,4 = 160 \text{ г.}$$

Найдем количество зверобоя:

$$3) 400 \cdot 0,6 = 240 \text{ г.}$$

Ответ: 240; 160.

б) Пусть масса раствора — x г, тогда масса соли была $0,05 \cdot x$ г. После добавления масса соли стала $(0,05x + 50)$ г, масса раствора стала $(x + 50)$ г. Концентрация соли стала 24%, имеем:

$$1) 0,05x + 50 = 0,24 \cdot (x + 50); 0,19x = 38; x = 200 \text{ г.}$$

Найдем первоначальную массу соли:

$$2) 200 \cdot 0,05 = 10 \text{ г.}$$

Ответ: 10 г.

128

а) Пусть периметр треугольника — x см, тогда длина 1-й стороны — $\frac{4}{9}x$ см, 2-й — $\left(\frac{4}{9}x - 0,1 \cdot \frac{4}{9}x\right) = 0,4x$ см. Периметр — это сумма длин всех сторон, имеем:

$$x = \frac{4}{9}x + 0,4x + 14; \frac{14}{90}x = 14; x = 90 \text{ см.}$$

Ответ: 90 см.

б) Пусть длина 2-й стороны — x см, тогда длина 1-й — $0,6x$ см. Длина 3-й стороны — $(x + 0,6x) - 0,25(x + 0,6x) = 0,75(x + 0,6x)$, длина 4-й стороны — $(0,6x + 7)$ см. Периметр равен 58 см, имеем:

$$1) x + 0,6x + 0,75(x + 0,6x) + (0,6x + 7) = 58;$$

$$3,4x = 51; x = 15 \text{ см — длина 2-й стороны.}$$

Найдем длину 1-й стороны:

$$2) 15 \cdot 0,6 = 9 \text{ см.}$$

Найдем длину 3 стороны:

$$3) 0,75 \cdot 1,6 \cdot 15 = 18 \text{ см}$$

Найдем длину 4-й стороны:

$$4) 9 + 7 = 16 \text{ см}$$

Ответ: 9; 15; 18; 16.

129

а) Пусть длина прямоугольника — x см, тогда его сторона — $(x - 0,48x) = 0,52x$.

Периметр прямоугольника равен 7,6 см, имеем:

$$1) 2 \cdot (x + 0,52x) = 7,6; 2 \cdot 1,52x = 7,6; x = 2,5.$$

Найдем ширину:

$$2) 5 \cdot 0,48 = 1,2 \text{ см.}$$

Найдем площадь по формуле $S = a \cdot b$, где a — длина, b — ширина прямоугольника:

$$3) S = 2,5 \cdot 1,2 = 3 \text{ см}^2.$$

Ответ: 3 см².

б) Пусть периметр прямоугольника — x см, тогда ширина — $\frac{x}{7}$ см,

длина — $\left(\frac{x}{7} + 3,6\right)$ см. Периметр прямоугольника вычисляется по

формуле $p = 2(a + b)$, где a — ширина, b — длина, имеем:

$$1) x = 2 \cdot \left(\frac{x}{7} + \frac{x}{7} + 3,6\right); \frac{3x}{7} = 7,2; x = 6,8.$$

Найдем ширину:

$$2) \frac{16,8}{7} = 2,4 \text{ см}$$

Найдем длину:

$$3) 2,4 + 3,6 = 6 \text{ см.}$$

Найдем площадь по формуле $S = a \cdot b$:

$$4) S = 6 \cdot 2,4 = 14,4 \text{ см}^2.$$

Ответ: 14,4 см².

130

а) Пусть скорость течения x км/ч, тогда скорость парохода по течению — $(22 + x)$ км/ч, против — $(22 - x)$ км/ч. По течению пароход проходит путь за 1 ч 15 мин, против — за 1 ч 30 мин, имеем:

$$(22 + x) \cdot 1 \frac{15}{60} = (22 - x) \cdot 1 \frac{30}{60};$$

$$(22 + x) \cdot \frac{5}{4} = (22 - x) \cdot \frac{3}{2}; \frac{5}{4}x + 27,5 = 33 - \frac{3}{2}x;$$

$$2,75x = 5,5; x = 2 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 2 км/ч.

б) Пусть собственная скорость лодки x км/ч, тогда скорость по течению — $(x + 2,5)$ км/ч, против — $(x - 2,5)$ км/ч.

Пусть по течению лодка прошла S км, тогда против течения — $0,75S$.

Время лодки по течению — $\frac{x + 2,5}{S}$ ч, против — $\frac{x - 2,5}{0,75S}$.

Время одинаковое, имеем:

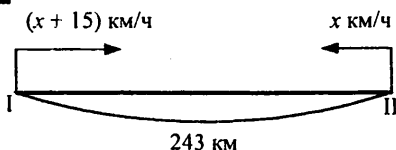
$$\frac{x + 2,5}{S} = \frac{x - 2,5}{\frac{3}{4}S}; \quad \frac{3}{4}S(x + 2,5) = S(x - 2,5);$$

$$\frac{3}{4}x + \frac{15}{8} = x - \frac{5}{2}; \quad \frac{1}{4}x = \frac{35}{8}; \quad x = 17,5 \text{ км/ч.}$$

Следовательно, лишние данные — это время, т.е. «2 ч».

Ответ: «2 ч» — время.

131



$$t_{\text{встр}} = 1 \text{ ч } 48 \text{ мин}$$

Условие: 2 автомобиля выехали из двух городов навстречу друг другу. Скорость первого на 15 км/ч больше скорости второго. Расстояние между городами 243 км.

Найти скорости автомобилей, если известно, что они встретились через 1 ч 48 мин.

Решение:

Пусть x км/ч — скорость 2-го, $(x + 15)$ км/ч — 1-го.

Найдем сколько они проезжают за 1 час:

$$1) x + (x + 15) = 2x + 15 \text{ (км/ч)}$$

За 1 ч 48 мин они вместе проедут 243 км, имеем:

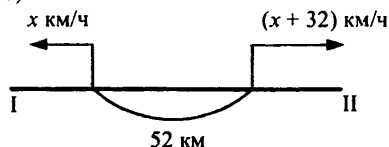
$$(2x + 15) \cdot 1 \frac{48}{60} = 243; \quad (2x + 15) \cdot 1 \frac{4}{5} = 243;$$

$$(2x + 15) \cdot \frac{9}{5} = 243; \quad \frac{18}{5}x = 216; \quad x = 60 \text{ (км/ч) — скорость 2-го.}$$

Следовательно, скорость первого автомобилиста

$$15 + 60 = 75 \text{ км/ч.}$$

б)



$$t = 1 \text{ ч } 30 \text{ мин}$$

$$d_t = 304 \text{ км}$$

d_t — расстояние между автомобилями в момент времени t .

Условие: Из двух городов, расстояние между которыми 52 км, в противоположных направлениях одновременно выехали два автомобиля. Скорость второго на 32 км/ч больше 1-го. Найти их скорости, если известно, что через 1 ч 30 мин. расстояние между ними было 304 км.

Решение:

Пусть x км/ч — скорость 1-го, $(x + 32)$ км/ч — 2-го.

Найдем их совместную скорость:

$$1) x + (x + 32) = 2x + 32 \text{ (км/ч)}.$$

Найдем расстояние, которое они проехали за 1 ч 30 мин.:

$$2) 304 - 52 = 252 \text{ (км)}$$

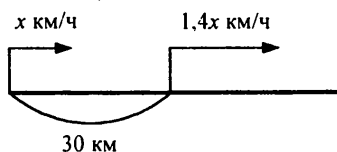
За 1 ч 30 мин они проехали 252 км, найдем x :

$$3) (2x + 32) \cdot 1\frac{30}{60} = 252; (2x + 32) \cdot 1\frac{1}{2} = 252;$$

$$(2x + 32) \cdot \frac{3}{2} = 252; 3x + 48 = 252; 3x = 204; x = 68 \text{ км/ч.}$$

Следовательно, скорость 1-го — $68 + 32 = 100$ км/ч.

Ответ: 100; 68.



$$t = 2 \text{ ч } 15 \text{ м}$$

$$d_t = 162 \text{ км}$$

Условие: Из двух городов, расстояние между которыми 30 км, в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость второго в 1,4 раза больше скорости первого. Найти скорости автомобилей, если известно, что через 2 ч 15 мин, расстояние между ними было 162 км.

Решение. Пусть x км/ч — скорость 1-го, тогда $1,4x$ км/ч — 2-го.

Найдем разницу их скоростей:

$$1) 1,4x - x = 0,4x \text{ км/ч}$$

Найдем на сколько увеличилось расстояние за 2 ч 15 мин:

$$2) 162 - 30 = 132 \text{ км.}$$

За 2 ч 15 мин. расстояние увеличилось на 132 км, имеем:

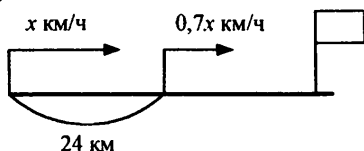
$$3) 2\frac{15}{60} \cdot 0,4x = 132; 2\frac{1}{4} \cdot 0,4x = 132; 0,9x = 132;$$

$$x = \frac{440}{3}; x = 146\frac{2}{3} \text{ км/ч — скорость 1-го.}$$

Следовательно, скорость 2-го — $146\frac{2}{3} \cdot 1,4 = 205\frac{1}{3}$ км/ч.

Ответ: $146\frac{2}{3}$; $205\frac{1}{3}$.

г)



Условие: Из двух городов, расстояние между которыми 24 км, выехали 2 автомобиля. Второй автомобиль догнал первый через 40 мин. Найти скорости автомобилей, если известно, что скорость 1-го на 30% меньше скорости 2-го.

Решение:

Пусть x км/ч — скорость 2-го, тогда скорость 1-го — $x - 0,3x = 0,7x$ км/ч.

Найдем, на сколько км сокращается расстояние между ними за 1 ч:

$$1) x - 0,7x = 0,3x \text{ км.}$$

За 40 мин расстояние сократилось на 24 км, имеем:

$$\frac{40}{60} \cdot 0,3x = 24; \quad \frac{2}{3} \cdot 0,3x = 24;$$

$$\frac{x}{5} = 24;$$

$x = 120$ км/ч — скорость 2-го

Следовательно, скорость 1-го — $0,7 \cdot 120 = 84$ км/ч.

Ответ: 84; 120.

132

а) Пусть скорость пешехода x км/ч, тогда всадника — $(x + 15)$ км/ч.

Найдем общую скорость:

$$1) x + (x + 15) = 2x + 15 \text{ км/ч.}$$

За 5 мин они преодолели 2 км, имеем:

$$2) (2x + 15) \cdot \frac{5}{60} = 2; \quad (2x + 15) \cdot \frac{1}{12} = 2;$$

$$2x + 15 = 24;$$

$x = 4,5$ км/ч — скорость пешехода.

Следовательно, скорость всадника — $15 + 4,5 = 19,5$ км/ч.

Ответ: 4,5; 19,5.

б) Пусть скорость товарного — x км/ч, тогда скорость пассажирского — $(x + 0,5x) = 1,5x$ км/ч.

Найдем, на сколько сокращалось расстояние между ними за 1 ч:

$$1) 1,5x - x = 0,5x \text{ км.}$$

За 8 ч расстояние сократилось на 256 км, имеем:

$$2) 8 \cdot (0,5x) = 256; \quad 4x = 256; \quad x = 64 \text{ км/ч — скорость товарного.}$$

Следовательно, скорость пассажирского — $1,5 \cdot 64 = 96$ км/ч.

Ответ: 96; 64.

133

а) Пусть скорость автомобиля — x км/ч, тогда скорость грузовика — $\frac{4}{5}x$ км/ч.

Найдем общую скорость:

$$1) x + \frac{4}{5}x = \frac{9}{5}x \text{ км/ч.}$$

Через 20 мин после встречи расстояние стало 54 км, имеем:

$$2) \frac{20}{60} \cdot \left(\frac{9}{5}x \right) = 54; \quad \frac{3}{5}x = 54; \quad x = 90 \text{ км/ч — скорость авто.}$$

Найдем скорость грузовика:

$$3) \frac{4}{5} \cdot 90 = 72 \text{ км/ч.}$$

Найдем время авто на 324 км:

$$4) \frac{324}{90} = 3,6 \text{ ч} = 3 \text{ ч } 36 \text{ мин.}$$

Найдем время грузовика на 324 км:

$$5) \frac{324}{72} = 4,5 = 4 \text{ ч } 30 \text{ мин.}$$

Ответ: 4 ч 30 мин; 3 ч 36 мин.

б) Пусть скорость рейсового автобуса — x км/ч, тогда скорость междугородного — $1,2x$ км/ч.

Когда рейсовый автобус проехал 30 мин, междугородный проехал 45 мин. Расстояние за это время стало 20 км, имеем:

$$\frac{45}{60} \cdot (1,2x) - \frac{30}{60} \cdot x = 20; \quad 54x - 30x = 1200;$$

$$24x = 1200; \quad x = 50 \text{ — скорость рейсового.}$$

Следовательно, скорость междугородного $50 \cdot 1,2 = 60$ км/ч.

Ответ: 60; 50.

134

Тест 1.

$$-0,4 + 1,2 = 0,8$$

$$0,7 - 3 = -2,3$$

$$-4,6 - 1,3 = -5,9$$

$$-2,5 + 4,9 = 2,4$$

$$-0,9 - 0,6 = -1,5$$

$$3,5 - 1,7 = 1,8$$

$$-1,4 - 3,6 = -5$$

$$1,6 - 5,2 = -3,6$$

$$2 - 0,05 = 1,95$$

$$-0,8 + 1,58 = 0,78$$

Тест 2.

$$-0,5 \cdot 0,9 = -0,45$$

$$3,2 : (-0,4) = -8$$

$$-7,8 : (-100) = 0,078$$

$$-2,5 \cdot 0,1 = -0,25$$

$$2,6 : (-0,01) = -260$$

$$-1,9 : (-10) = 0,19$$

$$-3 : (-5) = 0,6$$

$$0,7 \cdot (-80) = -56$$

$$(-0,3)^2 = 0,09$$

$$(-0,2)^3 = -0,008$$

Тест 3.

$$\frac{1}{2} \cdot (-0,3) = -0,15$$

$$-0,9 : \left(-\frac{1}{3}\right) = 0,3$$

$$-\frac{1}{9} \cdot 5,4 = -0,6$$

$$1 : (-0,6) = -1\frac{2}{3}$$

$$-0,4 \cdot (-2,5) = 1$$

$$-0,125 \cdot 0,64 = -0,08$$

$$\frac{5}{7} \cdot (-0,2) = -\frac{1}{7}$$

$$-2\frac{1}{3} \cdot (-3) = 7$$

$$(-0,8) : \frac{8}{9} = -0,9$$

$$0,5 : (-15) = -\frac{1}{30}$$

135

а) $\frac{2}{3} \cdot 4,5 = 3$

б) $0,18 \cdot 60 = 10,8$

в) $\frac{5}{6} \cdot a$

г) $1,4b$

д) x — искомое; $\frac{4}{9}x = 2,4$; $x = 5,4$

е) x — искомое; $0,03x = 5,25$; $x = 175$

ж) x — искомое; $\frac{1}{3}x = c$; $x = 3c$

з) x — искомое; $2,5x = d$; $x = 0,4d$

136

1) а) $5x$

б) $1,25x$

в) $1,7x$

г) $4,2x$

2) а) $\frac{y}{2}$

б) $\frac{2}{3}y$

в) $0,8y$

г) $0,95y$

137

а) $\frac{4,8}{12} \cdot 100\% = 40\% \Rightarrow 4,8$ есть 40% от 12

$100\% - 40\% = 60\%$, т.е. 4,8 меньше 12 на 60%.

б) $\frac{12}{4,8} \cdot 100\% = 250\% \Rightarrow 12$ есть 250% от 4,8

$250\% - 100\% = 150\% \Rightarrow 12$ больше 4,8 на 150%.

138

а) $a = 0,8b$.

Рассмотрим b и $0,8b$.

1. $\frac{a}{b} \cdot 100\% = \frac{0,8b}{b} \cdot 100\% = 80\%$, т.е. a составляет 80% от числа b .

$\frac{b-a}{b} = \frac{b-0,8b}{b} \cdot 100\% = 20\%$, т.е. a меньше b на 20%.

$$\text{II. } \frac{b}{a} \cdot 100\% = \frac{b}{0,8b} \cdot 100\% = 125\%, \text{ т.е. } b \text{ составляет } 125\% \text{ от числа } a.$$

$$\frac{b-a}{a} \cdot 100\% = \frac{b-0,8b}{0,8b} \cdot 100\% = 25\%, \text{ т.е. } b \text{ больше } a \text{ на } 25\%.$$

$$\text{б) } a = 2b$$

$$\text{I. } \frac{a}{b} \cdot 100\% = \frac{2b}{b} \cdot 100\% = 200\%, \text{ т.е. } a \text{ составляет } 200\% \text{ от числа } b.$$

$$\frac{a-b}{b} \cdot 100\% = \frac{2b-b}{b} \cdot 100\% = 100\%, \text{ т.е. } a \text{ больше } b \text{ на } 100\%.$$

$$\text{II. } \frac{b}{a} \cdot 100\% = \frac{b}{2b} \cdot 100\% = 50\%, \text{ т.е. } b \text{ составляет } 50\% \text{ от числа } a.$$

$$\frac{a-b}{a} \cdot 100\% = \frac{2b-b}{2b} \cdot 100\% = 50\%, \text{ т.е. } a \text{ больше } b \text{ на } 50\%.$$

$$\text{в) } a = 0,6b$$

$$\text{I. } \frac{a}{b} \cdot 100\% = \frac{0,6b}{b} \cdot 100\% = 60\%, \text{ т.е. } a \text{ составляет } 60\% \text{ от числа } b.$$

$$\frac{b-a}{b} \cdot 100\% = \frac{b-0,6b}{b} \cdot 100\% = 40\%, \text{ т.е. } a \text{ меньше } b \text{ на } 40\%.$$

$$\text{II. } \frac{b}{a} \cdot 100\% = \frac{b}{0,6b} \cdot 100\% = \frac{500}{3}\% = 166\frac{2}{3}\%, \text{ т.е. } b \text{ составляет } 166\frac{2}{3}\%$$

от числа a .

$$\frac{b-a}{a} \cdot 100\% = \frac{b-0,6b}{0,6b} \cdot 100\% = \frac{200}{3}\% = 66\frac{2}{3}\%, \text{ т.е. } b \text{ больше } a \text{ на } 66\frac{2}{3}\%.$$

$$\text{г) } a = \frac{10b}{9}$$

$$\text{I. } \frac{a}{b} \cdot 100\% = \frac{\frac{10b}{9}}{b} \cdot 100\% = \frac{1000}{9}\% = 111\frac{1}{9}\%, \text{ т.е. } a \text{ составляет } 111\frac{1}{9}\% \text{ от } b.$$

$$\frac{a-b}{b} \cdot 100\% = \frac{\frac{10b}{9} - b}{b} \cdot 100\% = \frac{100}{9}\% = 11\frac{1}{9}\%, \text{ т.е. } a \text{ больше } b \text{ на } 11\frac{1}{9}\%.$$

$$\text{II. } \frac{b}{a} \cdot 100\% = \frac{b}{\frac{10}{9}b} \cdot 100\% = 90\%, \text{ т.е. } b \text{ составляет } 90\% \text{ от числа } a.$$

$$\frac{a-b}{a} \cdot 100\% = \frac{\frac{10}{9}b - b}{\frac{10}{9}b} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{9}b}{\frac{10}{9}b} \cdot 100\% = 10\%, \text{ т.е. } b \text{ меньше } a \text{ на } 10\%.$$

139

а) Не изменится

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$$

б) 1) $\frac{546}{910} = \frac{3}{5}$;

2) $\frac{264}{1056} = \frac{1}{4}$;

3) $\frac{4abc}{12a^2c} = \frac{b}{3a}$;

4) $\frac{15x^2y}{40xyz} = \frac{3x}{8z}$;

5) $\frac{ax - ay}{ax + ay} = \frac{a(x - y)}{a(x + y)} = \frac{x - y}{x + y}$;

6) $\frac{m \cdot n}{m \cdot n + m} = \frac{m \cdot n}{m(n + 1)} = \frac{n}{n + 1}$.

140а) $\forall a \in \mathbb{Q}: a^2 > 0$ — ложно.Пример: рассмотрим $a = 0$; $0 \in \mathbb{Q}$, но $0 \not> 0$ ($0 = 0$).б) $\forall a \in \mathbb{Q}: a^2 \geq 0$ — истинно.в) $\exists a \in \mathbb{Q}: a^2 < 0$ — ложно.

Любое рациональное число в квадрате всегда неотрицательно.

г) $\exists a \in \mathbb{Q}: a^2 \leq 0$ — истинно.**141**

а) $a(2a - b) - b(a - 2b) - 2(a^2 + b^2) = 2a^2 - ab - ba + 2b^2 - 2a^2 - 2b^2 = -2ab$

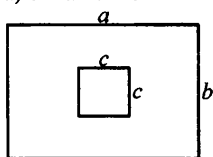
При $a = -2\frac{1}{3}$, $b = 1,5$ имеем: $-2ab = -2 \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot 1,5 = 2\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{2} = 7$.

б) $x(x + 3y) - y(3x - y) - (-x^2 + y^2) = x^2 + 3xy - 3xy + y^2 + x^2 - y^2 = 2x^2$

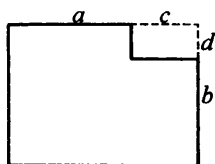
При $x = -0,5$, $y = 1\frac{1}{7}$, имеем: $2x^2 = 2(-0,5)^2 = 0,5$

142

а) $S = a \cdot b - c^2$



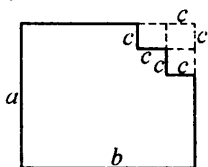
б)



Имеем:

$$S = (a + c) \cdot (b + d) - c \cdot d = ab + bc + ad + cd - cd = ab + bc + ad$$

в)



Имеем: $S = a \cdot b - 3 \cdot c^2$

143

а) $-2 : 0,03 - 11 \frac{2}{3} : (-1) = -2 \cdot \frac{100}{3} + \frac{35}{3} = -\frac{165}{3} = -55$

$$\left(4,5 - 5 \frac{1}{6}\right) \cdot (4,5 : 0,1) = \left(\frac{9}{2} - \frac{31}{6}\right) \cdot 45 = -\frac{4}{6} \cdot 45 = -30$$

$$\left(-1 \frac{1}{3}\right)^2 : (-0,8) + 2 \frac{7}{9} \cdot (-1) = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{10}{8}\right) - \frac{25}{9} = -\frac{16}{9} \cdot \frac{10}{8} - \frac{25}{9} = -5$$

Следовательно число $-5 + 25 = 20$.

б) $0,125 \cdot (-0,32) + \frac{5}{9} \cdot (-2,7) = -0,04 - 1,5 = -1,54$

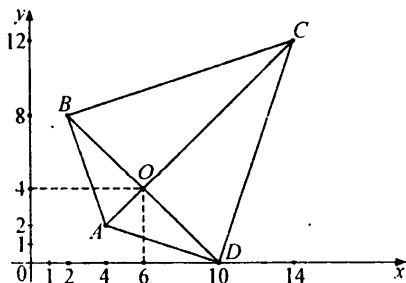
$$4,8 : 1 \frac{5}{12} - 1,75 - (-1)^2 = \frac{48}{10} \cdot \frac{12}{17} - 1,75 - 1 = \frac{288}{85} - \frac{7}{4} - 1 =$$

$$= \frac{557}{85 \cdot 4} - 1 = \frac{217}{340}$$

$$\left(\left(-\frac{1}{5}\right)^2 - 0,25 : \left(-\frac{1}{6}\right)\right) : (-0,01) = (0,04 + 0,25 \cdot 6) : (-0,01) =$$

$$= 1,54 : (-0,01) = -154$$

144



$O(6; 4)$ — точка пересечения диагоналей $ABCD$.

145

- 1) Площадь прямоугольника — произведение длины и ширины.
- 2) Объем прямоугольного параллелепипеда — это произведение длины, ширины и высоты.
- 3) Периметр прямоугольника — удвоенная сумма длины и ширины.
- 4) Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда — это удвоенная сумма попарных произведений длины, ширины и высоты.
- 5) Расстояние есть произведение скорости на время.
- 6) Остаток от деления числа a на b есть число r .
- 7) Расстояние есть скорость сближения, умноженная на время до встречи.
- 8) Собственная скорость есть полусумма скоростей по и против течения.

146

- а) Пешеход вышел в 9^{00} и двигался от деревни до станции. Велосипедист выехал в 9^{30} и двигался от станции до деревни.
- б) Время встречи 12^{00} , встретились в 12 км от деревни.

г) Пешеход: 1-й участок 0–12 км: $v_1 = \frac{12}{4} = 3$ км/ч.

2-й участок 12–24 км: $v_2 = \frac{24 - 12}{3} = 4$ км/ч.

3-й участок 24–36 км: $v_3 = \frac{36 - 24}{2} = 6$ км/ч.

Велосипедист 1-й участок 36–12 км: $v_1 = \frac{36 - 12}{2} = 12$ км/ч.

12–0 км: $v_2 = \frac{12}{1} = 12$ км/ч.

- д) Пешеход: остановка в 12^{00} на 1 час и остановка в 15^{00} на 30 мин.
- Велосипедист: остановка в 11^{30} на 1 ч 30 мин.

147

- а) 12 км/ч = $12 \cdot 1000$ м/ч = $12 \cdot 1000 : 60$ м/мин = 200 м/мин
- $1,8$ км/ч = $1,8 \cdot 1000$ м/ч = $1,8 \cdot 1000 : 60$ м/мин = 30 м/мин
- 3 км/ч = $3 \cdot 1000 : 60$ м/мин = 50 м/мин
- $1,5$ м/с = $1,5 \cdot 60$ м/мин = 90 м/мин
- 4 м/с = $4 \cdot 60$ м/мин = 240 м/мин
- $0,8$ м/с = $0,8 \cdot 60$ м/мин = 48 м/мин
- б) 25 м/мин = $25 \cdot 60$ м/ч = $25 \cdot 60 : 1000$ км/ч = 1,5 км/ч
- 150 м/мин = $150 \cdot 60 : 1000$ км/ч = 9 км/ч
- 400 м/мин = $400 \cdot 60 : 1000$ км/ч = 24 км/ч
- 5 м/с = $5 \cdot 60$ м/мин = $5 \cdot 60 : 1000$ км/ч = 18 км/ч
- $12,5$ м/с = $12,5 \cdot 60$ м/мин = $12,5 \cdot 60 \cdot 60 : 1000$ км/ч = 45 км/ч
- 40 м/с = $40 \cdot 60$ м/мин = $40 \cdot 60 \cdot 60 : 1000$ км/ч = 144 км/ч

$$\begin{aligned} \text{в) } 9 \text{ км/ч} &= 9 \cdot 1000 \text{ м/ч} = 9 \cdot 1000 : 60 \text{ м/мин} = \\ &= (9 \cdot 1000 : 60) : 60 \text{ м/с} = 9 : 3,6 \text{ м/с} = 2,5 \text{ м/с} \end{aligned}$$

$$54 \text{ км/ч} = 54 : 3,6 \text{ м/с} = 15 \text{ м/с}$$

$$126 \text{ км/ч} = 126 : 3,6 \text{ м/с} = 35 \text{ м/с}$$

$$90 \text{ м/мин} = 90 : 60 \text{ м/с} = 1,5 \text{ м/с}$$

$$120 \text{ м/мин} = 120 : 60 \text{ м/с} = 2 \text{ м/с}$$

$$144 \text{ м/мин} = 144 : 60 \text{ м/с} = 2,4 \text{ м/с}$$

148

а) Найдем скорость сближения:

$$1) 5,4 + 3,6 = 9 \text{ км/ч} = 9 : 3,6 \text{ м/с} = 2,5 \text{ м/с}$$

Через t с расстояние будет $(50 - 2,5t)$ м.

$$\text{Ответ: } d = 50 - 2,5t \text{ м.}$$

б) Аналогично.

$$\text{Ответ: } d = 50 + 2,5t \text{ м.}$$

в) Найдем на сколько метров сокращается расстояние за 1 с.

$$1) 5,4 - 3,6 = 1,8 \text{ км/ч} = 1,8 : 3,6 = 0,5 \text{ м/с}$$

Через t с расстояние будет $50 - 0,5t$ м.

$$\text{Ответ: } d = 50 - 0,5t \text{ м.}$$

2) Аналогично.

$$\text{Ответ: } d = 50 + 0,5t \text{ м.}$$

149

а) Пусть у Олега было x марок. Тогда в 1-й альбом он разместил $0,2x$ марок. Во второй альбом он разместил $\frac{1}{3}$ остатка, т.е.

$$(x - 0,2x) \cdot \frac{1}{3} = 0,8x \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{15}x.$$

Найдем сколько марок разместили в 3-й альбом:

$$1) x - 0,2x - \frac{4}{15}x = x - \frac{3}{15}x - \frac{4}{15}x = \frac{8}{15}x.$$

В третьем альбоме 56 марок, имеем:

$$2) \frac{8}{15}x = 56; \quad x = 105 \text{ марок — всего у Олега. Ответ: } 105.$$

б) Пусть было x пасмурных дней, тогда солнечных $x + 0,2x = 1,2x$ дней. Дождливых дней было $(1,2x - 4)$ дня.

Найдем общее количество дней:

$$1) x + 1,2x + 1,2x - 4 = 3,4x - 4$$

Всего в июне 30 дней, имеем:

$$2) 3,4x - 4 = 30; \quad 3,4x = 34; \quad x = 10 \text{ — пасмурных дней.}$$

Найдем количество солнечных дней:

$$3) 10 \cdot 1,2 = 12 \text{ дней.}$$

Найдем процент солнечных дней:

$$4) \frac{12}{30} \cdot 100\% = 40\%. \text{ Ответ: } 40\%.$$

150

Пусть на элеваторах было по x т зерна. Из первого вывезли 140 т, тогда из 2-го — $140 \cdot 2,5 = 350$ т.

В 1-м осталось $(x - 140)$ т, во 2-м $x - 350$ т зерна.

Во 2-м осталось в 2,4 р меньше, чем в 1-м, имеем:

$$x - 140 = 2,4(x - 350); 1,4x = 700; x = 500 \text{ т.}$$

Ответ: по 500 т.

151

Пусть осталось x кг картофеля, тогда было израсходовано $(x + 0,4x) = 1,4x$ кг, Всего было 180 кг картофеля, имеем:

$$x + 1,4x = 180; 2,4x = 180; x = 75 \text{ кг.}$$

Ответ: 75.

152

Пусть на обивку дивана пошло x м² ткани, тогда на обивку кресла — $(x - 0,68x) = 0,32x$ м².

На обивку дивана и двух кресел потребовалось 12,3 м², имеем:

$$1) x + 2 \cdot (0,32x) = 12,3; 1,64x = 12,3; x = 7,5 \text{ м}^2.$$

Найдем количество ткани для обивки 1-го кресла:

$$2) 7,5 \cdot 0,32 = 2,4 \text{ м}^2.$$

Ответ: 2,4 м².

153

$$a) \frac{510}{1122} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 11} = \frac{5}{11};$$

$$b) \frac{7,5 \cdot 3,6 - 3,6 \cdot 1,5}{1,8 \cdot 7,5 + 1,5 \cdot 1,8} = \frac{3,6(7,5 - 1,5)}{1,8(7,5 + 1,5)} = \frac{3,6 \cdot 6}{1,8 \cdot 9} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3};$$

$$в) \frac{40a^2bc}{16ab^2c} = \frac{5 \cdot a}{2b} = \frac{5}{2} \cdot \frac{a}{b};$$

$$г) \frac{mx + my}{mxy} = \frac{m(x + y)}{m \cdot x \cdot y} = \frac{x + y}{xy};$$

$$д) \frac{2n^3}{3n^2} = \frac{2}{3} \cdot n.$$

154

Пусть скорость И.И. — x км/ч. Тогда до встречи он прошел

$$\left(0,25 + \frac{6}{60}\right) \cdot x = 0,35 \cdot x \text{ км.}$$

$$\text{И.П. проехал до встречи } 14 \cdot \frac{6}{60} = 1,4 \text{ км.}$$

Имеем: 1) $0,35 \cdot x = 1,4$; $x = 4$ км/ч — скорость И.И.

Найдем расстояние от поселка до остановки:

$$2) 4 \cdot \frac{42}{60} = 2,8 \text{ км.}$$

Найдем время И.П. в пути:

$$3) \frac{2,8}{14} = 0,2 \text{ ч} = 12 \text{ мин.}$$

Найдем разницу:

$$4) 42 \text{ мин} - 12 \text{ мин} = 30 \text{ мин.}$$

Ответ: 4 км/ч; 30 мин.

155

$$a) a = 3 \text{ см}$$

$$S = a^2 = 9 \text{ см}^2$$

$$\frac{a}{a} = 1$$

$$b) a = 3,5 \text{ см, } b = 2,5 \text{ см}$$

$$S = a \cdot b = 3,5 \cdot 2,5 = 8,75 \text{ см}^2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3,5}{2,5} = \frac{7}{5}$$

$$c) a = 4 \text{ см, } b = 2 \text{ см}$$

$$S = a \cdot b = 4 \cdot 2 = 8 \text{ см}^2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{2} = 2$$

$$d) a = 5,5 \text{ см, } b = 1,5 \text{ см}$$

$$S = a \cdot b = 5,5 \cdot 1,5 = 8,25$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5,5}{1,5} = \frac{11}{3}$$

$$e) a = 5 \text{ см, } b = 1 \text{ см}$$

$$S = a \cdot b = 5 \cdot 1 = 5 \text{ см}^2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{1} = 5$$

$$f) a = 5,5, b = 0,5 \text{ см}$$

$$S = 5,5 \cdot 0,5 = 2,75 \text{ см}^2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5,5}{0,5} = 11$$

156

$$a) a(a+x) - x(a-x) - (-a^2 + x^2) = a^2 + ax - xa + x^2 + a^2 - x^2 = 2a^2.$$

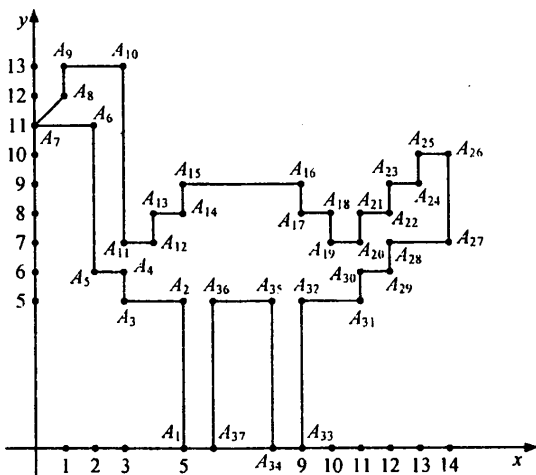
$$\text{При } a = -0,6, x = -2\frac{1}{6} \text{ имеем: } 2a^2 = 2(-0,6)^2 = 2 \cdot 0,36 = 0,72.$$

Ответ: 0,72.

$$\begin{aligned} \text{б) } & -n(2n-3k) - k(3n+2k) + 3(n^2-k^2) = \\ & = -2n^2 + 3nk - 3kn - 2k^2 + 3n^2 - 3k^2 = n^2 - 5k^2. \end{aligned}$$

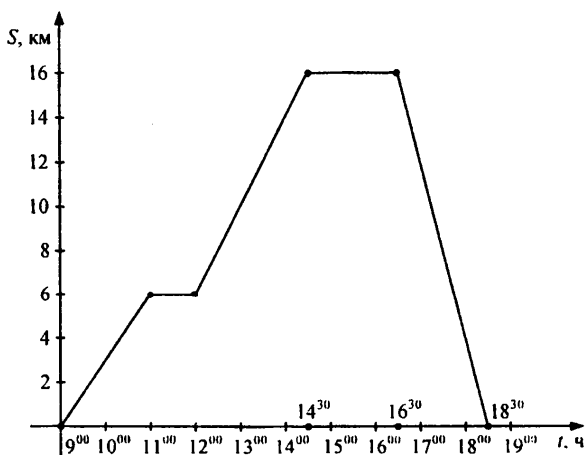
$$\text{При } n = -\frac{1}{2}, k = 0,2 \text{ имеем: } n^2 - 5k^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 5(0,2)^2 = 0,05.$$

157



Ответ: страус.

158



Ответ: успеют.

159

$$\text{а) } 9 \text{ км/ч} = 9 \cdot 1000 \text{ м/ч} = 9 \cdot 1000 : 60 \text{ м/с} = 150 \text{ м/мин}$$

$$5 \text{ м/с} = 5 \cdot 60 \text{ м/мин} = 300 \text{ м/мин}$$

$$\text{б) } 400 \text{ м/мин} = 400 \cdot 60 \text{ м/ч} = 400 \cdot 60 : 1000 \text{ км/ч} = 24 \text{ км/ч}$$

$$20 \text{ м/с} = 20 \cdot 60 \text{ м/мин} = (20 \cdot 60 \cdot 60) : 1000 \text{ км/ч} = 72 \text{ км/ч}$$

$$\text{в) } 27 \text{ км/ч} = 27 \cdot 1000 : 60 \text{ м/мин} = (27 \cdot 1000 : 60) : 60 \text{ м/с} = 7,5 \text{ м/с}$$

$$150 \text{ м/мин} = 150 : 60 \text{ м/с} = 2,5 \text{ м/с}$$

160

$$x = 0,125 : \left(\frac{(0,45 + 0,25) : 4,2}{(0,9 + 0,5) : 2,1} - \frac{3\frac{3}{4} - (7,55 - 3,8)}{\frac{4}{25} \cdot 0,25 + 6,23} \right) + \frac{7\frac{1}{8} : 1,9}{1 - 0,6 : \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}} =$$

$$= 0,125 : \left(\frac{0,7}{1,4 \cdot 2} - \frac{0}{\frac{4}{2,5} \cdot 0,25 + 6,23} \right) + \frac{57 \frac{10}{19}}{1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{1}{8} : \frac{1}{4} + \frac{\frac{15}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} + 5 = 5,5$$

$$\text{Имеем: } 0,11x = 5,5; \quad x = 50.$$

Ответ: 50.

161

$$x = \frac{2\frac{1}{6} + 1,5}{2\frac{1}{6} - 1,5} + \frac{\frac{2}{13} \cdot (5,84 + 7\frac{4}{25})}{\frac{8}{9} : 4\frac{4}{9} - 0,05} -$$

$$- \frac{\left(\frac{19,2}{0,12} - 3,4 \right) : 0,9}{1,2 : \frac{1}{29} \cdot \frac{1}{2}} - 29,9 = \frac{\frac{13}{6} + \frac{3}{2}}{\frac{13}{6} - \frac{3}{2}} + \frac{\frac{2}{9} \cdot 13}{\frac{8}{9} \cdot \frac{9}{40} - 0,05} -$$

$$- \frac{(160 - 3,4) : 0,9}{17,4} - 29,9 = \frac{\frac{22}{6}}{\frac{6}{4}} + \frac{2}{0,15} - \frac{174}{17,4} - 29,9 =$$

$$= 5,5 + \frac{40}{3} - 10 - 29,9 = 13\frac{1}{3} - 34\frac{2}{5} = -\frac{316}{15}$$

$$0,45x = -0,45 \cdot \frac{316}{15} = -9,48$$

Ответ: -9,48.

162

$$x = \frac{3,6 : (-0,09) + 28\frac{3}{7}}{0,2 \cdot 6\frac{1}{7} - 1,5 - 0,2 - 0,2 \cdot 1\frac{3}{7}} + \frac{-5,7 : 18,5 \cdot 3,7}{0,7 \cdot 1,9 : (-2,8)}$$

$$= \frac{1\frac{5}{8} + 9\frac{7}{12} - 20\frac{11}{24}}{3\frac{1}{24} - 1,5} = \frac{-40 + 28\frac{3}{7}}{0,2 \left(6\frac{1}{7} - 1,5 - 1\frac{3}{7} \right)} + \frac{5,7 - 3,7 \cdot 2,8}{0,7 \cdot 1,9 \cdot 18,5}$$

$$= \frac{1\frac{15}{24} + 9\frac{14}{24} - 20\frac{11}{24}}{3\frac{1}{24} - 1\frac{12}{24}} = -\frac{11\frac{4}{7} \cdot 5}{\frac{45}{14}} + 2,4 + \frac{9\frac{6}{24}}{1\frac{13}{24}}$$

$$= -\frac{\frac{81}{7} \cdot 5}{\frac{45}{14}} + 2,4 + \frac{222}{37} = -18 + 2,4 + 6 = -9,6$$

$$\frac{27 - (-9,6)}{9,6} \cdot 100\% = 381,25\%$$

Ответ: на 381,25 %.

163

а) Переберем все варианты, пусть в — васильки, р — ромашки, к — колокольчики.

- | | | |
|----------|----------|----------|
| 1. в ⊕ в | 4. к ⊕ к | 7. р ⊕ р |
| 2. в ⊕ р | 5. к ⊕ р | 8. р ⊕ к |
| 3. в ⊕ к | 6. к ⊕ в | 9. р ⊕ в |

Это все возможные варианты.

У нас 3 одинаковые пары: 2 и 9, 3 и 6, 5 и 8.

Возьмем только одну из них. Имеем 6 различных пар.

б) если только из двух разных, то имеем только 3 варианта:

- | | | |
|----------|----------|----------|
| 1. в ⊕ р | 2. к ⊕ р | 3. к ⊕ в |
|----------|----------|----------|

Ответ: 6; 3.

164

а) Составим все возможные варианты

- | | | | |
|----|----|----|----|
| 1) | 2) | 3) | 4) |
| 11 | 31 | 51 | 71 |
| 13 | 33 | 53 | 73 |
| 15 | 35 | 55 | 75 |
| 17 | 37 | 57 | 77 |

Ответ: 11, 13, 15, 17, 31, 33, 35, 37, 51, 53, 55, 57, 71, 73, 75, 77.

б) Составим все возможные варианты

1)	2)	3)	4)
13	31	51	71
15	35	53	73
17	37	57	75

Ответ: 13, 15, 17, 31, 35, 37, 51, 53, 57, 71, 73, 75.

165

а) Рассмотрим трехзначное число в следующей записи \overline{abc} . На месте a могут стоять пять цифр, т.е. имеем 5 случаев: $\overline{1bc}$, $\overline{2bc}$, $\overline{3bc}$, $\overline{4bc}$, $\overline{5bc}$. Каждый из этих случаев имеет еще 5 подслучаев, к примеру, $\overline{11c}$, $\overline{12c}$, $\overline{13c}$, $\overline{14c}$, $\overline{15c}$. Для каждого такого подслучая имеем еще 5 подслучаев, к примеру: $\overline{121}$, $\overline{122}$, $\overline{123}$, $\overline{124}$, $\overline{125}$.

Если посчитать все случаи, получим всего $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ чисел.

б) Рассмотрим трехзначное число в виде следующей записи: \overline{abc} . На месте 1-й цифры могут стоять числа от 1 до 5, то есть имеем 5 случаев: $\overline{1bc}$, $\overline{2bc}$, $\overline{3bc}$, $\overline{4bc}$, $\overline{5bc}$. Каждый такой случай содержит в себе 4 подслучая, т.к. на втором месте могут стоять уже не все цифры. К примеру, случай $\overline{1bc}$ имеет 4 подслучая: $\overline{12c}$, $\overline{13c}$, $\overline{14c}$, $\overline{15c}$, т.к. на 2-м месте не может стоять цифра «2». Каждый такой подслучай распадается еще на 3 подслучая. К примеру, $\overline{12c}$ имеет следующие: $\overline{123}$, $\overline{124}$, $\overline{125}$.

Всего имеем $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ чисел.

Ответ: 60 чисел.

166

а) Рассмотрим трехзначное число в виде следующей записи — \overline{abc} . Цифры могут повторяться, поэтому на 1-м месте могут стоять 4 цифры: «2», «4», «6», «8», т.к. «0» не может стоять на 1-м месте. То есть имеем 4 случая: $\overline{2bc}$, $\overline{4bc}$, $\overline{6bc}$, $\overline{8bc}$. Далее каждый случай распадается еще на 5 подслучаев. К примеру, случай $\overline{2bc}$ на: $\overline{20c}$, $\overline{22c}$, $\overline{24c}$, $\overline{26c}$, $\overline{28c}$. Каждый такой подслучай содержит еще 5 случаев. К примеру, $\overline{20c}$ содержит: $\overline{200}$, $\overline{202}$, $\overline{204}$, $\overline{206}$, $\overline{208}$.

Имеем: всего $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$ чисел.

Ответ: 100 чисел.

б) Рассмотрим запись трехзначного числа как \overline{abc} . На 1-м месте могут стоять цифры «2», «4», «6» или «8». То есть имеем 4 случая. Каждый такой случай содержит 4 подслучая. К примеру, $\overline{2bc}$ содержит: $\overline{20c}$, $\overline{24c}$, $\overline{26c}$, $\overline{28c}$, т.к. цифры не должны повторяться.

Каждый такой подслучай распадается на $\overline{204}$, $\overline{206}$, $\overline{208}$, т.к. цифра распадается на $2 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ чисел.
Имеем всего $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ чисел.
Ответ: 48 чисел.

167

Занумеруем юбки — a_1, a_2, a_3, a_4 , блузки — c_1, c_2 .
Составить костюм — значит составить тройку (a_i, b_j, c_k) , где a_i — юбка, b_j — блузка, c_k — рубашка.
Каждый из a_i может принимать 4 значения, каждый из b_j — 3 значения, каждый из c_k — 2 значения.
Итого $4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$ костюма.

Каждый подслучай \overline{abc} содержит еще два. К примеру, $\overline{a_1b_1c_1}$ содержит $\overline{a_1b_1c_2}$ и $\overline{a_1b_2c_1}$.
Итого $32 \cdot 2 = 64$ подслучая.
Имеем всего $4 \cdot 5 \cdot 2 = 40$ случаев.
Ответ: 40 способов.

§ 4. Координатная плоскость

1. Прямоугольные координаты на плоскости

168

- Из O в A : 4 влево, 3 вверх.
- Из O в B : 5 вправо, 4 вверх.

169

- $A(4; 1)$ — I четверть
 $B(-5; 3)$ — II четверть

170

$M(x, y)$

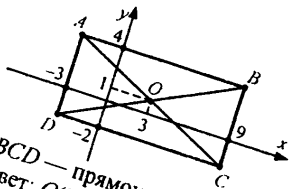
Если M из I четверти, то $x > 0, y > 0$,
из II четверти, то $x < 0, y > 0$,

171

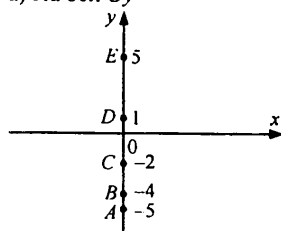
- Из O в C : 4 вправо, 2 вниз.
- Из O в D : 3 влево, 2 вниз.

$C(-3; -2)$ — III четверть
 $D(5; -3)$ — IV четверть

из III четверти, то $x < 0, y < 0$,
из IV четверти, то $x > 0, y < 0$.

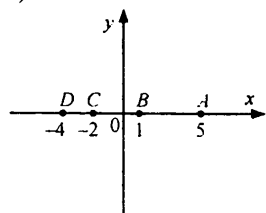


$ABCD$ — прямоугольник.
Ответ: $O(3; 1)$ — точка пересечения диагоналей $ABCD$.

172а) На оси Oy 

Ответ: $F(0, 10)$ — координаты следующей точки.

б)

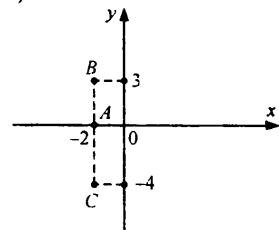


Ответ: A, B, C, D лежат на одной прямой.

в) $O(0, 0)$ — начало отсчета.

173

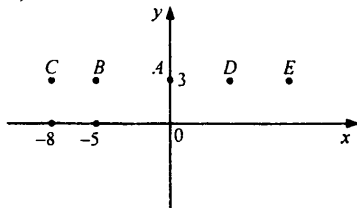
а)



$A(-2, 0), B(-2, 3), C(-2, -4)$

Ответ: расположены на одной прямой.

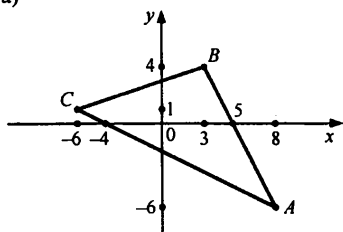
б)



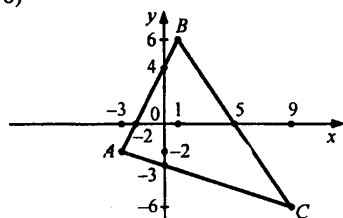
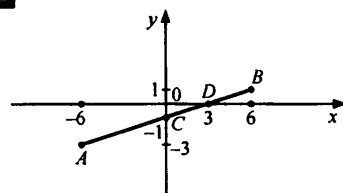
$A(0; 3), B(-5; 3), C(-8; 3), D(4; 3), E(8; 3)$.

174

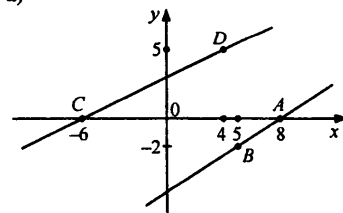
а)

Точки пересечения $\triangle ABC$ с осью Ox : $(-4; 0)$, $(5; 0)$.С осью Oy : $(0; -2)$, $(0; 3)$.

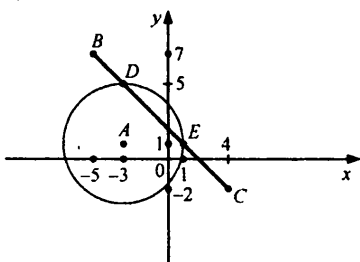
б)

Точки пересечения $\triangle ABC$ с осью Ox : $(-2; 0)$, $(5; 0)$.С осью Oy : $(0; -3)$, $(0; 4)$.**175**1. A, B, C, D лежат на одной прямой. 2. C делит AB пополам. B делит AC как $3 : 1$.**176**

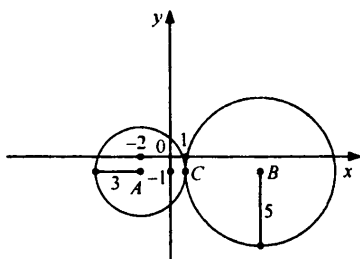
а)



1. Прямые параллельны, у них нет точек пересечения.
 2. Две различные прямые могут иметь 1 точку пересечения, или не иметь вовсе.
- б)



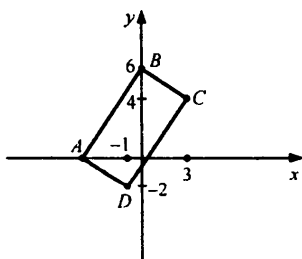
1. $D(-3, 5)$, $E(1, 1)$ — координаты точек пересечения.
 2. Прямая и окружность могут иметь 2, 1 или не иметь точек пересечения.
- в)



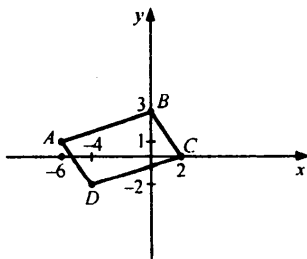
1. $C(1, -1)$ — координаты общей точки.
2. Две окружности могут иметь 1 или 2 общие точки или не иметь общих точек.

177

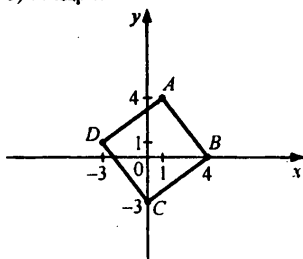
а) прямоугольник



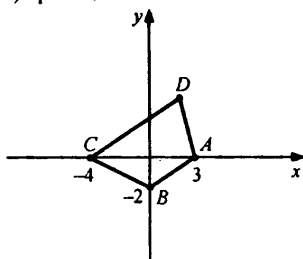
в) параллелограмм



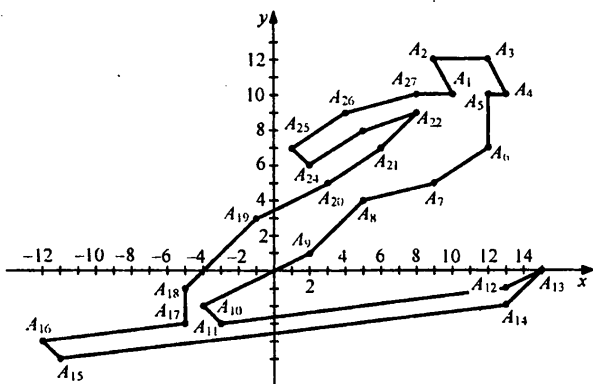
б) квадрат



г) трапеция

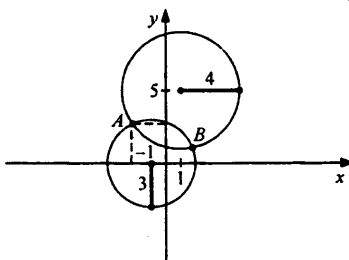


178



Ответ: лыжник.

179



$A(-2; 2,5)$. $B(2; 1)$ — приближенные значения координат точек пересечения.

180

$A(-1,3; 2)$

$B(1,8; 0,8)$

$C(-2,6; 0,4)$

$D(1,8; -1,4)$

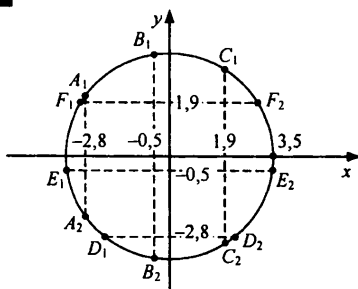
$E(0; -1,6)$

$F(-1,2; -0,7)$

181

- а) $A_1(-3,4; -2,4)$ $A_5(0; -0,8)$
 $A_2(-2,5; -1,5)$ $A_6(0,7; -0,1)$
 $A_3(-1,8; -1,3)$ $A_7(1,5; 0,9)$
 $A_4(-0,6; -1,1)$ $A_8(2,9; 1,7)$
 $A_9(3,6; 2,5)$
- б) $B_1(3,5; 2,3)$ $B_5(0,5; -0,4)$
 $B_2(2,6; 1,6)$ $B_6(0,1; -0,7)$
 $B_3(1,4; 0,8)$ $B_7(-3,1; -1,9)$
 $B_4(0,8; 0)$ $B_8(-3,4; -2,4)$
 $B_9(-3,6; -2,8)$

Здесь может быть погрешность ± 1 мм.

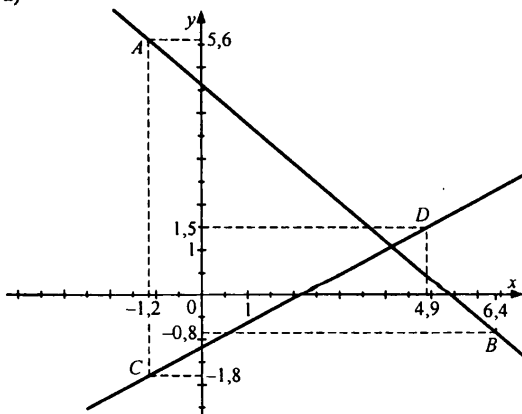
182

- A_1, A_2 — с абсциссой $-2,8$
 B_1, B_2 — с абсциссой $-0,5$
 C_1, C_2 — с абсциссой $-1,9$

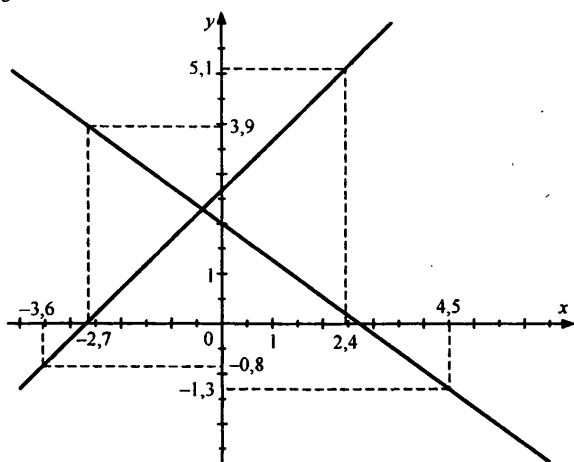
- D_1, D_2 — с ординатой $(-2,8)$
 E_1, E_2 — с ординатой $(-0,5)$
 F_1, F_2 — с ординатой $1,9$

183

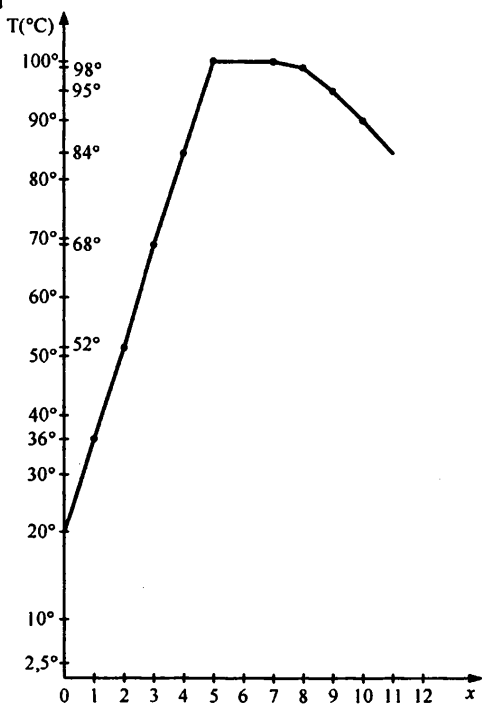
а)



6)



184



185

а) $-1 + \frac{2}{9} = -\frac{7}{9}$;

д) $-\frac{3}{7} \cdot 1,4 = -0,6$;

б) $-1,6 + 4 = 2,4$;

е) $-2,8 \cdot (-0,25) = 0,7$;

в) $-0,9 - \frac{1}{2} = -1,4$;

ж) $0,3 : \left(-\frac{1}{3}\right) = -0,9$;

г) $-0,8 - (-0,8) = 0$;

з) $(-2 : 5) : (-0,4) = 1$.

186

а) Модуль любого рационального числа неотрицателен. Истинно.

б) Существует рациональное число, модуль которого равен модулю от этого же числа, но с противоположным знаком. Истинно.

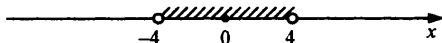
в) Для любых двух рациональных чисел модуль их суммы равен сумме модулей этих чисел. Ложно.

Пример: Возьмем $a = 1, b = -1$.Тогда $|a| + |b| = |1| + |-1| = 2$, но $|a + b| = |1 - 1| = 0$. $0 \neq 2$.

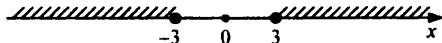
г) Существуют два рациональных числа, модуль суммы которых больше, либо равен модулю их разности. Истинно.

187

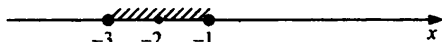
а) $|x| < 4$



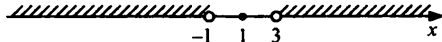
б) $|x| \geq 3$



в) $|x + 2| \leq 1$



г) $|x - 1| > 2$

**188**а) Пусть 1-е число a , тогда 2-е — $(a + 1)$, 3-е — $(a + 2)$. В сумме они дают -9 , имеем:

$$a + a + 1 + a + 2 = -9 \Leftrightarrow 3a = -12 \Leftrightarrow a = -4.$$

Следовательно, это числа $-4, -3, -2$.Ответ: $-4; -3; -2$.б) Пусть 1-е число $-a$, тогда 2-е — $(a + 1)$, 3-е — $(a + 2)$. Их сумма равна 5 , имеем:

$$-a + a + 1 + a + 2 = 5; 3a = 2; a = \frac{2}{3}.$$

Следовательно, это числа $\frac{2}{3}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{2}{3}$.Ответ: $\frac{2}{3}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{2}{3}$.

189

$$\text{а) } \frac{\begin{array}{r} 25 \overline{) 8} \\ \underline{24} \\ 1 \end{array}}{3} \Rightarrow \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$$

Проверка $3 \cdot 8 + 1 = 24 + 1 = 25$.

$$\text{б) } \frac{\begin{array}{r} 32 \overline{) 5} \\ \underline{30} \\ 2 \end{array}}{6} \Rightarrow \frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}$$

Проверка $6 \cdot 5 + 2 = 30 + 2 = 32$.

$$\text{в) } \frac{\begin{array}{r} 51 \overline{) 9} \\ \underline{45} \\ 6 \end{array}}{5} \Rightarrow \frac{51}{9} = 5\frac{6}{9}$$

Проверка $5 \cdot 9 + 6 = 45 + 6 = 51$.

$$\text{г) } \frac{\begin{array}{r} 45 \overline{) 6} \\ \underline{42} \\ 3 \end{array}}{7} \Rightarrow \frac{45}{6} = 7\frac{3}{6}$$

Проверка $7 \cdot 6 + 3 = 42 + 3 = 45$.

$$\text{д) } \frac{\begin{array}{r} 38 \overline{) 3} \\ \underline{36} \\ 2 \end{array}}{12} \Rightarrow \frac{38}{3} = 12\frac{2}{3}$$

Проверка $12 \cdot 3 + 2 = 36 + 2 = 38$.

$$\text{е) } \frac{\begin{array}{r} 75 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 18 \\ \underline{35} \\ 32 \\ \underline{3} \end{array}}{18} \Rightarrow \frac{75}{4} = 18\frac{3}{4}$$

Проверка $18 \cdot 4 + 3 = 72 + 3 = 75$.

$$\text{ж) } \frac{\begin{array}{r} 60 \overline{) 18} \\ \underline{54} \\ 6 \end{array}}{3} \Rightarrow \frac{60}{18} = 3\frac{6}{18}$$

Проверка $3 \cdot 18 + 6 = 54 + 6 = 60$.

$$\text{з) } \frac{\begin{array}{r} 82 \overline{) 15} \\ \underline{75} \\ 7 \end{array}}{5} \Rightarrow \frac{82}{15} = 5\frac{7}{15}$$

Проверка $5 \cdot 15 + 7 = 75 + 7 = 82$.**190**а) Пусть a — большее число, b — меньшее. Найдем, как связаны a и b :1) $a = 3b + 2$, т.к. при делении a на b в частном 3, а в остатке 2.

Их сумма 130, имеем:

2) $b + (3b + 2) = 130$; $4b = 128$; $b = 32$ — меньшее число.

Найдем разность чисел:

3) $a - b = 3b + 2 - b = 2(b + 1) = 2 \cdot (32 + 1) = 66$.

Ответ: 66.

б) Пусть a — большее число, b — меньшее. Найдем, как связаны a и b :1) $a = 7b + 3$, т.к. при делении a на b в частном 7, в остатке 3.

Их разность равна 75, имеем:

$$2) a - b = 7b + 3 - b = 6b + 3 = 75$$

$$6b + 3 = 75; 6b = 72; b = 12.$$

Найдем сумму a и b :

$$3) a + b = 7b + 3 + b = 8b + 3 = 8 \cdot 12 + 3 = 99.$$

Ответ: 99.

191

а) $a - b^2$, при $a = -1,5$, $b = -\frac{1}{2}$, имеем:

$$-1,5 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -1,5 - 0,25 = -1,75.$$

б) $a^2 - b^2$, при $a = -1,5$, $b = -\frac{1}{2}$, имеем:

$$(-1,5)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 2,25 - 0,25 = 2.$$

в) $(a - b)^2$, при $a = -1,5$, $b = -\frac{1}{2}$, имеем:

$$\left(-1,5 - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 = (-1)^2 = 1.$$

г) $\frac{a^2}{b^3}$, при $a = -1,5$, $b = -\frac{1}{2}$, имеем:

$$\frac{(-1,5)^2}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{2,25}{\frac{1}{8}} = -18.$$

д) $\frac{1}{a^2 + b^2}$, при $a = -1,5$, $b = -\frac{1}{2}$, имеем:

$$\frac{1}{(-1,5)^2 + (-0,5)^2} = \frac{1}{2,25 + 0,25} = \frac{1}{2,5} = 0,4.$$

е) $-(a + b)^2$, при $a = -1,5$, $b = -\frac{1}{2}$, имеем:

$$-\left(-1,5 - \frac{1}{2}\right)^2 = -(-2)^2 = -4.$$

192

$$а) -40 : (-5) - 2 \cdot (-6) = 8 + 12 = 20;$$

$$б) (4 - 32) : (-7) - 12 = 4 - 12 = -8;$$

$$в) -9 \cdot 5 - 5 \cdot (36 : (-6) - 4) = -45 - 5(-10) = -45 + 50 = 5;$$

$$г) (-15 - (-18) : (-2)) : (-8) = (-15 - 9) : (-8) = 3;$$

$$д) (-2)^3 - (-3)^2 = -8 - 9 = -17;$$

$$е) (-1)^{2000} - (-1)^{2001} = 1 - (-1) = 2.$$

193

а) $\frac{-1,7}{x} = \frac{5,1}{-1,8}$; $5,1 \cdot x = 1,7 \cdot 1,8$; $x = 0,6$;

б) $\frac{-0,35}{\frac{1}{2}} = \frac{-0,5}{x}$; $-0,35x = \frac{1}{2} \cdot 0,5$; $x = -\frac{0,25}{0,35}$; $x = -\frac{5}{7}$;

в) $\frac{4\frac{1}{3}}{x} = \frac{-2,6}{0,09}$; $-2,6 \cdot x = 4\frac{1}{3} \cdot 0,09$;

$-2,6 \cdot x = \frac{13}{3} \cdot \frac{9}{100}$; $x = \frac{13 \cdot 3}{100} \cdot \frac{5}{13}$; $x = 0,15$;

г) $\frac{-6\frac{2}{9}}{1,6} = \frac{x}{-1\frac{2}{7}}$; $1,6x = 6\frac{2}{9} \cdot 1\frac{2}{7}$; $\frac{8}{5}x = \frac{56}{9} \cdot \frac{9}{7}$; $x = 8 \cdot \frac{5}{8}$; $x = 5$.

194

а) $y = kx$ — прямо пропорциональная зависимость.

Пример: $y = 2x$.

$y = \frac{k}{x}$ — обратно пропорциональная зависимость.

Пример: $y = \frac{1}{x}$.

б) Прямо пропорциональная зависимость: 2, 3, 4, 5.

Обратно пропорциональная зависимость: 1, 3, 6, 9.

Не являются ни тем, ни другим: 7, 8.

195

а) Пусть тракторист должен был вспахать x га в день, но он вспахивал $x + 2$ га в день. Он должен был выполнить работу за 5 дней, но выполнил за 4 дня.

Составим пропорцию:

1) $5 \cdot x = 4 \cdot (x + 2)$; $5x = 4x + 8$; $x = 8$ га/день.

Найдем площадь поля:

2) $S = 5 \cdot x = 5 \cdot 8 = 40$ га.

Ответ: 40 га.

б) Пусть длина пути x км.

Найдем сколько процентов пути он проходил за 1 час:

1) $\frac{2}{3}$ ч — $0,3x$ км

1 ч — y км

Составим пропорцию: $\frac{2}{1} = \frac{0,3x}{y}$; $\frac{2}{3} \cdot y = 0,3x \cdot 1$; $y = 0,45x$.

Значит, за 1 час он проходил 45% пути.

Следовательно, за 1 ч 40 мин он прошел $30 + 45 = 75\%$ пути. Тогда ему осталось пройти $100 - 75 = 25\%$. Оставшийся путь составлял 3 км. имеем:

2) $0,25x = 3$; $x = 12$ км.

Найдем сколько километров он проходил за 1 час:

3) $0,45 \cdot 12 = 5,4$ км/ч.

Ответ: 5.4 км/ч.

196

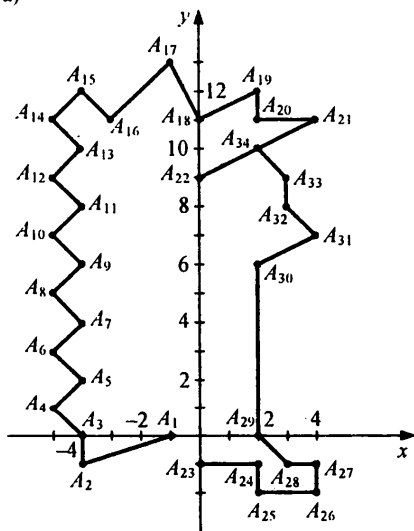
(-2, 2)	(2, 0)	(4, -3)	(-2, -2)	(0, 0)	(-2, 2)
Н	Ь	Ю	Т	О	Н

(4, 2)	(-3, 4)	(-4, -3)	(-3, -4)	(-3, 4)	(5, 1)	(7, 0)
П	А	С	К	А	Л	Ь

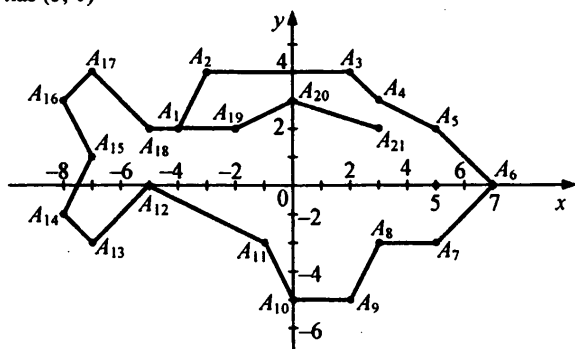
(2, -2)	(0, 0)	(2, 4)	(2, 4)	(-5, 1)	(-3, -4)	(0, 2)	(5, 1)	(5, 1)	(-5, 1)
Т	О	Р	Р	И	Ч	Е	Л	Л	И

197

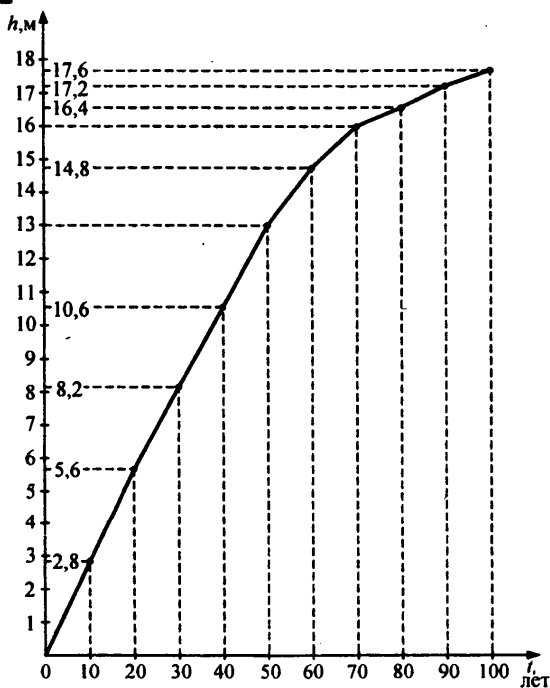
а)



б) $A_1(-4, 2), A_2(-3, 4), A_3(2, 4), A_4(3, 3), A_5(5, 2), A_6(7, 0), A_7(5, -2),$
 $A_8(3, -2), A_9(2, -4), A_{10}(0, -4), A_{11}(-1, -2), A_{12}(-5, 0), A_{13}(-7, -2),$
 $A_{14}(-8, -1), A_{15}(-7, 1), A_{16}(-8, 3), A_{17}(-7, 4), A_{18}(-5, 2), A_{19}(-2, 2),$
 $A_{20}(0, 3), A_{21}(3, 3).$
 Глаз (5, 0)



198



199

Пусть наименьшее число — a , тогда 2-е — $(a + 1)$, 3-е — $(a + 2)$. Их сумма равна (-6) , имеем:

$$1) a + a + 1 + a + 2 = -6; 3a = -9; a = -3.$$

Следовательно, это числа $-3, -2, -1$.

Найдем их произведение:

$$2) -3 \cdot (-2) \cdot (-1) = -6.$$

200

Пусть a — большее число, b — меньшее.

При делении a на b в частном 5, в остатке 10, имеем:

$$1) a = 5 \cdot b + 10$$

Из суммы равна 100, имеем:

$$2) b + 5b + 10 = 100; 6b = 90; b = 15$$

Найдем a :

$$3) a = 5 \cdot 15 + 10 = 85$$

Найдем b после увеличения:

$$4) 15 + \frac{1}{3} \cdot 15 = 20$$

Найдем новое частное и остаток:

$$5) \begin{array}{r} 85 \overline{) 20} \\ \underline{80} \\ 5 \end{array}$$

Имеем: $85 = 4 \cdot 20 + 5$.

Следовательно, частное при делении 85 на 20 — это 4, а остаток — 5.

Ответ: частное 4, остаток 5.

201

$$a) (a + b)^2 \cdot (a \cdot c)^3, \text{ при } a = -\frac{1}{2}, b = 0,5, c = -1,$$

$$\text{имеем: } (a + b)^2 (a \cdot c)^3 = \left(-\frac{1}{2} + 0,5\right)^2 \left(-\frac{1}{2} \cdot -1\right)^3 = 0.$$

$$б) \frac{2a^3}{b^2 - c^2}, \text{ при } a = -\frac{1}{2}, b = 0,5, c = -1, \text{ имеем:}$$

$$\frac{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3}{(0,5)^2 - (-1)^2} = \frac{-\frac{1}{4}}{0,25 - 1} = \frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

202

а) Пусть изначально скорость мотоциклиста — x км/ч, после увеличения — $(x + 2)$ км/ч.

Тогда: x км/ч — 43,2 км

$x + 2$ км/ч — $(43,2 + 4,8)$ км

Он двигался одинаковое количество времени, составим пропорцию:

$$\frac{43,2}{x} = \frac{43,2 + 4,8}{x + 2}; \quad 43,2(x + 2) = 48x;$$

$$4,8x = 86,4; \quad x = 18 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 18 км/ч.

б) Пусть старая цена — x руб., тогда новая цена — $(x - 0,4)$ руб.

Тогда: x руб. — 70 тетр.

$x \cdot 0,4$ руб. — $(70 + 10)$ тетр.

Составим пропорцию:

$$x \cdot 70 = (x - 0,4) \cdot 80; \quad 70x = 80x - 32;$$

$$10x = 32; \quad x = 3,2 \text{ руб. — старая цена.}$$

Следовательно, новая цена — $3,2 - 0,4 = 2,8$ руб. = 2 руб. 80 коп.

Ответ: 2 руб. 80 коп.

203

$$\begin{aligned} A &= (20,6 \cdot 4,5 + 7,35) \cdot (166,116 : 32,7) - 498,264 = \\ &= (92,7 + 7,35) \cdot (5,08) - 498,264 = 100,05 \cdot 5,08 - 498,264 = \\ &= 508,254 - 498,264 = 9,99 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (-1,632 : (-0,8) + 15,5(-0,4) - 3,573) : 3,7 + 11,09 = \\ &= (2,04 - 6,2 - 3,573) : 3,7 + 11,09 = \\ &= (-7,733) : 3,7 + 11,09 = -2,09 + 11,09 = 9 \end{aligned}$$

Найдем на сколько A больше B :

$$\frac{9,99 - 9}{9} \cdot 100\% = \frac{0,99}{9} \cdot 100\% = 11\%.$$

Ответ: 11%.

204

$$\begin{aligned} & \frac{-3 \frac{1}{3} \cdot \left(-2 \frac{4}{15}\right) : \frac{-6,8}{0,9} - 1 \frac{7}{9} \cdot (-0,75) : \left(-\frac{1}{6}\right)}{-8 \frac{1}{3} \cdot 16,2 : (-22,5)} = \\ & = \frac{-\frac{10}{3} \cdot \frac{34}{15} \cdot \frac{9}{68} - \frac{16}{9} \cdot \frac{3}{4} \cdot 6}{\frac{25}{3} \cdot \frac{81}{5} \cdot \frac{2}{45}} = \frac{-1 - 8}{6} = -\frac{9}{6} = -1 \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Ответ: $-1,5$.

205

Пусть скорость сестры — x м/мин, тогда скорость Саши — $1,5x$ м/мин.

За 3 мин сестра прошла — $3 \cdot x$ м.

Найдем, на сколько метров в минуту сокращается расстояние между ними:

1) $1,5x - x = 0,5x$ м/мин.

Найдем, через сколько Саша догонит сестру:

$$2) \frac{3x}{0,5x} = 6 \text{ мин.}$$

Ответ: 6 мин.

206

Пусть дано трехзначное число \overline{abc} . Вне зависимости от того, где примем три цифры, получим число \overline{abcabc} .

Можно записать получившееся число так:

$$\overline{abcabc} = \overline{abc000} + \overline{abc}.$$

Вынесем \overline{abc} :

$$\overline{abc000} + \overline{abc} = \overline{abc}(1000+1) = \overline{abc} \cdot (1001) = \overline{abc} \cdot 11 \cdot 91, \text{ т.к. } 1001 = 11 \cdot 91.$$

Таким образом, получили: $\overline{abcabc} = 11 \cdot (\overline{abc} \cdot 91)$.

Следовательно, шестизначное число будет кратно 11, что и требовалось доказать.

207

Запишем трехзначное число в виде \overline{abc} . Так как цифры сотен и десятков одинаковые, а цифра единиц равна 5, имеем:

$$\overline{abc} = \overline{aa5} = 100 \cdot a + 10 \cdot a + 5 = 110a + 5.$$

Пусть k — число, на которое мы делим, т.е. делитель. Так как остаток от деления равен 8, то $k > 8$. а т.к. k — однозначное натуральное число, то $k \leq 9$.

Имеем: $k \in \mathbb{N}, 8 < k \leq 9 \Rightarrow k = 9$.

Переберем все возможные значения, которые может принимать a :

$$1. a = 1, \text{ имеем: } \begin{array}{r} \underline{115} \overline{)9} \\ \underline{9} \\ 25 \\ \underline{18} \\ 7 \end{array} \quad \text{--- не подходит.}$$

$$2. a = 2, \text{ имеем: } \begin{array}{r} \underline{225} \overline{)9} \\ \underline{18} \\ 45 \\ \underline{45} \\ 0 \end{array} \quad \text{--- не подходит.}$$

$$3. a = 3, \text{ имеем: } \begin{array}{r} \underline{335} \overline{)9} \\ \underline{27} \\ 65 \\ \underline{63} \\ 2 \end{array} \quad \text{--- не подходит.}$$

$$\begin{array}{r} 445 \overline{) 9} \\ \underline{36} \\ 85 \\ \underline{81} \\ 4 \end{array}$$

4. $a = 4$, имеем: — не подходит.

$$\begin{array}{r} 555 \overline{) 9} \\ \underline{54} \\ 15 \\ \underline{9} \\ 6 \end{array}$$

5. $a = 5$, имеем: — не подходит.

$$\begin{array}{r} 665 \overline{) 9} \\ \underline{63} \\ 35 \\ \underline{27} \\ 4 \end{array}$$

6. $a = 6$, имеем: — т.е. $665 = 73 \cdot 9 + 8$ — подходит.

$$\begin{array}{r} 775 \overline{) 9} \\ \underline{72} \\ 55 \\ \underline{54} \\ 1 \end{array}$$

7. $a = 7$, имеем: — не подходит.

$$\begin{array}{r} 885 \overline{) 9} \\ \underline{81} \\ 75 \\ \underline{72} \\ 3 \end{array}$$

8. $a = 8$, имеем: — не подходит.

9. $a = 9$, имеем: $999 : 9 = 111$ — не подходит.
 То есть имеем единственный вариант $a = 6$. Тогда 665 — делимое,
 9 — делитель, 73 — частное, т.к. $665 = 9 \cdot 73 + 8$.
 Ответ: 665 — делимое, 9 — делитель, 73 — частное.

2. Графики зависимостей величин

208

Имеем уравнение $y = \frac{5}{9}(x - 32)$, где y — t° по Цельсию.

x — t° по Фаренгейту.

Подставим $y = \frac{5}{9}(451 - 32) = \frac{5 \cdot 419}{9} = \frac{2095}{9} = 232$

209

$$y = \frac{5}{9}(x - 32)$$

$$\text{а) при } x = 0: y = \frac{5}{9}(0 - 32) = -\frac{160}{9} = -17\frac{7}{9}$$

$$x = 5: y = \frac{5}{9}(5 - 32) = \frac{5}{9} \cdot (-27) = -\frac{5 \cdot 3 \cdot 9}{9} = -15$$

$$x = 32: y = \frac{5}{9}(32 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 0 = 0$$

$$x = 110: y = \frac{5}{9}(110 - 32) = \frac{5 \cdot 78}{9} = \frac{390}{9} = 43\frac{3}{9} = 43\frac{1}{3}$$

$$x = -4: y = \frac{5}{9}(-4 - 32) = \frac{5}{9} \cdot (-36) = -\frac{5 \cdot 9 \cdot 4}{9} = -20$$

$$x = -9: y = \frac{5}{9}(-9 - 32) = \frac{5}{9}(-41) = -\frac{205}{9} = -22\frac{7}{9}$$

$$x = -300: y = \frac{5}{9}(-300 - 32) = \frac{5}{9}(-332) = -\frac{1660}{9} = -184\frac{4}{9}$$

б) Выразим x :

$$y = \frac{5}{9}(x - 32); \quad \frac{9}{5}y = x - 32; \quad x = \frac{9}{5}y + 32$$

$$y = 0: x = \frac{9}{5} \cdot 0 + 32 = 32$$

$$y = 10: x = \frac{9}{5} \cdot 10 + 32 = 9 \cdot 2 + 32 = 18 + 32 = 50$$

$$y = 25: x = \frac{9}{5} \cdot 25 + 32 = \frac{9 \cdot 5 \cdot 5}{5} + 32 = 45 + 32 = 77$$

$$y = -40: x = \frac{9}{5} \cdot (-40) + 32 = -\frac{9 \cdot 8 \cdot 5}{5} + 32 = -72 + 32 = -40$$

$$y = -5,8: x = \frac{9}{5} \left(-\frac{58}{10} \right) + 32 = -\frac{522}{50} + 32 = -10,44 + 32 = 21,56$$

$$y = -27,31:$$

$$x = \frac{9}{5} \left(-\frac{2731}{10} \right) + 32 = -\frac{24579}{50} + 32 = -491,58 + 32 = 459,58$$

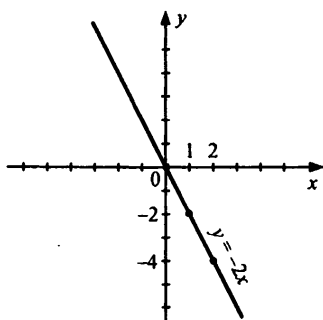
210

а)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

Зависимость: $y = kx$; подставим точку $(1, -2)$;

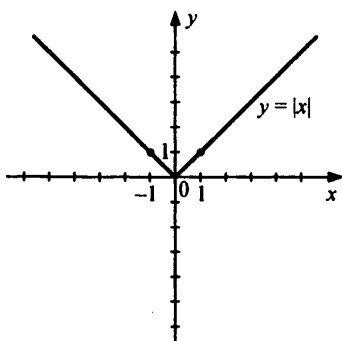
$-2 = k \cdot 1$; $k = -2$; $y = -2x \Rightarrow$ прямая функциональная зависимость (функциональная, т.к. каждому x соответствует единственный y).



б)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4	3	2	1	0	1	2	3	4

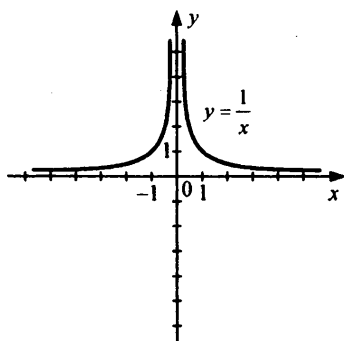
Зависимость прямая, функциональная.



в)

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

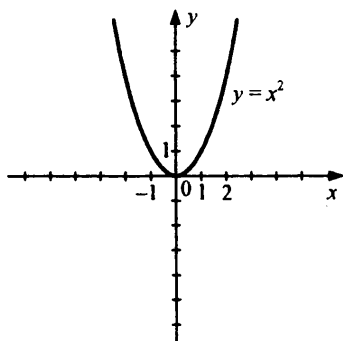
Зависимость обратнопропорциональна, функциональная $y = \frac{1}{x}$.



г)

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
y	9	4	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9

Зависимость не является ни прямопропорциональной, ни обратнопропорциональной (не является функцией вида $y = kx$, т.к. при $x = 1$, $y = 1$ или $y = -1$, а следовательно $k = 1$ или $k = -1$).



211

Рисунок 1, 3. Так как на рис. 2, к примеру, при $x = 0$ функция имеет 2 значения.

212

а)

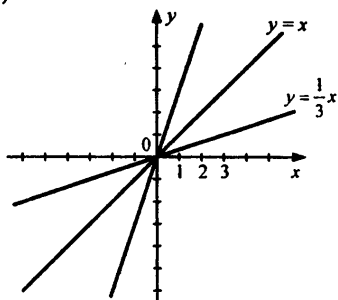
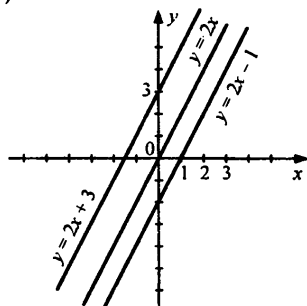


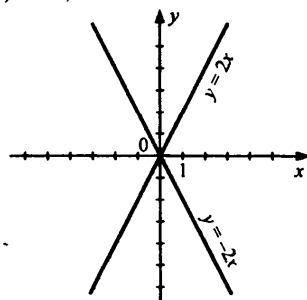
График зависимости вида $y = kx$ — прямые, которые имеют общую точку пересечения $(0; 0)$.

б)

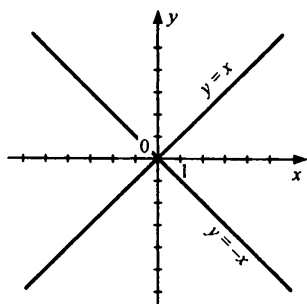


Гипотеза:

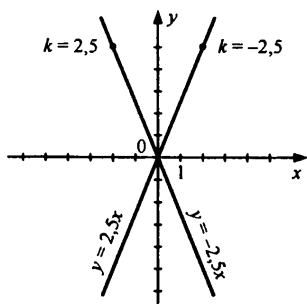
Графики зависимостей $y = kx + b_1$ и $y = kx + b_2$ — прямые параллельны при любых $b_1 \neq b_2$.

213а) $k = 2$, $k = -2$ 

б) $k = 1, k = -1$



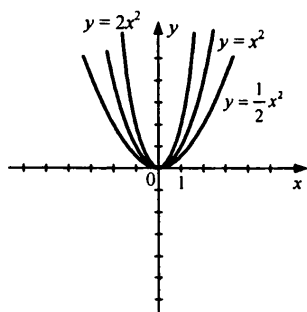
в) $k = 2,5, k = -2,5$



Гипотеза:

Графики зависимостей вида $y = kx$ и $y = -kx$ симметричны относительно прямой Oy .

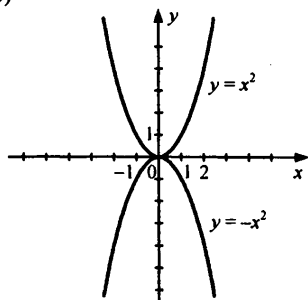
214 а)



Гипотеза:

Чем больше коэффициент k , тем быстрее функция стремится к оси Oy .

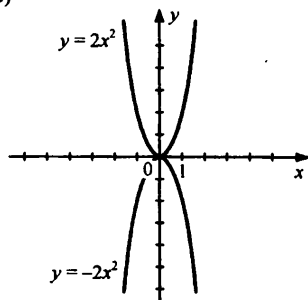
б)



Гипотеза:

График зависимости $y = kx^2$ и $y = -kx^2$ симметричны относительно оси Ox .

в)



Гипотеза из пункта б.

215

а) $-40 : (-5) - 2 \cdot (-6) = 8 + 12 = 20$;

б) $(4 - 32) : (-7) - 12 = (-28) : (-7) - 12 = 4 - 12 = -8$;

в) $-9 \cdot 5 - 5 \cdot (36 : (-6) - 4) = -45 - 5 \cdot (-6 - 4) = -45 - 5 \cdot (-10) = -45 + 50 = 5$;

г) $(-15 - (-18)) : (-2) : (-8) = (-15 - 9) : (-8) = (-24) : (-8) = 3$;

д) $(-2)^3 - (-3)^2 = -8 - 9 = -17$;

е) $(-1)^{2000} - (-1)^{2001} = 1 - (-1) = 2$.

216

а) $y = \frac{k}{x}$. Пример $y = \left\{ \frac{1}{x}, -\frac{2}{x}, -\frac{2,5}{x} \right\}$.

б) $y = ax^2 + bx + c$. Пример: $y = \{x^2; 3x^2 + 2x; 2x^2 + 1; -5x^2 - 3x + 2\}$.

217

а) $y = 3x^2, y = -x^2, y = 1,4x^2, y = -0,05x^2$. Зависимость $y = kx^2$.

б) $y = 5x - 4$. Зависимость $y = ax + b$.

218

$$a = -0,2, \quad b = \frac{1}{2}, \quad c = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{а) } \frac{a}{b^2 - c^2} = \frac{-0,2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{-\frac{2}{10}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}} = \frac{-\frac{2}{10}}{\frac{5}{36}} = -\frac{2}{10} \cdot \frac{36}{5} = -1,44;$$

$$\text{б) } 3a(b^2 - c^2) = 3 \cdot 0,2 \cdot \frac{5}{36} = \frac{1}{12};$$

$$\text{в) } 2 \cdot (a^2 - b^2) - 3c = 2\left(0,4 - \frac{1}{4}\right) - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 0,15 + 1 = 1,3;$$

$$\begin{aligned} \text{г) } -\left(3a + \frac{b}{c}\right)^2 &= -\left(-0,6 + \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{3}}\right)^2 = -\left(-0,6 - \frac{3}{2}\right)^2 = \\ &= -(-2,1)^2 = -(2,1)^2 = -4,41. \end{aligned}$$

219

$$\text{а) } \frac{2x}{15} - \frac{x}{6} = \frac{2x}{3 \cdot 5} - \frac{x}{3 \cdot 2} = -\left(\frac{2 \cdot 2x + 3 \cdot x}{3 \cdot 5 \cdot 2}\right) = -\frac{7x}{30};$$

$$\text{б) } y - \frac{2}{3y} = \frac{3y^2 - 2}{3y};$$

$$\text{в) } \frac{10}{y^3} : \frac{2}{-y^2} = -\frac{10}{y^3} \cdot \frac{y^2}{2} = -\frac{5}{y};$$

$$\text{г) } \frac{-4b}{m^3} : \frac{20b^2}{m^2} = -\frac{4b}{m^3} \cdot \frac{m^2}{20b^2} = -\frac{1}{5bm}.$$

220

а) Существует такое рациональное число a , что его модуль меньше нуля (отрицателен). Это неверно.

б) Модуль любого рационального числа a равен модулю от числа $-a$. Верно.

в) Существуют рациональные числа a и b . Модуль суммы которых равен сумме модулей этих чисел.

Верно. Пример: $\left|1 + \frac{1}{2}\right| = \frac{3}{2}.$

$$\left|1\right| + \left|\frac{1}{2}\right| = \frac{3}{2}.$$

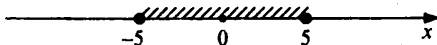
г) Для любых рациональных чисел a и b модуль их суммы больше, либо равен модулю их разности.

Неверно. Пример: $a = 5, b = -5$.

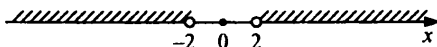
$$|5 + (-5)| = 0 < |5 - (-5)| = 10.$$

221

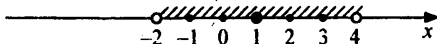
а) $|x| \leq 5$



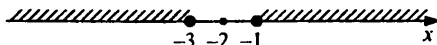
б) $|x| > 2$



в) $|x-1| < 3$



г) $|x+2| \geq 1$



222

Составим таблицу. Пусть x — начальная скорость, S — длина пути.

	S	V	t
Планировал	S	x	$\frac{S}{x}$
Прошел	S	$x + 1$	$\frac{S}{x+1}$

Составим уравнения

$$\begin{cases} S = 3\frac{5}{6} \cdot x \\ S = 3 \cdot (x+1) \end{cases} \quad (\text{Путь} = \text{скорость} \cdot \text{время})$$

Найдем x . Приравняем правые части, т.к. они равны S .

$$3\frac{5}{6}x = 3x + 3; \quad \frac{5}{6}x = 3; \quad x = \frac{18}{5} \text{ км/ч}$$

Найдем S :

$$S = 3\frac{5}{6} \cdot \frac{18}{5} = \frac{23 \cdot 18}{6 \cdot 5} = 13,8 \text{ км.}$$

223

Пусть x — первоначальная скорость. Обозначим путь за y .

Составим уравнения.

$$\begin{cases} 1 \cdot x + 2 \cdot (x-10) = y, & (\text{т.к. } 1 \text{ час он плыл со скоростью } x, \text{ а после } \\ x \cdot 2\frac{1}{2} = y & 2 \text{ ч со скоростью } x-10) \end{cases}$$

Второе уравнение: скорость \cdot время = расстояние.

Приравняем:

$$1 \cdot x + 2 \cdot (x - 10) = x \cdot 2 \frac{1}{2}; \quad 3x - \frac{5}{2}x = 20;$$

$$\frac{x}{2} = 20; \quad x = 40 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 40 км/ч — первоначальная скорость катера.

224

$$y = 0,5x - 4$$

$$\text{а) } x = 0: y = -4$$

$$x = 8: y = 0,5 \cdot 8 - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$x = 15,6: y = 0,5 \cdot 15,6 - 4 = 7,8 - 3,8$$

$$x = \frac{1}{3}: y = 0,5 \cdot \frac{1}{3} - 4 = \frac{1}{6} - 4 = -3\frac{5}{6}$$

$$x = -2: y = 0,5 \cdot (-2) - 4 = -1 - 4 = -5$$

$$x = -12,8: y = 0,5 \cdot (-12,8) - 4 = -6,4 - 4 = -10,4$$

б) Выразим x :

$$y = 0,5x - 4; \quad 0,5x = y + 4; \quad x = 2y + 8$$

$$y = 0: x = 2 \cdot 0 + 8 = 8$$

$$y = 2: x = 2 \cdot 2 + 8 = 4 + 8 = 12$$

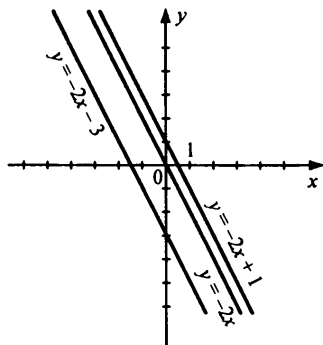
$$y = 9,8: x = 2 \cdot 9,8 + 8 = 19,6 + 8 = 27,6$$

$$y = -0,5: x = 2 \cdot (-0,5) + 8 = -1 + 8 = 7$$

$$y = -6: x = 2 \cdot (-6) + 8 = -12 + 8 = -4$$

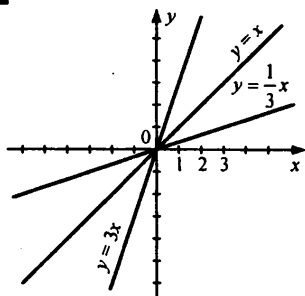
$$y = -7,4: x = 2 \cdot (-7,4) + 8 = -14,8 + 8 = -6,8$$

225



Гипотеза:

Графики зависимостей вида $y = kx + b_1$, $y = kx + b_2$ — есть параллельные прямые при $b_1 \neq b_2$.

226

Гипотеза:

Прямые, задаваемые зависимостями $y = kx$ и $y = \frac{1}{k}x$ симметричны относительно прямой $y = x$.

227

$$\text{а) } -\frac{a}{4} + \frac{a}{12} = \frac{-3a}{12} + \frac{a}{12} = \frac{-2a}{12} = -\frac{a}{6};$$

$$\text{б) } -\frac{2b}{c} - \frac{c}{2} = -\left(\frac{4b+c^2}{2c}\right) = -\frac{4b+c^2}{2c};$$

$$\text{в) } -\frac{n^2}{ax} \cdot \left(-\frac{a^2}{n}\right) = \frac{n^2 \cdot a^2}{axn} = \frac{n \cdot a}{x};$$

$$\text{г) } -\frac{3}{c} : \frac{6}{c^2} = -\frac{3}{c} \cdot \frac{c^2}{6} = -\frac{c}{2}.$$

228

Пусть x км/ч — скорость Пети пешком, $x + 9$ км/ч — скорость на велосипеде, y — расстояние до школы.

Составим уравнения:

$$x \cdot \frac{1}{3} = y \quad (\text{т.к. пешком он проходит расстояние за треть часа}).$$

$$(x+9) \cdot \frac{8}{60} = y \quad (\text{т.к. на велосипеде проезжает расстояние за 8 мин}).$$

Приравняем левые части, т.к. они равны y :

$$\frac{x}{3} = (x+9) \cdot \frac{8}{60}; \quad \frac{x}{3} - \frac{8x}{60} = 9 \cdot \frac{8}{60}; \quad -\frac{x}{3} - \frac{2x}{15} = \frac{6}{5};$$

$$\frac{5x-2x}{15} = \frac{6}{5}; \quad \frac{x}{5} = \frac{6}{5}; \quad x = 6 \text{ км/ч.}$$

$$\text{Теперь найдем } y: \quad y = \frac{x}{3} \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2 \text{ км.}$$

Ответ: 2 км.

229

$$\frac{\left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75\right) \cdot \frac{2}{3} + 1\frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,3 - 0,96}{\left(3\frac{1}{3} \cdot 0,3 + 5\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}\right) : 2\frac{2}{3} + \left(0,2 - \frac{3}{40}\right) \cdot 1,6}$$

1. Рассмотрим первое слагаемое:

$$\begin{aligned} & \frac{\left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75\right) \cdot \frac{2}{3}}{\left(3\frac{1}{3} \cdot 0,3 + 5\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}\right) : 2\frac{2}{3}} = \frac{\left(\frac{9}{2} \cdot \frac{5}{3} - \frac{27}{4}\right) \cdot \frac{2}{3}}{\left(\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{10} + \frac{16}{3} \cdot \frac{1}{8}\right) : \frac{8}{3}} = \\ & = \frac{\left(\frac{15}{2} - \frac{27}{4}\right) \cdot \frac{2}{3}}{\left(1 + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{8}} = \frac{\left(\frac{30-27}{4}\right) \cdot \frac{2}{3}}{\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{8}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{5} = \frac{4}{5} = 0,8. \end{aligned}$$

2. Второе слагаемое:

$$\begin{aligned} & \frac{1\frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,3 - 0,96}{\left(0,2 - \frac{3}{40}\right) \cdot 1,6} = \frac{\frac{15}{11} \cdot \frac{22}{100} : \frac{3}{10} - \frac{96}{100}}{\left(\frac{2}{10} - \frac{3}{40}\right) \cdot \frac{16}{10}} = \\ & = \frac{\frac{15}{11} \cdot \frac{22}{100} \cdot \frac{10}{3} - \frac{96}{100}}{\left(\frac{8}{40} - \frac{3}{40}\right) \cdot \frac{16}{10}} = \frac{1 - \frac{96}{100}}{\frac{5}{40} \cdot \frac{16}{10}} = \frac{4}{50} \cdot 5 = \frac{2}{10} = 0,2 \end{aligned}$$

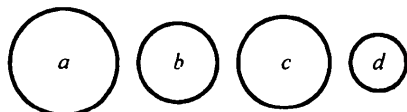
3) Выполним последнее действие — сложим первое и второе слагаемое:

$$0,2 + 0,8 = 1.$$

Ответ: 1.

230

Предположим, что масса 1-го арбуза — a , 2-го арбуза — b , 3-го арбуза — c , 4-го арбуза — d



Рассмотрим все возможные случаи.

1. Сравним a и b :1-й случай $a > b$:2-й случай $a < b$:

Рассмотрим 1-й случай $a > b$:

Сравним b и c . Возможен второй подслучай 1': $b > c$;

2': $b < c$.

Рассмотрим случай 1': $b > c$:

Сравним тогда c и d , возможны 2 случая:

1'': $c > d$

2'': $c < d$

В случае 1'' имеем $a > b > c > d$ — сравнили.

Случай 2'': имеем $a > b > c$ и $c < d$.

У нас есть еще 2 взвешивания. Сравним d и a , d и b и в зависимости от результата получим:

при $d > a$: $d > a > b > c$.

при $d < a$, $d < b$: $a > b > d > c$.

при $d < a$, $d > b$: $a > d > b > c$.

Таким образом полностью рассмотрели случай 1'.

Случай 2': имеем $a > b$ и $b < c$.

Сравним a и c , b и d . Возможны 4 варианта:

I. $a > c$
 $b > d$

II. $a > c$
 $b < d$

III. $a < c$
 $b > d$

IV. $a < c$
 $b < d$

Тогда в I: $a > b > d$, $c > b$, $a > c$, тогда $a > c > b > d$.

II: $a > b$, $a > c$, $d > b$, $c > b$, сравним d и b и получим нужное.

III: $a > b$, $b < c$, $a < c$, $b > d$;

$c > a > b > d$

IV: $a > b$, $b < c$, $a < c$, $d > b$

Сравним a и d — получим нужное.

Таким образом полностью рассмотрим случай 2'. Потратили не более 5 взвешиваний.

Имеем: в случае I мы рассмотрели подслучаи 1' и 2'. Таким образом случай I исчерпан.

Случай 2 рассматривается аналогично. Можно его свести к случаю I заменив a и b , b на a .

§ 5. Логическое следование

1. Понятие логического следования

231

а) Из того, что животное млекопитающее, следует, что оно кормит детей молоком.

б) Из того, что вода превратилась в лед, следует, что ее температура отрицательная.

232

а) условие: число оканчивается на 0.

закключение: оно кратно 5.

- б) условие: число кратно 5,
 заключение: оно заканчивается на 0.
 в) условие: сумма цифр делится на 3,
 заключение: число делится на 3.
 г) условие: число делится на 3,
 заключение: сумма цифр делится на 3.
 д) условие: каждое слагаемое делится на некоторое число,
 заключение: сумма то же делится на это число.
 е) условие: сумма чисел делится на некоторое число,
 заключение: каждое слагаемое делится на это число.

233

- а) Если n кратно 8, то n кратно 4.
 Верно.
 б) Если n кратно 4, то n кратно 8.
 Неверно: пример: $n = 12$ — кратно 4, но не кратно 8.
 в) Если a больше b , то b меньше a .
 Верно.
 г) Если $a \leq b$, то $b \geq a$.
 Верно.

234

- а) если $a < 0$, то $-a > 0$;
 б) если $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ — правильные, то дроби
 $\frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ — правильная дробь;
 в) если $a \parallel b$, то a и b — не пересекаются;
 г) если $\angle A$ и $\angle B$ — вертикальные, то $\angle A = \angle B$.

235

Предложение: если число кратно 10, то оно кратно 5.
 Запись: n кратно 10 $\Rightarrow n$ кратно 5.

236

-7		-12		-3	
: 1	-70	· 10	-120	: (-4)	0,75
+ 40	-30	+ 270	150	+ 0,15	0,9
· 0,09	-2,7	: (-30)	-5	· (-2)	-1,8
-1,6	-4,3	+ 1,6	-3,4	- 0,7	-2,5
	-4,3		-3,4		-2,5

2,8		-2,4	
+ 5,2	8	· 0,5	-1,2
: 0,2	16	+ 4	2,8
- 50	-3,4		-0,28
+ 8,4	-25,6	: 0,4	-0,7
	-25,6		-0,7

237

$a \in A \Rightarrow a:5$ пример 125

$b \in B \cap A \Rightarrow b:10$ пример 200

$c \in B \cap C \Rightarrow c:10$ и $c:3$ пример $c = 600$

$d \in B \cap D \Rightarrow d:10$ и $d:9$ пример $d = 900$

$e \in A \cap D \Rightarrow e:10$, $e:9$ пример $e = 450$

$f \in D \cap C \Rightarrow f:9$, пример $f = 810$

$g \in C \Rightarrow g:3$, пример $g = 270$

238

Истинные: Т, О, Т, Е, Л, Ь, А, Р, И, С.

Имя: Аристотель.

239

а) $5a \cdot (-1,8b) = -9ab$;

г) $\frac{3}{4}c(-1,6d)(-0,5c) = 0,6c^2d$;

б) $-4n \cdot (-0,7xy) = 2,8nxy$;

д) $-\frac{2}{9}ab \cdot 1,8b(-2,5a^2) = a^3b^2$;

в) $-3m \cdot \frac{1}{3}k \cdot 1,5m = -1,5m^2k$;

е) $2x \left(-\frac{5}{13}x^2y \right) \cdot 1,3xz^2 = -x^4z^2y$.

240

Пусть девочек было x , тогда мальчиков было $x - 6$.

Увеличим число девочек на 100% — их станет $x + x = 2x$.

Увеличим число мальчиков на 150% — их станет:

$$(x - 6) + \frac{150}{100}(x - 6) = \frac{5}{2}(x - 6).$$

Составим уравнение: $2x = \frac{5}{2}(x - 6)$;

$$\frac{1}{2}x = 15; \quad x = 30 \text{ девочек} \Rightarrow 24 \text{ мальчика.}$$

Ответ: 30 девочек, 24 мальчика.

241

$$\begin{aligned} \text{а) } -3\left(\frac{5}{6}k + \frac{1}{3}\right) + 5(1,2k - 0,8) &= -\frac{5}{2}k - 1 + 6k - 4 = \\ &= (6 - 2,5)k - 5 = 3,5k - 5,8, \text{ при } k = -\frac{2}{7} \text{ имеем:} \end{aligned}$$

$$3,5k - 5 = \frac{7}{2} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) - 5 = -1 - 5 = -6.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } a(4a - 0,9b) - b(1,6a - 3b) - 1,5(a^2 + 2b^2) &= \\ = 4a^2 - 0,9ab - 1,6ab + 3b^2 - 1,5a^2 - 3b^2 &= 2,5a^2 - 2,5ab = 2,5a(a - b) \\ \text{при } a = -0,6, b = -2,6 \text{ имеем:} \\ 2,5a(a - b) &= 2,5 \cdot (-0,6)(-0,6 - (-2,6)) = 2,5 \cdot (-0,6) \cdot 2 = -3. \end{aligned}$$

242

а) Если $a < 0, b < 0 \Rightarrow a \cdot b > 0$. Верно.

б) Если $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ — правильные $\Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ — правильная — неверно.

Пример: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$ — неправильная дробь.

в) Если $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a - b \in \mathbb{Z}$. Верно. \mathbb{Z} — целые числа.

г) Если $a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$. Верно.

243

Пусть у Ани было x денег. На мороженое она потратила $\frac{4}{15}x$ р. \Rightarrow

У нее осталось $x - \frac{4}{15}x = \frac{11}{15}x$ р.

На блокнот истратила $\frac{3}{11}$ остатка, то есть

$\frac{11}{15} \cdot x \cdot \frac{3}{11} = \frac{1}{5}x$ р. — стоимость блокнота.

Тогда осталось $\frac{11}{15}x - \frac{1}{5}x = \frac{8}{15}x$ р.

Составим уравнение:

$\frac{1}{5}x = 6; x = 30$, т.к. $\frac{1}{5}x$ — стоимость блокнота.

У нее осталось $\frac{8}{15} \cdot 30 = 16$ р.

Ответ: 16 р.

244

$$\frac{\left(6,829 + \frac{14}{15} \cdot 0,7 - \left(5,629 - \frac{14}{15} \cdot 2,3\right)\right) - (-0,3)^2 \cdot 16 \frac{2}{3}}{-1,25 : \left(-\frac{5}{12}\right) + 6 : 3 \frac{11}{13} + 5,684 : (-1,4)} =$$

$$= \frac{6,829 + \frac{14}{15} \cdot \frac{7}{10} - 5,629 + \frac{14}{15} \cdot \frac{23}{10} - \frac{9}{100} \cdot \frac{50}{3}}{\frac{125}{100} \cdot \frac{12}{5} + 6 : \frac{50}{13} + 5,684 : \left(-\frac{14}{10}\right)} =$$

$$= \frac{1,2 + \frac{14}{15} \cdot \frac{30}{10} - 1,5}{3 + \frac{6 \cdot 13}{50} - \frac{5684}{1000} \cdot \frac{10}{14}} = \frac{-0,3 + 2,8}{3 + 1,56 - 4,06} = \frac{2,5}{0,5} = 5.$$

Увеличим число на 40%:

$$5 + 5 \cdot 0,4 = 5 + 2 = 7$$

Ответ: 7.

2. Отрицание следования

246

- а) Из того, что светит солнце, следует, что вода в реке теплая.
 б) Из того, что человек знает нотную грамоту, следует, что он умеет играть на скрипке.
 в) Из того, что стрелки часов смещаются, следует, что наступил полдень.
 г) Из того, что дробь неправильная, следует, что она больше единицы.
 д) Из того, что четырехугольник — прямоугольный, следует, что все его углы прямые.
 е) Из того, что равны площади фигур следует, что фигуры равны.

247

- а) Из того, что квадраты двух чисел равны, следует, что равны и сами числа.

Неверно. Пример: $x = 1, y = -1$.

$$(-1)^2 = (1)^2, \text{ но } -1 \neq 1.$$

- б) Из того, что квадраты двух натуральных чисел равны, следует, что эти числа равны.

Верно.

- в) Из того, что квадраты двух чисел равны, следует, что равны их модули.

Верно.

- г) Из того, что модули двух чисел равны, следует, что эти числа равны.

Неверно. Пример: $x = -2, y = 2, |-2| = |2|$, но $-2 \neq 2$.

д) Из того, что натуральное число больше 5, следует, что оно не меньше 6.

Верно.

е) Из того, что число больше 5, следует, что оно не меньше 6.

Неверно. Пример: $x = 5,2$; $5,2 > 5$, но $5,2 < 6$.

ж) Из того, что два числа натуральные, следует, что их разность — натуральное число.

Верно.

з) Из того, что квадрат числа — рациональное число, следует, что само число рациональное.

Неверно. Пример: $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q};$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \notin \mathbb{Q}.$$

249

а) $a < b$ и $b < c \Rightarrow a < c$ — верно.

б) $b - a = 5$, $c - b = 5 \Rightarrow c - a = 5$.

Неверно. Возьмем $a = 0$, $b = 5$, $c = 10$.

Тогда $5 - 0 = 5$, $10 - 5 = 5$ — верно, но $10 - 0 \neq 5$.

в) $a:b$, $b:c \Rightarrow a:c$ — верно.

г) $a = 2 \cdot b$, $b = 2 \cdot c \Rightarrow a = 2 \cdot c$.

Неверно. Пример: $c = 1$, $b = 2$, $a = 4$.

Тогда $4 = 2 \cdot 2$, $2 = 2 \cdot 1$ — верно, но $4 \neq 2$.

250

Правила $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{(a \cdot b)}{c} = \frac{a}{c} \cdot b$$

Можно записать по-другому:

$$a : b + c : b = (a + c) : b$$

$$a : b - c : b = (a - c) : b$$

$$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$$

а) $(15 \cdot 86) : 43 = 30$;

б) $(9494 \cdot 5) : 94 = 505$;

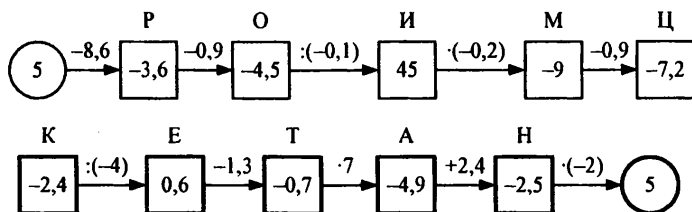
в) $6986 : 7 + 14 : 7 = 1000$;

г) $5564 : 52 - 364 : 52 = 100$;

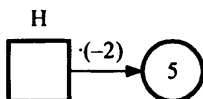
д) $(15 \cdot 19 + 38) : 19 = 17$;

е) $(3500 - 48 \cdot 70) : 35 = 4$.

251



Пояснение насчет цепочки:



— нужно к числу применить операцию, обратную к умножению на (-2) . То есть разделить.

Аналогично остальные переходы.

-0,7	0,6	-9	-4,9
Т	Е	М	А

-3,6	0,6	-9	-4,9
Р	Е	М	А

-4,5	-0,7	-3,6	45	-7,2	-4,9	-2,5	45	0,6
О	Т	Р	И	Ц	А	Н	И	Е

252

а) $4(3x - 7) - 2(x - 15) = 5 - 3(2x + 9)$

$12x - 28 - 2x + 30 = 5 - 6x - 27$

$12x - 2x + 6x = 5 - 27 + 28 - 30$

$16x = -24$

$x = -1,5$

б) $x - 3(x - 2) = 18 + 2(5x - 8) - 6(2x + 1)$

$x - 3x + 6 = 18 + 10x - 16 - 12x - 6$

$x - 3x - 10x + 12x = 18 - 16 - 6 - 6$

$0 = -10$ — неверно \Rightarrow решений нет.

Ответ: \emptyset .

в) $-2,4(-2x + 0,3) = 1,8(5x - 0,4) - 4,2x$

$4,8x - 0,72 = 9x - 0,75 - 4,2x$

$4,8x - 9x + 4,2x = 0,72 - 0,72$

$0 = 0 \Rightarrow$ любой x является решением.

Ответ: любое x .

$$r) 2\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}\right) + 5\frac{1}{3} = -4\left(\frac{7}{12}x + 1\frac{3}{4}\right) + 3\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{3}x\right)$$

$$\frac{4}{3}x - \frac{1}{3} + 5\frac{1}{3} = -\frac{7}{3}x - 7 + \frac{1}{3} - x$$

$$\frac{4}{3}x + \frac{7}{3}x + x = -7 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + 5\frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{3}x = -1$$

$$x = -\frac{3}{14}$$

253

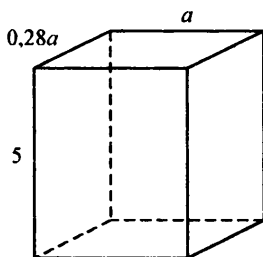
а) Обозначим h — высота, a — длина, b — ширина.

Объем параллелепипеда равен $V = a \cdot b \cdot h$.

Найдем a и b .

1) Выразим b через a .

$b = 0,28a$, т.к. b составляет 28% a .



2) Площадь поверхности боковых граней — это сумма площадей двух прямоугольников со сторонами a и 5, двух прямоугольников со сторонами $0,28a$ и 5.

Имеем: $S = 2 \cdot a \cdot 5 + 2 \cdot 0,28 \cdot a \cdot 5 = 10a + 2,8a = 12,8a \text{ см}^2$.

Подставляем значение S :

$$12,8a = 192$$

$$a = 15 \text{ см}$$

3) Найдем b : $b = 0,28a = 15 \cdot 0,28 = 4,2 \text{ см}$.

4) Найдем V : $V = 5 \cdot 4,2 \cdot 15 = 315 \text{ см}^3$.

б) Обозначим: h — высота, a — длина, b — ширина.

Выразим a и b через h :

1) $b = \frac{h}{5}$ (т.к. ширина в 5 р. меньше).

2) $a = b + 0,4b = 1,4b = \frac{7}{5} \cdot \frac{h}{5} = \frac{7}{25}h$, т.к. a на 40% больше b .

Найдем h . Для этого подставим в формулу объема куба a и b , выраженные через h , и составим уравнение:

$$\frac{7}{25}h \cdot \frac{h}{5} \cdot h = 56$$

$$h^3 = 25 \cdot 5 \cdot 56 : 7$$

$$h^3 = 5^3 \cdot 2^3$$

$$h^3 = (10)^3; h = 10$$

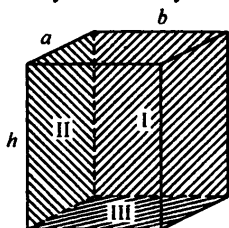
Найдем a и b :

$$3) a = \frac{7}{25}h = \frac{7}{25} \cdot 10 = \frac{14}{5} = 2,8$$

$$4) b = \frac{h}{5} = 2$$

5) Площадь полной поверхности — это сумма площадей всех граней.

То есть удвоенная сумма площадей $S = 2(S_I + S_{II} + S_{III})$.



$$S_I = h \cdot b = 10 \cdot 2 = 20$$

$$S_{II} = a \cdot h = 2,8 \cdot 10 = 28$$

$$S_{III} = a \cdot b = 2,8 \cdot 2 = 5,6$$

$$S = 2(20 + 28 + 5,6) = 2 \cdot 53,6 = 107,2 \text{ дм}^2.$$

Ответ: $107,2 \text{ дм}^2$.

254

а) Из того, что число простое, следует, что оно нечетное.

Неверно. Возьмем число 2. Оно простое, т.к. делится только на 1 и на себя. Но оно является четным.

б) Из того, что число нечетное, следует, что оно простое.

Неверно. Рассмотрим число 9. Оно является нечетным. Однако 9 кратно 3. Следовательно оно не является простым.

255

$$а) 8(x - 3) - 5(2x - 4) = 6x - 7(x - 4)$$

$$8x - 24 - 10x + 20 = 6x - 7x + 28$$

$$8x - 10x - 6x + 7x = 28 + 24 - 20$$

$$-x = 32$$

$$x = -32$$

$$\begin{aligned}
 &6) -0,3(x+4) + 4,7 = 0,5(8x-7) - 1,2(5x-3) \\
 &-0,3x - 1,2 + 4,7 = 4x - 3,5 - 6x + 3,6 \\
 &-0,3x - 4x + 6x = 1,2 - 4,7 - 3,5 + 3,6 \\
 &1,7x = -3,4 \\
 &x = -2
 \end{aligned}$$

256

Пусть a — ширина, b — длина, h — высота прямоугольного параллелепипеда.

Выразим a и b через h :

$$1) h = a + 0,2a; \quad h = 1,2a; \quad h = \frac{6}{5}a; \quad a = \frac{5}{6}h \quad (\text{т.к. высота на } 20\% \text{ больше ширины}).$$

$$2) a = 0,6b; \quad a = \frac{3}{5}b; \quad b = \frac{5}{3}a; \quad b = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{6}h; \quad b = \frac{25}{18}h,$$

(т.к. ширина составляет 60% длины).

3) Найдем h , составим уравнение:

$$a + b + h = 5,8; \quad \frac{5}{6}h + \frac{25}{18}h + h = 5,8;$$

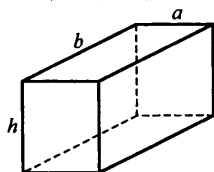
$$\frac{15}{18}h + \frac{25}{18}h + \frac{18h}{18} = 5,8; \quad \frac{58h}{18} = 5,8; \quad h = 1,8.$$

$$\text{Тогда } a = \frac{5}{6} \cdot 1,8 = 1,5$$

$$b = \frac{25}{18} \cdot 1,8 = 2,5$$

Найдем объем по формуле $V = a \cdot b \cdot h$:

$$V = 1,8 \cdot 1,5 \cdot 2,5 = 6,75 \text{ дм}^3$$



Найдем площадь по формуле $S = 2(ah + bh)$.

$$S = 2(2,7 + 4,5) = 14,4 \text{ дм}^2.$$

257

$$9 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \Rightarrow 9_2 = 1001$$

$$25 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \Rightarrow 25_2 = 11001$$

$$32 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \Rightarrow 32_2 = 100000$$

$$75 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \Rightarrow 75_2 = 1001011$$

$$\begin{aligned}
 100 &= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 100_2 = 1100100
 \end{aligned}$$

3. Обратное утверждение

258

- а) Если число делится на 9, то сумма цифр числа делится на 9.
- б) Если число кратно 15, то оно кратно 3 и 5.
- в) Если числитель и знаменатель дроби имеют общий делитель, отличный от 0, то дробь сократима.
- г) Если числитель дроби меньше ее знаменателя, то дробь правильная.

259

- а) $n < 6 \Rightarrow n \leq 5, n \in \mathbb{N}$
- б) $ad = bc \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0)$
- в) НОК $(a, b) = ab \Rightarrow$ НОД $(a, b) = 1$
- г) $b \parallel a \Rightarrow a \parallel b$
- д) $x = 0$ или $y = 0 \Rightarrow xy = 0$
- е) $x_1 = 0$, или $x_2 = 0$, или ..., или $x_n = 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n = 0$

260

- а) $a \leq 5 \Rightarrow a < 6$

Обратное $a < 6 \Rightarrow a \leq 5$.

Неверно, пример $a = 5,5 : 5,5 < 6$, но $5,5 > 5$.

- б) $a : 40 \Rightarrow a : 4$ и $a : 10$

Обратное $a : 4$ и $a : 10 \Rightarrow a : 40$.

Неверно, пример: $a = 20$.

$20 : 4, 20 : 10$, но $20 \not\vdash 40$.

- в) $a = b \Rightarrow a^2 = b^2$

Обратное $a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$.

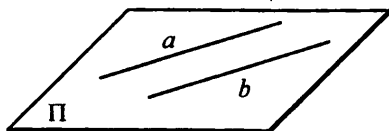
Неверно: пример $a = -1, b = 1, (-1)^2 = (1)^2$, но $-1 \neq 1$.

- г) $a = b \Rightarrow |a| = |b|$

Обратное $|a| = |b| \Rightarrow a = b$.

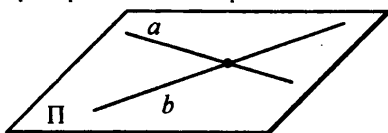
Неверно, пример $a = -1, b = 1, |-1| = |1|$, но $-1 \neq 1$.

- д) $a \parallel b \Rightarrow a$ и b лежат в одной плоскости ($a \in \Pi, b \in \Pi$, где Π — плоскость).

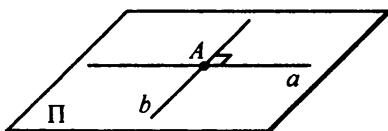


Обратное ($a \in \Pi, b \in \Pi \Rightarrow a \parallel b$ — неверно.

Пример: две любые пересекающиеся прямые.

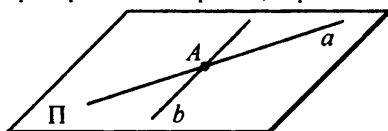


е) $a \perp b \Rightarrow \exists A: A \in a, A \in b$.



Обратное: $\exists A: A \in a, A \in b \Rightarrow a \perp b$ — неверно.

Пример: любые 2 прямые, пересекающиеся не под прямым углом.



261

а) Любое число больше 1 натурально. Неверно. Пример: 2,5 — больше 1, но не натуральное.

б) Все числа, оканчивающиеся на 0, кратны 10. Верно.

в) Многоугольник является треугольником. Неверно. Пример квадрат.

г) Прямоугольник является квадратом.

Неверно. Пример: прямоугольник со сторонами 1 и 2.

д) Числа, сумма которых равна 0, противоположны. Верно.

е) Числа, произведение которых равно 1, взаимнообратны. Верно.

262

\Rightarrow : Если квадраты двух чисел равны, то равны их модули.

\Leftarrow : Если модули двух чисел равны, то равны их квадраты.

263

Взаимнообратны а) и в); б) и г).

С помощью союза «и».

264

\Rightarrow : Если модули двух чисел равны, то и их квадраты равны.

\Leftarrow : Если квадраты двух чисел равны, то и их модули равны.

\Leftrightarrow : Модули двух чисел равны тогда и только тогда, когда равны их квадраты.

265

а) $0,24 : (-0,04) = -6$

$-30 \cdot (-0,16) = 4,8$

$1,4 - 5 = -3,6$

$-1\frac{4}{5} + 4,2 = 2,4$, следовательно число: $-1,2$.

б) $-0,8 - 0,7 = -1,5$

$-2\frac{1}{3} \cdot 0,9 = -2,1$

$0,56 : (-0,2) = -2,8$

$-7,2 \cdot \frac{1}{32} = -3,6$, следовательно число: $-4,5$.

в) $-1 : (-9) = \frac{1}{9}$

$\frac{5}{18} - 0,5 = -\frac{2}{9}$

$1,2 : 2,7 = \frac{4}{9}$

$-1 + \frac{2}{9} = -\frac{7}{9}$, следовательно число: $\frac{11}{9}$.

266

1) а) $x + 3$

2) а) $y - 2$

б) $4x$

б) $\frac{y}{5}$

в) $x + \frac{1}{3}x = \frac{4}{3}x$

в) $y - \frac{1}{4}y = 0,75y$

г) $1,6x + x = 2,6x$

г) $y - 0,3y = 0,7y$

267

а) $\frac{4}{7} \cdot 0,35 = 0,2$

б) $0,08 \cdot 12 = 0,96$

в) $0,25 \cdot 5,6 = 1,4$

г) $0,7a$

д) x — искомое, тогда $\frac{2}{3}x = 1,8$; $x = 2,7$.

е) x — искомое, тогда $0,9x = 72$; $x = 80$.

ж) x — искомое, тогда $0,02x = 0,64$; $x = 32$.

з) x — искомое, тогда $0,4x = b$; $x = 2,5b$.

268а) x — стоит виноград, y — груши.Тогда $y = a + 2$, $x = 2a$.Надо найти $x - y$: $x - y = 2a - (a + 2) = a - 2$.Ответ: $a - 2$.б) 1-е — b руб., 2-е — x р., 3-е — y р.

$$x = 1,4b, y = \frac{1}{3}(x + b) = \frac{1}{3}(1,4b + b) = 0,8b$$

Тогда $b + x + y = b + 1,4b + 0,8b = 3,2b$.в) Пусть было d м. После 1-го отрезания осталось $d - 0,2d = 0,8d$ м.После 2-го отрезания $0,8d - 0,3d = 0,5d$. После 3-го отрезания $0,5d - 0,3d + 5 = 0,2d + 5$.г) Было x л. После 1-го отливания стало $x - 0,25x = 0,75x$ л. После 2-го отливания $0,75x - 0,75x \cdot 0,2 = 0,6x$.**269**

$$1) \text{ а) } \begin{array}{l} 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \quad \text{НОД}(18, 21) = 3 \\ 21 = 3 \cdot 7 \quad \Rightarrow \quad \text{НОК}(18, 21) = 126 \end{array}$$

$$\text{б) } \begin{array}{l} 28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \quad \text{НОД}(28, 245) = 7 \\ 245 = 5 \cdot 7 \cdot 7 \quad \Rightarrow \quad \text{НОК}(28, 245) = 980 \end{array}$$

$$\text{в) } \begin{array}{l} 16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \quad \text{НОД}(16, 160) = 16 \\ 160 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad \text{НОК}(16, 160) = 160 \end{array}$$

$$\text{г) } \begin{array}{l} 27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \quad \text{НОД}(27, 100) = 1 \\ 100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad \text{НОК}(27, 100) = 2700 \end{array}$$

2) Если число a является делителем числа b , тоНОД(a , b) = a , НОК(a , b) = b .Если число a кратно числу b , то НОД(a , b) = b , НОК(a , b) = a .**270**

$$\frac{1}{6} + \frac{11}{9} + \frac{5}{12} + \frac{8}{15} + \frac{11}{18} = \frac{59}{20}$$

271

а) $-\frac{2}{3}x = 0$; $x = 0$;

д) $2x + 9 = 0$; $x = -4,5$;

б) $1,75x = 0$; $x = 0$;

е) $-3x - 1 = 0$; $x = -\frac{1}{3}$;

в) $-x + \frac{5}{9} = 0$; $x = \frac{5}{9}$;

ж) $-\frac{3}{7}x + 6 = 0$; $x = 14$;

г) $2,5 - x = 0$; $x = 2,5$;

з) $-0,1x - 2,4 = 0$; $x = -24$.

272

$$ax + b = 0$$

а) $a = 0, b = 0$: x — любое число; в) $a \neq 0, b = 0$: $x = 0$;б) $a = 0, b \neq 0$: решений нет; г) $a \neq 0, b \neq 0$: $x = -\frac{b}{a}$.**273**Пусть площадь 1-го участка a га, второго — $(75 - a)$ га. Составим уравнение:

$$3,2 \cdot a - 2,8(75 - a) = 30, \text{ т.к. с первого собрали на } 30 \text{ т больше.}$$

$$3,2a - 210 + 2,8a = 30$$

$$6a = 240, a = 40$$

Тогда с 1-го участка собрали $3,2 \cdot a = 3,2 \cdot 40 = 128$ т;со 2-го $3,2a - 30 = 98$.С двух участков собрали $128 + 98 = 226$ т.

Ответ: 226 т.

274Пусть со 2-го поля собрали x ц, тогда с 1-го поля — $0,75x$ ц, а с 3-го поля — $0,8(0,75x + x) = 1,4x$ ц.Найдем x , составим уравнение:

$$1,4x - x = 48 \text{ (т.к. с 3-го поля собрали на } 48 \text{ га больше, чем со 2-го).}$$

$$0,4x = 48$$

$$x = 120$$

Тогда всего собрали $x + 0,75x + 1,4x = 3,15x$ ц, то есть $3,15 \cdot 120 = 378$ ц = 37,8 т.

Ответ: 37,8 т.

275

а) $a \perp b \Rightarrow b \perp a$

в) $a:4, a:25 \Rightarrow a:100$

Обратное: $b \perp a \Rightarrow a \perp b$.

Обратное: $a:100 \Rightarrow a:4, a:25$

б) $a > 9 \Rightarrow a \geq 10, a \in \mathbb{N}$

г) $a \geq 0 \Rightarrow |a| = a$

Обратное: $a \geq 10 \Rightarrow a > 9, a \in \mathbb{N}$

Обратное: $|a| = a \Rightarrow a \geq 0$.

276

а) $a:10 \Rightarrow a:2$

Обратное: $a:2 \Rightarrow a:10$. Неверно, пример: $a = 2, 2:2$, но $2/10$.

б) $a > 4 \Rightarrow a \geq 3$

Обратное: $a \geq 3 \Rightarrow a > 4$. Неверно, пример: $a = 3,5, 3,5 \geq 3$, но $3,5 < 4$.

в) 2 фигуры с площадями S_1, S_2 равны $\Rightarrow S_1 = S_2$.

Обратное: если $S_1 = S_2$, где S_1, S_2 — площади двух фигур \Rightarrow фигуры равны. Неверно, пример: два прямоугольника. Стороны первого 4 и 3, второго 6 и 2. Тогда $S_1 = 12, S_2 = 12$, но фигуры не равны.

г) $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ — неправильные дроби $\Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ — неправильная дробь.

Обратное: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ — неправильная дробь $\Rightarrow \frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ — неправильные дроби.

Неверно. Пример: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$ — неправильная дробь, но $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ — правильные дроби.

277

а) $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ НОД(24, 80) = 6
 $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ \Rightarrow НОК(24, 80) = 240

$25 = 5 \cdot 5$
б) $90 = 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$ НОД(25, 90, 105) = 5
 $105 = 7 \cdot 5 \cdot 3$ НОК(25, 90, 105) = 3150

в) $108 = 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ НОД(108, 972) = 108
 $972 = 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ \Rightarrow НОК(108, 972) = 972

278

Пусть доход семьи x . Тогда в банк было положено

$$x + 0,35x - \frac{0,35}{7}x - 0,8 \cdot \left(x - 0,35x - \frac{0,35}{7}x \right).$$

Имеем: $0,2 \cdot \left(x - 0,35x - \frac{0,035}{7}x \right) = 600$

$0,12x = 600$; $x = 5000$ р.

Ответ: 5000 р.

279

Пусть сковородка стоит x р. Тогда кастрюля $3x$ р. С одной стороны, ковш стоит $x + 48$ р., с другой стороны, $3x - 16$ р. Составим уравнение:

$$x + 48 = 3x - 16$$

$$2x = 64$$

$$x = 32$$

Следовательно, набор стоит $32 + 3 \cdot 32 + 32 + 48 = 208$ р.

Ответ: 208 р.

280

$$а) 7 \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{9}{11} \right) : 4,6 \cdot (-2,75) : 3 \frac{3}{4} = \frac{23}{3} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{5}{23} \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{4}{15} = 1$$

$$\begin{aligned}
 & 6) \left(-0,5 : 1,25 + 1\frac{2}{5} : \left(-1\frac{4}{7} \right) - \frac{10}{11} \right) \cdot (-2,5) = \\
 & = \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} - \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{11} - \frac{10}{11} \right) \cdot \left(-\frac{5}{2} \right) = \frac{11}{5} \cdot \frac{5}{2} = 5,5
 \end{aligned}$$

281

a) $d = 3$:

$$9 = 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 \Rightarrow 9_3 = 100$$

$$25 = 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 \Rightarrow 25_3 = 221$$

$$32 = 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 \Rightarrow 32_3 = 1012$$

$$75 = 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 \Rightarrow 75_3 = 2210$$

$$100 = 1 \cdot 3^4 + 0 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 \Rightarrow 100_3 = 10201$$

б) $d = 5$:

$$9 = 1 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 \Rightarrow 9_5 = 14$$

$$25 = 1 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0 \Rightarrow 25_5 = 100$$

$$32 = 1 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 \Rightarrow 32_5 = 112$$

$$75 = 3 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0 \Rightarrow 75_5 = 300$$

$$100 = 4 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0 \Rightarrow 100_5 = 400$$

в) $d = 9$:

$$9 = 1 \cdot 9^1 + 0 \cdot 9^0 \Rightarrow 9_9 = 10$$

$$25 = 2 \cdot 9^1 + 7 \cdot 9^0 \Rightarrow 25_9 = 27$$

$$32 = 3 \cdot 9^1 + 5 \cdot 9^0 \Rightarrow 32_9 = 35$$

$$75 = 8 \cdot 9^1 + 3 \cdot 9^0 \Rightarrow 75_9 = 83$$

$$100 = 1 \cdot 9^2 + 2 \cdot 9^1 + 1 \cdot 9^0 \Rightarrow 100_9 = 121$$

г) $d = 12$:

$$9 = 9 \cdot 12^0 \Rightarrow 9_{12} = 9$$

$$25 = 2 \cdot 12^1 + 1 \cdot 12^0 \Rightarrow 25_{12} = 21$$

$$32 = 3 \cdot 12^1 + 2 \cdot 12^0 \Rightarrow 32_{12} = 28$$

$$75 = 6 \cdot 12^1 + 3 \cdot 12^0 \Rightarrow 75_{12} = 63$$

$$100 = 8 \cdot 12^1 + 4 \cdot 12^0 \Rightarrow 100_{12} = 84$$

282

Пусть сведения записаны в системе с основанием a , имеем:

$$2 \cdot a^1 + 4 \cdot a^0 + 3 \cdot a^1 + 2 \cdot a^0 = 1 \cdot a^2 + 0 \cdot a^1 + 0 \cdot a^0;$$

$$2a + 4 + 3a + 2 = a^2; \quad a^2 - 5a = 6; \quad a(a - 5) = 6$$

$a = 6$ — корень. Других натуральных корней нет, т.к. при увеличении множителей будет увеличиваться произведение, при уменьшении — уменьшаться.

Ответ: 6.

4. Следование и равносильность

283

- а) Модуль числа меньше a — это значит число больше $-a$ и меньше a .
б) Модуль числа больше a тогда и только тогда, когда число больше a или меньше $-a$, где a — положительное число.
в) Число a на 7 меньше, чем число b в том и только том случае, если a есть разность b и 7.
г) Число n кратно 9 если и только если сумма цифр числа n кратна 9.

284

- а) x в 2 раза больше y ; $x = 2y$; в) $a - b = c$; $c + b = a$;
б) $a:3$; сумма цифр числа $a:3$; г) $x^2 = 9$; $x = 3$ или $x = -3$.

285

- а) пример: $x = -5$, т.к. $(-5)^2 = 25$;
б) пример: $x = 4$, т.к. $4^2 = 16$;
в) пример: $x = -7$, т.к. $|-7| = 7$;
г) пример: $x = 3$, т.к. $|3| < 9$, но $3 > 2$.

286

- а) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $ad = bc$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$);
б) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$);
в) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$);
г) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$).

287

- I. Число a кратно 10 тогда и только тогда, когда a оканчивается на 0.
II. Число a кратно 10 в том и только в том случае, если a оканчивается на 0.
III. Число a кратно 10 — это значит, что a оканчивается на 0.

288

- а) $-0,5x + 3 = 0$; $0,5x = 3$; $x = 6$;
б) $-0,5x + 3x = -5$; $2,5x = -5$; $x = -2$;
в) $-x - 3x + 2x = 0,4$; $-2x = 0,4$; $x = -0,2$;
г) $0,02x - x + 0,7x = -2,8$; $-0,28x = -2,8$; $x = 10$;
д) $-2x - 4 + x = -0,8$; $x = -3,2$;
ж) $0,6x - x + 2,5 = 1\frac{1}{2}$; $-0,4x = -1$; $x = 2,5$.

289

$$\text{H: } \frac{x}{18} = \frac{7}{3}; x = 42;$$

$$\text{A: } -\frac{2,4}{8} = \frac{9,6}{x}; x = -32;$$

$$\text{Y: } \frac{32}{1,6} = \frac{4}{x}; x = 0,2;$$

$$\text{P: } \frac{x}{16} = \frac{0,5}{-2}; x = -4;$$

$$\text{T: } \frac{1}{0,07} = \frac{x}{5,6}; x = 80;$$

$$\text{M: } \frac{0,3}{-x} = \frac{-1,5}{10}; x = 2;$$

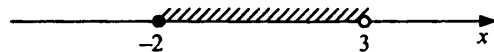
$$\text{E: } \frac{6}{x} = \frac{1,2}{0,5}; x = 2,5;$$

$$\text{Г: } \frac{14}{-5} = \frac{x}{0,1}; x = -0,28$$

-32;	-4;	-0,28;	0,2;	2;	2,5;	42;	80
A	P	Г	Y	M	E	H	T

290

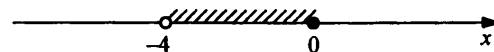
а) $-2 \leq x < 3$



$x = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ — целые решения.

$\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}$ — дробные.

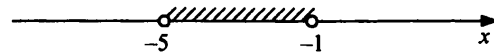
б) $-4 < x \leq 0$



$x = \{-3, -2, -1, 0\}$ — целые.

$-\frac{3}{2}, -\frac{7}{6}$ — дробные.

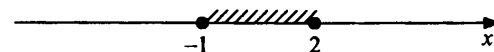
в) $-5 < x < -1$



$x = \{-4, -3, -2\}$ — целые.

$-\frac{5}{4}, -\frac{9}{2}$ — дробные.

г) $-1 \leq x \leq 2$



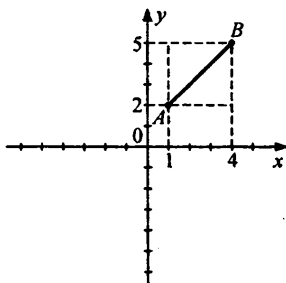
$x = \{-1; 0; 1; 2\}$ — целые.

$-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ — дробные.

291

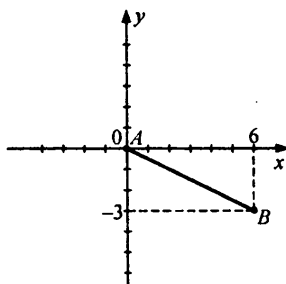
а) $1 \leq x \leq 4$

$2 \leq y \leq 5$

Отрезок AB удовлетворяет условию.

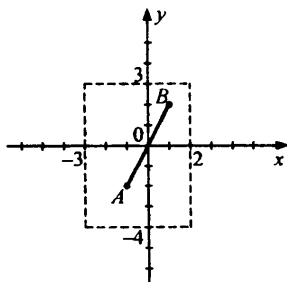
б) $0 \leq x \leq 6$

$-3 \leq y \leq 0$

Отрезок AB — решение.

в) $-3 \leq x \leq 2$

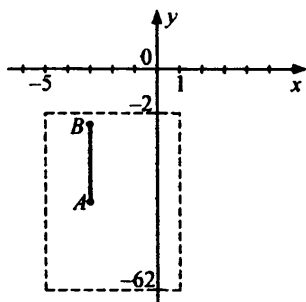
$-4 \leq y \leq 3$

Отрезок AB — решение.

$$r) -5 \leq x \leq 1$$

$$-62 \leq y \leq -2$$

Отрезок AB — решение.



Решений может быть бесконечно много.

292

а) Пусть двухместных лодок a , тогда четырехместных $(40 - a)$. Составим уравнение:

$$2 \cdot a + 4 \cdot (40 - a) = 128$$

$$2a = 32$$

$$a = 16$$

Следовательно, двухместных лодок — 16, четырехместных — 24.

Ответ: 16 л, 24 л.

б) Пусть у Миши было a двухрублевых монет, тогда пятирублевых было $(25 - a)$. Составим уравнение:

$$2 \cdot a + 5 \cdot (25 - a) = 77$$

$$3a = 48$$

$$a = 16$$

Следовательно, 16 двухрублевых и 9 пятирублевых.

Ответ: 16 м, 9 м.

293

$$a) \frac{1}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots$$

$$\dots + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) = 1 - \frac{1}{10} = 0,9;$$

$$б) \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \dots$$

$$\dots + \left(\frac{1}{48} - \frac{1}{49}\right) + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{50}\right) = \frac{1}{6} - \frac{1}{50} = \frac{11}{75}.$$

294

а) $x^2 = 49$; $x = 7$ или $x = -7$;

в) $|x| < 5$; $-5 < x < 5$;

б) $|x| = 2$; $x = 2$ или $x = -2$;

г) $|x| > 1$; $x > 1$ или $x < -1$.

295

а) $-3,2x - 1,2 + 1,4x = 7,8$; $-1,8x = 9$; $x = -5$;

б) $1,5x - 0,3x - 2,1x = -0,12$; $-0,9x = -0,12$; $x = \frac{2}{15}$.

296

Пусть было a маленьких коробок, тогда больших было $(30 - a)$. Составим уравнение:

$0,5a + 1,5(30 - a) = 33$ (т.к. в маленькую коробку помещается 0,5 кг, в большую 1,5 кг, а всего 33 кг печенья в 30 коробках).

$a = 12$

Следовательно, было 12 маленьких и 18 больших коробок.

Ответ: 12, 18.

297

$$\frac{15,2 \cdot 0,25 - 48,51 : 14,7}{x} = \frac{\left(\frac{13}{44} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} : 2\frac{1}{2}\right) \cdot 1\frac{1}{5}}{3,2 + 0,8\left(5\frac{1}{2} - 3,25\right)}$$

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{5}; \frac{5}{5}; \frac{1}{5}x = \frac{5}{2}; x = 12,5.$$

298

Пусть a, b — эти два числа. Тогда $a + b = a \cdot b = \frac{a}{b}$. Рассмотрим вто-

рое равенство $a \cdot b = \frac{a}{b}$; $b = \frac{1}{b}$; $b^2 = 1$; $b = 1$ или $b = -1$.

Случай $b = 1$. Найдем из первого равенства a : $a + 1 = a$; $1 \neq 0 \Rightarrow$ решений нет.

$$b = -1: a - 1 = -a; 2a = 1; a = \frac{1}{2}.$$

Тогда $a = \frac{1}{2}$, $b = -1$ — такие два числа.

Ответ: $\frac{1}{2}$, -1 .

5. Следование и свойства предметов

299

- а) Множество тех учащихся, кто пишет красиво, и тех, кто пишет некрасиво.
- б) Множество растений, у которых есть пестик, множество растений, у которых нет пестика.
- в) Множество металлов, которые не тонут в воде, и множество тех, которые тонут.
- г) Множество государств, у которых есть парламент и множество государств, у которых его нет.
- д) Множество натуральных чисел кратных 9 и множество натуральных чисел не кратных 9.
- е) Множество чисел не равных 0 и нуль.
- ж) Пустое множество и множество рациональных чисел.
- з) Множество параллельных прямых и множество пересекающихся прямых.

300

- а) Свойство «делимость числа на 9».
 - б) Свойство «разности двух чисел».
 - в) Свойство «деления двух чисел».
 - г) Свойство «натурального показателя рационального числа».
 - д) Свойство «прямоугольника».
 - е) Свойство «квадрата».
 - ж) Свойство «параллельных прямых».
 - з) Свойство «вертикальных углов».
- а, б, в, г, ж — признаки.

301

- а) $a \cdot b = c \Leftrightarrow |a| \cdot |b| = c$ при $a \cdot b \geq 0$, $-|a| \cdot |b| = c$ при $a \cdot b < 0$.
- б) $\frac{a}{b}$ — правильная $\Leftrightarrow |a| < |b|$.
- в) $ABCD$ — прямоугольник $\Leftrightarrow \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.
- г) $ABCD$ — трапеция $\Leftrightarrow BC \parallel AD$.

302

- а) $\frac{3}{14} - \frac{5}{7} = \frac{3}{14} - \frac{10}{14} = -\frac{1}{2}$;
- б) $-1\frac{5}{6} - \frac{7}{15} = -2,3$;
- в) $-2\frac{1}{7} \cdot \left(-1\frac{3}{25}\right) = 2,4$;

$$г) 5\frac{5}{6} : \left(-2\frac{1}{3}\right) = 2,5;$$

$$д) -5,4 : \left(-1\frac{2}{9}\right) : 3,75 \cdot \left(-4\frac{1}{6}\right) = -\frac{22}{3};$$

$$е) -3\frac{3}{5} : \left(-1\frac{5}{12}\right) \cdot (-6,8) \cdot 9\frac{3}{8} : \left(-1\frac{2}{7}\right) = 126.$$

303

$$а) (d-6) - (7d+1) = -(4-3d); -9d = 3; d = -\frac{1}{3};$$

$$б) y - \frac{y}{6} = \frac{1}{3} + 0,5y; \frac{1}{3}y = \frac{1}{3}; y = 1;$$

$$в) 5(n-8) - 3(4-2n) = 7(3n-7) + 9; 10n = -12; n = -1,2;$$

$$г) 1,7k - 0,3(k-5) = 2,8 - 0,1(k+4); 1,5k = 0,9; k = 0,6.$$

304

Пусть второй лыжник пробежал за a мин, тогда 1-й круг за $0,95a$ мин, а 2-й круг за $1,14a$.

Составим уравнение: $1,14a - 0,95a = 4\frac{45}{60}$ (т.к. 3-й круг лыжник пробежал на 4 мин 45 с медленнее).

$$0,19a = \frac{19}{4}$$

$$a = 25 \text{ мин}$$

Найдем среднее время:

$$\frac{0,95a + a + 1,14a}{3} = \frac{23,75 + 25 + 28,5}{3} = 25\frac{3}{4} \text{ мин} = 25 \text{ мин } 45 \text{ с}$$

Найдем на сколько процентов медленнее он пробежал 3-й круг чем 1-й:

$$1) 1,14a - 0,95a = 0,19a;$$

$$2) \frac{0,19a}{0,95a} = \frac{20}{100} = 20\%.$$

Ответ: 25 мин 45 с, 20%.

305

$$y = -0,5;$$

$$а) (-2y)^3 = (2 \cdot 0,5)^3 = 1;$$

$$в) (-2)^3 y = (-2)^3 \cdot (-0,5) = 4.$$

$$б) -2y^3 = -2 \cdot (-0,5)^3 = 0,25;$$

306

$$а) \frac{a}{b} \text{ — неправильная дробь} \Leftrightarrow |a| \geq |b| \quad (b \neq 0);$$

б) AC — гипотенуза треугольника $\triangle ABC$ $\Leftrightarrow AC$ противоположна прямому углу (или $\angle ABC = 90^\circ$).

307

Пусть в 1-м селе было a ж., тогда во 2-м селе $800 - a$ ж., через год в 1-м селе стало $0,9 \cdot a$ ж., во 2-м селе $1,1(800 - a)$ ж.

Составим уравнение: $0,9a + 1,1(800 - a) = 810$;

$$0,9a + 880 - 1,1a = 810;$$

$$0,2a = 70; a = 350.$$

Следовательно, в 1-м селе было 350 ж., во 2-м — 450 ж.

Ответ: 350, 450.

308

$$\frac{0,1862 - 4,05 \cdot 0,204}{12,8 \cdot \frac{3}{4} - 31,64 : 3 \frac{1}{2}} = \frac{\left(1 \frac{17}{63} - \frac{5}{21} + \frac{1}{9}\right) : 1 \frac{3}{7}}{x};$$

$$\frac{-0,64}{0,56} = \frac{0,8}{x}; -0,64x = 0,8 \cdot 0,56; x = -0,7.$$

309

Пусть сторона квадрата была x . Тогда стала $(x + 5)$. Площадь квадрата была x^2 , стала $(x + 5)^2$. Составим уравнение:

$$(x + 5)^2 - x^2 = 225; x^2 + 10x + 25 - x^2 = 225;$$

$$10x = 200; x = 20 \text{ м.}$$

Следовательно, первоначальная площадь $S = x^2 = 400 \text{ м}^2$.

Ответ: 400 м^2 .

Задачи для самопроверки

310

а) $4(x - 7) - 8(x - 3) = -4x - 4$

при $x = -0,6$: $-4x - 4 = -4(-0,6) - 4 = -1,6$;

б) $-2(a - b) - 5(a + b) = -7a - 3b$

при $a = -1, b = 0,5$: $-7a - 3b = -7(-1) - 3(0,5) = 5,5$;

в) $x^2 - 3x - 6 + x + 8 - 2x^2 + 5x = -x^2 + 3x + 2$

при $x = -2$: $-x^2 + 3x - 3 = (-2)^2 + 3(-2) + 2 = -8$.

311

а) $10 - 3y = -4 + 7y; 10y = 14; y = 1,4$;

б) $3(4 - c) = 6 - (8c + 3); 5c = -9; c = -1,8$;

в) $-\frac{x}{4} + 5 = \frac{x}{3} - 9; \frac{7x}{12} = 14; x = 24$;

г) $1,6b - 0,4 = 3,2 - 0,8(2 - b); 0,8b = 2; b = 2,5$;

д) $2(n - 3) - 4(5 - 2n) = -5(4n + 7); 30n = -9; n = -0,3$;

е) $\frac{-0,2(6x + 1)}{3,6} = \frac{0,5x}{-9}; -2(6x + 1) = 2x; 14x = -2; x = -\frac{1}{7}$.

312

Пусть завезли x кг фруктов. После 1-го дня осталось $0,7x$ кг, после второго дня $\left(0,7x - \frac{2}{5} \cdot 0,7x\right)$.

Составим уравнение: $0,7x - 0,4 \cdot 0,7x = 168$; $0,42x = 168$;

$x = 400$ кг

Ответ: завезли 400 кг.

313

Пусть в 1-м мешке a кг моркови, тогда во втором $(80 - a)$ кг. Составим уравнение:

$a = 0,6(80 - a)$, (т.к. в 1-м мешке на 40% моркови меньше)

$1,6a = 48$;

$a = 30$

Следовательно, в 1-м мешке — 30 кг, во 2-м — 50 кг.

Ответ: 30 кг, 50 кг.

314

Пусть производительность 2-го — a деталей в час, тогда у 1-го — $1,2a$ д/ч. Через 9 ч 2-й сделал $9a$ деталей, 1-й — $9 \cdot 1,2a$ деталей. Тогда 2-му осталось сделать $(60 - 9a)$ деталей, 1-му — $(60 - 9 \cdot 1,2a)$ деталей.

Составим уравнение: $(60 - 9a) = 2,5(60 - 9 \cdot 1,2a)$;

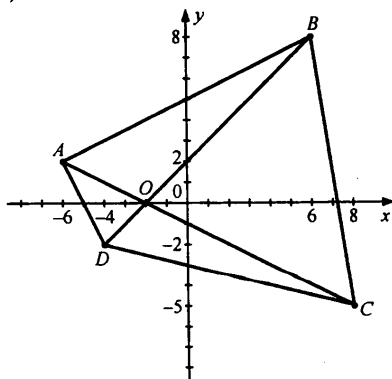
$60 - 9a = 150 - 27a$; $18a = 90$; $a = 5$

Следовательно, 2-й делал 5 деталей в час, а 1-й $1,2 \cdot 5 = 6$ дет/час. Значит 1-й делал на 1 деталь в час больше.

Ответ: 1 деталь.

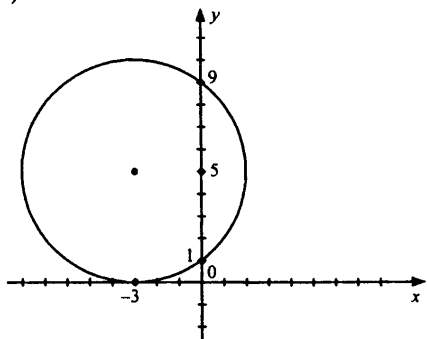
315

а)



$O(-2; 0)$ — координаты точек пересечения диагоналей.

б)

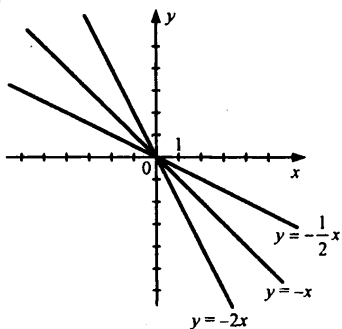


Точки пересечения с осью

Oy: (0; 1), (0; 9)

Ox: (-3; 0)

316



Гипотеза: 2 графика вида $y = kx$ и $y = \frac{1}{k}x$, ($k < 0$), симметричны относительно графика прямой $y = -x$.

317

а) $a > b, b > c \Rightarrow a > c$ — верно;

б) $a = \frac{b}{3}, b = \frac{1}{3}c \Rightarrow a = \frac{1}{3}c$ — неверно.

Пример: $c = 9, b = 3, a = 1$ — выполняется, но $a = \frac{1}{9}c$.

в) $a:2, a:5 \Rightarrow a:25$. Неверно.

Пример: $a = 10. 10:2, 10:5$, но $10/25$.

г) $a < 0 \Rightarrow |a| = -a$ — верно.

318

$$a:2, a:3 \Rightarrow a:6$$

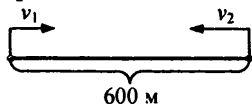
$$a:6 \Rightarrow a:2, a:3$$

Число кратно 2 и 3 в том и только в том случае, когда число кратно 6.

319

а) $v_1 = 50$ м/мин

$v_2 = 70$ м/мин

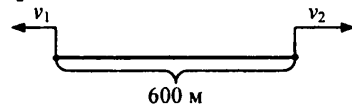


Через t мин они сократят расстояние на $t \cdot (50 + 70)$ м. Следовательно, между ними будет $600 - 120t$ м.

Ответ: $600 - 120t$.

б) $v_1 = 50$ м/мин

$v_2 = 70$ м/мин



Через t мин они увеличат расстояние на $120t$ м. Следовательно, между ними будет $600 + 120t$ м.

Ответ: $600 + 120t$ м.

в) Через t мин расстояние сократится на $(70 - 50)t$ м. Следовательно, через t мин между ними будет $600 - 20t$ м.

Ответ: $600 - 20t$ м.

г) Через t мин расстояние увеличится на $(70 - 50)t$ м. Следовательно, между ними будет $600 + 20t$ м через t мин.

Ответ: $600 + 20t$ м.

320

$$0,2 \cdot \left(15,7 - 14,7 : \left(-0,75 + 0,7 : \left(-2\frac{1}{3} \right) \right) \cdot 2,45 \right) =$$

$$= 0,2 \cdot (15,7 - 14,7 : (-1,05) \cdot 2,45) = 0,2(15,7 + 34,3) = 10.$$

321

$$0,8 \cdot \frac{-0,02 \left(6,2 : 0,31 - \frac{5}{6} \cdot 7,2 \right) - 1,52}{\frac{4}{11} \cdot (-2,2) : (-0,1) - 10} =$$

$$= 0,8 \cdot \frac{-0,02 \cdot 14 - 1,52}{8 - 10} = 0,8 \cdot \frac{1,8}{2} = 0,72.$$

322

$$x(x + 4) = 45, x \in \mathbb{N}$$

$x = 5$ — является корнем.

$$5(5 + 4) = 45 \text{ (истинно).}$$

Других натуральных корней нет, т.к. при увеличении множителей правая часть также будет увеличиваться, при уменьшении — уменьшаться. Значит, 5 — единственный корень.

Ответ: {5}.

323

$$x^2 - 8x = 20, x \in \mathbb{N}$$

$$x(x - 8) = 20$$

x может принимать значения 1, 2, 4, 5, 10, 20

$x = 10$ — корень, т.к. $10(10 - 8) = 20$ (истинно)

Ответ: {10}.

ГЛАВА 4. ГЕОМЕТРИЯ

§ 1. Геометрические фигуры на плоскости

1. Что такое геометрия?

Рисунки и определения геометрических понятий

324

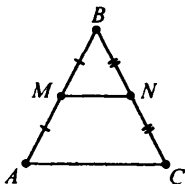
Контрпример для Татьяны: ромб, у него все стороны равны, но углы не прямые.

Контрпример для Петра: прямоугольник с разными по длине сторонами.

Определение. Квадрат — прямоугольник с равными сторонами.

325

а)



(I) — определение понятия

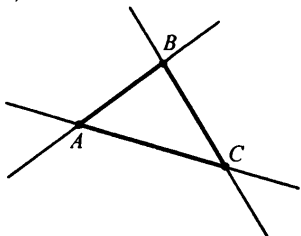
(II) — понятие, на которое опирается

MN — средняя линия.

Определение понятия: «средняя линия».

На которое опирается: «середины сторон».

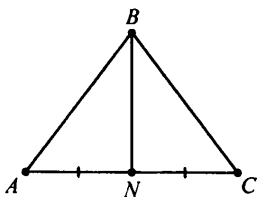
б)



Определяемое понятие: «треугольник».

На которые опирается: «точка», «прямая», «лежит на прямой», «вершина», «отрезок».

в)



BN — медиана.

Определяемое понятие: «медиана».

На которые опирается: «вершина», «отрезок», «середины сторон», «противоположащий».

г)

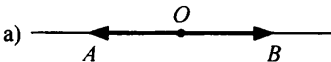


AB — отрезок.

Определяемое понятие: «отрезок».

На которые опирается: «конец», «прямая», «точка».

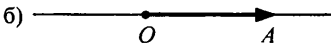
326



OA , OB — дополнительные лучи.

Определяемое понятие: «дополнительный луч».

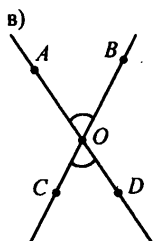
На которые опирается: «прямая», «луч», «начало».



OA — луч, O — начало луча.

Определяемое понятие: «луч», «начало луча».

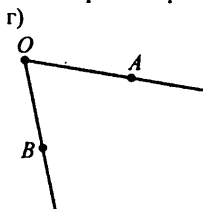
На которые опирается: «прямая», «точка», «по одну сторону».



$\angle AOB$ и $\angle COD$ — вертикальные.

Определяемое понятие: «вертикальные углы».

На которые опирается: «угол», «сторона», «дополнительный луч».



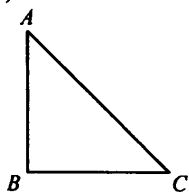
O — вершина, $\angle AOB$ — угол, OA , OB — стороны.

Определяемое понятие: «угол», «сторона», «вершина».

На которые опирается: «фигура», «точка», «луч», «начало».

327

а)

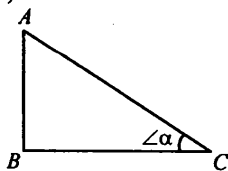


$\triangle ABC$ — прямоугольный треугольник.

Определяемое понятие: «прямоугольный треугольник».

На которые опирается: «треугольник», «прямой угол».

б)

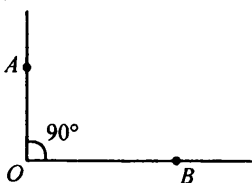


$$\cos \angle \alpha = \frac{BC}{AC}$$

Определяемое понятие: «косинус острого угла прямоугольного треугольника».

На которые опирается: «острый угол», «прямоугольный треугольник», «прилежащий катет», «гипотенуза».

в)

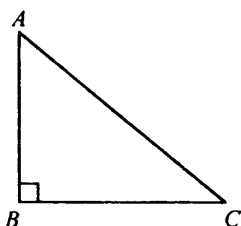


$\angle AOB$ — прямой угол.

Определяемое понятие: «прямой угол».

На которые опирается: «угол», «градус».

г)



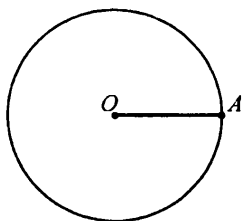
AC — гипотенуза, AB , BC — катеты.

Определяемое понятие: «гипотенуза», «катет».

На которые опирается: «прямоугольный треугольник», «прямой угол», «сторона», «противолежащий».

328

а)

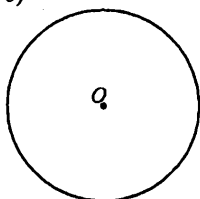


OA — радиус окружности.

Определяемое понятие: «радиус окружности».

На которые опирается: «отрезок», «точка», «окружность», «центр окружности».

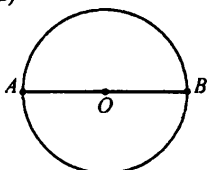
б)



Определяемое понятие: «окружность», «центр».

На которые опирается: «фигура», «точка», «плоскость», «равноудаленный».

в)

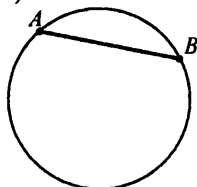


AB — диаметр.

Определяемое понятие: «диаметр».

На которые опирается: «хорда», «окружность», «центр окружности».

г)



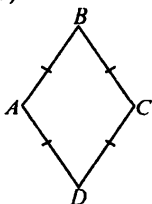
AB — хорда.

Определяемое понятие: «хорда».

На которые опирается: «окружность», «отрезок», «точка».

329

а)

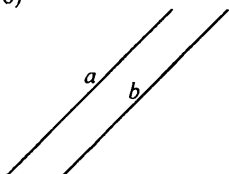


$ABCD$ — ромб.

Определяемое понятие: «ромб».

На которые опирается: «параллелограмм», «сторона».

б)

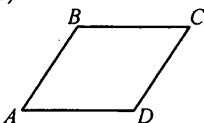


a, b — параллельные прямые.

Определяемое понятие: «параллельные прямые».

На которые опирается: «прямая», «не пересекается».

в)

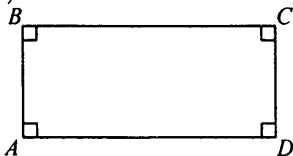


$ABCD$ — параллелограмм.

Определяемое понятие: «параллелограмм».

На которые опирается: «четырёхугольник», «противоположные стороны», «параллельны».

г)



$ABCD$ — прямоугольник.

Определяемое понятие: «прямоугольник».

На которые опирается: «параллелограмм», «прямой угол».

330

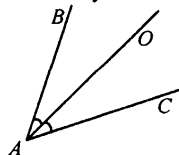
а) Квадрат — это прямоугольник, у которого все стороны равны.

б) Квадрат — это ромб, у которого все углы прямые.

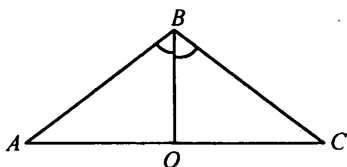
в) Квадрат — это прямоугольник, у которого все углы прямые и все стороны равны.

331

Определение: Биссектриса угла треугольника — отрезок биссектрисы этого угла до ее пересечения со стороны треугольника.



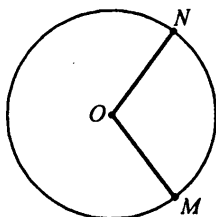
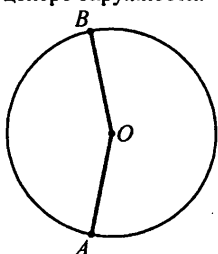
AO — биссектриса $\angle BAC$.



BO — биссектриса $\angle ABC$ в $\triangle ABC$.

332

Угол из пункта 2) центральный. Так как вершина угла находится в центре окружности.



$\angle MON$, $\angle BOA$ — центральные.

Определение: Центральный угол — угол с вершиной в центре окружности.

333

На рисунке 1) — секущая, т.к. она пересекает окружность.

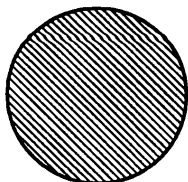
На рисунке 3) — касательная, т.к. она касается окружности.

Определение: Касательная — прямая, имеющая одну общую точку с окружностью.

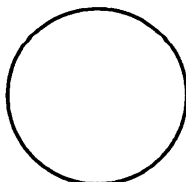
Определение: Секущая — прямая, пересекающая окружность в двух точках.

334

Определение: Круг — геометрическое место точек плоскости, расстояние от которых до данной точки не больше, чем заданное ненулевое.



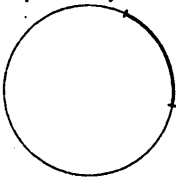
Круг



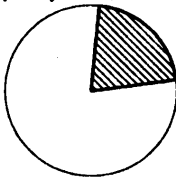
Окружность

335

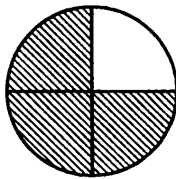
Определение: Дуга — часть окружности, заключенная между некоторыми двумя точками.

**336**

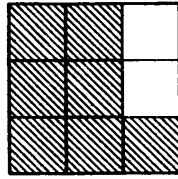
Определение: Сектор — часть круга, ограниченная дугой и двумя радиусами, соединяющими концы дуги с центром круга.

**337**

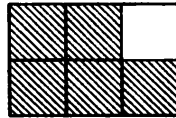
а) $\frac{3}{4}$



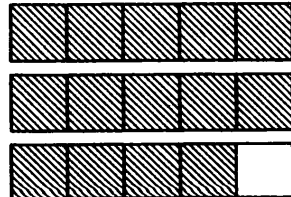
в) $\frac{7}{9}$



б) $\frac{5}{6}$



г) $2\frac{4}{5}$

**338**

а) $\frac{5}{11} < \frac{7}{11}$

д) $3\frac{2}{19} > 2\frac{18}{19}$

$$б) \frac{8}{9} > \frac{8}{15}$$

$$е) 0,6 > \frac{9}{26}$$

$$в) \frac{3}{4} < \frac{9}{5}$$

$$ж) \frac{m}{n} > \frac{m}{n+1}$$

$$г) \frac{4}{7} > \frac{12}{25}$$

$$з) \frac{x}{y} < \frac{x+1}{y}$$

339

$$\boxed{P} \quad \frac{1}{6} - \frac{1}{18} = -\frac{2}{9}$$

$$\boxed{T} \quad -3 + 2\frac{4}{5} = -\frac{1}{5}$$

$$\boxed{O} \quad \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{12}$$

$$\boxed{E} \quad 2\frac{5}{6} - 1\frac{8}{15} = 1,3$$

$$\boxed{M} \quad -\frac{21}{22} + \frac{3}{55} = -0,9$$

$$\boxed{Я} \quad -1\frac{5}{14} - \frac{17}{21} = -2\frac{1}{6}$$

$$\boxed{И} \quad -\frac{1}{8} - \frac{11}{12} = -1\frac{1}{24}$$

$$\boxed{Г} \quad 4\frac{13}{80} - 5\frac{11}{60} = -1\frac{1}{48}$$

$-1\frac{1}{48}$	1,3	$-\frac{1}{12}$	-0,9	1,3	-0,2	$-\frac{2}{9}$	$-1\frac{1}{24}$	$-2\frac{1}{6}$
Г	Е	О	М	Е	Т	Р	И	Я

340

$$а) \frac{x}{9} - \frac{x}{3} + \frac{x}{18} = -1; 2x - 6x + x = -18; -3x = -18; x = 6;$$

$$б) y - \frac{y}{3} - \frac{3y}{4} = \frac{1}{6}; -\frac{y}{12} = \frac{1}{6}; y = -2;$$

$$в) \frac{5}{6}z - z = \frac{z}{3} + \frac{1}{5}; \frac{z}{2} = -\frac{1}{5}; z = -0,4.$$

341

а) Пусть a оборотов сделало переднее колесо, тогда $(a - 50)$ оборотов сделало заднее. Переднее колесо преодолело $2,8a$ м, заднее — $3,5(a - 50)$ м.

Составим уравнение: $2,8a = 3,5(a - 50)$; $0,7a = 175$; $a = 250$

Следовательно, повозка проехала $250 \cdot 2,8 = 700$ м.

Ответ: 700 м.

б) Пусть a м — длина окружности переднего колеса, тогда $(a + 0,8)$ м — длина окружности заднего. Заднее колесо проехало $(a + 0,8) \cdot 450$ м, а переднее — $a \cdot (450 + 75)$ м.

Составим уравнение: $(a + 0,8) \cdot 450 = 525a$; $75a = 360$; $a = 4,8$

Следовательно, повозка проехала $525 \cdot 4,8 = 2520$ м.

Ответ: 2520 м.

342

а) Пусть печник должен был выкладывать по плану a м³ в день, тогда он выкладывал $a + 0,25$ м³.

Составим уравнение: $a \cdot 12 = (a + 0,25) \cdot 8$; $4a = 2$; $a = 0,5$.

Следовательно, объем печи $0,5 \cdot 12 = 6$ м³.

Ответ: 6 м³.

б) Пусть бригада должна была отремонтировать дорогу за a дней. Тогда весь объем работы $2a$ км.

Составим уравнение: $(a - 3)(2 + 0,1) = 2a - 4,5$ (т.к. отремонтировала на 0,1 км в день больше)

$2,1a - 6,3 = 2a - 4,5$; $0,1a = 1,8$; $a = 18$

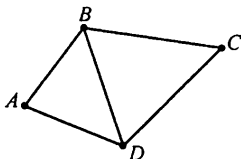
Следовательно, бригада уже отремонтировала $18 \cdot 2 - 4,5 = 31,5$ км.

Ответ: 31,5 км.

343

а) Определяемое: «диагональ четырехугольника».

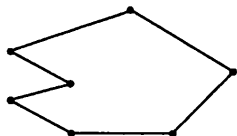
На которые опираются: «четыреугольник», «отрезок», «вершина».



AD — диагональ.

б) Определяемое: «многоугольник», «сторона многоугольника», «вершина многоугольника».

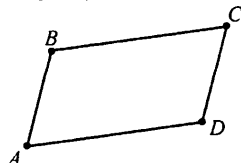
На которые опираются: «плоскость», «замкнутая ломаная», «отрезок».



Многоугольник.

в) Определяемое: «четыреугольник».

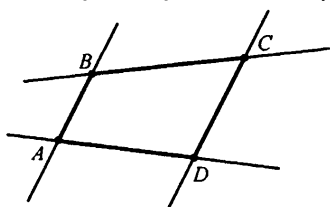
На которые опираются: «выпуклый многоугольник», «вершина (сторона)».



$ABCD$ — четырехугольник.

г) Определяемое: «выпуклый многоугольник».

На которые опираются: «многоугольник», «сторона», «вершина».



$ABCD$ — выпуклый многоугольник.

344

Определение: Сегмент круга — часть круга, заключенная между дугой окружности и хордой, соответствующей дуге.

345

Г $\frac{4}{9} + \frac{7}{18} = \frac{5}{6}$

А $-2 + \frac{1}{3} = -1\frac{2}{3}$

Е $-\frac{5}{21} - \frac{3}{7} = -\frac{2}{3}$

Х $\frac{9}{11} - 4 = -3\frac{2}{11}$

З $\frac{5}{8} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{24}$

Н $-1\frac{1}{4} - 3 = -4,25$

Ж $1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

Р $3\frac{8}{11} - 5\frac{2}{11} = -1\frac{5}{11}$

У $\frac{2}{9} - 1 = -\frac{7}{9}$

О $-1\frac{4}{15} - 2\frac{5}{6} = -4,1$

К $-1 - \frac{1}{5} = -1,2$

Д $4\frac{4}{35} - 3\frac{3}{14} = 0,9$

Слова: ОТРЕЗОК, ХОРДА.

Хорда окружности — отрезок, соединяющий две точки окружности.

Отрезок — множество, состоящее из двух различных точек и всех точек, лежащих между ними.

346

а) $\frac{x}{2} - \frac{x}{6} = 3; \frac{x}{3} = 3; x = 9;$

б) $\frac{y}{3} - 2 = \frac{y}{5}; \frac{2y}{15} = 2; y = 15;$

в) $\frac{z}{4} + 1 = -\frac{3z}{8} - 4; \frac{5z}{8} = -5; z = -8.$

347

Пусть x — искомое число.

$$\begin{aligned} \text{Вычислим: } & \frac{-1\frac{1}{3} \cdot \left(2 + 0,9 \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)\right) : \left(-\frac{4}{9}\right) - 2,7}{\left(-2\frac{4}{7} \cdot 0,58 - 0,42 \cdot 2\frac{4}{7}\right) \cdot 1\frac{5}{9} : \left(-2\frac{2}{3}\right)} = \\ & = \frac{\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{4} - 2,7}{\frac{18}{7} \cdot \frac{14}{9} \cdot \frac{3}{8}} = \frac{1,8}{1,5} = 1,2. \end{aligned}$$

Тогда $0,24x = 1,2 \Leftrightarrow x = 5$.

348

1-й способ

Пусть скорость автобуса x км/ч, тогда автомобиля $(x + 12)$ км/ч. Автобус за 3 часа проходит $3x$ км, а автомобиль за 2,5 часа $2,5(x + 12)$ км. Составим уравнение: $3x = 2,5(x + 12)$; $0,5x = 30$; $x = 60$ км/ч.

Следовательно, расстояние: $60 \cdot 3 = 180$ км.

348

2-й способ

Пусть x — расстояние от города до озера. Тогда скорость автобуса — $\frac{x}{3}$ км/ч, автомобиля — $\frac{x}{2,5}$ км/ч.

Составим уравнение: $\frac{x}{2,5} = \frac{x}{3} + 12$; $0,5x = 90$; $x = 180$ км

Ответ: 180 км.

349

В четырехугольнике — 2 диагонали.

В пятиугольнике — 5 диагоналей.

В шестиугольнике — 9 диагоналей.

В n -угольнике — $\frac{n(n-3)}{2}$ диагоналей.

350

2 точки — 2 дуги

4 точки — 4 дуги

3 точки — 3 дуги

10 точек — 10 дуг

n точек — n дуг

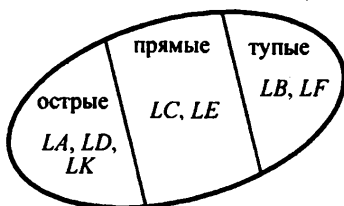
2. Классификация геометрических фигур

351

а) Острые: $\angle A, \angle D, \angle K$. Прямые: $\angle C, \angle E$. Тупые: $\angle B, \angle F$.

Угол называется острым; градусная мера угла меньше 90° .
 Угол прямой; его градусная мера равна 90° .
 Угол тупой; его градусная мера больше 90° , но меньше 180° .

б) Можно разбить на: острые, прямые и тупые. Любой угол имеет градусную меру, следовательно, принадлежит одному из этих классов.



352

а)

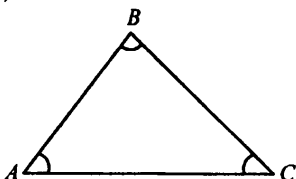


Рис. 1

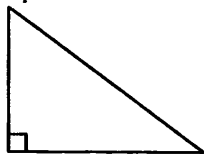
$\angle A, \angle B, \angle C$ — острые

б) Острых может быть 3 (см. рис. 1).

Тупой может быть только 1.

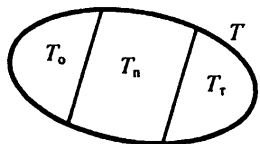


Прямой может быть только 1.



в) 3 класса: остроугольные, прямоугольные, тупоугольные.

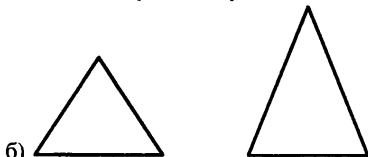
Каждый треугольник попадает ровно в один класс \Rightarrow это классификация.



— диаграмма Венна.

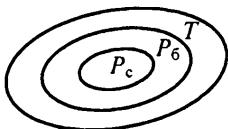
353

а) $\triangle ABC$ — равнобедренный; 2 его стороны равны.

**354**

а) $\triangle ABC$ — равносторонний; $AB = BC = AC$.

б) Равнобедренный треугольник не является равносторонним, обратное верно.

**355**

а) остроугольные: b, e, f .

г) равнобедренные: c, k, e .

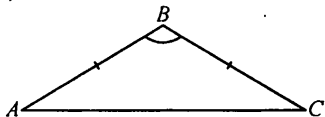
б) прямоугольные: a, k .

д) равносторонние: b, f .

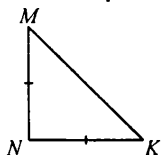
в) тупоугольные: c, d, m .

356

а) может

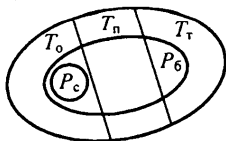


$\triangle ABC$ — равнобедренный тупоугольный



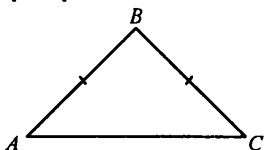
$\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный

б)



357

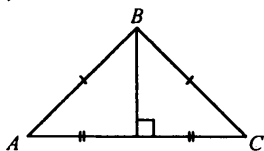
Пример:



$$\angle BAC = \angle BCA = 45^\circ$$

Гипотеза: в равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

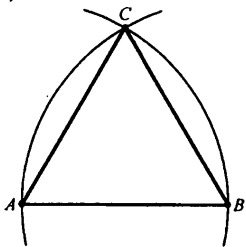
б)



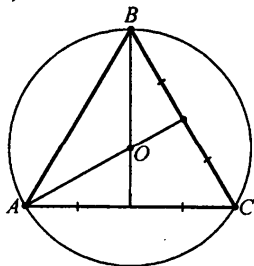
Гипотеза: медиана в равнобедренном треугольнике является высотой.

358

а)

 $\triangle ABC$ — равносторонний

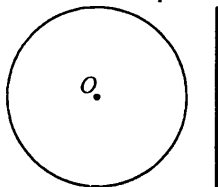
б)



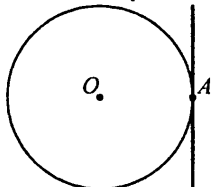
Гипотеза: В равностороннем треугольнике точка пересечения медиан есть центр окружности, описанной около этого треугольника.

359

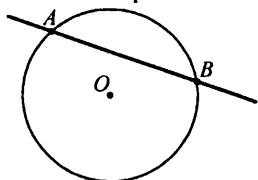
1. Нет точек пересечения.



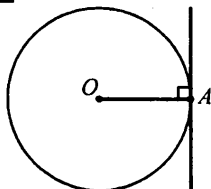
2. 1 точка пересечения.



3. 2 точки пересечения.



Это разбиение является классификацией.

360

Гипотеза: Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.

361

Вписанные в треугольник: 2, 3.

Описанные около треугольника: 1, 4.

Определение: Если все вершины треугольника лежат на окружности, то говорят, что окружность описана около него.

Определение: Если все стороны треугольника касаются окружности, то говорят, что окружность вписана в него.

362

$$\boxed{З} \quad \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{15} = \frac{4}{35}$$

$$\boxed{П} \quad 8 : \left(-1\frac{7}{9}\right) = -4,5$$

$$\boxed{О} \quad -9 \cdot \frac{16}{45} = -3,2$$

$$\boxed{И} \quad -5 : 0,6 = -8\frac{1}{3}$$

$$\boxed{Т} \quad \frac{5}{12} \cdot \left(-2\frac{4}{7}\right) = -1\frac{1}{14}$$

$$\boxed{Г} \quad 2\frac{5}{11} \cdot \left(-4\frac{8}{9}\right) = -12$$

$$\boxed{А} \quad -\frac{2}{9} \cdot (-3,6) = 0,8$$

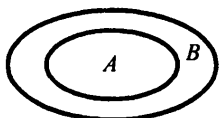
$$\boxed{Е} \quad -\frac{4}{9} : \left(-2\frac{21}{3}\right) = -\frac{4}{81}$$

$$-12; -8\frac{1}{3}; -4,5; -3,2; -1\frac{1}{14}; -\frac{4}{81}; \frac{4}{35}; 0,8$$

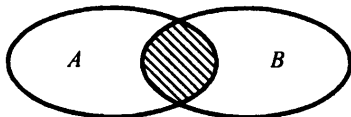
ГИПОТЕЗА

363

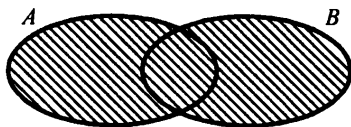
$$1) A \subset B; (a \in A \Rightarrow a \in B);$$



$$2) x \in A \cap B; x \in A \text{ и } x \in B;$$



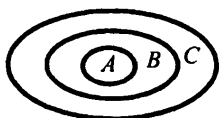
$$3) x \in A \cup B; x \in A \text{ или } x \in B$$

**364**

$$1) A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$$

Верно.

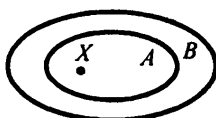
Пример:



$$3) x \in A, A \subset B \Rightarrow x \in B$$

Верно.

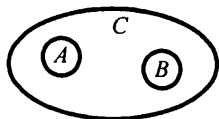
Пример:



$$2) A \subset C, B \subset C \Rightarrow A \subset B$$

Неверно.

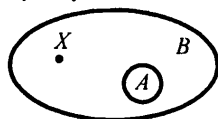
Пример:



$$4) x \in B, A \subset B \Rightarrow x \in A$$

Неверно.

Пример:



365

а) $\frac{4}{9} \cdot 16,2 = 7,2$;

б) $0,15 \cdot 3,04 = 0,456$;

в) $\frac{4}{11} \cdot a$ — ответ;

г) $0,58b$ — ответ;

д) x — искомое; $\frac{3}{5}x = 1,5$; $x = 2,5$;

е) x — искомое; $0,06x = 4,2$; $x = 70$;

ж) $\frac{7}{2}x$ — ответ;

з) $\frac{5}{7}x$ — ответ.

366

а) 18 — это 36% от 50;

б) 9 — это 12,5% от 72;

в) 1,2 — это 8% от 15;

г) $\frac{8}{15}$ — это 10% от $5\frac{1}{3}$;

д) 0,42 — это 7,5% от 5,6;

е) $11\frac{1}{5}$ — это $155\frac{4}{9}\%$ от 7,2;

ж) a — это $\frac{a}{b} \cdot 100\%$ от b ;

з) m — это $\frac{m}{n} \cdot 100\%$ от n .

367

а) $\frac{k}{d}\%$

б) $1,24a$ руб.

в) $1,25n$ руб.

г) 2,5с км

д) $0,7x$ л

е) $3b$ т

368

Пусть число депутатов от второй партии — x , тогда от первой партии — $1,2x$, от третьей — $1,6x$.

Составим уравнение: $x + 1,2x + 1,6x = 80 - 4$; $3,8x = 76$; $x = 20$.

а) Следовательно, от 1-й партии — 24 депутата;

от 2-й партии — 20 депутатов;

от 3-й партии — 32 депутата.

б) $\frac{24}{80} = \frac{3}{10} < \frac{2}{3} \Rightarrow$ 1-я партия не может заблокировать.

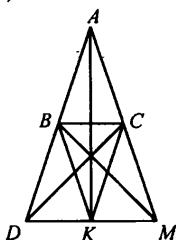
$\frac{20}{80} = \frac{1}{4} < \frac{2}{3} \Rightarrow$ 2-я партия не может.

$\frac{22}{80} = \frac{4}{10} < \frac{2}{3} \Rightarrow$ 3-я партия не может.

Ответ: а) 24, 20, 32; б) нет.

369

1)



$\triangle AOM$, $\triangle BAC$, $\triangle DBK$, $\triangle KCM$, $\triangle BKC$, $\triangle DKA$, $\triangle AKM$, $\triangle DCM$,
 $\triangle DBM$, $\triangle MBA$, $\triangle ACD$, $\triangle ABK$, $\triangle ACK$, $\triangle BKM$, $\triangle DKC$.

2) остроугольные: $\triangle BAC$, $\triangle DBK$, $\triangle KCM$, $\triangle BKC$, $\triangle ADM$,
 $\triangle DCM$, $\triangle DBM$.

б) прямоугольные: $\triangle DKA$, $\triangle AKM$.

в) тупоугольные: $\triangle MBA$, $\triangle ACD$, $\triangle ABK$, $\triangle ACK$, $\triangle BKM$, $\triangle DKC$.

370

Прямая a — касательная к окружности с центром в точке O и радиуса $r \Leftrightarrow$ прямая и окружность имеют только одну точку пересечения A .

371

Согласны — $160 \cdot 0,35 = 56$ человек.

Не согласны — $160 \cdot 0,575 = 92$ человека.

Затрудняюсь ответить — $160 \cdot 0,0075 = 12$ человек.

372

Пусть во второй школе a учащихся, тогда в первой — $0,9a$, а в третьей — $1,25a$ учащихся.

Составим уравнение:

$$0,9a + a + 1,25a = 1260; 3,15a = 1260; a = 400$$

Следовательно, в 1-й школе — 360 чел., во 2-й — 400 чел., в 3-й школе — 500 чел.

Ответ: 360, 40, 500.

373

$$\boxed{\text{П}} \quad \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\boxed{\text{Я}} \quad 9\frac{3}{4} : (-3) = -3,25$$

$$\boxed{\text{А}} \quad -\frac{5}{6} + 1\frac{4}{9} = \frac{11}{18}$$

$$\boxed{\text{Т}} \quad -1\frac{3}{8}(-4) = 5,5$$

$$\boxed{\text{Р}} \quad -1,9 + 2\frac{4}{5} = 0,9$$

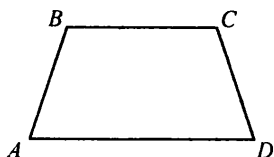
$$\boxed{\text{Ц}} \quad -1\frac{1}{15} : 1\frac{3}{5} = -\frac{2}{3}$$

$$\boxed{\text{И}} \quad 1\frac{3}{7} \cdot (-1,4) = -2$$

$$\boxed{\text{Е}} \quad 2\frac{6}{7} : \left(-6\frac{2}{3}\right) = -\frac{3}{7}$$

$$5,5; 0,9; \frac{11}{18}; \frac{4}{25}; -\frac{3}{7}; -\frac{2}{3}; -2; -3,25$$

ТРАПЕЦИЯ



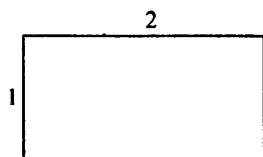
Определение. Трапеция — четырехугольник, у которого 2 стороны параллельны.

374

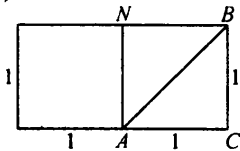
$$\boxed{\text{А}} \quad \left(\left(5\frac{4}{17} + 3\frac{7}{8} \right) - 7\frac{4}{17} \right) \cdot \left(-5\frac{1}{3} \right) : (-6,25) = \frac{15}{8} \cdot \frac{16}{3} \cdot \frac{16}{100} = 1,6$$

$$\begin{aligned} \boxed{\text{В}} \quad & -1,8 : (-1,2) + \left(3\frac{1}{12} - 2\frac{1}{12} : \left(-\frac{15}{16} \right) - 7\frac{1}{4} \right) : \left(-\frac{7}{9} \right) = \\ & = 1,5 + \left(-\frac{35}{78} \right) \cdot \left(-\frac{9}{7} \right) = 1,5 + 2,5 = 4 \end{aligned}$$

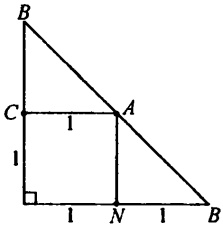
$$\text{а) } \frac{1,6}{4} \cdot 100\% = 40\% \quad \text{б) } \frac{4}{1,6} = 250\%$$

375

а)

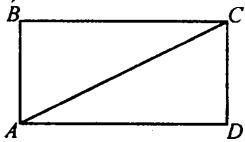


Разрезаем прямоугольник пополам, потом один из квадратов по диагонали и сложим.

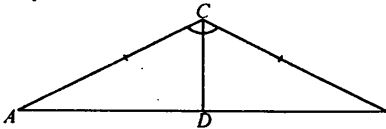


Равнобедренный, прямоугольный.

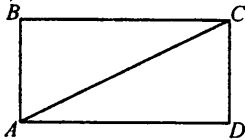
б)



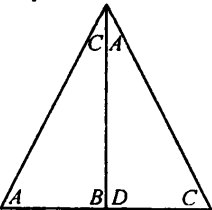
Разрезаем по диагонали и складываем.



в)



Разрезаем по диагонали и складываем.

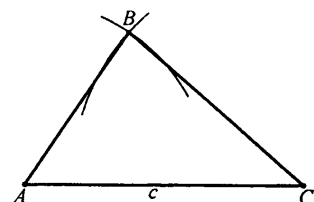
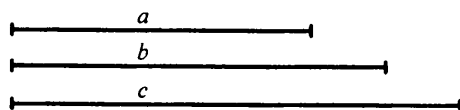
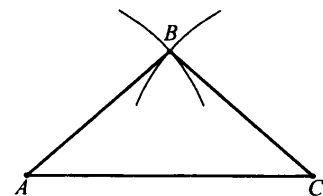
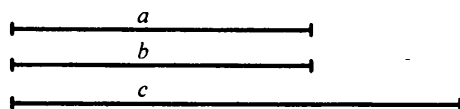


376

27.

3. Задачи на построение**377**

Есть в учебнике.

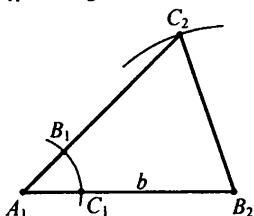
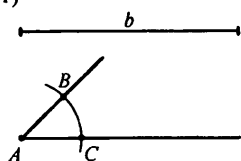
3781) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 6$ см1) c ; 2) $r_1 = a$, (A, r_1) ; 3) $r_2 = b$, (C, r_2) ; 4) $(A, r_1) \cap (C, r_2) \ni B$ $\triangle ABC$ — искомый2) $a = b = 4$ см, $c = 6$ см1) c ; 2) $r_1 = a$, (A, r_1) ; 3) $r_2 = b$, (C, r_2) ; 4) $(A, r_1) \cap (C, r_2) \ni B$ $\triangle ABC$ — искомый**379**

Нельзя, т.к. не будет выполняться неравенство треугольника.

Подробнее: $a + b = 9$, $c = 13$, по неравенству треугольника $a + b > c$,
 $9 > 13$ — неверно, $b = 4$ см, $\angle A = 45^\circ$.

380

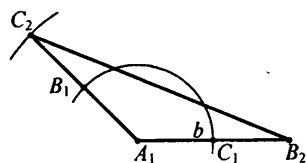
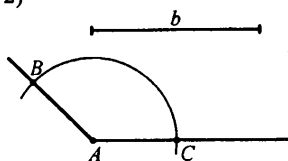
1)



Примечание: $b = 4$ см, $\angle A = 45^\circ$.

1. $(A, r) \cap [AB] = \{B\}$
 $(A, r) \cap [AC] = \{C\}$
2. b
3. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$
4. $r = B_2A_1, (B_2, r)$
5. $(B_2, r) \cap [A_1B_1] = C_2$
6. $\triangle A_1B_2C_2$ — искомый

2)

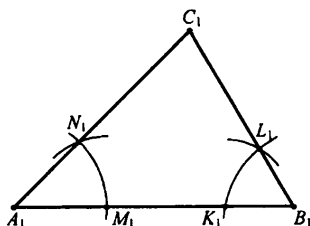
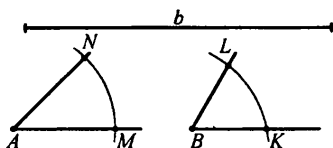


$b = 3$ см, $\angle A = 135^\circ$

1. $(A, r) \cap [AB] = \{B\}$
 $(A, r) \cap [AC] = \{C\}$
2. b
3. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$
4. $r = B_2A_1, (A_1, r)$
5. $(A_1, r) \cap [A_1B_1] = C_2$
6. $\triangle A_1B_2C_2$ — искомый

381

1)



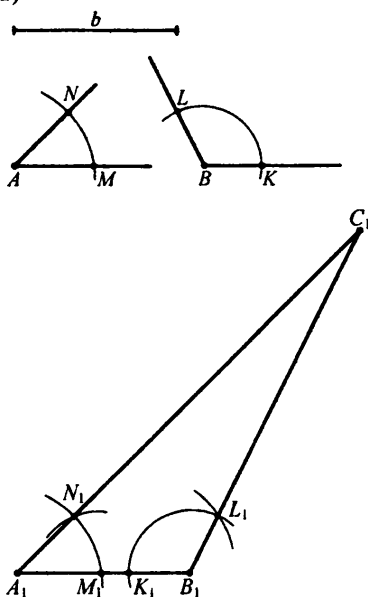
$b = 6$ см, $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$

1. b ;
2. $(A, r) \cap [A; M] = \{M\}$; $(A, r) \cap [A; N] = \{N\}$
3. $r_1 = AM, (A_1, r_1)$; $(A_1, r_1) \cap [A_1, B_1] = M_1$
4. $r_2 = MN, (M_1, r_2)$; $(M_1, r_2) \cap (A_1, r_1) \ni N_1$; $[A_1, N_1]$
5. $(B, r) \cap [BK] = \{K\}$
 $(B, r) \cap [BL] = \{L\}$

6. $r_3 = BK, (B_1, r_3); (B_1, r_3) \cap [A_1B_1] = K_1;$
 7. $r_4 = KL, (K_1, r_4); (K_1, r_4) \cap (B_1, r_3) \ni L_1; [B_1, L_1];$
 8. $[A_1, N_1] \cap [B_1, L_1] = \{C_1\}$

$\Delta A_1B_1C_1$ — ИСКОМЫЙ

2)

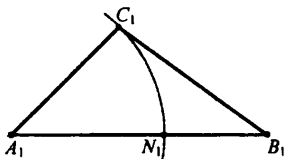
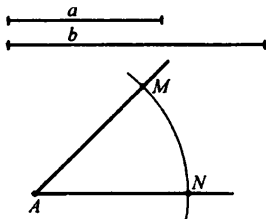


Решение возможно не всегда.

1. b
2. $(A, r) \cap [A; M] = \{M\}; (A, r) \cap [A; N] = \{N\}$
3. $r_1 = AM, (A_1, r_1); (A_1, r_1) \cap [A_1, B_1] = M_1$
4. $r_2 = MN, (M_1, r_2); (M_1, r_2) \cap (A_1, r_1) \ni N_1; [A_1, N_1]$
5. $(B, r) \cap [BK] = \{K\}$
 $(B, r) \cap [BL] = \{L\}$
6. $r_3 = BK, (B_1, r_3)$
 $(B_1, r_3) \cap [A_1B_1] = K_1$
7. $r_4 = KL, (K_1, r_4)$
 $(K_1, r_4) \cap (B_1, r_3) \ni L_1$
 $[B_1, L_1]$
8. $[A_1, N_1] \cap [B_1, L_1] = \{C_1\}$
 $\Delta A_1B_1C_1$ — ИСКОМЫЙ

382

1)



$a = 3 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}, \angle A = 45^\circ$

1. $b = [A_1, B_1]$

2. $r = a, (A, r)$

$$(A, r) \cap [AM] = \{M\};$$

$$(A, r) \cap [AN] = \{N\}$$

3. (A_1, r)

$$(A_1, r) \cap [A_1B_1] = \{N_1\}$$

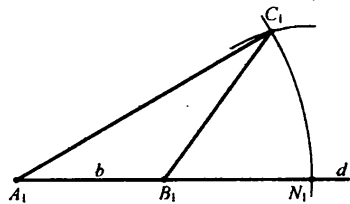
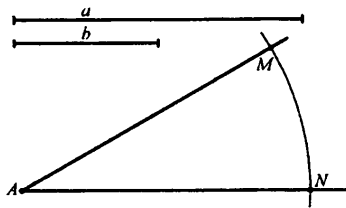
4. $r_1 = MN, (N_1, r_1)$

$$(N_1, r_1) \cap (A_1, r) = \{C_1\}$$

5. $[C_1B_1]$

$\Delta A_1B_1C_1$ — искомый

2)



$a = 6 \text{ cm}, b = 3 \text{ cm}, \angle A = 30^\circ$

1. d

2. $b < d; b = [A_1B_1]$

3. $r = a, (A, a)$

$$(A, a) \cap [AM] = \{M\}$$

$$(A, a) \cap [AN] = \{N\}$$

4. $(A_1, r); (A_1, r) \cap d = N_1$

5. $r_1 = MN, (N_1, r_1)$

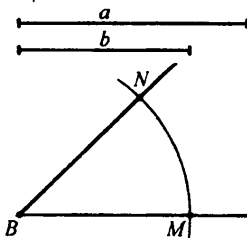
$$[N_1, r_1] \cap (A_1, r) \ni \{C_1\}$$

6. $[A_1C_1]; [B_1C_1]$

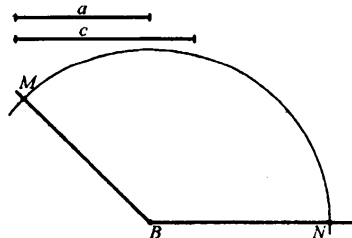
$\Delta A_1B_1C_1$ — искомый

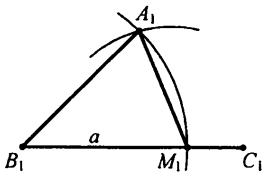
383

1)



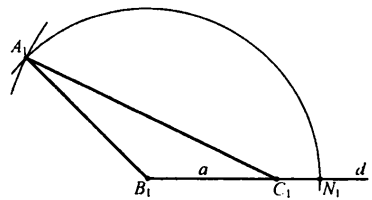
2)





$a = 4$ см, $c = 3$ см,
 $\angle B = 45^\circ$

1. $a = [B_1, C_1]$
2. $r = c, (B, r)$
 $(B, r) \cap [BN] = \{N\}$
 $(B, r) \cap [BM] = \{M\}$
3. (B_1, r) ; $(B_1, r) \cap [B_1C_1] = M_1$
4. $r_1 = MN, (M_1, r_1)$
 $(M_1, r_1) \cap (B_1, r) \ni \{A_1\}$
5. $[A_1B_1]$; $[A_1C_1]$
 $\Delta A_1B_1C_1$ — искомый



$a = 3$ см, $c = 4$ см,
 $\angle B = 135^\circ$

1. d
2. $a < d$; $a = [B_1C_1]$
3. $r = C, (B, r)$
 $(B, r) \cap [BM] = \{M\}$
 $(B, r) \cap [BN] = \{N\}$
4. (B_1, r) ; $(B_1, r) \cap d = \{N_1\}$
5. $r_1 = MN, (N_1, r_1)$
 $(N_1, r_1) \cap (B_1, r) \ni \{A_1\}$
6. $[A_1B_1]$, $[A_1C_1]$
 $\Delta A_1B_1C_1$ — искомый

384

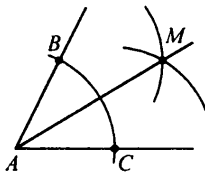
Гипотеза:

Равенство треугольников следует из:

1. Равенства двух сторон и угла между ними.
2. Равенства одной стороны и двум прилежащим к ней углам.

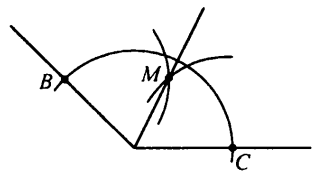
385

а)



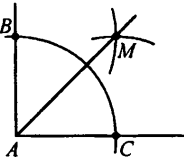
- 1) $(A, r) \cap [AB] = \{B\}$
 $(A, r) \cap [AC] = \{C\}$
- 2) $(B, r) \cap (C, r) \ni M$
 $[AM]$ — биссектриса $\angle A$

в)



- 1) $(A, r) \cap [AB] = \{B\}$
 $(A, r) \cap [AC] = \{C\}$
- 2) $(B, r) \cap (C, r) \ni M$
 $[AM]$ — биссектриса $\angle A$

б)

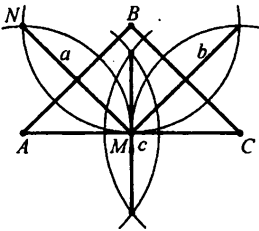


1) $(A, r) \cap [AB] = \{B\}$
 $(A, r) \cap [AC] = \{C\}$

2) $(B, r) \cap (C, r) \ni M$
 $[AM]$ — биссектриса $\angle A$

386

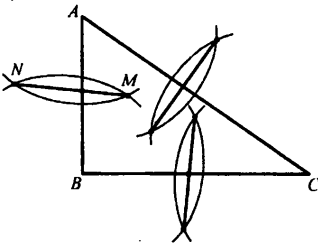
а)



Для стороны a :

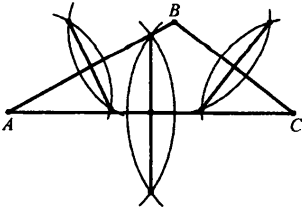
1) $(A, r) \cap (B, r) = \{N, M\}$
 2) (NM) ; NM — искомый.

б)



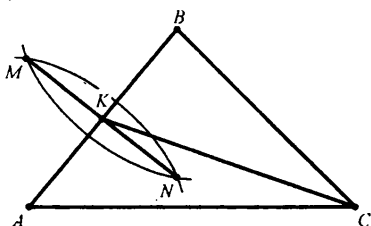
Запись как в пункте а).

в)



Запись как в пункте а).

а)



1. $(A,r) \cap (B,r) = \{M, N\}$

2. (MN)

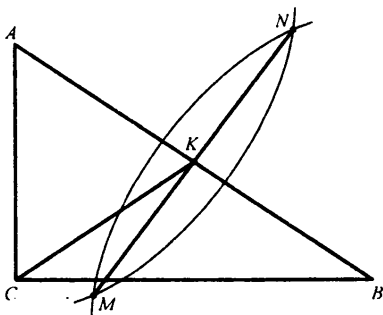
3. $(MN) \cap [AB] = \{K\}$

4. (KC)

KC — искомая медиана стороны AB .

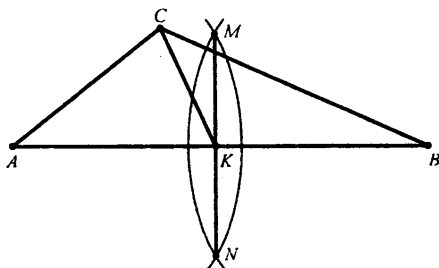
Аналогично строится медиана к стороне BC и AC .

б)



Запись аналогичная.

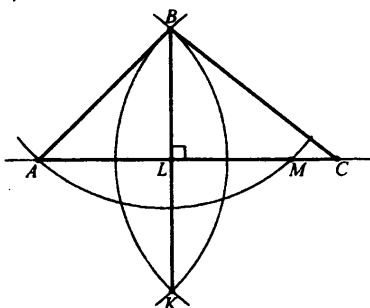
в)



Запись аналогичная.

388

а)

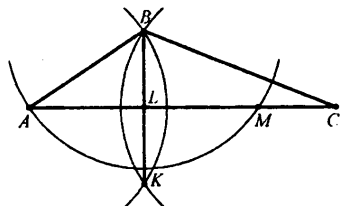
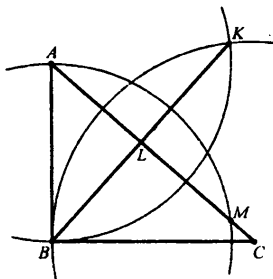


- 1) a 2) $(B, r) \cap a = \{A, M\}$
 3) $(M, r); (A, r)$ 4) $(M, r) \cap (A, r) = \{B, K\}$
 5) (BK) ; 6) $(BK) \cap [AC] = L$

BL — искомый перпендикуляр
 Для остальных сторон аналогично.

б)

в)



Запись аналогична.

Запись аналогична.

389

а)

В $-2 + 0,6 = -1,4$

У $-0,8 - 0,4 = -1,2$

Д $0,1 - 0,08 = 0,02$

Г $0,3 - 3,1 = -2,8$

Т $-0,15 + 0,2 = 0,05$

К $-0,5 - 0,06 = -0,56$

Р $0,54 - 5,4 = -4,86$

А $-1,32 - 7,68 = -9$

КВАДРАТУРА КРУГА

б)

К $-0,8 \cdot (-3) = 2,4$

Я $0,24 \cdot (-10) = -2,4$

И $-0,42 \cdot 5 = -2,1$

Г $-4 \cdot (-0,01) = 0,04$

Т $(-0,8)^2 = 0,64$

Ц $-0,8 \cdot (0,1) = -0,08$

А $-6,4 : (-4) = 1,6$

У $2,1 : (-10) = -0,21$

Р $-8 : (0,2) = -40$

Л $-16 : (-0,1) = 160$

С $0,72 : (-0,9) = -0,8$

Е $0,64 : (-0,1)^2 = 64$

ТРИСЕКЦИЯ УГЛА

в)

К $5,1 - 5,4 = -0,3$

Б $-8,2 : 0,41 = -20$

О $-1,6 \cdot 0,5 = -0,8$

Ы $-7,8 + 9,3 = 1,5$

Д $-10 + 4,2 = -5,8$

Л $0,9 \cdot (-0,04) = -0,036$

И $-0,8 \cdot (-0,6) = 0,48$

Н $0,45 : (-0,1) = -4,5$

В $3,4 : (-17) = -0,2$

Е $-8,1 : 30 = -0,27$

А $-1,2 - 2,8 = -4$

Ц $-0,4 \cdot (-0,15) = 0,06$

УДВОЕНИЕ КУБА

390

а) Пусть периметр треугольника — p дм, тогда 1-я сторона — $0,3p$ дм., 2-я сторона — $0,25p$ дм., 3-я сторона — $0,45p$ дм.

Составим уравнение:

$$0,3p - 0,25p = 0,4; 0,05p = 0,4; p = 8 \text{ дм}$$

Следовательно, длина 3-й стороны — $8 \cdot 0,45 = 3,6$ дм.

б) Пусть 2-я сторона — a см, тогда 1-я сторона $0,48a$ см, 3-я сторона — $(0,48a + 0,8)$ см.

Составим уравнение:

$$a + 0,48a + 0,48a + 0,8 = 5,7; 1,96a = 4,9; a = 2,5$$

Следовательно, длина 3-й стороны — 2 см.

Третья сторона составляет $\frac{2}{2,5} \cdot 100\% = 80\%$ второй.

Следовательно, третья сторона на 20% меньше.

Ответ: 20%.

391а) $12 \cdot 1,5 = 18$ — на половину $12 \cdot \frac{1}{3} = 16$ — на треть $12 \cdot 1,1 = 13,2$ — на 10% $12 \cdot 1,25 = 15$ — на 25% $12 \cdot 2 = 24$ — на 100% $12 \cdot 3 = 36$ — на 200%б) $60 \cdot \frac{2}{3} = 40$ — на треть $60 \cdot \frac{3}{4} = 45$ — на четверть $60 \cdot 0,8 = 48$ — на 20% $60 \cdot 0,5 = 30$ — на 50% $60 \cdot 0,25 = 15$ — на 75% $60 \cdot 0,1 = 6$ — на 90%в) $a + 4$ — на 4 $1,25a$ — на четверть $4a$ — в 4 раза $1,3a$ — на 30% $1,5a$ — на 50% $3,5a$ — на 250%г) $b - 5$ — на 5 $\frac{4}{5}b$ — на пятую часть $\frac{b}{5}$ — в 5 раз $0,9b$ — на 10% $0,75b$ — на 25% $0,3b$ — на 70%**392**

а) Пусть x — первоначальная цена. После 1-го увеличения стала $1,3x$. После второго — $1,2 \cdot (1,3 \cdot x) = 1,56x$. Следовательно, цена увеличилась на $\frac{1,56x - x}{x} \cdot 100\% = 56\%$. Ответ: 56%.

б) Пусть изначально число заболевших — x чел.

После 1-го года стало $0,8x$. После второго года стало $0,85(0,8x) = 0,68x$.

Следовательно, заболевших уменьшилось на $\frac{x - 0,68x}{x} \cdot 100\% = 32\%$.

Ответ: 32%.

в) Пусть температура была x° . После ночи стала $0,8x^\circ$, после дня стала $1,2 \cdot (0,8x) = 0,96x^\circ$. Следовательно, температура понизилась на $\frac{x - 0,96x}{x} \cdot 100\% = 4\%$. Ответ: 4%.

г) Пусть было x вкладчиков. После 1-го месяца стало $1,1x$. После второго месяца стала $0,9 \cdot (1,1x) = 0,99x$ вкладчиков. Следовательно, число вкладчиков уменьшилось на $\frac{x - 0,99x}{x} \cdot 100\% = 1\%$. Ответ: 1%.

393

Пусть цена пряника x . Тогда доход казны при налоге мэра — $0,2x$ с каждого пряника. При налоге заместителя мэра цена пряника $1,2x$. Доход в казну тогда $0,2 \cdot (1,2x) = 0,24x$.

Следовательно, второе предложение выгоднее для казны, т.к. $0,24x > 0,2x$.

394

а) Пусть длина второй стороны — a , тогда первой $1,5a$, а третьей — $\frac{4}{3} \cdot 1,5a = 2a$. Тогда исходный периметр $P_1 = (a + 1,5a + 2a) = 4,5a$.

После изменений: 2-я сторона — $1,4a$, 1-я — $1,5a$, 3-я — $2,5a$.

Новый периметр $P_2 = (1,4a + 1,5a + 2,5a) = 5,4a$.

1) $P_2 - P_1 = 5,4a - 4,5a = 0,9a$ — разница.

2) $\frac{0,9a}{4,5a} \cdot 100\% = 20\%$.

Ответ: 20%.

б) Пусть a — меньшая сторона, тогда $3a$ — большая. Тогда периметр $p_1 = 2(a + 3a) = 8a$. После этого меньшая сторона стала — $1,3a$, большая — $(0,7 - 3a)$. Периметр стал $p_2 = 2(1,3 \cdot a + 2,1a) = 6,8a$.
 $8a - 6,8a = 1,2a$

Следовательно, периметр уменьшился на $\frac{1,2a}{8a} = 100\% = 15\%$.

Ответ: 15%.

395

а) $a \Rightarrow a \parallel b \Rightarrow a \times b = \{\emptyset\}$

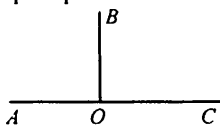
$\Leftarrow: a \times b = \{\emptyset\} \Rightarrow a \parallel b$

б) $a \perp b \Rightarrow$ угол между a и b — прямой
 угол между a и b — прямой $\Rightarrow a \perp b$.

396

а) Равные углы вертикальны — неверно.

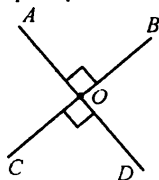
Пример:



$\angle AOB = \angle BOC$, но они не вертикальные.

б) Углы, сумма которых 180° , — смежные. Неверно.

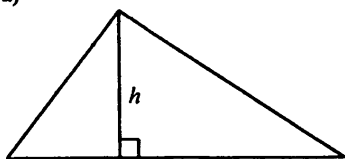
Пример:



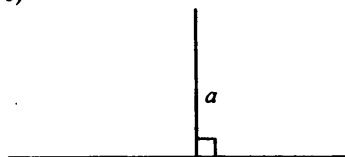
$\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$, но они не смежные.

397

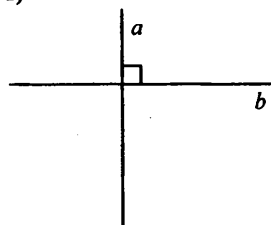
а)

 h — высота

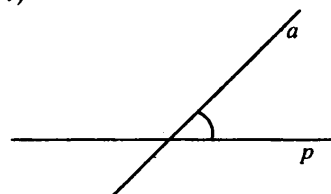
б)

 a — перпендикуляр

в)

 $a \perp b$ — перпендикулярные прямые

г)

 a — наклонная к p **398**

а) $2,76 + 49,8 + 5,24 + 3,2 = (2,76 + 5,24) + (49,8 + 3,2) = 8 + 50 = 58;$

б) $0,01 + 0,02 + \dots + 0,99 =$

$= (0,01 + 0,99) + (0,002 + 0,098) + \dots + (0,51 + 0,49) + 0,5 = 49,5;$

в) $\frac{11}{79} \cdot \frac{4}{9} \cdot 7 \cdot \frac{2}{11} \cdot 2,25 = \frac{11}{79} \cdot \frac{79}{11} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4} = 1;$

г) $8 \cdot 40 \cdot 0,2 \cdot 1,25 \cdot 5 \cdot 0,25 =$

$= (8 \cdot 1,25) \cdot (40 \cdot 0,25) \cdot (0,2 \cdot 5) = 10 \cdot 10 \cdot 1 = 100.$

399

$$а) -a + \frac{1}{2}b + 0,4a - 0,5b = -0,6a$$

$$\text{при } a = 4,5 \quad b = -0,78$$

$$-0,6a = -0,6 \cdot 4,5 = -2,7$$

$$б) 0,4(2n - 2,5) - 1,6(k - 0,5) - 0,8(n - k) =$$

$$= 0,8n - 1 - 1,6k + 0,8 - 0,8n + 0,8k = -0,2 - 0,8k$$

$$\text{при } n = 9,6 \quad k = -5,25$$

$$-0,2 - 0,8k = -0,2 + 0,8 \cdot 5,25 = 4$$

400

$$а) 2,4x - 1,5 = 0,2 - 0,6(3 - 4x);$$

$$2,4x - 1,5 = 0,2 - 1,8 + 2,4x;$$

$$-1,5 = -1,6 \text{ — противоречие } \Rightarrow \text{ корней нет.}$$

$$б) 1,4y - 0,4(5y - 3) = -0,6(y - 2);$$

$$1,4y - 2y + 1,2 = -0,6y + 1,2;$$

$$-0,6y + 1,2 = -0,6y + 1,2 \text{ — верно при любом } y.$$

Ответ: y — любое число.

$$в) 9,2a + 36,9 = 4,8(12,6 - a) + 10,72;$$

$$9,2a + 36,9 = 60,48 - 4,8a + 10,72;$$

$$14a = 34,3; \quad a = 2,45$$

$$г) -7,14 + 2,7b = 20,5 - 3,5(14,8 - b);$$

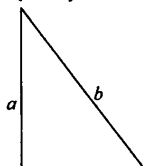
$$-7,14 + 2,7b = 20,5 - 51,8 + 3,5b;$$

$$0,8b = 24,16; \quad a = 30,2$$

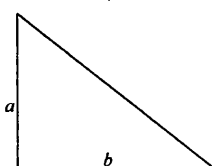
401

Задача имеет сколько угодно много решений.

Пример: $(a = 4 \text{ см}, b = 5 \text{ см})$



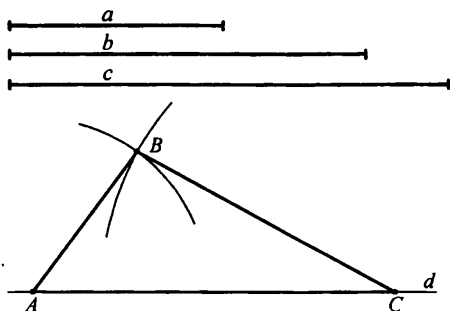
или

**402**

Пусть длина первой стороны — x см, тогда второй — $\frac{5}{3}x$ см, а третья — $(x + 3,8)$ см, составим уравнение:

$$x + \frac{5}{3}x + x + 3,8 = 17; \quad \frac{11}{3}x = 13,2; \quad x = 3,6 \text{ см}$$

Следовательно длина 1-й стороны — 3,6 см, 2-й — 6 см, 3 — 7,4 см.

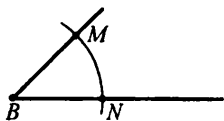
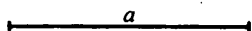


- 1) d ;
- 2) $[AC] \subset d$; $AC = |c|$;
- 3) $r_1 = |a|$, (A, r_1) ;
- 4) $r_2 = |b|$, (C, r_2) ;
- 5) $(A, r_1) \cap (C, r_2) \ni B$

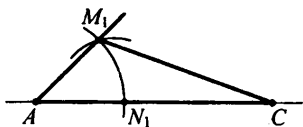
$\triangle ABC$ — искомый, где $|a|$ — длина отрезка a .

403

1)



$a = 4$ см, $\angle B = 45^\circ$

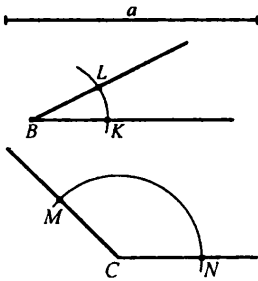


- 1) d ;
- 2) $[AC] \subset d$; $AC = |a|$;
- 3) $(B, r) \cap [BM] = \{M\}$;
 $(B, r) \cap [BN] = \{N\}$
- 4) $(A, r) \cap [AC] = \{N_1\}$
- 5) $r_1 = NM$; $(N_1, r_1) \cap (A, r) \ni \{M_1\}$

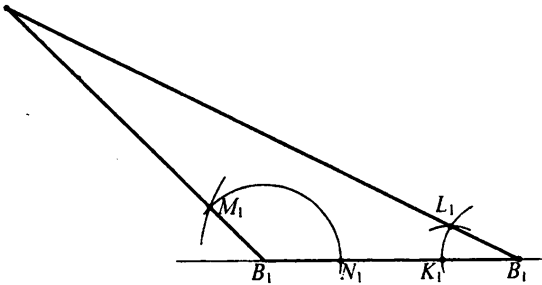
$\triangle AM_1C$ — искомый.

Решений сколь угодно много.

2)



$$a = 5, \angle B = 30^\circ, \angle C = 135^\circ$$



Запись:

1) d ; 2) $C_1B_1 \subset d, C_1B_1 = |a|$;

3) $(C_1r) \cap [CN] = \{N\}$; $(C_1r) \cap [CM] = \{M\}$;

4) $(C_1r) \cap [C_1B_1] = \{N_1\}$; 5) $r_1 = NM, (N_1, r_1): (N_1r_1) \cap (C_1r) \ni \{M_1\}$;

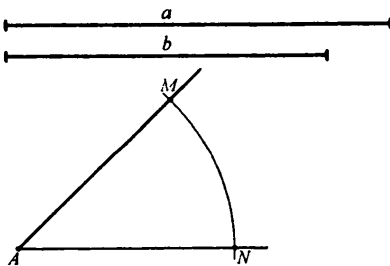
6) $(B_1r) \cap [BK'] = \{K\}$; $(B_1r) \cap [BL] = \{L\}$; 7) $(B_1r) \cap [C_1b_1] = \{K_1\}$;

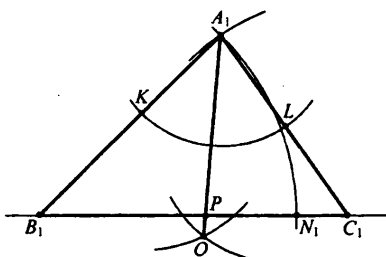
8) $r_2 = KL; (K_1, r_2); (K_1, r_2) \cap (B_1, r) \ni \{L_1\}$; 9) $[B_1L_1] \cap [C_1M_1] = \{A_1\}$

$\Delta A_1B_1C_1$ — искомый.

404

$$b = 6 \text{ см}, c = 5 \text{ см}, \angle A = 45^\circ$$





В наших обозначениях $\angle B \equiv \angle A_1$.

Построение биссектрисы:

1. $(A_1, r) \cap [A_1B_1] = \{K\}$; $(A_1, r) \cap [A_1C_1] = \{L\}$;
2. $(K, r) \cap (L, r) \ni \{O\}$;
3. $[AO] \cap [B_1C_1] = \{P\}$.

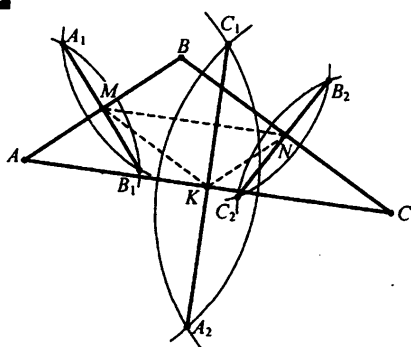
A_1P — биссектриса

Построение треугольника:

1. d ;
2. $C_1B_1 < d$, $C_1B_1 = |b|$;
3. $r = c$; (A, r) ; $(A, r) \cap [AN] = \{N\}$; $(A, r) \cap [AM] = \{M\}$;
4. $(B_1, r) \cap [B_1C_1] \ni \{N_1\}$;
5. $r_1 = MN$; (N_1, r_1) ; $(N_1, r_1) \cap (B_1, r) \ni \{A_1\}$.

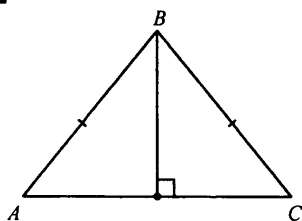
$\Delta A_1B_1C_1$ — искомый.

405



1. $(A, r) \cap (B, r) = \{A_1, B_1\}$;
2. $[A_1B_1] \cap [AB] = \{M\}$;
3. $(B, r_1) \cap (C, r_1) = \{B_1, C_2\}$;
4. $[B_2C_2] \cap [BC] = \{N\}$;
5. $(A, r_2) \cap (C, r_2) = \{A_2, C_1\}$;
6. $[A_2C_1] \cap [AC] = \{K\}$.

MNK — искомый.

406

Гипотеза: высота, опущенная к основанию равнобедренного треугольника, делит основание пополам.

407

Пусть скорость Василия — x . Пусть нужно увеличить скорость на a . Составим уравнение:

1) $5x = 4(x + a)$ (т.к. с новой скоростью он добегает за 4 мин).

$$x = 4a; a = \frac{x}{4}$$

$$2) \frac{x}{4} \cdot 100\% = 25\%.$$

Следовательно, нужно увеличить скорость на 25%.

408

Вычислим, сколько % годовых он получил:

$$1) \frac{8}{12} \cdot 12\% = 8\%.$$

Вычислим сумму, которую он получил:

$$2) 900 \cdot 1,08 = 972 \text{ руб.}$$

Ответ: 972 руб.

409

$$\text{A} \quad 12,5 - 12,5 \cdot (0,76 - 5,562 : 5,4) = 12,5 - 12,5 \cdot (-0,304) = 16,3$$

$$\begin{aligned} \text{B} \quad & -0,24 \cdot (-1,625) : (38,1 : 7,5 - 4,3) + 11,7 : (-1,5) = \\ & = 0,39 : 0,78 - 7,8 = -7,3 \\ & (16,3 - 7,3)^2 = 9^2 = 81. \end{aligned}$$

Ответ: 81.

410

$$\text{a) } 4,8x - 0,7(2 - x) = 0,5(11x - 7);$$

$$4,8x - 1,4 + 0,7x = 5,5x - 3,5; -1,4 = -3,5 \text{ — противоречие.}$$

Ответ: корней нет.

б) $0,4(5x - 9) - 3,8x = 1,8 - 1,8(x + 3)$;
 $2x - 3,6 - 3,8x = 1,8 - 1,8x - 5,4$; $1,8 = 1,8$.
 Ответ: верно при любом x .

411

$(0,3 : 0,6 - 0,8)(0,5 - 0,9) = (-0,3)(-0,4) = 0,12$.

412

Пусть длина стороны квадрата — a см, тогда периметр фигуры — $P = 16a$, т.к. внутренние стороны мы не считаем.

Имеем: $16a = 32$; $a = 2$ см.

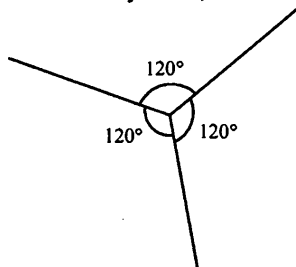
Фигура состоит из 8 квадратов со стороной a , и одного квадрата со стороной $2a$.

Имеем: $S = 8a^2 + (2a)^2 = 8 \cdot 2^2 + (4)^2 = 48 \text{ см}^2$.

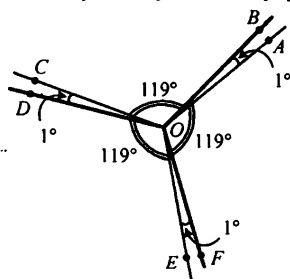
Ответ: 48 см^2 .

413

Возьмем 3 луча так, чтобы между ними было по 120° .



Еще 3 луча получим, повернув данные на 1° против часовой стрелки.



Можно предъявлять 12 тупых углов:

3 изначальных: $\angle AOC$, $\angle COE$, $\angle EOA = 120^\circ$.

3 получившихся: $\angle BOD$, $\angle DOF$, $\angle FOB = 120^\circ$

и еще 3 угла по 121° : $\angle AOD$, $\angle COE$, $\angle EOB$

3 угла по 119° : $\angle COB$, $\angle AOF$, $\angle DOE$.

414

Пусть x кг яблок продали в 1-й день, тогда во 2-й день — $1,5x$ кг.
Пусть первоначальная цена была a руб, тогда после снижения — $(a - l)$ руб.

Тогда: $x \cdot a$ — прибыль в 1-й день, $1,5x \cdot a(a - l)$ — во 2-й.

Имеем: 1) $1,5x \cdot a(a - l) = 1,125x \cdot a$

$$0,375xa = 1,5x \cdot l; l = 0,25a.$$

$$2) \frac{0,25a}{a} \cdot 100\% = 25\%.$$

Следовательно, цену понизили на 25%.

Ответ: 25%.

415

Пусть изначальная длина — a см, ширина — b см.

После исполнения 5 желаний $S = \left(1 - \frac{1}{2}\right)^5 a \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^5 b$ см².

После двух желаний ширина была $b \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2$ см.

Найдем b и a :

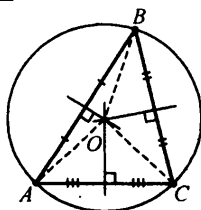
$$1) b \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 = 9; b \cdot \frac{4}{9} = 9; b = 20\frac{1}{4} \text{ см.}$$

$$2) \left(1 - \frac{1}{2}\right)^5 a \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^5 b = 12; \frac{a}{2^5} \cdot \frac{2^5}{3^5} \cdot \frac{81}{4} = 12; a = 144 \text{ см.}$$

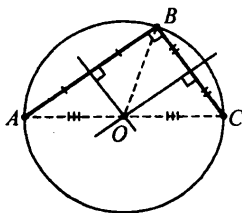
$$3) \frac{a}{2} = \frac{144}{2} = 72 \text{ см — длина после 1-го желания.}$$

Ответ: 72 см.

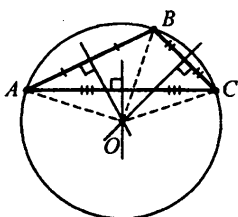
4. Замечательные точки в треугольнике

416

а)

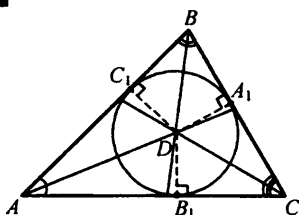


б)



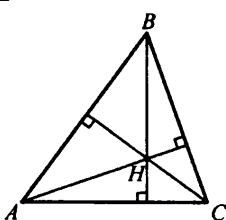
в)

417

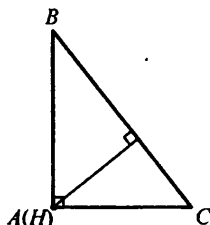


Так как точка пересечения биссектрис лежит внутри треугольника, то построение в пунктах а), б), в) отличаться от рис. 35 не будет.

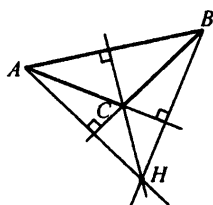
418



а)



б)



в)

419

Практическая работа. Треугольник будет находиться в равновесии.

420

а) $3,6 = 3,600$

б) $0,4 > 0,09$

в) $0,207 < 0,21$

г) $5,03 > 4,98$

д) $1,76 > 1,756$

е) $0,0938 < 0,1$

421

а) 0,95476

б) 0,03146

422

0,08; 0,015; 0,05; 0,058; 0,5; 0,508; 0,51; 0,8
 А П О Л О Н И Й

423

а) $-0,286 - 18,4 = -18,686$

б) $17,9 - 20,205 = -2,305$

в) $-5,98 + 48,004 = 42,024$

г) $-3,08 - 4,192 = -7,272$

д) $-2,002 \cdot 2,9 = -5,8058$

е) $-4,06 \cdot (-20,5) = 83,23$

ж) $-0,752 : (-1,9) = 0,408$

з) $218,08 : (-7,25) = -30,08$

424

В качестве простых делителей содержит только числа: 2 или 5.

425

а) $\frac{17}{2^2 \cdot 5} = 0,85;$

$\frac{9}{2 \cdot 5^3} = 0,036;$

$\frac{12}{2^3 \cdot 3^3} = 0,5;$

$\frac{24}{3 \cdot 2^4 \cdot 5^2} = 0,02.$

б) $\frac{1}{4} = 0,25;$ $\frac{3}{5} = 0,6;$

$\frac{9}{60} = 0,15;$

$\frac{7}{25} = 0,28;$

$\frac{3}{8} = 0,375.$

426

а) $4,2 \cdot \frac{1}{3} = 1,4$

в) $1\frac{1}{9} - 3 = -\frac{17}{9} = -1\frac{8}{9}$

$6 - 3\frac{1}{2} = 2,5$

$-2,25 : \frac{5}{6} = -\frac{27}{10} = -2\frac{7}{10}$

$9,6 : 2\frac{2}{3} = 3,6$

$1,3 \cdot \left(-2\frac{8}{11}\right) = -\frac{39}{11} = -3\frac{6}{11}$

Следующее число: 4,7.

Следующее число: $-4\frac{5}{12}.$

б) $1 : 1,2 = \frac{5}{6}$

$3\frac{9}{35} - 2,4 = \frac{6}{7}$

$1\frac{1}{6} \cdot 0,75 = \frac{7}{8}$

Следующее число: $\frac{8}{9}.$ **427**

а) $\frac{4}{9} = 0,4444... = 0,(4)$

д) $\frac{35}{6} = 5,8333... = 5,8(3)$

$$\text{б) } \frac{7}{30} = 0,2333\dots = 0,2(3)$$

$$\text{е) } \frac{23}{18} = 1,2777\dots = 1,2(7)$$

$$\text{в) } \frac{5}{12} = 0,41666\dots = 0,41(6)$$

$$\text{ж) } \frac{47}{22} = 2,13636\dots = 2,1(36)$$

$$\text{г) } \frac{6}{11} = 0,5454\dots = 0,(54)$$

$$\text{з) } \frac{25}{7} = 3,\underline{571428}571428\dots = 3,(571428)$$

428

$$\text{а) I. } \frac{59}{17} \approx 3 \text{ — до целых}$$

$$\text{III. } \frac{59}{17} \approx 3,47 \text{ — до сотых}$$

$$\text{II. } \frac{59}{17} \approx 3,5 \text{ — до десятых}$$

$$\text{IV. } \frac{59}{17} \approx 3,471 \text{ — до тысячных}$$

$$\text{б) } \frac{77}{26} \approx \text{I. } 3$$

$$\text{в) } \frac{96}{49} \approx \text{I. } 2$$

$$\text{г) } \frac{127}{31} \approx \text{I. } 4$$

$$\approx \text{II. } 3,0$$

$$\approx \text{II. } 2,0$$

$$\approx \text{II. } 4,1$$

$$\approx \text{III. } 2,96$$

$$\approx \text{III. } 1,96$$

$$\approx \text{III. } 4,10$$

$$\approx \text{IV. } 2,96$$

$$\approx \text{IV. } 1,959$$

$$\approx \text{IV. } 4,097$$

429

$$\text{а) } v_1 \cdot t_1$$

$$\text{б) } \frac{v_1 \cdot t_1}{t_2}$$

$$\text{в) } t_1 + t_2$$

$$\text{г) } \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{\frac{v_1 t_1}{t_2}}} = \frac{2}{\frac{t_1 + t_2}{v_1 t_1}} = \frac{2v_1 t_1}{t_1 + t_2}$$

430

а) Найдем скорость поезда:

$$1) \frac{400}{20} = 20 \text{ м/с}$$

Поезд пройдет туннель тогда, когда хвост поезда покинет туннель. То есть поезду нужно проехать 800 м.

$$2) \frac{800}{20} = 40 \text{ с}$$

Ответ: 40 с.

б) Пусть скорость поезда — v м/с, длина — $7 \cdot v$ м, т.к. поезд проезжает мимо столба за 7 с. Поезд проезжает мимо платформы тогда, когда проезжает платформу и еще свою длину.

$$\text{Имеем: } 25 \cdot v = 378 + 7 \cdot v; 18v = 378; v = 21 \text{ м/с.}$$

Тогда длина — $21 \cdot 7 = 147$ м.

Ответ: 21 м/с, 147 м.

431

Вычислим, на каком расстоянии от пункта A находился велосипедист через 3 ч:

1) $1,5 \cdot 16 + 16 = 40$ км

2) $56 - 16 = 40$ км/ч — на 40 км/ч скорость мотоциклиста больше скорости велосипедиста.

3) $\frac{40}{40} = 1$ ч — через 1 ч второй догонит первого.

4) $56 \cdot 1 = 56$ км — расстояние, которое проедет мотоциклист до встречи.

5) $16 \cdot 1 = 16$ км — проедет велосипедист.

Ответ: 16 км, 56 км.

432

Пусть скорость товарного поезда — v км/ч, тогда пассажирского — $(140 - v)$ км/ч. Товарный до встречи прошел $(8 - v)$ км, пассажирский — $6 \cdot (140 - v)$ км.

Имеем: $8 \cdot v = 6 \cdot (140 - v)$; $14v = 6 \cdot 140$; $v = 60$.

Следовательно, скорость пассажирского поезда $140 - 60 = 80$ км/ч.

Ответ: 60 км/ч; 80 км/ч.

433

Пусть скорость грузовика — v км/ч, тогда мотоциклиста — $0,8v$ км/ч.

Грузовик проехал $v \cdot 1$ км, мотоциклист — $\frac{45}{60} \cdot 0,8v$ км.

Имеем: $v + \frac{45}{60} \cdot 0,8v = 96$; $1,68v = 96$; $v = 60$ км/ч.

Следовательно, скорость мотоциклиста $60 \cdot 0,8 = 48$ км/ч.

Ответ: 60 км/ч; 48 км/ч.

434

Пусть скорость автобуса — x км/ч, тогда скорость автомобиля —

$1,4x$ км/ч. К 12 ч 15 мин автобус проедет $1\frac{15}{60} \cdot x$ км, автомобиль —

$2\frac{45}{60} \cdot 1,4x$ км.

Имеем: 1) $2\frac{3}{4} \cdot 1,4x - 1\frac{1}{4}x = 130$;

$2,6x = 130$; $x = 50$ км/ч — скорость автобуса.

Найдем скорость автомобиля:

2) $x \cdot 1,4 = 50 \cdot 1,4 = 70$ км/ч.

Найдем расстояние между A и B :

3) $3 \cdot 70 = 210$ км, т.к. автомобиль был 3 ч в пути.

Найдем время автобуса в пути:

$$4) \frac{210}{50} = 4 \text{ ч } 12 \text{ мин.}$$

Следовательно, время прибытия — 13 ч 12 мин.

Ответ: 13 ч 12 мин.

435

Пусть x — собственная скорость катера.

Скорость по течению — $(x + 2)$ км/ч, против — $(x - 2)$ км/ч. По тече-

нию он проплыл $1,5(x + 2)$ км, против — $\frac{3}{4} \cdot (x - 2)$ км.

Имеем:

$$1,5(x + 2) = 1,75(x - 2); 0,25x = 6,5; x = 26 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 26 км/ч.

436

Пусть x — собственная скорость лодки, y — скорость течения.

Выразим x через y :

$$1) (x + y) = 1,2(x - y); 0,2x = 2,2y; x = 11y$$

По течению лодка пройдет:

$$2) (x + y) \cdot \frac{40}{60} = (11y + y) \cdot \frac{2}{3} = 8y \text{ км.}$$

Против течения:

$$3) (x - y) \cdot \frac{30}{60} = (11y - y) \cdot \frac{3}{2} = 15y.$$

Найдем y :

$$4) 8y + 15y = 41,4; 23y = 41,4; y = 1,8 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 1,8 км/ч.

437

Пусть собственная скорость теплохода — x км/ч, скорость течения — y км/ч. Тогда за 6 ч по озеру теплоход пройдет $6x$ км, за 5 ч по течению — $5(x + y) \cdot 6$ км.

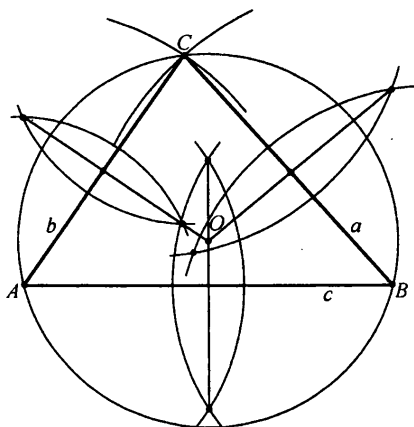
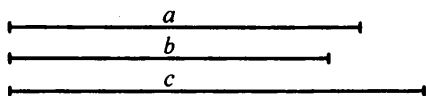
Имеем:

$$1) 6x = 5(x + y); y = \frac{x}{5} \text{ км/ч.}$$

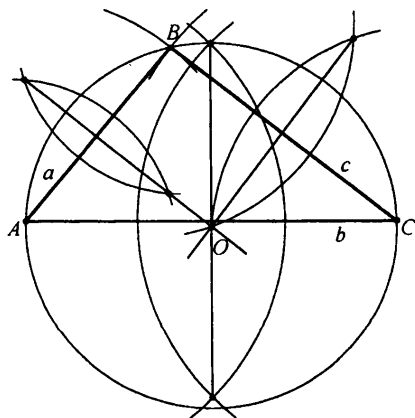
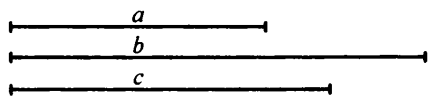
Найдем время плота на данное расстояние:

$$2) \frac{6x}{\frac{x}{5}} = \frac{30x}{x} = 30 \text{ ч (т.к. все расстояние это } 6x \text{ км).}$$

Ответ: 30 ч.

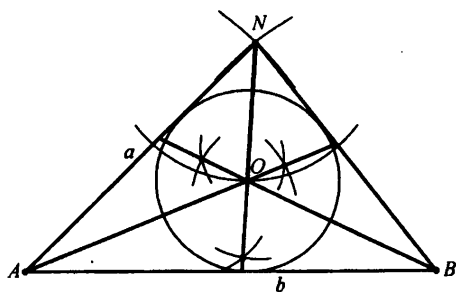
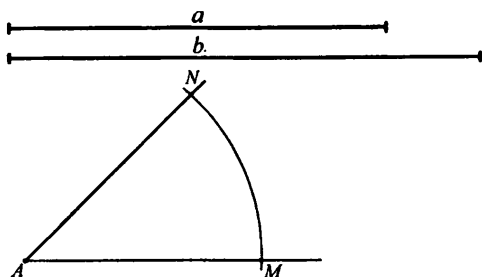
4381) $a = 5,5$ см, $b = 5$ см, $c = 6,5$ см. O — центр описанной окружности .

2)

 O — центр описанной окружности

439

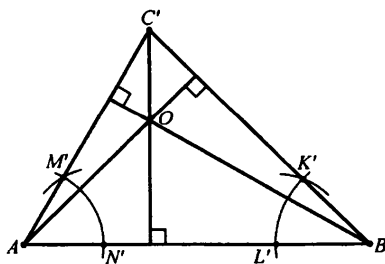
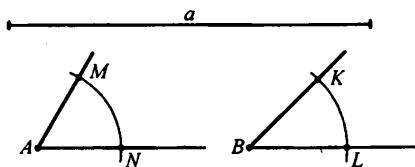
$$a = 6 \text{ см}, b = 7,5 \text{ см}, \angle C = 45^\circ$$



O — центр вписанной окружности

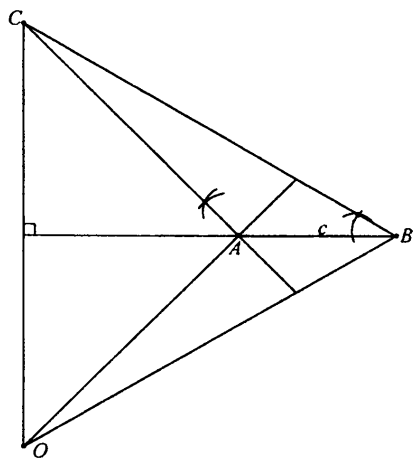
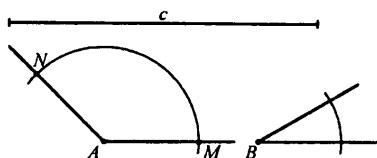
440

$$1) c = 6,5 \text{ см}, \angle A = 60^\circ, \angle B = 45^\circ$$



O — ортоцентр

2) $c = 6,5$, $\angle A = 135^\circ$, $\angle B = 30^\circ$



O — ортоцентр

441

a) $\frac{83}{11} \approx I. 8$

II. 7,5

III. 7,5

IV. 7.545

б) $\frac{40}{39} \approx I. 1$

II. 1,0

III. 1,03

IV. 1,025

в) $\frac{70}{27} \approx I. 3$

II. 2,6

III. 2,59

IV. 2,59

г) $\frac{214}{43} \approx I. 5$

II. 5,0

III. 4,98

IV. 4,977

442

Пусть скорость трамвая — v м/с, тогда длина трамвая — $2v$ м. Найдем v :

$16 \cdot v = 175 + 2 \cdot v$ (т.к. трамвай проехал мост и свою длину).

$14v = 175$; $v = 12,5$ м/с

Следовательно, длина трамвая — $12,5 \cdot 2 = 25$ м.

Ответ: 25 м.

443

Пусть скорость Тани — x м/мин, тогда брата — $0,4x$ м/мин.

1) Через 3 мин расстояние между ними составляло:

$$3 \cdot 0,4x = 1,2x.$$

2) Найдем, на сколько сокращается расстояние за 1 мин:

$$x - 0,4x = 0,6x \text{ м/мин}$$

3) Найдем, сколько времени продолжалась погоня:

$$3 + \frac{1,2x}{0,6x} = 3 + 2 = 5 \text{ мин.}$$

Ответ: 5 мин.

444

Пусть скорость плота (течения) равна x км/ч, тогда собственная скорость — $(21 + x)$ км/ч.

1) Найдем, сколько времени прошло:

$$16 \text{ ч } 10 \text{ мин} - 15 \text{ ч } 30 \text{ мин} = 40 \text{ мин} = \frac{2}{3} \text{ ч.}$$

2) Найдем на сколько изменилось расстояние:

$$90 - 70 = 20 \text{ км.}$$

3) Составим уравнение и найдем x :

$$((21 + x) + x) \cdot \frac{2}{3} = 20; 14 + \frac{4}{3}x = 20; \frac{4}{3}x = 6; x = 4,5 \text{ км/ч.}$$

Следовательно, скорость лодки — $4,5 + 21 = 25,5$ км/ч.

Ответ: 25,5 км/ч.

445

$$\begin{aligned} \text{A} \quad & (37,8 : 7,5 - 2,6 \cdot 1,4) \cdot \left(-1\frac{5}{7}\right) + 7 : \left(-2\frac{1}{3}\right) = \\ & = (5,04 - 3,64) \cdot \left(-\frac{12}{7}\right) + 7 : \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{7}{5} \cdot \frac{12}{7} - 7 \cdot \frac{3}{7} = -\frac{12}{5} - 3 = -5,4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B} \quad & \left(7\frac{4}{9} - 8\right) \cdot 3,6 - 1,6 \left(\frac{1}{8} - \frac{3}{4}\right) + 1\frac{2}{5} : (-0,35) = \\ & = -\frac{5}{9} \cdot \frac{18}{5} - \frac{8}{5} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) + \frac{7}{5} : \left(-\frac{7}{20}\right) = -2 + 1 - 4 = -5 \end{aligned}$$

$$(A - B)^2 = (-5,4 - (-5))^2 = (-0,4)^2 = 0,16$$

446

а) $0,078 + 15,382 = 15,46$

б) $4,245 + 5,86 = 10,105$

в) $7,1 - 6,937 = 0,163$

г) $15,20316 - 9,7026 = 5,50056$

д) $5,872 \cdot 0,45 = 2,6424$

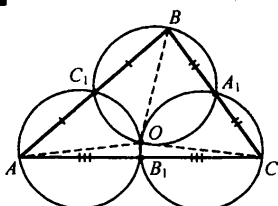
е) $23,6 \cdot 3,05 = 71,98$

ж) $15,9258 : 0,762 = 20,9$

з) $18,78 : 37,5 = 0,5008$

7	1	0	1	6	4
1	9	0	0	2	2
1	8	1	5	0	4
5	4	6	3	5	0
5	6	5	6	2	0
5	0	0	9	0	8

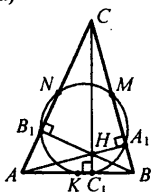
447



Можно заметить, что центр описанной окружности совпадает с точкой пересечения окружностей, описанных около треугольников $\triangle AB_1C_1$, $\triangle A_1BC_1$, $\triangle A_1B_1C$.

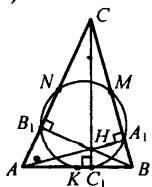
448

а)



Точки пересечения, которые не являются высотами (M, N, K), — являются серединами соответствующих сторон.

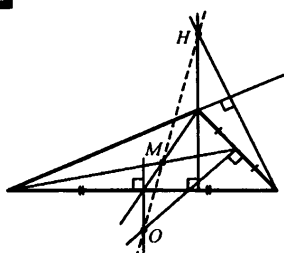
б)



H — это точка пересечения высот.

С помощью циркуля можно измерить, что окружность делит отрезки AH, BH и CH на 2 равные части.

449



Можно заметить, что точки O , M и H лежат на одной прямой. При этом $OM : MH = 1 : 2$.

§ 2. Геометрические фигуры в пространстве

1. Пространственные фигуры и их изображение

450

Форма куба: игральные кости.

Прямоугольного параллелепипеда: книга.

Шара: футбольный мяч.

Пирамида: стакан.

Конус: рожок от мороженого.

451

A : прямоугольный параллелепипед

D : конус

B : цилиндр

E : шар

C : куб

F : пирамида

452

а) Общего: у них 2 основания.

Разного: разное количество боковых граней.

б) В 1-м случае фигуру ограничивают два треугольника $\Delta K_1M_1N_1$ и ΔKMN . $\Delta K_1M_1N_1$ — является видимым, ΔKMN — нет.

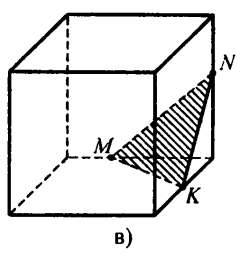
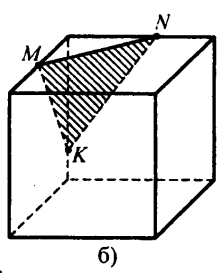
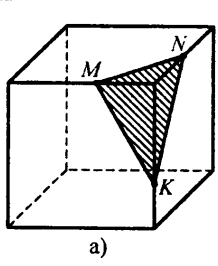
Во 2-м случае фигуру ограничивают два прямоугольника $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$. $A_1B_1C_1D_1$ — является видимым, $ABCD$ — нет.

в)

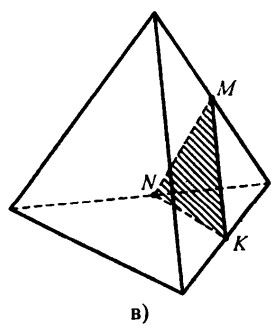
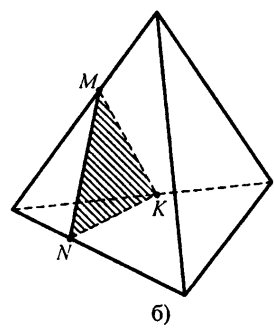
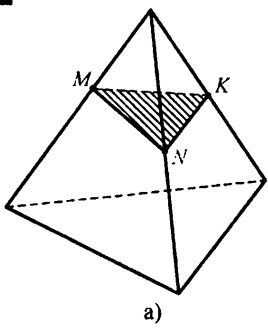


усеченный конус

453

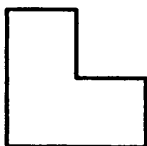


454

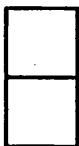


455

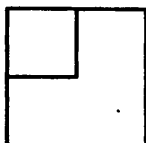
а) Вид спереди



б) Вид слева



в) Вид сверху



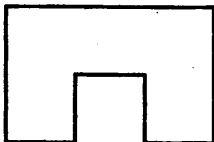
г) Вид спереди



Вид слева



Вид сверху



456

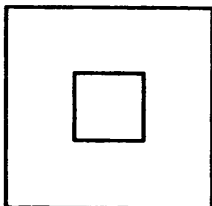
а) Спереди



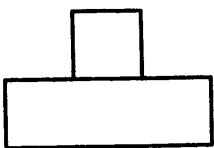
Слева



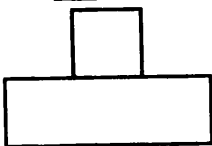
Сверху



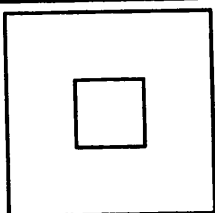
б) Спереди



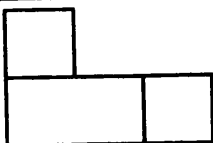
Слева



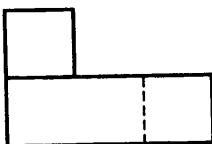
Сверху



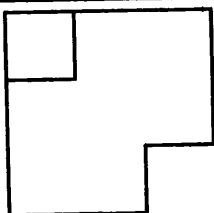
в) Спереди



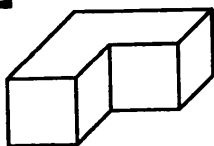
Слева



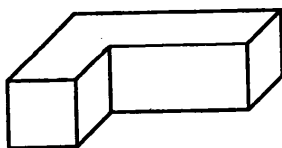
Сверху



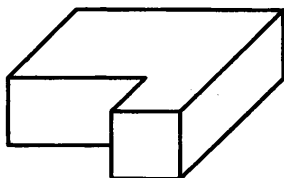
457



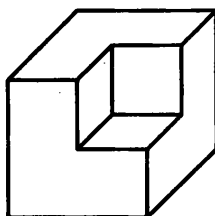
а)



б)



в)



г)

458

а) $a:c, b:c \Rightarrow (a+b):c$ в) $a:c$ или $b:c \Rightarrow a \cdot b:c$

б) $a:c, b \nmid c \Rightarrow (a+b) \nmid c$ г) $a:b, b:c \Rightarrow a:c$

459

а) Число делится на 10 тогда и только тогда, когда его последняя цифра 0.

б) Число делится на 2, если и только если его последняя цифра четная.

в) Число делится на 5 тогда и только тогда, когда его последняя цифра либо 0, либо 5.

г) Для того чтобы число делилось на 3, необходимо и достаточно, чтобы сумма его цифр делилась на 3.

д) Число делится на 9, если и только если сумма его цифр делится на 9.

460

Истинные: Н, А, Ч, А, Л, А.

461

1) Определение. Сократить дробь — значит заменить данную дробь другой дробью, равной данной, но с меньшим числителем и знаменателем.

2) $\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$

Не изменится.

462

а) $\frac{2^4}{2^3} = \frac{1}{2} = 0,5;$

б) $\frac{3^4}{3^2} = 3^2 = 9;$

в) $\frac{5^2}{2 \cdot 5^3} = \frac{1}{2 \cdot 5} = 0,1;$

г) $\frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^4 \cdot 3 \cdot 5^3} = \frac{3}{2 \cdot 5^2} = 0,06;$

$$д) \frac{15 \cdot 2}{15 \cdot 2 + 8 \cdot 15} = \frac{15 \cdot 2}{15(2+8)} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

$$е) \frac{54 \cdot 14 - 14 \cdot 6}{54 \cdot 14 + 14 \cdot 6} = \frac{14(54-6)}{14(54+6)} = \frac{48}{60} = 0,8;$$

$$ж) \frac{525}{2 \cdot 5^3 \cdot 7} = \frac{5^2 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 5^3 \cdot 7} = 0,3;$$

$$з) \frac{36 + 18 \cdot 7}{36 - 18 \cdot 7} = \frac{18(2+7)}{18(2-7)} = -\frac{9}{5} = -1,8.$$

463

$$а) \frac{12ab}{15b^2} = \frac{4a}{5b};$$

$$д) \frac{xy - xz}{xy + xz} = \frac{x(y-z)}{x(y+z)} = \frac{y-z}{y+z};$$

$$б) \frac{14xy}{21xyz} = \frac{2}{3z};$$

$$е) \frac{a^2 - ab}{ab - b^2} = \frac{a(a-b)}{b(a-b)} = \frac{a}{b};$$

$$в) \frac{10m^3n}{15n^2} = \frac{2m^3n}{3b^2};$$

$$ж) \frac{cd^2 + c^3}{c^2d + d^3} = \frac{c(d^2 + c^2)}{d(c^2 + d^2)} = \frac{c}{d};$$

$$г) \frac{36c^2d}{45c^3d^3} = \frac{4}{5cd^2};$$

$$з) \frac{a^2 - 1}{a^3 - a} = \frac{a^2 - 1}{a(a^2 - 1)} = \frac{1}{a}.$$

464

Пусть скорость 1-й машинки — x листов в минуту.

Тогда объем всей работы — $20x$ листов.

Найдем скорость 2-й машинки:

$$1) \frac{20x}{30} = \frac{2}{3}x \text{ лист./мин.}$$

Найдем общую скорость:

$$2) \frac{2}{3}x + x = \frac{5}{3}x \text{ лист./мин.}$$

Найдем время работы вместе:

$$3) \frac{20x}{\frac{5}{3}x} = \frac{20 \cdot 3}{5} = 12 \text{ мин.}$$

Ответ: 12 мин.

465

Пусть скорость 1-го поезда — x км/ч, тогда весь путь составляет $2x$ км.

Найдем скорость 2-го поезда:

$$1) \frac{2x}{\frac{3}{4}} = \frac{3x}{\frac{7}{4}} = \frac{8}{7}x \text{ км/ч}$$

2) Найдем общую скорость:

$$x + \frac{8}{7} = \frac{15}{7}x \text{ км/ч.}$$

3) Найдем время встречи:

$$\frac{2x}{\frac{15}{7}} = \frac{14}{15} \text{ ч} = 56 \text{ мин.}$$

Ответ: 56 мин.

466

Пусть скорость наполнения 1-й трубы — x л/час. Тогда объем бассейна $5\frac{1}{3} \cdot x$ л.

Найдем скорость 2-й трубы:

$$1) \frac{5\frac{1}{3}x}{12} = \frac{\frac{16}{3}x}{12} = \frac{4}{9}x.$$

Найдем скорость наполнения при работе двух труб:

$$2) x - \frac{4}{9}x = \frac{5}{9}x \text{ л/ч.}$$

Найдем время наполнения:

$$3) \frac{5\frac{1}{3}x}{\frac{5}{9}x} = \frac{\frac{16}{3}x}{\frac{5}{9}x} = 9\frac{6}{10} \text{ ч} = 9 \text{ ч } 36 \text{ мин.}$$

Ответ: 9 ч 36 мин.

467

Пусть вместе они выкладывают x м³/ч. Тогда весь объем работы — $5x$ м³.

Найдем скорость 1-го каменщика:

$$1) \frac{5x}{12\frac{1}{2}} = \frac{5x}{\frac{25}{2}} = 0,4x \text{ м}^3/\text{ч.}$$

Найдем скорость 2-го каменщика:

$$2) \frac{5x}{18\frac{3}{4}} = \frac{5x}{\frac{75}{4}} = \frac{4x}{15} \text{ м}^3/\text{ч.}$$

Найдем скорость 3-го каменщика:

$$3) x - 0,4x - \frac{4}{15}x = x - \frac{2}{3}x = \frac{x}{3} \text{ м}^3/\text{ч.}$$

Найдем время 3-го на всю работу:

$$4) \frac{5x}{\frac{x}{3}} = \frac{5}{\frac{1}{3}} = 15 \text{ ч.}$$

Ответ: 15 ч.

468

а) Пусть скорость 1-го — $x \text{ м}^3/\text{ч}$, тогда скорость работы 2-го — $1,5x \text{ м}^3/\text{ч}$.

Найдем объем работы:

$$1) 48 \cdot (x + 1,5x) = 120x \text{ м}^3$$

Найдем время работы 1-го:

$$2) \frac{120x}{x} = 120 \text{ ч.}$$

Найдем время работы 2-го:

$$2) \frac{120x}{1,5x} = 80 \text{ ч.}$$

Ответ: 120 ч, 80 ч.

б) Пусть производительность 2-го крана — x тонн/ч. Тогда производительность 1-го — $0,8x$ тонн/ч

Найдем объем работы:

$$1) 8(x + 0,8x) = 14,4x \text{ т.}$$

Найдем время 1-го на всю работу:

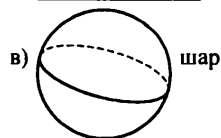
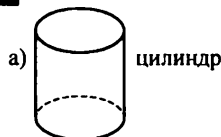
$$2) \frac{14,4x}{0,8x} = 18 \text{ ч.}$$

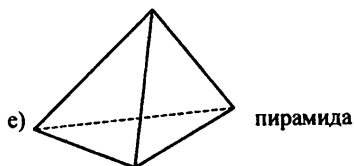
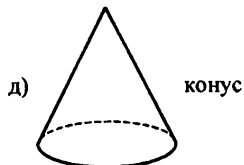
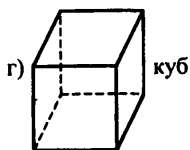
Найдем время 2-го на всю работу:

$$3) \frac{14,4x}{x} = 14,4 \text{ ч} = 14 \text{ ч } 24 \text{ мин.}$$

Ответ: 18 ч; 14 ч 24 мин.

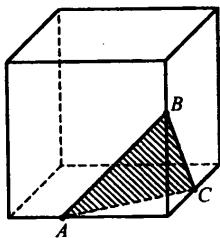
469



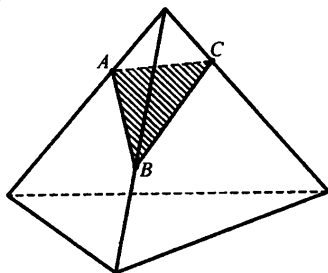


470

а)



б)



471

а) $\frac{825}{2750} = 0,3;$

б) $\frac{121212}{212121} = \frac{12 \cdot 10101}{21 \cdot 10101} = \frac{4}{7};$

в) $\frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \frac{7}{2^2 \cdot 5} = 0,35;$

г) $\frac{32x^2y}{24xy^2} = \frac{4 \cdot x}{3 \cdot y};$

д) $\frac{ab+a}{ab-a} = \frac{a(b+1)}{a(b-1)} = \frac{b+1}{b-1}.$

472

Пусть производительность троих рабочих — x . Тогда объем всей работы $4x$.

Найдем производительность 1-го:

$$1) \frac{4x}{10} = 0,4x$$

Найдем производительность 2-го:

$$2) \frac{4x}{12} = \frac{x}{3}$$

Найдем производительность 3-го:

$$3) x - 0,4x - \frac{x}{3} = \frac{4x}{15}$$

Найдем время 3-го рабочего на всю работу:

$$4) \frac{4x}{\frac{4x}{15}} = \frac{4 \cdot 15}{4} = 15 \text{ дней. Ответ: 15 дней.}$$

473

Пусть серый кот ест сметану со скоростью x г/мин, тогда рыжий — со скоростью $1,25x$ г/мин.

Найдем количество сметаны:

$$1) (x + 1,25x) \cdot 6 = 13,5x \text{ г.}$$

Найдем за сколько мин. съест серый:

$$2) \frac{13,5x}{x} = 13,5 \text{ мин} = 13 \text{ мин } 30 \text{ сек.}$$

Найдем время рыжего:

$$3) \frac{13,5x}{1,25x} = 10,8 \text{ мин} = 10 \text{ мин } 48 \text{ сек.}$$

Ответ: 10 мин 48 сек, 13 мин 30 сек.

474

А $-1\frac{3}{4} + 0,25 = -1,5$

Я $-0,42 : 0,4 = -1,05$

И $3,4 - 45 = -41,6$

Н $36,18 : (-1,8) = -20,1$

Т $-2,8 - 3\frac{1}{5} = -6$

П $-1,53 : (-1,5) = 1,02$

М $-\frac{3}{8} \cdot 0,32 = -0,12$

Р $(-0,4)^2 = 0,16$

О $-0,4 \cdot (-0,25) = 0,1$

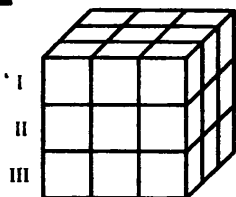
Е $-0,4^2 = -0,16$

С $2,6 \cdot \left(-1\frac{3}{5}\right) = -4,16$

Л $(-0,2)^3 = -0,008$

СТЕРЕОМЕТРИЯ

ПЛАНИМЕТРИЯ

475

1) Рассмотрим 3 слоя куба. В каждом слое по 9 кубиков. Следовательно всего $9 \cdot 3 = 27$ куб.

2) Одну окрашенную грань имеют по 1 кубику с каждой большой грани, а именно — центральный кубик.

Всего больших граней 6 \Rightarrow кубиков с 1 гранью — 6.

3) В каждом слое всего по 4 кубика с двумя окрашенными гранями. Всего $4 \cdot 3 = 12$.

4) В 1-м и 2-м слое по 4 кубика с тремя окрашенными гранями, во 2-м слое таких нет. Имеем 8 кубиков с тремя окрашенными гранями.

Ответ: 27; 6; 12; 8.

476

Пусть скорость первой овцы x копен./день. Тогда всего x копен. Найдем скорость всех овец:

1) 2-я: $\frac{x}{2}$ копен/день.

3-я: $\frac{x}{3}$ копен/день.

8-я: $\frac{x}{8}$ копен/день.

Найдем время 1-й и 2-й овцы вместе:

$$2) \frac{x}{x + \frac{x}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} \text{ дня.}$$

Найдем скорость 3-й и 8-й овец вместе:

$$3) \frac{x}{\frac{x}{3} + \dots + \frac{x}{8}} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{8}} \text{ дня.}$$

Сравним числа $\frac{1}{\frac{3}{2}}$ и $\frac{1}{\frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{8}}$.

Сравним сначала $\frac{3}{2} \vee \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{8}$.

$$\frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{8} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{8} \leq \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{3} + \frac{1}{20} = \frac{83}{60} < \frac{90}{60} = \frac{3}{2}.$$

Здесь мы оценили «хвост» $\frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{8}$ наибольшим слагаемым. Таким

$$\text{образом, } \frac{3}{2} > \frac{1}{3} \dots + \frac{1}{8}; \quad \frac{1}{3} < \frac{1}{\frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{8}}.$$

Следовательно, первая и вторая овцы съедят 1 копну быстрее.

Ответ: первая и вторая.

2. Многогранники

477

а) Прямоугольный параллелепипед, пирамида, куб являются многогранниками, т.к. только их поверхность состоит из многоугольников;

б) Книга, дом, шкаф и т.д.;

Определение: Многоугольники, из которых состоит поверхность многогранника, называются гранями. Стороны многоугольника — ребрами, вершины многоугольников — вершинами многогранника.

478

а) Нет, т.к. тогда поверхность многогранника будет состоять только из одной грани, а это противоречит определению.

б) Наименьшее число вершин — 4,
ребер — 6,
граней — 4.

479

а) Вершин — 5.
Ребер — 8.
Граней — 5.

Невидимые вершины: *B*.
ребра: *AB, BC, BS*.
грани: *ABC, CBS, ABS*.

б) Вершин — 6.
Ребер — 10.
Граней — 6.

Невидимые вершины: *B, C*.
ребра: *AB, BC, CD, BS, CS*.
грани: *ABC, ABS, BCS, CSD*.

480

а) Из вершины выходит 7 ребер.
Всего ребер $2 \cdot 7 = 14$

б) Такой пирамиды не существует, т.к. число ребер всегда кратно 2, а $999 \not\div 2$.

в) $2n = 100$; $n = 50$

Следовательно, это пятидесятиугольная пирамида.

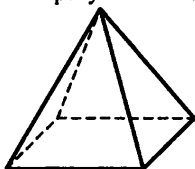
2) У основания $725 - 1 = 724$ вершины.

481

- а) 1) $k + 1$ вершина.
 2) $2k$ ребер.
 3) $k + 1$ грань.
 б) Число вершин — a .
 Число вершин у многоугольника в основании $a - 1$.
 Число ребер $2 \cdot (a - 1) = 2a - 2$.

482

Четырехугольная пирамида.

**483**

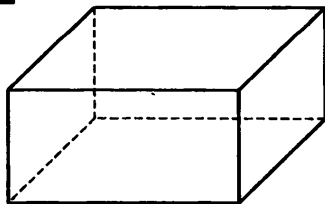
Могут быть б), д), е), т.к. только у них соблюдено соотношение числа вершин, ребер и граней. А именно вершин — 5, ребер — 10, граней — 5, а также согласована длина ребер.

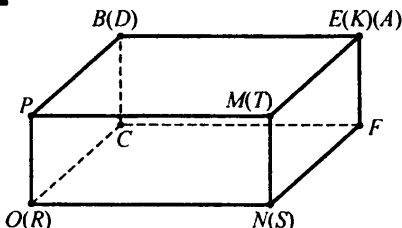
484

- а) ребер из одной вершины — 3.
 граней сходится к вершине — 3.
 б) ребер — 12.
 граней — 6.
 вершин — 8.
 в) Для ребер потребуется 3 цвета.
 Для граней — 3 цвета.

485

- а) AB, BB_1, BC — невидимые.
 б) 3 измерения. Равные ребра.
 в) $AA_1 = BB_1, CC_1 = DD_1, A_1D_1 = B_1C_1, AD = BC, A_1B_1 = AB, D_1C_1 = DC$.
 Всего 6 пар.

486

487

- с A совмещаются K и E
 с D совмещаются B
 с N совмещаются S

488

- а) Так как у прямоугольного параллелепипеда не может быть трех различных по длине ребра.
 б) Не могут быть C и D .

489

- а) 1 в) 3
 б) 5 г) 4

490

- а) На рис. 50 выпуклые: a, b, c, d, m .
 Не являются выпуклыми: e, k .

б) $\boxed{B} + \boxed{P} - \boxed{Г} = 2$

491

- а) Всего 3 слоя. В каждом слое $6 \cdot 4 = 24$ куба. Следовательно, всего $24 \cdot 3 = 72$.
 б) $V = a \cdot b \cdot c$
 $S_{\text{пов}} = 2 \cdot (ab + ac + bc)$
 в) $V = a^3$
 $S_{\text{пов}} = 6a^2$

492

- а) Всего 4 пары одинаковых ребер.
 Потребуется $4 \cdot (7 + 9 + 14) = 4 \cdot 30 = 120$ см.
 Ответ: нет.
 б) Посчитаем площадь листа:
 1) $12 \cdot 8 = 96$ см².
 Посчитаем площадь поверхности параллелепипеда:
 2) $2 \cdot (3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 3) = 94$ см².
 Ответ: достаточно.

493

$$L_1 = 4 \cdot (7 + 5 + 12) = 96 \text{ дм}$$

$$V_1 = 7 \cdot 5 \cdot 12 = 420 \text{ дм}^3$$

$$S_1 = 2 \cdot (7 \cdot 5 + 5 \cdot 12 + 7 \cdot 12) = 358 \text{ дм}^2$$

$$L_2 = 8 \cdot 12 = 96 \text{ дм}$$

$$V_2 = 8^3 = 512 \text{ дм}^3$$

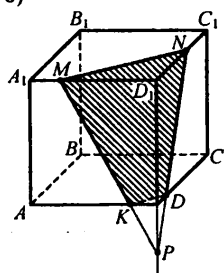
$$S_2 = 6 \cdot 8^2 = 384 \text{ дм}^2$$

494

Точки 1, 6.

495а) MN и MK принадлежат граням. KN — нет.

б)

**496**

$$\text{а) } 0,2 : \frac{4}{9} = \frac{2}{10} \cdot \frac{9}{4} = \frac{9}{20};$$

$$\text{б) } \frac{8}{15} : 6,4 = \frac{8}{5} \cdot \frac{10}{64} = \frac{1}{4};$$

$$\text{в) } 3\frac{1}{7} : 0,55 = \frac{22}{7} \cdot \frac{100}{55} = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7};$$

$$\text{г) } 5,6; 8\frac{3}{4} = \frac{56}{10} : \frac{35}{4} = \frac{56}{10} \cdot \frac{4}{35} = \frac{16}{25}.$$

497

а) Составим пропорцию:

$$\frac{17}{2} = \frac{85}{x}; 17x = 85 \cdot 2; x = \frac{85 \cdot 2}{17}; x = 10 \text{ рабочих.}$$

б) Составим пропорцию:

$$x \cdot 6 = 4 \cdot \frac{3}{4}; 6x = 3; x = \frac{1}{2} \text{ ч} = 30 \text{ мин.}$$

Ответ: 30 мин.

498

а) $\frac{3x-2,4}{0,02} = \frac{8-x}{0,1}$; $0,1(3x-2,4) = 0,02(8-x)$;
 $0,3x-0,24 = 0,16-0,02x$; $0,32x = 0,4$; $x = 1,25$.

Ответ: $x = 1,25$.

б) $\frac{3,6}{0,2(6y+1)} = \frac{9}{0,5y}$; $3,6 \cdot 0,5y = 9 \cdot 0,2(6y+1)$;
 $1,8y = 10,8y + 1,8$; $-9y = 1,8$; $y = -0,2$.

в) $3\frac{1}{5} : \left(z - \frac{1}{2}\right) = 2\frac{2}{3} : \left(z + \frac{1}{3}\right)$; $\frac{16}{5} \cdot \left(z + \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3} \left(z - \frac{1}{2}\right)$;
 $\frac{16}{5}z + \frac{16}{15} = \frac{8}{3}z - \frac{4}{3}$; $\frac{8}{15}z = -\frac{36}{15}$; $z = -4,5$.

499

а) 1 см — x км $440 \text{ км} = 440 \cdot 10^5$
 $17,6 \text{ см} — 440 \text{ км} = 440 \cdot 10^5 \text{ см}$

Составим пропорцию $\frac{1}{17,6} = \frac{x}{440 \cdot 10^5}$;

$17,6x = 440 \cdot 10^5$; $x = 25 \cdot 10^5 \text{ см}$.

То есть масштаб 1 см — $25 \cdot 10^5 \text{ см} = 25 \text{ км}$.

Ответ: 25 км.

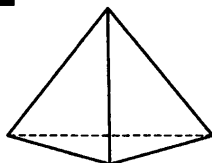
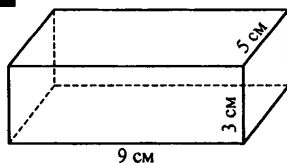
б) Найдем, какое расстояние нужно пройти туристу:

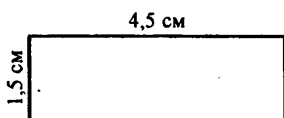
1) $3 \cdot 10000 = 0,36 \cdot 10^5 \text{ см} = 0,36 \text{ км}$.

Найдем время:

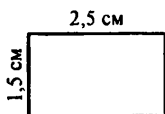
2) $\frac{0,36}{5} = 0,072 \text{ ч} = 4,32 \text{ мин} = 4 \text{ мин } 19,2 \text{ с}$.

Ответ: 4 мин 19,2 с.

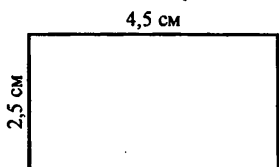
500**501**



Вид спереди



Вид сзади



Вид сверху

502

И $\frac{x}{3,6} = \frac{0,9}{-4}; -4 \cdot x = 3,6 \cdot 0,9; x = -0,81.$

А $\frac{3}{4} : (-0,8) = 2,25 : x; \frac{3}{4}x = -0,8 \cdot 2,25; x = \frac{4}{3} \cdot (-1,8).$

С $\frac{2,4}{-0,75} = \frac{-0,32}{x}; 2,4x = 0,32 \cdot 0,75; x = 0,1.$

Д $0,125 : \frac{1}{3} = -\frac{3}{7} : x; 0,125x = -\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7}; 0,125x = -\frac{1}{7}; x = -\frac{8}{7}.$

У $\frac{-0,01}{4,2} = \frac{x}{-25,2}; 4,2x = 0,01 \cdot 25,2; x = 0,06.$

Р $-1,6 : x = 1\frac{1}{3} : 2,5; 1\frac{1}{3}x = -1,6 \cdot 2,5; \frac{4}{3}x = -4; x = -3.$

$-3; -2,4; -\frac{8}{7}; -0,81; 0,06; 0,1.$

Р А Д И У С

504

а) Составим пропорцию:

$50 \cdot x = 144 \cdot 75; x = 216$ дней.

Ответ: 216 дней.

б) Четверть суток — это $\frac{24}{4} = 6$ ч

6 ч — 189 км

14 ч — x км

Составим пропорцию:

$\frac{6}{14} = \frac{189}{x}; 6x = 14 \cdot 189; x = 441$ км.

Ответ: 441 км.

503

$$a) \frac{2x-5,6}{3} = \frac{1-x}{1,5}; 1,5(2x-5,6) = 3(1-x);$$

$$3x - 8,4 = 3 - 3x; 6x = 11,4; x = 1,9;$$

$$б) 2\frac{1}{3} : y = 1\frac{2}{5} : (-1,1); \frac{7}{3} \cdot (-1,1) = \frac{7}{5} \cdot y; y = -\frac{11}{6} = -1\frac{5}{6};$$

$$в) \frac{3z-6}{7-2z} = \frac{1,2}{3,2}; 3,2(3z-6) = 1,2(7-2z);$$

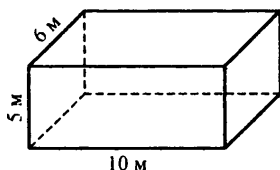
$$9,6z - 19,2 = 8,4 - 2,4z; 12z = 27,6; z = 2,3.$$

505

$$\frac{1,2 : 0,375 - 0,2}{6\frac{4}{25} : 15,4 + 0,8} = \frac{0,16 : 0,12 + 0,7}{x};$$

$$\frac{3,2 - 0,2}{0,4 + 0,8} = \frac{\frac{4}{3} + 0,7}{x}; \frac{3}{1,2} = \frac{61}{x};$$

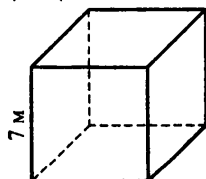
$$3x = \frac{12}{10} \cdot \frac{61}{30}; 3x = 2,44; x = \frac{244}{300}; x = \frac{61}{75}.$$

506

$$L_1 = 4 \cdot (5 + 6 + 10) = 84 \text{ м}$$

$$V_1 = 5 \cdot 6 \cdot 10 = 300 \text{ м}^3$$

$$S_1 = 2(5 \cdot 6 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 10) = 280 \text{ м}^2$$



$$L_2 = 12 \cdot 7 = 84 \text{ м}$$

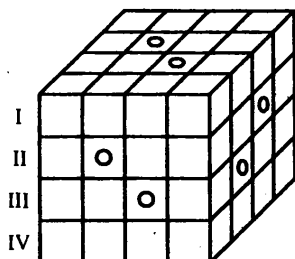
$$V_2 = 7^3 = 343 \text{ м}^3$$

$$S_2 = 6 \cdot 7^2 = 294 \text{ м}^2$$

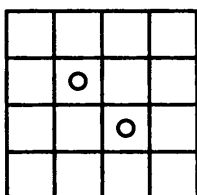
Таким образом, $L_1 = L_2$, $V_1 < V_2$, $S_1 < S_2$.

507

Разобьем куб на 4 слоя и рассмотрим вид сверху каждого слоя.

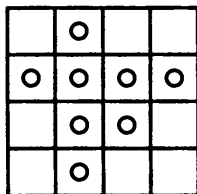


I слой и IV слой выглядят так:



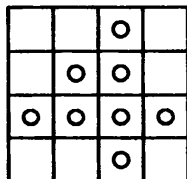
Всего по 2 просверленных кубика в I и III слоях.

II слой



8 просверленных кубиков

III слой

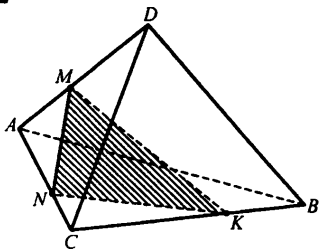


8 просверленных кубиков

Всего $2 + 2 + 8 + 8 = 20$ просверленных кубиков.

Всего имеется $16 \cdot 4 = 64$ кубика, следовательно, целых: $64 - 20 = 44$ кубика.

508

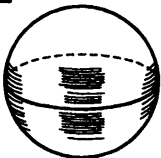


3. Тела вращения

509

Устная.

510

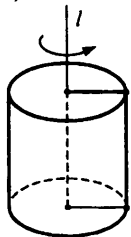


511

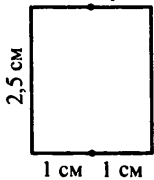
Практическая.

512

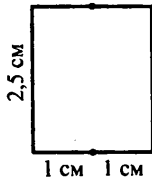
а)



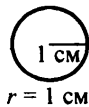
Вид спереди



Вид сбоку

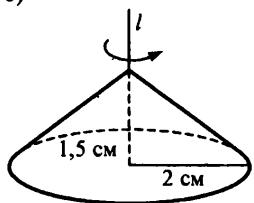


Вид сверху



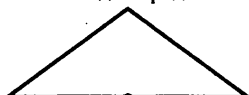
$r = 1 \text{ см}$

б)



конус

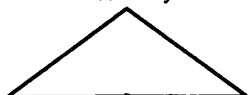
Вид спереди



2 см 2 см

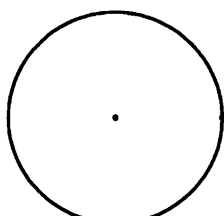
$h = 1,5\text{ см}$

Вид сбоку



2 см 2 см

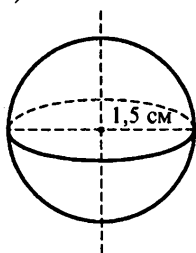
$h = 1,5\text{ см}$



$r = 2\text{ см}$

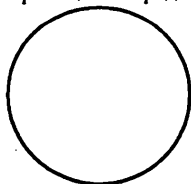
Вид сверху

в)



шар

Проекция спереди, сбоку и сверху совпадает:



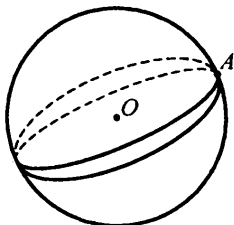
$r = 1,5\text{ см}$

513

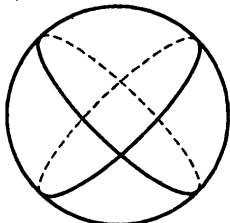
Практическая.

514

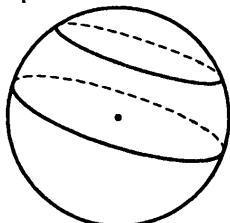
а) Бесконечно много.

Пример: через точку A можно провести сколь угодно много больших окружностей.

б) Любые две большие окружности будут пересекаться.



Произвольные — можно. Пример:



в) Одной большой окружностью на 2 части.
 Двумя большими окружностями на 4 части.
 Тремя большими окружностями на 6 частей.

515

2 точки пересечения.

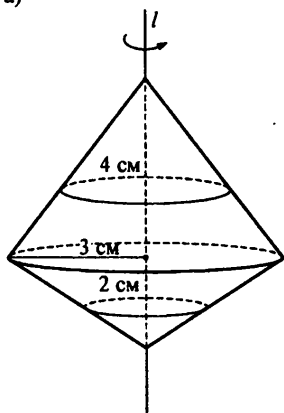
516

Длина OC равна длине OA , т.к. OC и OA — это радиусы шара. То есть $OC = 5$ см. Длина OB меньше длины OA . То есть $OB < 5$ см.

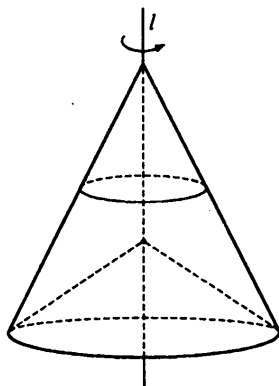
Ответ: $OC = 5$ см, $OB < 5$ см.

517

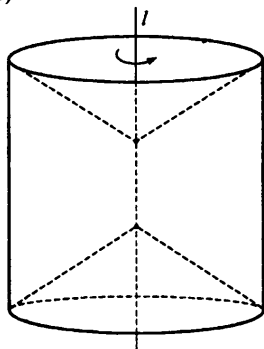
а)



б)



в)

**518**

$$\alpha = \frac{360^\circ \cdot r}{R} \text{ при } r = 2, R = 5 \text{ имеем:}$$

$$\alpha = \frac{360^\circ \cdot 2}{5} = 144^\circ.$$

519

а) Масштаб 1 : 10000.

$$1) 50 \text{ км} = 50000 \text{ м} = 50000 \cdot 100 \text{ см} = 5000000 \text{ см};$$

$$2) \frac{5000000}{10000} = 500 \text{ см.}$$

Ответ: 500 см.

б) 1) $3 \text{ км} = 3 \cdot 1000 \text{ м} = 3 \cdot 1000 \cdot 100 \text{ см} = 300000 \text{ см}$

2) $\frac{300000}{2,4} = 125000 \text{ см}$

Ответ: 1 : 125000.

в) Увеличены в 10 раз.

г) 5 : 1.

520

Вариант I

1) $\frac{3}{5} + \frac{5}{6} + \frac{1}{2} = 1\frac{14}{15};$

2) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4};$

3) $1\frac{1}{8} : \frac{3}{4} = \frac{9}{8} \cdot \frac{4}{3} = 1,5;$

4) $-3\frac{1}{6} - \left(-1\frac{1}{2}\right) = -\frac{19}{6} + \frac{3}{2} = -1\frac{2}{3};$

5) $-0,5 - 0,06 = -0,56;$

6) $17,2 \cdot 0,01 = 0,172;$

7) $-3,2 : (-0,08) = 40;$

8) $(1 - 0,2) \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) = -0,3.$

Вариант II

1) $\frac{9}{14} + \frac{8}{21} + \frac{1}{7} = \frac{27}{42} + \frac{16}{42} + \frac{6}{42} = \frac{49}{42} = 1\frac{1}{6};$

2) $18 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) = -8;$

3) $1\frac{1}{5} : \frac{3}{10} = \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{3} = 4;$

4) $-1\frac{3}{4} - \left(-2\frac{1}{3}\right) = -\frac{7}{4} + \frac{7}{3} = \frac{7}{12};$

5) $-2,8 - 0,7 = -3,5;$

6) $15,6 : 0,01 = 1560;$

7) $3,5 \cdot (-0,04) = -0,14;$

8) $\frac{3}{5} : (-1 - 0,2) = -\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} = -0,5.$

521

а) $425 = 170 + 255$.

б) Обозначим за x одну часть. Тогда нужно разбить число на $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{3}$,

$\frac{x}{4}$. Причем в сумме они дают 520, имеем:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 520; \quad \frac{13}{12}x = 520; \quad x = 480.$$

Тогда 520 разбивается на $\frac{480}{2} = 240$, $\frac{480}{3} = 160$, $\frac{480}{4} = 120$.

Ответ: 240, 160, 120.

522

Обозначим за x одну часть. Тогда фирма A владеет $3x$ акциями, B — $5x$ акциями, C — $7x$ акциями.

Всего $3x + 5x + 7x = 15x$ акций у фирм A, B, C .

$15x$ акций составляют 60% всех акций, найдем общее количество:

1) $\frac{15x}{0,6} = 25x$ акций.

Тогда рабочие владеют:

2) $25x - 15x = 10x$ акциями.

У рабочих 200000 акций, имеем:

3) $10x = 200000$; $x = 20000$ акций.

Следовательно, фирма A имеет $3 \cdot 20000 = 60000$ акций,

у фирмы B — $5 \cdot 20000 = 100000$ акций,

у C — $7 \cdot 20000 = 140000$ акций.

Ответ: 60000, 100000, 140000.

523

Пусть объем всей работы — x , тогда производительность 1-го — $\frac{x}{3}$,

2-го — $\frac{x}{4}$, 3-го — $\frac{x}{5}$.

Найдем общую производительность за 1-й день:

1) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = \frac{47}{60}x$.

2) Найдем вклад 1-го во всю работу:

$$\frac{\frac{x}{3}}{\frac{47}{60}x} = \frac{60}{3 \cdot 47} = \frac{20}{47}.$$

3) Найдем вклад 2-го во всю работу:

$$\frac{\frac{x}{4}}{\frac{47}{60}x} = \frac{60}{47 \cdot 4} = \frac{15}{47}$$

4) Найдем вклад 3-го во всю работу:

$$\frac{\frac{x}{5}}{\frac{47}{60}x} = \frac{12}{47}$$

Следовательно, 1-й должен получить $\frac{20}{47} \cdot 4700 = 2000$ руб., 2-й —

$$\frac{15}{47} \cdot 4700 = 1500 \text{ руб.}, 3\text{-й} --- \frac{12}{47} \cdot 4700 = 1200 \text{ руб.}$$

Ответ: 1-му — 2000 руб., 2-му — 1500 руб., 3-му — 1200 руб.

524

$$N = 61 \cdot l \cdot h$$

а) при $l = 8$, $h = 3,5$ имеем:

$$N = 61 \cdot 8 \cdot 3,5 = 1708 \text{ шт.}$$

Ответ: 1708 шт.

б) $l = \frac{N}{61 \cdot h}$, при $N = 2440$, $h = 2,5$ имеем:

$$l = \frac{2440}{61 \cdot 2,5} = 16 \text{ м.}$$

Ответ: 16 м.

в) $h = \frac{N}{61 \cdot l}$, при $T = 5000$ $l = 4$, имеем:

$$h = \frac{5000}{61 \cdot 4} \approx 20,5 \text{ м.}$$

Ответ: 20,5 м.

525

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

$$1. \rho = \frac{R \cdot S}{l}$$

$$2. l = \frac{R \cdot S}{\rho}$$

$$3. S = \frac{\rho \cdot l}{R}$$

526

$$Q = cm(t_2 - t_1)$$

$$1. c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}$$

$$2. m = \frac{Q}{c(t_2 - t_1)}$$

$$3. Q = cmt_2 - cmt_1 \Leftrightarrow cmt_1 = cmt_2 - Q \Leftrightarrow t_1 = t_2 - \frac{Q}{cm}$$

$$4. Q = cm(t_2 - t_1) \Leftrightarrow t_2 - t_1 = \frac{Q}{cm} \Leftrightarrow t_2 = t_1 + \frac{Q}{cm}$$

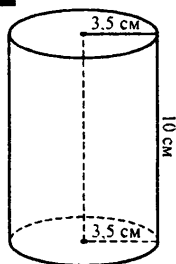
527

$$a) \frac{m}{15} - \frac{m}{25} = \frac{5m}{75} - \frac{3m}{75} = \frac{2m}{75};$$

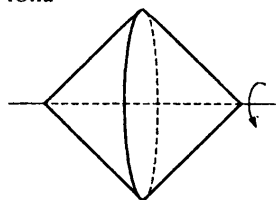
$$б) \frac{8}{3a} + \frac{2}{a^2} = \frac{8a}{3a^2} + \frac{6}{3a^2} = \frac{8a+6}{3a^2};$$

$$в) -\frac{7x}{12y^2} \cdot \frac{6y^3}{x} = -\frac{7y}{2} = -3,5y;$$

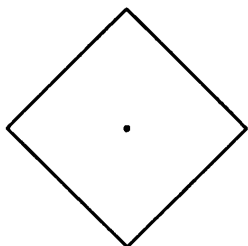
$$г) \frac{ab}{9c^2} : \frac{-5a^2}{18c} = -\frac{ab}{9c^2} \cdot \frac{18c}{5a^2} = \frac{2b}{5ac} = 0,4 \frac{b}{ac}.$$

528**529**

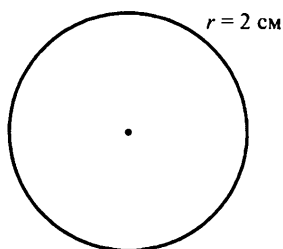
Юла



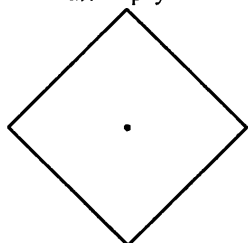
Вид спереди



Вид сбоку



Вид сверху



530

а) $\frac{3}{a} + \frac{7}{2a} = \frac{13}{2a}$, при $a = -\frac{1}{2}$, имеем:

$$\frac{13}{2a} = \frac{13}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = -13;$$

б) $\frac{2}{5c} - \frac{1}{4c} + \frac{4}{15c} = \frac{24}{60c} - \frac{15}{60c} + \frac{16}{60c} = \frac{5}{12c} = \frac{5}{12 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)}$,

при $c = -\frac{5}{6}$ имеем:

$$\frac{5}{12}c = \frac{5}{12 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)} = \frac{5}{-10} = -0,5;$$

в) $\frac{3mn}{2xy} : \frac{6m^2}{xy} = \frac{3mn}{xy} \cdot \frac{xy}{6m^2} = \frac{n}{2m}$, при $m = \frac{1}{6}$, $n = -\frac{2}{3}$ имеем:

$$\frac{n}{2m} = \frac{-\frac{2}{3}}{2 \cdot \frac{1}{6}} = -2.$$

531

Обозначим за x одну часть. Тогда на математику и русский язык ушло по $2x$ ч, на французский — $3x$ ч, на биологию — x ч. Всего ушло 2 часа, т.е. 120 мин.

Имеем:

$$2x + 2x + 3x + x = 120; \quad 8x = 120; \quad x = 15 \text{ мин.}$$

Таким образом, на математику и русский язык ушло по $2 \cdot 15 = 30$ мин.

На французский — $3 \cdot 15 = 45$ мин.

На биологию — 15 мин.

Ответ: 30 мин, 30 мин, 45 мин, 15 мин.

532

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$1. \quad r = \frac{v \cdot T}{2\pi}$$

$$2. \quad T = \frac{2\pi r}{v}$$

533

$$a = \left(2\frac{8}{15} - 1\frac{5}{18} - 3\frac{1}{5} \right) \cdot (-3,6) =$$

$$= -\left(\frac{38}{15} - \frac{23}{18} - \frac{16}{5} \right) \cdot \left(\frac{18}{5} \right) = -\left(\frac{228}{90} - \frac{115}{90} - \frac{288}{90} \right) \cdot \left(\frac{18}{5} \right) = \frac{175}{90} \cdot \frac{18}{5} = 7;$$

$$b = \frac{0,2 \cdot 0,8 - 0,2 \cdot 1,8}{(-0,2)^3} = \frac{0,2(0,8 - 1,8)}{(-0,2)^3} = \frac{0,2}{(0,2)^3} = \frac{1}{0,04} = 25.$$

Пусть $64 = y + z$, где $y : z = 7 : 25$.

Обозначим за x одну часть.

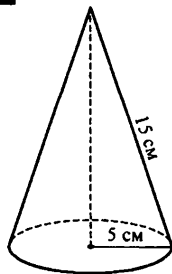
Тогда $y = 7x$, $z = 25x$.

В сумме они равны 64, имеем:

$$7x + 25x = 64; \quad 32x = 64; \quad x = 2.$$

Таким образом, $y = 7 \cdot 2 = 14$, $z = 25 \cdot 2 = 50$.

Ответ: 14, 50.

534

535

Нельзя, т.к. у любого прямоугольного параллелепипеда ровно 6 граней. Из 5 прямоугольников нельзя составить 6 граней.

§ 3. Геометрические величины и их измерение

1. Измерение величин. Длина, площадь, объем

536

а) $AB = 12l_1 = 4l_2 = 2l_3$;

б) $S = 40l_1 = 10l_2 = 5l_3$;

в) $V = 48l_1 = 6l_2 = 3l_3$.

537

а) метр (м)

г) метр кубический (m^3)

б) литр (л)

д) метр квадратный (m^2)

в) гектар (га)

е) километр (км)

538

а) $1 \text{ дм} = 100 \text{ мм} = 0,0001 \text{ км} = 0,1 \text{ м}$;

б) $1 \text{ а} = 0,01 \text{ га} = 100 \text{ м}^2 = 0,0001 \text{ км}^2$;

в) $1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3 = 0,000001 \text{ м}^3 = 0,001 \text{ дм}^3$.

539

а) $2 \text{ м } 45 \text{ см} = 245 \text{ см}$

в) $2 \text{ м } 45 \text{ см} = 24,5 \text{ дм}$

$2 \text{ м}^2 45 \text{ см}^2 = 20045 \text{ см}^2$

$2 \text{ м}^2 45 \text{ см}^2 = 200,45 \text{ дм}^2$

$2 \text{ м}^3 45 \text{ см}^3 = 2000045 \text{ см}^3$

$2 \text{ м}^3 45 \text{ см}^3 = 2000,045 \text{ дм}^3$

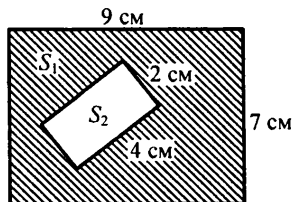
б) $2 \text{ м } 45 \text{ см} = 2,45 \text{ м}$

$2 \text{ м}^2 45 \text{ см}^2 = 2,0045 \text{ м}^2$

$2 \text{ м}^3 45 \text{ см}^3 = 2,000045$

540

а)



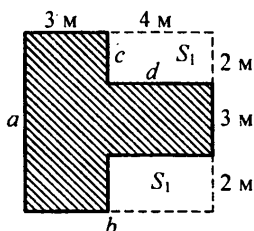
$S = S_1 - S_2$;

$S_1 = 9 \cdot 7 = 63 \text{ см}^2$;

$S_2 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ см}^2 \Rightarrow S = 63 - 8 = 55 \text{ см}^2$.

Ответ: 55 см^2 .

б)



$$S = S_{\text{общ}} - 2S_1$$

$$S_{\text{общ}} = ab, S_1 = cd$$

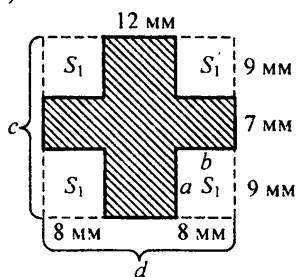
$$a = 2 + 3 + 2 = 7 \text{ м}, b = 3 + 4 = 7 \text{ м}$$

$$S_{\text{общ}} = 7 \cdot 7 = 49 \text{ м}^2, S_1 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ м}^2$$

$$S = 49 - 2 \cdot 8 = 33 \text{ м}^2$$

Ответ: 33 м^2 .

в)



$$S = S_{\text{общ}} - 4S_1$$

$$S_{\text{общ}} = cd, S_1 = cd$$

$$c = 9 + 7 + 9 = 25 \text{ мм}, d = 8 + 12 + 8 = 28 \text{ мм}$$

$$S_{\text{общ}} = 25 \cdot 28 = 700 \text{ мм}^2, S_1 = 8 \cdot 9 = 72 \text{ мм}^2$$

$$S = 700 - 4 \cdot 72 = 412 \text{ мм}^2$$

Ответ: 412 мм^2 .

541

а) Пусть ширина прямоугольника — x см, тогда длина — $(x + 16)$ см. Периметр прямоугольника равен $P_1 = 2(a + b) = 2(x + (x + 16)) = 2(2x + 16)$ см.

По условию периметр равен $22,4 \text{ дм} = 224$ см, имеем:

$$1) 2(2x + 16) = 224; 2x + 16 = 112; 2x = 96;$$

$x = 48$ см — ширина прямоугольника.

Найдем длину:

$$2) x + 16 = 48 + 16 = 64 \text{ см.}$$

Найдем площадь прямоугольника:

$$3) 64 \cdot 48 = 3072 \text{ см} = 30,72 \text{ дм}^2.$$

Найдем сторону квадрата c . Периметр квадрата равен $P_2 = 4c$, имеем:

4) $4c = 22,4$; $c = 5,6$ дм.

Найдем площадь квадрата:

5) $5,6 \cdot 5,6 = 31,36$ дм².

Найдем разницу:

6) $31,36 - 30,72 = 0,64$ дм².

Ответ: $0,64$ дм².

б) Пусть длина прямоугольника — x м, тогда ширина — $\frac{x}{5}$ м. Най-

дем периметр прямоугольника, он на 20% больше периметра квадрата, имеем:

1) $6 + 0,2 \cdot 6 = 7,2$ м.

С другой стороны, периметр прямоугольника равен $P_1 = 2\left(x + \frac{x}{5}\right)$ м.

Имеем:

2) $2\left(x + \frac{x}{5}\right) = 7,2$; $1,2x = 3,6$; $x = 3$ м.

Найдем ширину прямоугольника:

3) $\frac{3}{5} = 0,6$ м.

Найдем площадь прямоугольника:

4) $S_1 = 3 \cdot 0,6 = 1,8$ м².

Найдем сторону квадрата c .

Периметр $P_2 = 4c$.

5) $4c = 6$; $c = 1,5$ м.

Найдем площадь квадрата:

6) $S_2 = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25$ м².

Найдем разницу в процентах:

7) $\frac{2,25 - 1,8}{2,25} \cdot 100\% = \frac{0,45}{2,25} \cdot 100\% = 20\%$.

Ответ: 20%.

542

а) $4,1 \text{ м} - 3,7 \text{ дм} + 72,6 \text{ см} = 410 \text{ см} - 37 \text{ см} + 72,6 \text{ см} = 445,6 \text{ см}$;

б) $10,2 \text{ дм} + 8,4 \text{ см} + 0,125 \text{ м} = 102 \text{ см} + 8,4 \text{ см} + 12,5 \text{ см} = 122,9 \text{ см}$;

в) $1,64 \text{ км} \cdot 30,5 - 25 \text{ км} \cdot 20 \text{ м} = 50,02 \text{ км} - 25,02 \text{ км} = 25 \text{ км}$;

г) $3 \text{ дм}^2 \cdot 2 \text{ см}^2 + 35,4 \text{ см}^2 : 0,05 = 302 \text{ см}^2 + 708 \text{ см}^2 = 1010 \text{ см}^2 = 10,1 \text{ дм}^2$;

д) $1,5 \text{ м}^3 - 1,5 \text{ дм}^3 + 51500 \text{ см}^3 = 1500 \text{ дм}^3 - 1,5 \text{ дм}^3 + 51,5 \text{ дм}^3 = 1550 \text{ дм}^3 = 1,55 \text{ м}^3$;

е) $28,8 \text{ а} : 0,48 + 5,6 \text{ га} \cdot 0,25 = 60 \text{ а} + 1,4 \text{ га} = 60 \text{ а} + 140 \text{ а} = 200 \text{ а} = 2 \text{ га}$.

543

$$a = 36 \text{ см} = 3,6 \text{ дм}$$

$$b = 8 \text{ дм}$$

$$c = 12 \text{ дм } 5 \text{ см} = 12,5 \text{ дм}$$

$$V = abc = 3,6 \cdot 8 \cdot 12,5 = 360 \text{ дм}^3 = 0,36 \text{ м}^3 = 360000 \text{ см}^3$$

Ответ: а) 360 дм^3 ; б) $0,36 \text{ м}^3$; в) 360000 см^3 .

544

$$\text{а) } a = 15 \text{ см} = 1,5 \text{ дм}; d = 5 \text{ дм}$$

$$b = 1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$$

$$c = 8 \text{ дм}$$

Найдем V_1 и V_2 — объемы прямоугольного параллелепипеда и куба:

$$V_1 = abc = 1,5 \cdot 10 \cdot 8 = 120 \text{ дм}^3$$

$$V_2 = d^3 = 125 \text{ дм}^3$$

$$V_2 - V_1 = 5 \text{ дм}^3.$$

Найдем S_1 и S_2 — площади поверхности прямоугольного параллелепипеда и куба:

$$S_1 = 2(ab + bc + ac) = 2(1,5 \cdot 10 + 10 \cdot 8 + 1,5 \cdot 8) = 214 \text{ дм}^2$$

$$S_2 = 6d^2 = 6 \cdot 5^2 = 150 \text{ дм}^2$$

$$S_1 - S_2 = 214 - 150 = 64 \text{ дм}^2$$

Ответ: объем куба больше на 5 дм^3 , но площадь его поверхности на 64 дм^2 меньше.

$$\text{б) } a = 0,2 \text{ дм} = 2 \text{ см}; d = 4 \text{ см}$$

$$b = 3 \text{ см}; c = 25 \text{ мм} = 2,5 \text{ см}$$

Найдем объемы V_1 и V_2 :

$$V_1 = abc = 2 \cdot 3 \cdot 2,5 = 15 \text{ см}^3$$

$$V_2 = d^3 = 4^3 = 64 \text{ см}^3$$

$$V_2 - V_1 = 64 - 15 = 49 \text{ см}^3$$

Найдем площади поверхностей:

$$S_1 = 2(ab + bc + ac) = 2(2 \cdot 3 + 3 \cdot 2,5 + 2 \cdot 2,5) = 37 \text{ см}^2$$

$$S_2 = 6d^2 = 6 \cdot 4^2 = 96 \text{ см}^2$$

$$S_2 - S_1 = 96 - 37 = 59 \text{ см}^2$$

Ответ: объем куба на 49 см^3 больше, площадь поверхности больше на 59 см^2 .

545

Пусть длина параллелепипеда — a см.

Найдем высоту:

$$1) h = 5 + 0,2 \cdot 5 = 6 \text{ см.}$$

Объем параллелепипеда вычисляется по формуле $V = abh$, где a — длина, b — ширина, h — высота, имеем:

$$2) 240 = a \cdot 5 \cdot 6; 30a = 240; a = 8 \text{ см.}$$

Уменьшим длину:

$$3) a_1 = 8 \cdot 3 = 5 \text{ см.}$$

Найдем объем новой фигуры:

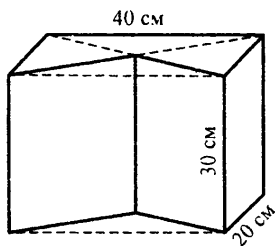
$$4) V_2 = a_1 b h = 5 \cdot 5 \cdot 6 = 150 \text{ см}^3.$$

Найдем на сколько процентов уменьшился объем:

$$5) \frac{240 - 150}{240} \cdot 100\% = \frac{90}{240} \cdot 100\% = 37.5\%.$$

Ответ: 37.5 %.

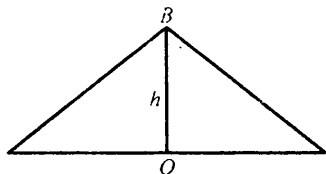
546



Найдем объем прямоугольного параллелепипеда и вычтем из него объем призмы.

$$V_{\text{пар}} = abc = 40 \cdot 30 \cdot 20 = 24000 \text{ см}^3.$$

Рассмотрим вид призмы сверху

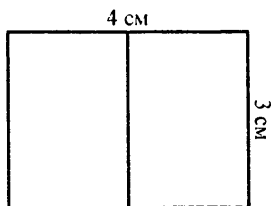


Точка b является точкой пересечения диагоналей прямоугольника
 $\Rightarrow h = 10 \text{ см}.$

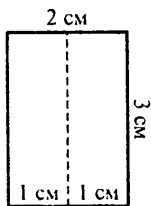
$$\text{Имеем: } V_{\text{пр}} = \frac{1}{2} abh = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 40 \cdot 10 = 6000 \text{ см}^3$$

$$V = V_{\text{пар}} - V_{\text{пр}} = 24000 - 6000 = 18000 \text{ см}^3$$

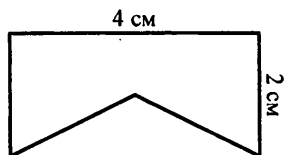
Вид спереди



Вид справа



Вид с верху



547

$$\begin{aligned} \text{а) } a_1 &= 45 \text{ см} & a_2 &= 50 \text{ см} \\ b_1 &= 32 \text{ см} & b_2 &= 32 \text{ см} \\ c_1 &= 50 \text{ см} & c_2 &= 45 \text{ см} \end{aligned}$$

Посчитаем площади поверхностей:

$$S_1 = a_1 b_1 + 2(a_1 c_1 + b_1 c_1) = 45 \cdot 32 + 2(45 \cdot 50 + 32 \cdot 50) = 9140 \text{ см}^2.$$

$$S_2 = a_2 b_2 + 2(a_2 c_2 + b_2 c_2) = 50 \cdot 32 + 2(50 \cdot 45 + 32 \cdot 45) = 8980 \text{ см}^2.$$

$$S_1 > S_2$$

Следовательно, на 1-й ушло больше стекла.

б) Найдем V_1 и V_2 :

$$a_1 = 50 - 10 = 40 \text{ см}$$

$$a_2 = 45 - 5 = 40 \text{ см}$$

$$b_1 = 45 \text{ см}$$

$$b_2 = 50 \text{ см}$$

$$c_1 = 32 \text{ см}$$

$$c_2 = 32 \text{ см}$$

Имеем:

$$V_1 = a_1 b_1 c_1 = 40 \cdot 45 \cdot 32 = 57600 \text{ см}^3$$

$$V_2 = a_2 b_2 c_2 = 40 \cdot 50 \cdot 32 = 64000 \text{ см}^3$$

$$V_2 > V_1$$

Следовательно, во 2-м аквариуме воды больше.

548

$$\text{а) } 40 \text{ см}^2 = 0,4 \text{ дм}^2 < 4 \text{ дм}^2$$

$$500 \text{ мм}^2 = 5 \text{ см}^2 = 5 \text{ см}^2$$

$$8000 \text{ дм}^2 = 80 \text{ м}^2 > 8 \text{ м}^2$$

$$10000 \text{ м}^2 = 1 \text{ га} = 1 \text{ га}$$

$$\text{б) } 9000 \text{ дм}^3 = 9 \text{ м}^3 = 9 \text{ м}^3$$

$$700 \text{ см}^3 = 0,7 \text{ дм}^3 < 7 \text{ дм}^3$$

$$20000 \text{ мм}^3 = 20 \text{ см}^3 > 2 \text{ см}^3$$

$$600000 \text{ см}^3 = 0,6 \text{ м}^3 < 6 \text{ м}^3$$

549

а) Формула $l = 2\pi r$

При $r = 55 \text{ см}$ имеем: $l = 2 \cdot 3,14 \cdot 55 = 345,4 \text{ см}$.

б) Найдем длину окружности по формуле $l = 2\pi r$:

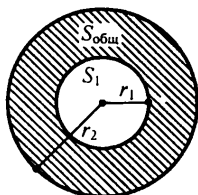
$$1) l = 2 \cdot 3 \cdot 0,8 = 4,8 \text{ м}.$$

Найдем количество оборотов:

$$2) \frac{1200}{4,8} = 250 \text{ оборотов, т.к. } 1,2 \text{ км} = 1200 \text{ м.}$$

в)

А.



$$r_1 = 0,75 \text{ см}; r_2 = 1,5 \text{ см}$$

$$S = S_{\text{общ}} - S_1$$

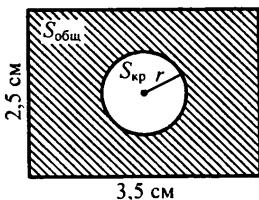
$$S_{\text{общ}} = \pi r_2^2 = 3,1 \cdot (1,5)^2 = 6,975 \text{ см}^2$$

$$S_1 = \pi r_1^2 = 3,1 \cdot (0,75)^2 = 1,74375 \text{ см}^2$$

$$S = 6,975 - 1,74375 = 5,23125 \text{ см}^2$$

Ответ: $5,23125 \text{ см}^2$.

В.



$$a = 2,5 \text{ см}, b = 3,5 \text{ см}, r = 0,5 \text{ см}$$

$$S = S_{\text{общ}} - S_{\text{кр}}$$

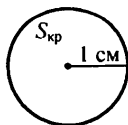
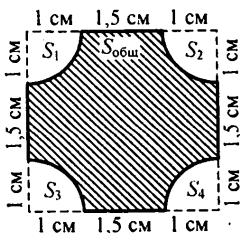
$$S_{\text{общ}} = ab = 2,5 \cdot 3,5 = 8,75 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{кр}} = \pi r^2 = 3,1 \cdot (0,5)^2 = 0,775 \text{ см}^2$$

$$S = 8,75 - 0,775 = 7,975 \text{ см}^2$$

Ответ: $\approx 7,975 \text{ см}^2$.

С.



Заметим, что если сложить вместе угловые вырезы, то получим окружность радиуса 1 см.

Таким образом, искомая площадь:

$$S = S_{\text{общ}} - S_{\text{кр}}; a = 3,5 \text{ см}; r = 1 \text{ см}$$

$$S_{\text{кр}} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$\text{Имеем: } S_{\text{общ}} = a^2$$

$$S_{\text{общ}} = (3,5)^2 = 12,25 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{кр}} = \pi r^2 = 3,1 \cdot 1^2 = 3,1 \text{ см}^2$$

$$S = 12,25 - 3,1 = 9,15 \text{ см}^2$$

Ответ: $\approx 9,15 \text{ см}^2$.

4) Объем мяча вычисляется по формуле:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, \text{ где } R \text{ — радиус мяча.}$$

Имеем:

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (1,5)^3 = 14,13 \approx 14,1 \text{ дм}^3.$$

Площадь поверхности вычисляется по формуле $S = 4\pi R^2$, имеем:

$$S = 4 \cdot 3,14 \cdot (1,5)^2 = 28,26 \approx 28,3 \text{ дм}^2.$$

Ответ: $V = 14,1 \text{ дм}^3$, $S = 28,3 \text{ дм}^2$.

550

Площадь поверхности шара вычисляется по формуле $S_{\text{шар}} = 4\pi r^2$,

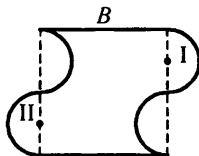
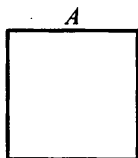
площадь круга по формуле $S_{\text{круг}} = \pi r^2$, имеем:

$$\frac{S_{\text{шар}}}{S_{\text{круг}}} = \frac{4\pi r^2}{\pi r^2} = 4 \text{ раза.}$$

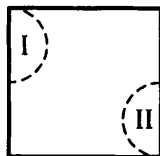
Ответ: в 4 раза.

551

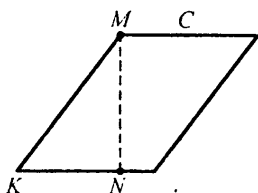
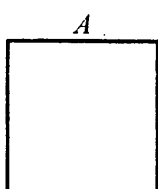
1. Докажем равенство фигур A и B .



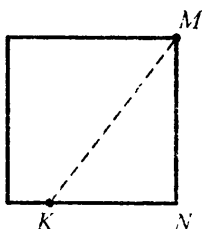
Заметим, что части I и II фигуры B есть полуокружности. Если их вырезать и приставить к пустотам, получим квадрат, равный A :



2. Покажем равенство фигур A и C :



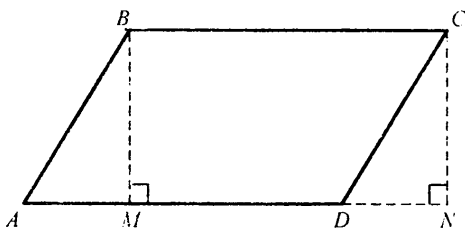
Разрежем фигуру C вдоль MN и приставим треугольник $\triangle KMN$ к фигуре C с другой стороны:



Получившаяся фигура в точности равна A . Таким образом, доказали, что A и B равны, A и C равны, следовательно, равны все три фигуры.

552

а)



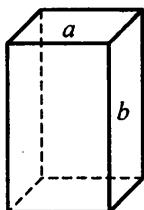
Параллелограмм $ABCD$ «перекрыли» в прямоугольник $MBCN$.

б) $S = ah$

553

а) Если фигура является кубом, то она является параллелепипедом. Обратное: Если фигура является параллелепипедом, то она является кубом. Ложно.
Пример: любой параллелепипед, у которого хотя бы 2 стороны не равны.

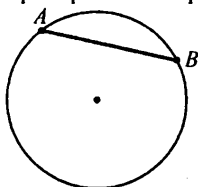
$a \neq b$



б) Если отрезок является диаметром окружности, то он является хордой этой окружности.

Обратно: Если отрезок является хордой окружности, то он является диаметром этой окружности. Ложно.

Пример: любая хорда, не проходящая через центр окружности.



554

$$\text{а) } 3\frac{2}{11} - 1\frac{15}{22} = 2\frac{13}{11} - 1\frac{15}{22} = 2\frac{26}{22} - 1\frac{15}{22} = 1\frac{26-15}{22} = 1\frac{11}{22} = 1\frac{1}{2} = 1,5;$$

$$\text{б) } 4,8 : 5\frac{1}{3} = \frac{48 \cdot 3}{10 \cdot 16} = \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 1} = \frac{9}{10} = 0,9.$$

555

$$\text{а) } (-3x)^2 = \underline{9x^2}$$

$$\underline{-3x^2}$$

$$(-3)^2 x = \underline{9 \cdot x}$$

$$\text{б) } \left(-\frac{1}{2}y\right)^3 = \underline{-\frac{1}{8}y^3}$$

$$\underline{-\frac{1}{2}y^3}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 y = \underline{-\frac{1}{8}y}$$

556

$$\text{а) } -2^2 : (-0,25) = 16;$$

$$\text{б) } \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 1,8 = 0,2;$$

$$\text{в) } (-0,5)^3 \cdot 4,8 = 0,6;$$

$$\text{г) } -1\frac{7}{9} : \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{16}{9} \cdot \left(-\frac{27}{8}\right) = 6.$$

557

а) $\frac{22-x}{37-x} = \frac{1}{2}$; $2(22-x) = 37-x$; $44-2x = 37-x$; $x = 7$.

Ответ: 7.

б) $\frac{7-x}{9+x} = \frac{1}{3}$; $3(7-x) = 9+x$; $21-3x = 9+x$; $4x = 12$; $x = 3$.

Ответ: 3.

558

а) $5(a-1) - (2a+3) = 5a-5-2a-3 = 3a-8$.

при $a = -\frac{2}{3}$ имеем: $3a-8 = 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 8 = -10$;

б) $-2(1-3b) + 4(2-b) = -2+6b+8-4b = 2b+6$.

при $b = -0,2$ имеем: $2 \cdot (-0,2) + 6 = 5,6$;

в) $4\frac{1}{7} - \left(x + 1\frac{9}{14}\right) + 2x = 4\frac{2}{14} - x - 1\frac{9}{14} + 2x = x + 2\frac{7}{14} = x + 2,5$.

при $x = -1,5$ имеем: $x + 2,5 = -1,5 + 2,5 = 1$;

г) $1\frac{1}{3} + 2y - \left(2\frac{3}{4} - y\right) = 1\frac{1}{3} - 2\frac{3}{4} + 2y + y = 1\frac{1}{3} - 2,75 + 3y$.

при $y = -\frac{1}{9}$ имеем: $1\frac{1}{3} - 2,75 + 3y = 1\frac{1}{3} - 2,75 - \frac{1}{3} = -1,75$.

559

а) 90 миль/ч = $90 \cdot 1852$ м/ч = 166680 м/час = 166,68 км/ч;

б) 5 футов 4 дюйма = 150 см + 2 см 5 мм $\cdot 4 = 150$ см + 10 см = 160 см,

5 футов 7 дюймов = 150 см + $2,5$ см $\cdot 7 = 150$ см + $17,5$ см = 167,5 см;

в) 250 футов = $250 \cdot 30$ см = 7500 см = 75 м,

10–12 футов = 300 – 360 см = 3–3,6 м;

г) 25 миль = $25 \cdot 1,852$ км = 46,3 км,

30 миль = $30 \cdot 1,852$ км = 55,56 км.

560

а) 3 м 8 см = 308 см

3 м² 8 см² = 30008 см²

3 м³ 8 см³ = 3000008 см³

в) 3 км 8 м = 3,008 км

3 км² 8 м² = 3,000008 км²

3 км³ 8 м³ = 3,00000008 км³

б) 3 дм 8 см = 3,8 дм

3 дм² 8 см² = 3,08 дм²

3 дм³ 8 см³ = 3,008 дм³

561

а) 7 м 25 мм – 72,5 см = 8702,5 см – 72,5 см = 630 см = 6 м 30 см;

б) 9 км 48 м + 3,52 км – 556 м = 9048 м + 3520 м – 556 м = 12012 м = 12 км 12 м;

- в) $8 \text{ см}^2 \cdot 5 \text{ мм}^2 \cdot 24 + 680 \text{ мм}^2 = 805 \text{ мм}^2 \cdot 24 + 680 \text{ мм}^2 =$
 $= 19320 \text{ мм}^2 + 680 \text{ мм}^2 = 20000 \text{ мм}^2 = 200 \text{ см}^2 = 2 \text{ дм}^2;$
 г) $0,02 \text{ дм}^3 - 2,7 \text{ см}^3 : 0,25 = 20 \text{ см}^3 - 10,8 \text{ см}^3 = 9,2 \text{ см}^3.$

562

Найдем исходную площадь:

1) $S_1 = 3,2 \cdot 1,5 = 4,8 \text{ км}^2.$

Найдем новую длину:

2) $a = 3,2 + 0,05 \cdot 3,2 = 3,36 \text{ км}.$

Найдем новую ширину:

3) $b = 1,5 + \frac{1}{3} \cdot 1,5 = 1,5 + 0,5 = 2 \text{ км}.$

Найдем новую площадь:

4) $S_2 = 2 \cdot 3,36 = 6,72 \text{ км}^2.$

Найдем на сколько процентов увеличилась площадь:

5) $\frac{6,72 - 4,8}{4,8} \cdot 100\% = 0,4 \cdot 100\% = 40\%.$

Ответ: на 40%.

563

$a_1 = 0,4 \text{ м} = 40 \text{ см}$

$a_2 = 0,3 \text{ м} = 30 \text{ см}$

$b_1 = 25 \text{ см}$

$b_2 = 2 \text{ дм} = 20 \text{ см}$

$c_1 = 1,5 \text{ дм} = 15 \text{ см}$

$c_2 = 26 \text{ см}$

Найдем объемы параллелепипедов по формуле $V = abc$:

1) $V_1 = a_1 b_1 c_1 = 40 \cdot 25 \cdot 15 = 15000 \text{ см}^3 = 15 \text{ дм}^3$

$V_2 = a_2 b_2 c_2 = 30 \cdot 20 \cdot 26 = 15600 \text{ см}^3 = 15,6 \text{ дм}^3$

$V_2 > V_1$, следовательно, объем 2-го больше.

Найдем площади поверхностей $S = 2(ab + ac + bc)$:

2) $S_1 = 2(a_1 b_1 + a_1 c_1 + b_1 c_1) = 2(40 \cdot 25 + 40 \cdot 15 + 25 \cdot 15) =$
 $= 2 \cdot 1975 \text{ см}^2 = 3950 \text{ см}^2 = 39 \text{ дм}^2 50 \text{ см}^2$

$S_2 = 2(a_2 b_2 + a_2 c_2 + b_2 c_2) = 2(30 \cdot 20 + 30 \cdot 26 + 20 \cdot 26) =$
 $= 2 \cdot 1900 \text{ см}^2 = 3800 \text{ см}^2 = 38 \text{ дм}^2$

$S_1 > S_2$, следовательно, площадь поверхности 1-го больше

Ответ: II; I.

564

$$x = -10,045 : 4,9 + 5,1 : \left(\left(9\frac{11}{14} - 12\frac{1}{7} \right) : \left(-3\frac{1}{7} \right) - 7,5 \cdot \left(-\frac{6}{25} \right) \right) =$$

$$= -2,05 + 5,1 : \left(\left(-2\frac{5}{14} \right) : \left(-\frac{22}{7} \right) + \frac{75}{10} \cdot \frac{6}{25} \right) =$$

$$= -2,05 + 5,1 : \left(\frac{33}{14} \cdot \frac{7}{22} + \frac{18}{10} \right) = -2,05 + 5,1 : (0,75 + 1,8) =$$

$$= -2,05 + 5,1 : (2,55) = -2,05 + 2 = -0,05.$$

$|x| = |-0,05| = 0,05 < 0,1$ — что и требовалось доказать.

565

$$а) 2\frac{5}{6} + 1\frac{4}{15} = 2\frac{25}{30} + 1\frac{8}{30} = 3\frac{25+8}{30} = 3\frac{33}{30} = 4\frac{3}{30} = 4\frac{1}{10} = 4,1;$$

$$б) \frac{4}{25} : \frac{1}{15} = \frac{4 \cdot 15}{25 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 15}{25 \cdot 1} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} = 2,4.$$

566

а) Вычислим площадь циферблата по формуле $S = \pi r^2$, где r — длина стрелки часов.

$$S = 3,14 \cdot (4,5)^2 = 63,585 \text{ см}^2 \approx 64 \text{ см}^2.$$

Ответ: 64 см^2 .

б) Найдем длину окружности колеса:

$$1) l = \frac{1000}{400} = 2,5 \text{ м, т.к. } 1 \text{ км} = 1000 \text{ м.}$$

Найдем радиус колеса из формулы $l = 2\pi r$:

$$2) l = 2\pi r; r = \frac{l}{2\pi}.$$

Имеем:

$$3) r = \frac{2,5}{2 \cdot 3,14} = 0,398 \approx 0,40 \text{ м.}$$

Найдем диаметр по формуле $d = 2r$:

$$4) d = 0,4 \cdot 2 = 0,804.$$

Ответ: $0,804$.

567

$$а) 2\frac{5}{8} - \left(4\frac{3}{16} - y\right) = -1\frac{1}{4}; 2\frac{5}{8} - 4\frac{3}{16} + y = -1\frac{1}{4};$$

$$y = 4\frac{3}{16} - 2\frac{10}{16} - 1\frac{4}{16}; y = \frac{5}{16};$$

$$б) 1\frac{7}{20} - \left(x + 1\frac{7}{12}\right) = 2\frac{4}{15}; 1\frac{21}{60} - x - 1\frac{35}{60} = 2\frac{16}{60};$$

$$x = 2\frac{16}{60} + \frac{14}{60}; x = 2\frac{30}{60}; x = 2,5;$$

$$в) \frac{2-x}{3} - \frac{6-x}{2} = 0; (2-x) \cdot 2 - (6-x) \cdot 3 = 0;$$

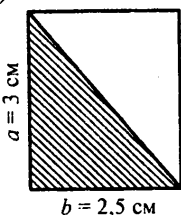
$$4 - 2x - 18 + 3x = 0; x = 14;$$

$$г) 3 - \frac{x-3}{5} = \frac{x}{4}; 3 \cdot 20 - 4(x-3) = 5 \cdot x;$$

$$60 - 4x + 12 = 5x; 9x = 72; x = 8.$$

568

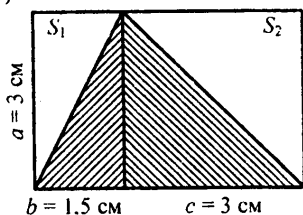
а)



$$S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2,5 = 3,75 \text{ cm}^2$$

Ответ: 3,75 cm².

б)



$$S = \frac{1}{2}S_1 + \frac{1}{2}S_2$$

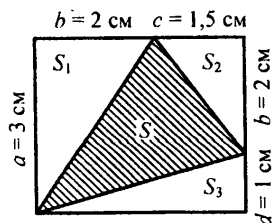
$$S_1 = ab = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = ac = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{1}{2}(4,5 + 9) = 6,75 \text{ cm}^2$$

Ответ: 6,75 cm².

в)



$$S = S_{\text{общ}} - S_1 - S_2 - S_3$$

$$S_1 = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2}cb = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,5 = 1,5 \text{ см}^2$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot d(b+c) = \frac{1}{2} \cdot (2+1,5) \cdot 1 = 1,75 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{общ}} = a \cdot (b+c) = 10,5 \text{ см}^2$$

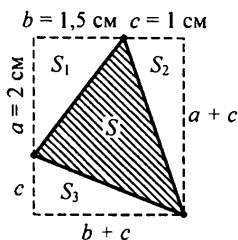
Имеем:

$$S = 10,5 - 3 - 1,5 - 1,75 = 4,25 \text{ см}^2.$$

Ответ: 4,25 см².

569

а)



$$S = S_{\text{общ}} - S_1 - S_2 - S_3$$

$$S_1 = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,5 = 1,5 \text{ см}^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2}c(a+c) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1+2) = 1,5 \text{ см}^2$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot (b+c) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2,5) = 1,25 \text{ см}^2$$

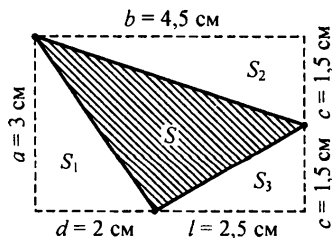
$$S_{\text{общ}} = (a+c) \cdot (b+c) = (2+1) \cdot (1,5+1) = 7,5 \text{ см}^2$$

Имеем:

$$S = 7,5 - 1,25 - 1,5 - 1,5 = 3,25 \text{ см}^2.$$

Ответ: 3,25 см².

б)



$$S = S_{\text{общ}} - S_1 - S_2 - S_3$$

$$S_1 = \frac{1}{2}ad = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3 \text{ см}^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2}bc = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot 1,5 = 3,375 \text{ см}^2$$

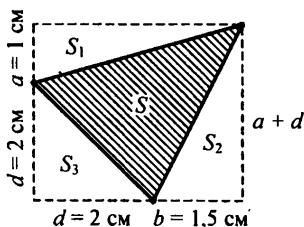
$$S_3 = \frac{1}{2}cl = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 2,5 = 1,875 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{общ}} = ab = 3 \cdot 4,5 = 13,5 \text{ см}^2$$

$$S = 13,5 - 1,875 - 3,375 - 3 = 5,25 \text{ см}^2.$$

Ответ: $5,25 \text{ см}^2$.

в)



$$S = S_{\text{общ}} - S_1 - S_2 - S_3$$

$$S_1 = \frac{1}{2}a(b+d) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (2+1,5) = 1,75 \text{ см}^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2}b(a+d) = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot (1+2) = 2,25 \text{ см}^2$$

$$S_3 = \frac{1}{2}d \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{общ}} = (a+d)(d+b) = (1+2)(2+1,5) = 10,5 \text{ см}^2.$$

Имеем:

$$S = 10,5 - 2,75 - 2,25 - 2 = 4,5 \text{ см}^2.$$

570

а) $S = \frac{1}{2}ab$; б) $S = \frac{1}{2}ah$; в) $S = \frac{1}{2}ah$.

2. Измерение углов. Транспортир

571

$$\angle AOB = 4l^1 = 2l^2 = \frac{4}{3}l^3 = \frac{3}{2}l^4$$

а) При увеличении единицы измерения результат уменьшается, при уменьшении — увеличивается.

б) Маленькими, измерения будут более точными.

в) Градус.

572

- а) 90° в) $> 90^\circ$ д) 75°
 б) $< 90^\circ$ г) 180° е) 150°

573

- а) $\alpha = 50^\circ$; б) $\alpha = 72^\circ - 35^\circ = 37^\circ$; в) $\alpha = 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$.

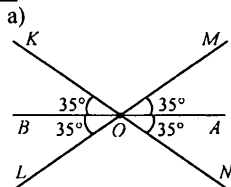
574

- а) $\angle AOC = 26^\circ$ б) $\angle BOK = 23^\circ$
 $\angle AOD = 65^\circ$ $\angle BOF = 40^\circ$
 $\angle AOE = 97^\circ$ $\angle BOE = 83^\circ$
 $\angle AOF = 140^\circ$ $\angle BOD = 115^\circ$
 $\angle AOK = 157^\circ$ $\angle BOC = 154^\circ$
- в) $\angle COD = \angle AOD - \angle AOC = 65^\circ - 26^\circ = 39^\circ$
 $\angle EOF = \angle AOF - \angle AOE = 140^\circ - 97^\circ = 43^\circ$
 $\angle FOK = \angle AOK - \angle AOF = 157^\circ - 140^\circ = 17^\circ$
 $\angle EOC = \angle AOE - \angle AOC = 97^\circ - 26^\circ = 71^\circ$
 $\angle DOK = \angle AOK - \angle AOD = 157^\circ - 65^\circ = 92^\circ$
 $\angle COF = \angle AOF - \angle AOC = 140^\circ - 26^\circ = 114^\circ$

575

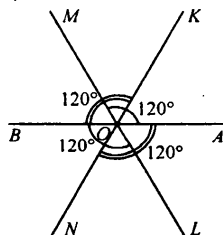
Измерения:

- $\angle AOB \approx 50^\circ$ $\angle MLK \approx 30^\circ$
 $\angle CDE \approx 100^\circ$ $\angle SWT \approx 135^\circ$

576

$$\angle KOB = \angle MOA = \angle LOB = \angle NOA = 35^\circ$$

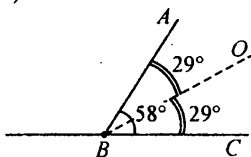
б)



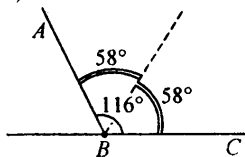
$$\angle AOM = \angle BOK = \angle BOL = \angle AON = 120^\circ$$

577

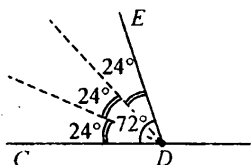
а)



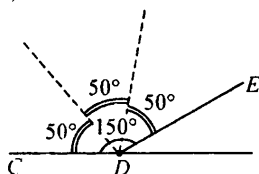
б)

**578**

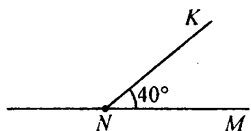
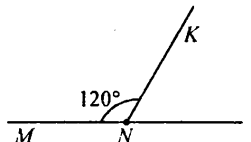
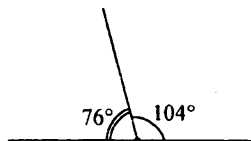
а)



б)

**579**а) x — искомый, тогда

$$x = \frac{2}{9} \cdot 180^\circ = 40^\circ$$

б) x — искомый. тогда $0,75x = 90^\circ \Leftrightarrow x = 120^\circ$ **580**а) Пусть 1-й угол — x° , тогда 2-й — $(x + 28)^\circ$.Тогда $x + x + 28 = 180$; $2x = 152$; $x = 76^\circ$.Следовательно, 1-й угол — 76° , 2-й угол — 104° .

б) Пусть 1-й угол — x° , тогда 2-й — $5x^\circ$. Имеем:
 $x + 5x = 180$; $6x = 180$; $x = 30^\circ$.

Следовательно, 1-й угол — 150° , 2-й угол — 30° .



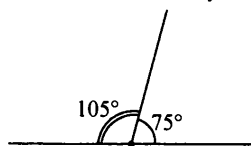
в) Пусть 1-й угол — x° , тогда 2-й — $0,25x^\circ$. Имеем:
 $x + 0,25x = 180$; $1,25x = 180$; $x = 144^\circ$.

Следовательно, 1-й угол — 144° , 2-й угол — 36° .



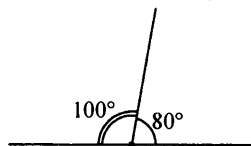
г) Пусть 1-й угол — x° , тогда 2-й — $(x + 0,4x) = 1,4x^\circ$. Имеем:
 $x + 1,4x = 180$; $2,4x = 180$; $x = 75^\circ$.

Следовательно, 1-й угол — 75° , 2-й угол — 105° .



д) Пусть 1-й угол — x° , тогда 2-й — $(x - 0,2x) = 0,8x^\circ$. Имеем:
 $x + 0,8x = 180$; $1,8x = 180$; $x = 100^\circ$.

Следовательно, 1-й угол — 100° , 2-й угол — 80° .



581

1) а) $\angle AOB = \angle AOC - \angle BOC = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$;

б) $\angle AOB = \frac{1}{2}(\angle AOD - \angle BOC) = \frac{1}{2}(180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$;

в) $\angle AOB = \angle AOD - 2\angle KOD - \angle BOC = 180^\circ - 2 \cdot 28^\circ - 90^\circ = 34^\circ$;

г) $\angle AOB = \angle COD - \angle COA - \angle BOD = 90^\circ - 24^\circ - 16^\circ = 50^\circ$;

д) $\angle AOB = \frac{1}{2}(\angle COD - 2\angle AOM) + \angle AOM =$

$= \frac{1}{2}(90^\circ - 2 \cdot 25^\circ) + 25^\circ = \frac{1}{2} \cdot 40^\circ + 25^\circ = 45^\circ$;

е) $\angle AOB = \angle AOC - \angle BOC = \angle AOC - \angle KOD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

2) а) 1011

2) 3100

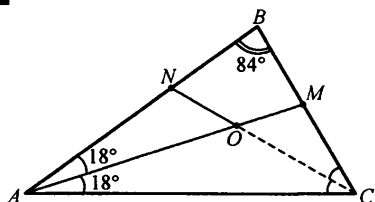
б) 2121

д) 4100

в) 3131

е) 3232

582



Найдем $\angle C$:

1) $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 36^\circ - 84^\circ = 60^\circ$.

Найдем $\angle OCA$:

2) $\angle OCA = \frac{1}{2} \angle C = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$, т.к. CN — биссектриса $\angle C$.

Найдем $\angle OAC$:

3) $\angle OAC = \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \cdot 36^\circ = 18^\circ$, т.к. AM — биссектриса $\angle A$.

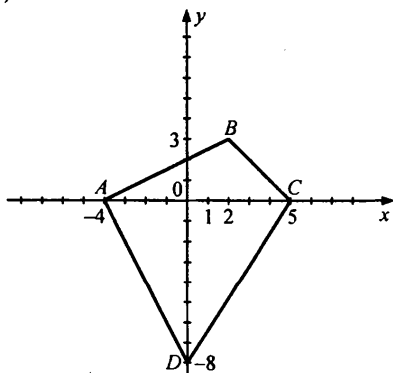
Найдем $\angle AOC$:

4) $\angle AOC = 180^\circ - \angle OAC - \angle OCA = 180^\circ - 18^\circ - 30^\circ = 132^\circ$

Ответ: 132° .

583

1)



$\angle ABC = 110^\circ$

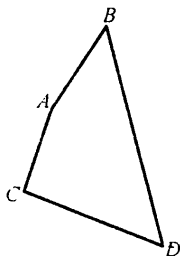
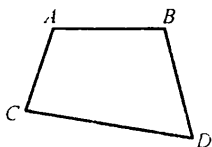
$\angle CDA = 60^\circ$

$\angle BCD = 100^\circ$

$\angle BAD = 90^\circ$

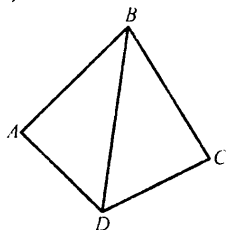
$\angle ABC + \angle BCD + \angle CDA + \angle BAD = 360^\circ$

2)



$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$. Можно.

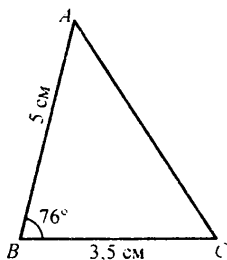
3)



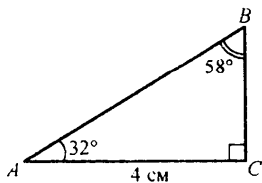
Если сумма углов треугольника равна 180° , то сумма углов четырехугольника равна 360° . Истинно.

584

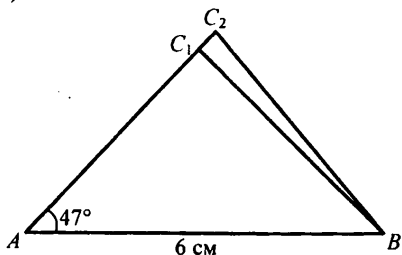
a)



б) $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 32^\circ - 58^\circ = 90^\circ$

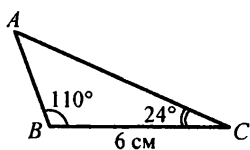


в)



$\triangle ABC_1, \triangle ABC_2$ — искомые

г)

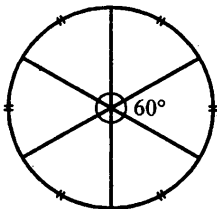


Единственное решение у задач а, б, г.

585

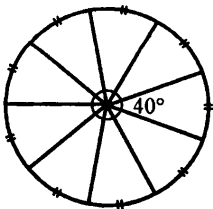
а) Найдем меру угла одного сектора:

$$\angle \alpha = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$



б) Найдем меру угла одного сектора:

$$\angle \alpha = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$$



Найдем углы:

$\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$ и $\angle DOA$.



$$\angle AOB = 90^\circ$$

$$\angle COD \approx 72^\circ$$

$$\angle BOC \approx 54^\circ$$

$$\angle AOD \approx 144^\circ$$

Найдем процент учащихся, увлекающихся:
телевизором

$$1) \frac{144}{360} \cdot 100\% = 40\% :$$

чтением:

$$2) \frac{90}{360} \cdot 100\% = 25\% :$$

прогулкой:

$$3) \frac{54}{360} \cdot 100\% = 15\% :$$

спортом:

$$4) \frac{72}{360} \cdot 100\% = 20\% .$$

Таким образом, телевизор нравится $0,4 \cdot 24 \approx 10$ чел., чтение — $0,25 \cdot 24 = 6$ чел., прогулки — $0,2 \cdot 24 \approx 5$ чел., спорт — $0,15 \cdot 24 \approx 3$ чел.

б) Найдем количество учеников в 6 «Б» классе:

$$1) 9 + 8 + 7 + 6 = 30 \text{ чел.}$$

Найдем процент любителей:

$$\text{«Чтение»} \text{ — } \frac{9}{30} \cdot 100\% = 30\% .$$

$$\text{«Спорт»} \text{ — } \frac{8}{30} \cdot 100\% = \frac{80}{3}\% .$$

$$\text{«Прогулка»} \text{ — } \frac{6}{30} \cdot 100\% = 20\% .$$

$$\text{«Телевизор»} \text{ — } \frac{7}{30} \cdot 100\% = \frac{70}{3}\% .$$

Найдем угловые меры

$$\angle AOB = 360 \cdot 30\% = 108^\circ$$

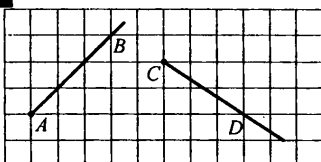
$$\angle BOC = 360 \cdot \frac{80}{3}\% = 96^\circ$$

$$\angle COD = 360 \cdot 20\% = 72^\circ$$

$$\angle DOA = 360 \cdot \frac{70}{3}\% = 84^\circ$$

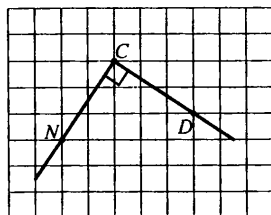
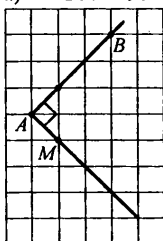


587



а) $\angle ABM = 90^\circ$

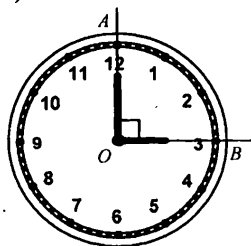
б) $\angle NCD = 90^\circ$



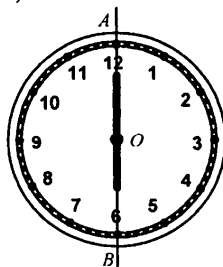
588

а) 3 ч

б) 6 ч



$\angle AOB = 90^\circ$ — искомый
 Ответ: 90° .

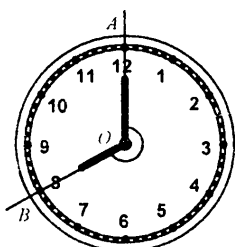


$\angle AOB = 180^\circ$
 Ответ: 180° .

в) 8 ч

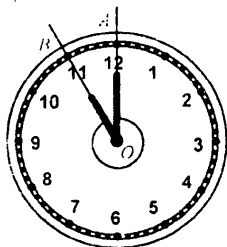
Найдем, какую часть циферблата составляет угол:

$$\angle AOB = \frac{8}{12} \cdot 360^\circ = 240^\circ$$



Ответ: 240° .

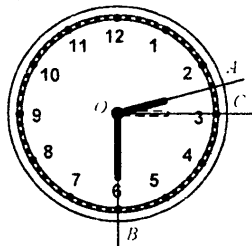
г) 11 ч



Найдем угол: $\angle AOB = \frac{11}{12} \cdot 360 = 330^\circ$.

Ответ: 330° .

д) 14 ч 30 мин = 2 ч 30 мин, т.к. на циферблате только 12 делений.



Найдем $\angle AOC$:

$$\angle AOC = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 15^\circ$$

$$\angle COB = 90^\circ$$

Имеем: $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$.

Ответ: 105° .

589

9,1	
: 13	0,7
+ 0,9	1,6
· 2,5	4
- 2,8	1,2
	1,2

0,8	
· 1,2	0,96
: 0,16	6
- 4,8	1,2
· 0,5	0,6
	0,6

-0,4	
- 0,8	-1,2
· 3	-3,6
+ 1,6	-2
: (-20)	0,1
	0,1

-26	
+ 17	-9
: (-6)	1,5
- 3	-1,5
· 0,2	-0,3
	-0,3

0,7	
: 0,2	3,5
+ 1,5	5
· 0,08	0,4
- 1	-0,6
	-0,6

590

а) $|-2ab| = \left| -2 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot (-1,4) \right| = 1,2;$

б) $|c| + |d| = |-0,8| + |0,7| = 0,8 + 0,7 = 1,5;$

в) $\left| \frac{m}{n} - 3k \right| = \left| \frac{1,6}{-3} - (-0,4 \cdot 3) \right| = \left| -\frac{8}{15} + \frac{6}{5} \right| = \left| -\frac{8}{15} + \frac{18}{15} \right| = \left| \frac{10}{15} \right| = \frac{2}{3}.$

591

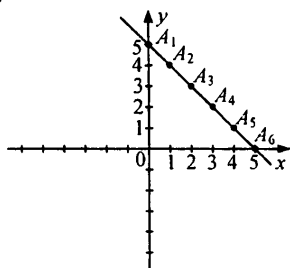
а) Если фигура является четырехугольником, то это многоугольник. Обратное неверно. Пример: треугольник является многоугольником, но не является четырехугольником.

б) Если отрицательное число возвести в квадрат, то получим положительное число.

Обратное неверно. Пример: число 2 положительное, но оно не является квадратом отрицательного.

592

- а) в I четверти
- б) в III четверти
- в) во II четверти
- г) в начале координат
- д) в IV четверти
- е) на оси Oy .

593

Гипотеза: все такие точки расположены на одной прямой.

594

$$a) 3(8a - 6) - 2(9 + 4b) + 8(b - 3a) =$$

$$= 24a - 18 - 18 - 8b + 8b - 24a = -36;$$

$$b) -0,5(8m - 7m) + 2,5(-2m + n) - 1,5(4n - 6m) =$$

$$= -4m + 3,5n - 5m + 2,5n - 6n + 9m = 0.$$

595

$$a) 6 - 2(x + 7) = 4(2x - 3) - 12x; \quad 6 - 2x - 14 = 8x - 12 - 12x;$$

$$12x - 8x - 2x = 14 - 12 - 6; \quad 2x = -4; \quad x = -2.$$

Ответ: -2.

$$b) 3,8y - 1,5(5 - 2y) = 2,6(y - 3) - 0,9(2 - 4y);$$

$$3,8y - 7,5 + 3y = 2,6y - 7,8 - 1,8 + 3,6y;$$

$$3,8y + 3y - 2,6y = 7,5 - 7,8 - 1,8; \quad 0,6y = -2,1; \quad y = -3,5.$$

Ответ: -3,5.

596

a) Пусть одна часть составляет x . Тогда число разбивается на $2x$; $2,5x$; $4,5x$.

$$\text{Имеем: } 2x + 2,5x + 4,5x = 360; \quad 9x = 360; \quad x = 40.$$

Следовательно, число состоит из $2 \cdot 40 = 80$, $2,5 \cdot 40 = 100$, $4,5 \cdot 40 = 180$.

Ответ: 80; 100; 180.

b) Пусть в одной части содержится x га. площади. тогда на 1-м уча-

стке — $(0,4 \cdot x)$ га, на 2-м — $\left(1\frac{2}{3} \cdot x\right)$ га, на 3-м — $\left(\frac{14}{15} \cdot x\right)$ га. Сумма

их площадей равна 90, имеем:

$$0,4x + 1\frac{2}{3}x + \frac{14}{15}x = 90; \quad \frac{2}{5}x + \frac{5}{3}x + \frac{14}{15}x = 90;$$

$$\frac{6 + 10 + 14}{15}x = 90; \quad \frac{30}{15}x = 90; \quad x = 45. \text{ га}$$

Следовательно, площадь 1-го участка составляет $0,4 \cdot 45 = 18$ га,

3-го участка — $\frac{14}{15} \cdot 45 = 42$ га.

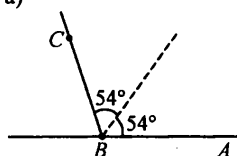
Найдем разницу площадей третьего и первого участков:

$$42 - 18 = 24 \text{ га.}$$

Ответ: 24 га.

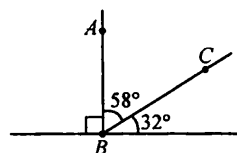
598

а)



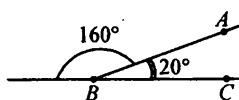
$$\angle ABC = 108^\circ$$

б)



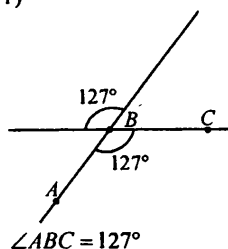
$$\angle ABC = 58^\circ$$

в)



$$\angle ABC = 20^\circ$$

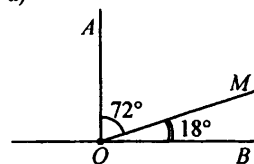
г)



$$\angle ABC = 127^\circ$$

599

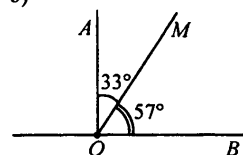
а)



Пусть $\angle MOB = x^\circ$, тогда $\angle AOM = (4x)^\circ$. В сумме они дают 90° , имеем: $x + 4x = 90$; $5x = 90$; $x = 18^\circ$

Следовательно, $\angle MOB = 18^\circ$, $\angle AOM = 4 \cdot 18 = 72^\circ$.

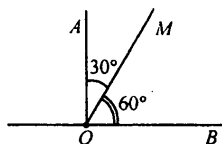
б)



Пусть $\angle AOM = x^\circ$, тогда $\angle MOB = (24 + x)^\circ$. В сумме они дают 90° , имеем: $x + 24 + x = 90$; $2x = 66$; $x = 33^\circ$.

Следовательно, $\angle AOM = 33^\circ$, $\angle MOB = 57^\circ$.

в)

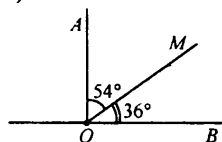


Пусть $\angle MOB = x^\circ$, тогда $\angle AOM = \left(\frac{x}{2}\right)^\circ$. В сумме они дают 90° ,

имеем: $x + \frac{x}{2} = 90$; $\frac{3x}{2} = 90$; $x = 60^\circ$.

Следовательно, $\angle MOB = 60^\circ$, $\angle AOB = 30^\circ$.

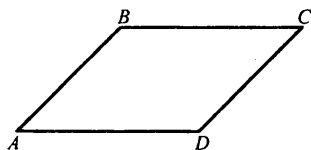
г)



Пусть $\angle MOB = x^\circ$, тогда $\angle AOB = (x + 0,5x) = (1,5x)^\circ$. В сумме они оставляют 90° . имеем: $x + 1,5x = 90$; $2,5x = 90$; $x = 36^\circ$.

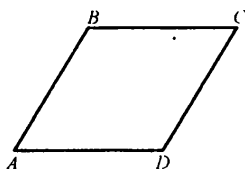
Следовательно, $\angle MOB = 36^\circ$, $\angle AOB = 54^\circ$.

600



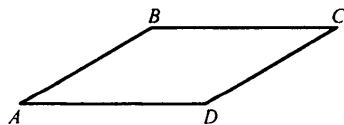
$$\angle A = \angle C = 45^\circ$$

$$\angle B = \angle D = 135^\circ$$



$$\angle A = \angle C = 60^\circ$$

$$\angle B = \angle D = 120^\circ$$



$$\angle A = \angle C = 30^\circ$$

$$\angle B = \angle D = 150^\circ$$

Гипотеза: противоположные углы в параллелограмме равны.

601

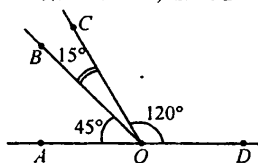
Пусть одна часть составляет x° , тогда $\angle AOB = x^\circ$, $\angle BOC = \left(\frac{1}{3} \cdot x\right)^\circ$,

$$\angle COD = \left(2\frac{2}{3}x\right)^\circ.$$

В сумме они составляют 180° , имеем:

$$x + \frac{x}{3} + 2\frac{2}{3}x = 180^\circ; 4x = 180; x = 45^\circ$$

Следовательно, $\angle AOB = 45^\circ$, $\angle BOC = 15^\circ$, $\angle COD = 120^\circ$.

**602**

Пусть одна сторона — x см, вторая сторона — y см. Периметр равен 12 см, имеем:

$$2(x + y) = 12; x + y = 6; y = 6 - x$$

Следовательно, площадь прямоугольника $S = xy = x(6 - x)$.

x	0	1	2	2,5	3	3,5	4	5	6
S	0	5	8	8,75	9	8,75	8	5	0

Гипотеза: прямоугольник имеет наибольшую площадь, когда это квадрат.

603

$$|a + b| = |-5,4 + 0,84| = |-4,56| = 4,56$$

$$|a| + |b| = |-5,4| + |0,84| = 5,4 + 0,84 = 6,24$$

$$\text{Гипотеза: } |a + b| \leq |a| + |b|.$$

Можем считать, что одно число больше либо равно другому: $a \geq b$.

Рассмотрим все случаи:

$$1) a \geq b \geq 0: |a + b| = a + b, |a| + |b| = a + b \Rightarrow |a + b| = |a| + |b|;$$

$$2) a \geq 0, b < 0: |a + b| = a + b, |a| + |b| = a - b, |a + b| < |a| + |b|;$$

$$3) 0 \geq a \geq b: |a + b| = -(a + b) = -a - b, |a| + |b| = -a - b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |a + b| = |a| + |b|. \text{ Доказали.}$$

604

$$\text{а) } 5(2x + 6) - 3(x + 4) = 7x; 10x + 30 - 3x - 12 = 7x;$$

$$18 = 0 \text{ — противоречие } \Rightarrow \text{ корней нет.}$$

Ответ: \emptyset .

$$6) 1,6(y-2) - 0,4(5-3y) = -0,8(4y+2);$$

$$1,6y - 3,2 - 2 + 1,2y = -3,2y - 1,6; \quad 6y = 3,6; \quad y = 0,6.$$

605

$$19,44 : \left(\frac{5}{6} \cdot 2,4 - 1,5 : \left(2\frac{3}{7} - 1\frac{5}{14} \right) - \frac{\left(27\frac{2}{5} - 36,2 \right) : 1\frac{5}{6}}{4,04 : (0,52 + 2,005)} \right) =$$

$$= 19,44 : \left(\frac{2 - 1,5 : \left(1\frac{1}{14} \right)}{\frac{16}{3} : \frac{18}{7} \cdot \frac{27}{8} : \frac{7}{5}} - \frac{(-8,8) : \frac{11}{6}}{4,04 : (2,525)} \right) =$$

$$= 19,44 : \left(\frac{2 - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{15}}{\frac{16}{3} \cdot \frac{7}{18} \cdot \frac{27}{8} \cdot \frac{5}{7}} + \frac{\frac{88}{10} \cdot \frac{6}{11}}{1,6} \right) =$$

$$= 19,44 : \left(\frac{0,6}{-5} + \frac{4,8}{1,6} \right) = 19,44 : (-0,12 + 3) = 19,44 : 2,88 = 6,75$$

Пусть одна часть — x . Тогда нужно разделить число на части как $5x$ и $4x$, имеем:

$$5x + 4x = 6,75; \quad 9x = 6,75; \quad x = 0,75$$

Следовательно, число делим как $5 \cdot 0,75 = 3,75$ и $4 \cdot 0,75 = 3$.

Ответ: 3,75 и 3.

606

Ответ: 20° .

607

Найдем длину дистанции S :

$$1) S = 5032 \text{ м} + 5032 \text{ дм} + 5032 \text{ см} + 5032 \text{ мм} = \\ = 5032 \text{ м} + 503,2 \text{ м} + 50,32 \text{ м} + 5,032 \text{ м} = 5590,552 \text{ м}$$

Найдем количество прыжков n :

$$2) n = \frac{S}{5} = \frac{5590,552}{5} = 1118,1104.$$

Следовательно, нужно сделать 1119 прыжков, чтобы полностью преодолеть дистанцию.

Ответ: 1119.

§ 4. Симметрия фигур

1. Красота и симметрия

608

Симметрия: крылья бабочки, снежинка. Асимметрия: карта России.

609

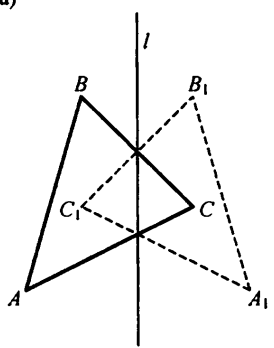
Они симметричны.

610

а) нет; б) да; в) нет.

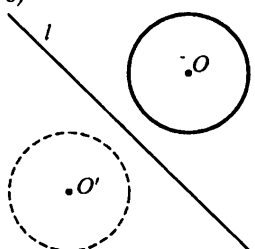
611

а)



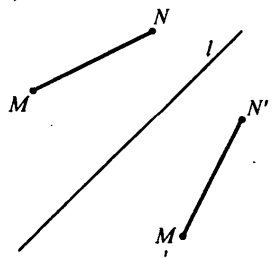
$\Delta A_1B_1C_1$ симметричен ΔABC относительно прямой l .

б)



Окружность с центром в O' имеем — на данной.

в)



Отрезок $M'N'$ симметричен отрезку MN относительно l .

612

- а) нет; г) да;
 б) нет; д) да.
 в) нет;

613

- а) да;
 б) нет;
 в) нет.

614

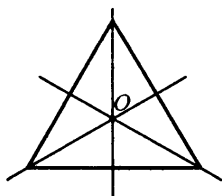
- а) 120° по часовой стрелке или против;
 б) 90° по часовой стрелке или против;
 в) 60° по часовой стрелке или против;
 г) любой угол по часовой стрелке или против.
 O — центр симметрии для фигур б, в, г.

615

- а) нет;
 б) нет;
 в) нет.

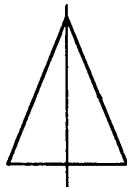
616

- а) равносторонний треугольник



2-я фигура

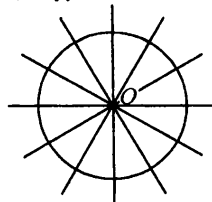
- б) равнобедренный треугольник



1-я фигура

- г) «параллелограмм» —
 нет осей симметрии

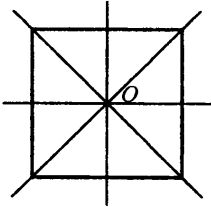
- д) окружность



4-я фигура

- O — центр симметрии
 Окружность является
 «самой симметричной».

в) квадрат



3-я фигура

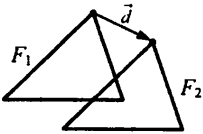
O — центр симметрии

617

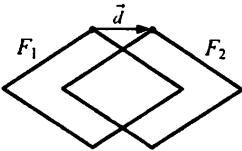
а), б), в), г), д).

618

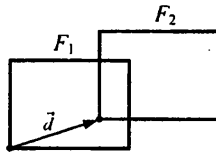
а)



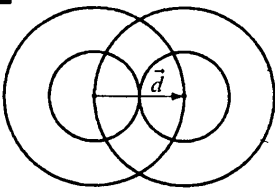
б)



в)



619



$$|\vec{d}| = 2 \text{ см}$$

620

а) n -й член — $\frac{1}{n}$

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$

г) n -й член: $2 + 3n$

$$5, 8, 11, 14, 17, \dots, 2 + 3n, \dots$$

б) n -й член — $(-n^2)$

$-(1)^2, -(2)^2, -(3)^2, -(4)^2, -(5)^2, \dots, -n^2$

в) n -й член — $3 \cdot n$

$3, 6, 9, 12, 15, \dots, 3 \cdot n$

д) n -й член: $(1 + (-1)^{n+1}) : 2$

$1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots, \frac{1 + (-1)^{n+1}}{2}$

е) n -й член:

$$a_n = \begin{cases} n, & \text{если } n\text{-нечетное} \\ \frac{1}{n}, & \text{если } n\text{-четное} \end{cases}$$

621

а) Истинно.

б) Ложно. Пример: возьмем $b = -1$.

Тогда $-1 < 1$, но $\frac{1}{(-1)} < 1$.

в) Ложно. Пример: возьмем $x = -2$.

Тогда $-2 < 1$, но $|-2| = 2 > 1$.

г) Истинно.

622

a	12	7	-5	4	0,9	2,5	0
b	3	8	2	-6	1,4	0,7	-5
$a - b$	9	-1	-7	10	-0,5	1,8	5
$b - a$	-9	1	7	-10	0,5	-1,8	-5

Вывод: $\forall a, b \in \mathbb{Q} : a - b = -(b - a)$.

623

а) $\frac{1,2 - 0,12}{0,12 - 1,2} = -1;$

г) $\frac{78,9 - 7\frac{8}{9}}{7\frac{8}{9} - 78,9} = -1;$

б) $\frac{3,3 - \frac{3}{33}}{\frac{3}{33} - 3,3} = -1;$

д) $\frac{m - n}{n - m} = -1.$

в) $\frac{\frac{4}{56} - 4,56}{4,56 - \frac{4}{56}} = -1;$

624

$$\begin{aligned} \text{а) } & (-1)^1 \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot \dots \cdot (-1)^{2000} = \\ & = (-1)^{1+2000} \cdot (-1)^{2+1999} \cdot (-1)^{3+1998} \cdot (-1)^{1000+1001} = \\ & = \underbrace{(-1)^{2001} \cdot (-1)^{2001} \cdot \dots \cdot (-1)^{2001}}_{1000 \text{ раз}} = \left((-1)^{2001} \right)^{1000} = (-1)^{1000} = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & (-1)^1 \cdot (-1)^2 \cdot \dots \cdot (-1)^{2001} = \\ & = \underbrace{(-1)^1 \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot \dots \cdot (-1)^{2000}}_{\parallel} \cdot (-1)^{2001} = (-1)^{2001} = -1; \end{aligned}$$

$$\text{в) } 2^{2000} + (-2)^{2000} = 2^{2000} + 2^{2000} = 2 \cdot 2^{2000} = 2^{2001};$$

$$\text{г) } 5^{2001} + (-5)^{2001} = 5^{2001} - 5^{2001} = 0;$$

$$\text{д) } \underbrace{99\dots9}_{100 \text{ цифр}} : \underbrace{99}_{100 \text{ цифр}} = \underbrace{11\dots1}_{100 \text{ цифр}} : \underbrace{11}_{99 \text{ цифр}} = \underbrace{101010\dots1}_{99 \text{ цифр}};$$

$$\begin{aligned} \text{е) } & \underbrace{999\dots9}_{100 \text{ цифр}} : \underbrace{999\dots9}_{50 \text{ цифр}} = \underbrace{11\dots1}_{100 \text{ цифр}} : \underbrace{11\dots1}_{50 \text{ цифр}} = \left(\underbrace{11\dots100\dots0}_{50 \text{ цифр}} + \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ цифр}} \right) : \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ цифр}} = \\ & = \underbrace{11\dots100\dots0}_{50 \text{ цифр}} : \underbrace{11\dots1}_{50 \text{ цифр}} + \underbrace{11\dots1}_{50 \text{ цифр}} : \underbrace{11\dots1}_{50 \text{ цифр}} = \underbrace{100\dots0}_{50 \text{ нулей}} + 1 = \underbrace{100\dots01}_{49 \text{ нулей}}. \end{aligned}$$

625

$$\text{а) } |x| = 2,5; \quad x = 2,5 \text{ или } x = -2,5.$$

Ответ: 2,5; -2,5.

$$\text{б) } |x| = -4 \text{ — решений нет, т.к. } |x| \geq 0.$$

Ответ: \emptyset .

$$\text{в) } |x+5| = 0; \quad x+5 = 0; \quad x = -5.$$

Ответ: -5.

$$\text{г) } |2x-3| = 0; \quad 2x-3 = 0; \quad x = \frac{3}{2}.$$

Ответ: $\frac{3}{2}$.

$$\text{д) } |x-2| = -3 \text{ — решений нет, т.к. } |x-2| \geq 0.$$

Ответ: \emptyset .

$$\text{е) } |x+1| = 5; \quad x+1 = 5 \text{ или } -(x+1) = 5; \quad x = 4 \text{ или } x = -6.$$

Ответ: 4; -6.

$$\text{ж) } |4-3x| = 2; \quad 4-3x = 2 \text{ или } -(4-3x) = 2 \Leftrightarrow 3x = 2$$

$$\text{или } 3x = 6; \quad x = \frac{2}{3} \text{ или } x = 2.$$

Ответ: $\frac{2}{3}; 2$.

з) $|2x + 7| = 1$; $2x + 7 = 1$ или $(2x + 7) = 1$; $2x = -6$

или $2x = -8$; $x = -3$ или $x = -4$.

Ответ: -3 ; -4 .

626

а) $\frac{24}{x} + \frac{30}{x+2,5} = 4$;

б) $\frac{30}{x} + \frac{24}{x+2,5} = 4$.

627

а)

	Общая цена	Цена за штуку	Количество
в клетку	80	x	$\frac{80}{x}$
в линейку	80	$x - 1$	$\frac{80}{x - 1}$

на 4
меньше

б)

	Всего квартир	Квартир на 1-м этаже	Этажей
I дом	112	x	$\frac{112}{x}$
II дом	112	$x - 1$	$\frac{112}{x - 1}$

на 2
меньше

в)

	Всего пачек	Упаковывает за 1 мин.	Тратит мин. на упаковку
I автомат	600	x	$\frac{600}{x}$
II автомат	600	$x - 3$	$\frac{600}{x - 3}$

на 10
меньше

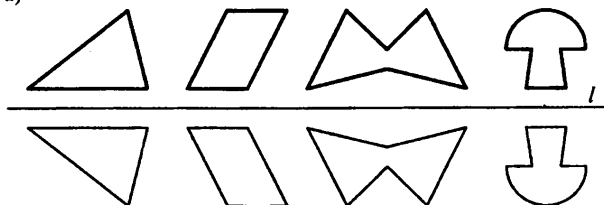
628

б) Осева и центральная симметрии;

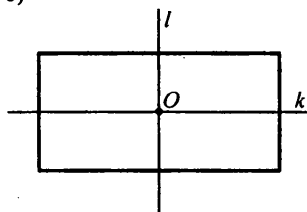
в) Центральная симметрия.

629

а)



б)



l, k — оси симметрии
 O — центр симметрии

в)



Осевая и центральная симметрия.

630

а) $|x| = 2,5$; $x = 2,5$ или $-x = 2,5$; $x = 2,5$ или $x = -2,5$.

Ответ: 2,5; -2,5.

б) $|2x + 9| = 0$; $2x + 9 = 0$; $x = -4,5$.

Ответ: -4,5.

в) $|3x - 1| = 5$; $3x - 1 = 5$ или $-(3x - 1) = 5$; $3x = 6$ или

$3x = -4$; $x = 2$ или $x = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$.

Ответ: 2; $-1\frac{1}{3}$.

г) $|7 - x| = -3$ — решений нет, т.к. $|7 - x| \geq 0$.

Ответ: \emptyset .

631

Пусть у кота Базилио было x монет, тогда у лисы Алисы — $5x$ монет. Если Алиса подарит 16 монет, то у нее останется $(5x - 16)$ монет, у Базилио станет $(x + 16)$ монет. Монет у них станет поровну, имеем:

$$5x - 16 = x + 16; \quad 4x = 32; \quad x = 8.$$

Следовательно, у Базилио — 8 монет, у Алисы $5 \cdot 8 = 40$ монет.

Ответ: 40; 8.

632

$$а) \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{3} \left(\frac{9-3-1}{9}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{27};$$

$$б) -\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} = \frac{-9+3-1}{27} = -\frac{7}{27};$$

$$в) -\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} = \frac{-9-3+1}{27} = -\frac{11}{27};$$

$$г) 0,1 - 0,1^2 - 0,1^3 = 0,1 - 0,01 - 0,001 = 0,089;$$

$$д) -0,1 + (-0,1)^2 + (-0,1)^3 = -0,1 + 0,01 - 0,001 = 0,091;$$

$$е) -0,1 + (-0,1)^2 - (-0,1)^3 = -0,1 - 0,01 + 0,001 = -0,109.$$

633

	Длина пути	Скорость	Время
Должен был	30	x	$\frac{30}{x}$
Проехал	30	$x + 3$	$\frac{30}{x + 3}$

на
20 мин
больше

$$\text{Уравнение: } \frac{30}{x} - \frac{60}{x + 3} = \frac{20}{60}.$$

634

Симметричные слова:

горизонтальная ось: «КОК»

вертикальная ось: «МАДАМ»

палиндромы: «Ешь невытого ты меньше».

635

а) прямоугольный параллелепипед: 3 плоскости;

б) куб: 9 плоскостей;

в) конус — бесконечно много;

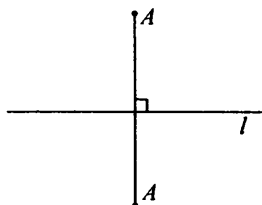
г) цилиндр — бесконечно много;

д) шар — бесконечно много.

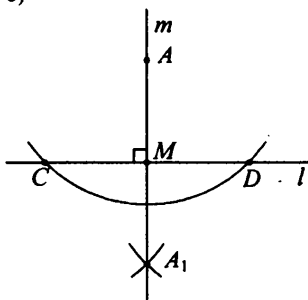
2. Преобразования плоскости. Равные фигуры

637

а)

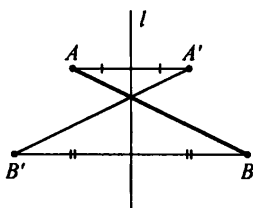


б)

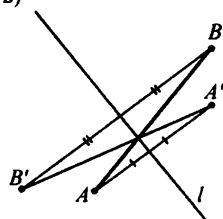


638

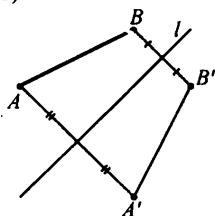
а)



в)

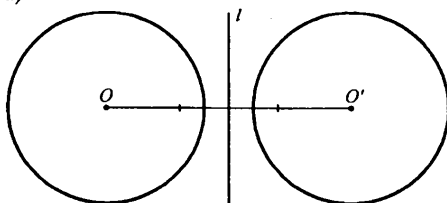


б)

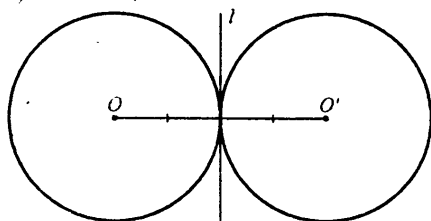


639

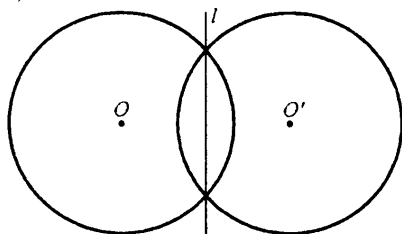
а)



б)

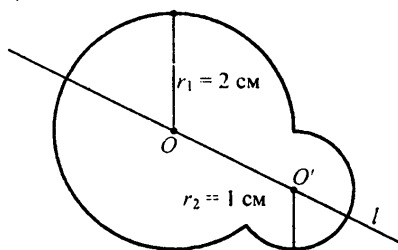


в)



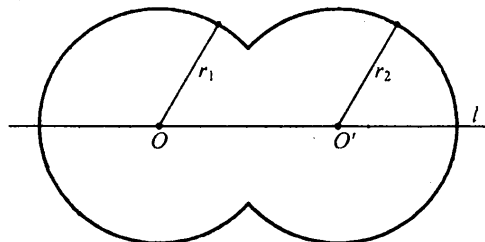
640

а)



l — ось симметрии

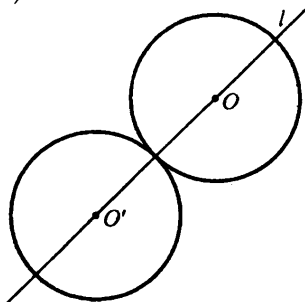
б)



l — ось симметрии

$r_1 = r_2 = 2$ см

в)

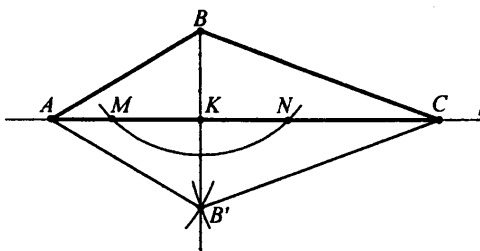


$r = 1,5$ см

l — ось симметрии

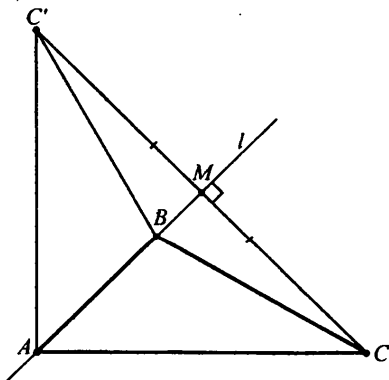
641

а)



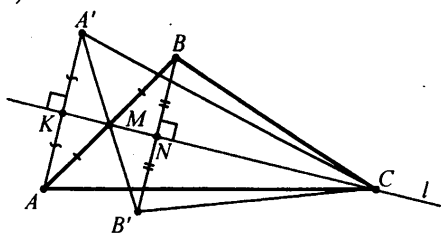
$\triangle AB'C$ — искомый

б)



$\triangle ABC'$ — искомый

в)



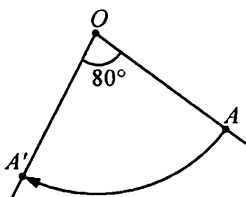
$\Delta A'B'C'$ — искомый

642

Положение точки определяется расстоянием AO и углом $\angle AOA_1$.

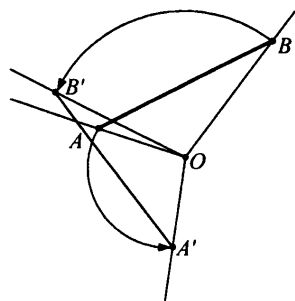
643

а)



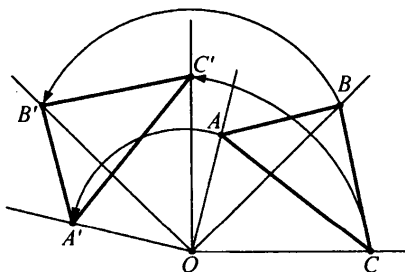
$\alpha = -80^\circ$

б)



$A'B'$ — искомый отрезок

в)

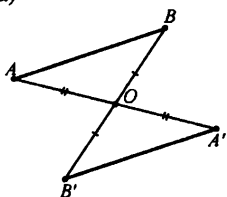


$\Delta A'B'C'$ — искомый

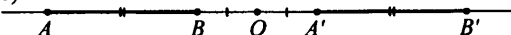
$\Delta A'B'C'' = \Delta ABC$ — второй искомый треугольник

644

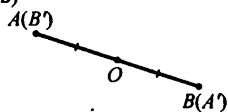
а)

 $A'B'$ — искомый отрезок

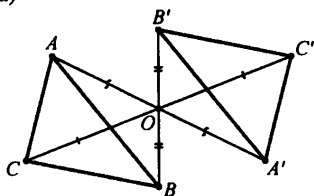
б)

 $A'B'$ — искомый отрезок

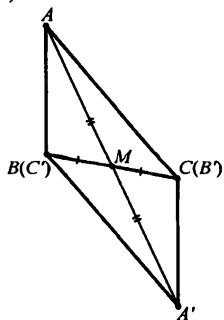
в)

 $A'B'$ — искомый отрезок**645**

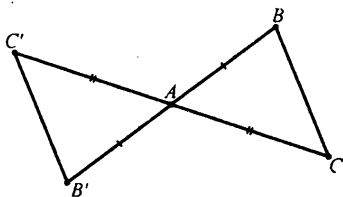
а)

 $\Delta A'B'C'$ — искомый

б)

 $\Delta A'B'C'$ — искомый

в)

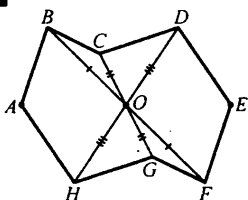


$\triangle A'B'C'$ — искомый

646

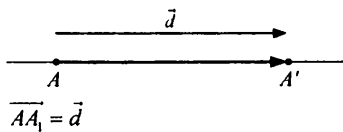
1. M симметрична C , B симметрична K , A симметрична D , C симметрична M .
2. Отрезку BO симметричен отрезок KO относительно точки O .
3. $\triangle AOM$ симметричен $\triangle DOC$ относительно точки O .
4. Четырехугольнику $AOKM$ симметричен четырехугольник $DOBC$.
5. Ломаной $DOBK$ симметрична ломанная $KOAB$.
6. Семиугольнику $ABOCDKM$ симметричен семиугольник $DKOMABC$.

647



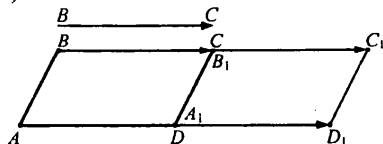
$ABCDEFGH$ — искомая фигура

648



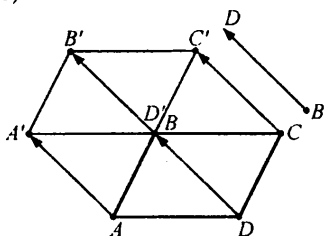
649

а)



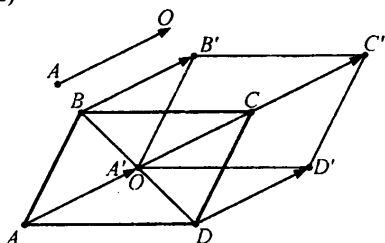
$A_1B_1C_1D_1$ — искомый параллелограмм

б)



$A'B'C'D'$ — искомый параллелограмм

в)

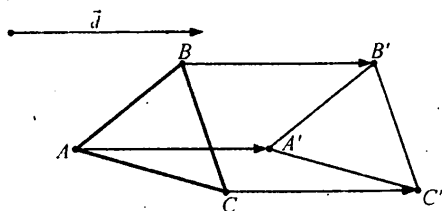


$A'B'C'D'$ — искомый параллелограмм

650

а) Устная.

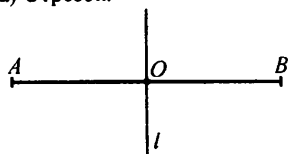
б)



$\Delta A'B'C'$ — искомый

651

а) Отрезок.



O — центр симметрии

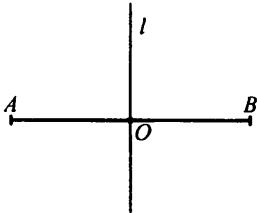
l — ось симметрии

б) Прямая имеет бесконечно много центров симметрии и осей симметрии.

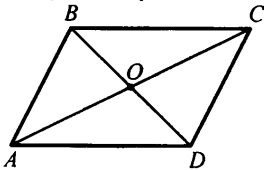
в) Луч не имеет ни центра, ни оси симметрии.

652

а) Отрезок.

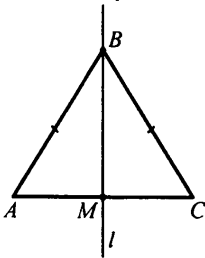


б) Параллелограмм.



O — центр симметрии

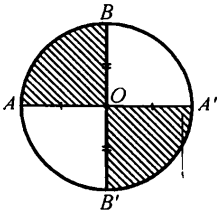
в) Равнобедренный треугольник.



l — ось симметрии

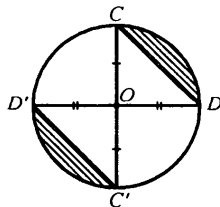
653

а)



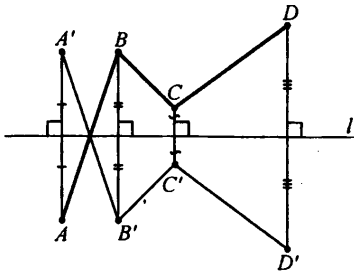
$A'OB'$ — искомый сектор

б)

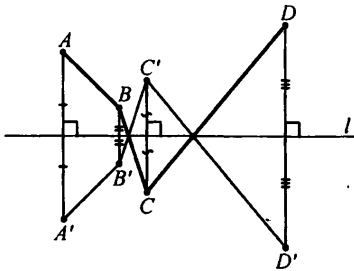


654

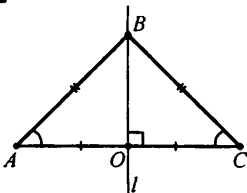
a)



б)

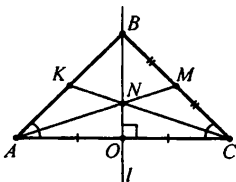


655



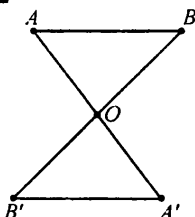
Так как точки A и C симметричны относительно прямой, а точка B лежит на прямой l , то $\triangle AOB$ и $\triangle BOC$ симметричны, следовательно, равны. Отсюда следует, что $AB = BC$ и $\triangle ABC$ — равнобедренный и что $\angle BAO = \angle BCO$.

Докажем пункт в):



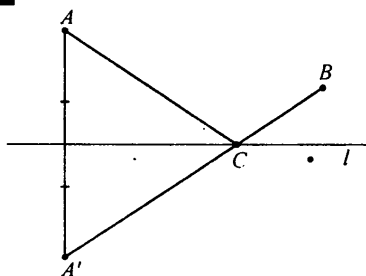
Точки K и M , A и C симметричны относительно l , т.к. сторона AB симметрична BC , отрезки $BM = MC = BK = KA$. Следовательно, равны отрезки NM и NK , а также AN и CN . Имеем:
 $AM = AN + NM = CN + NK = CK$, что и требовалось доказать.

656



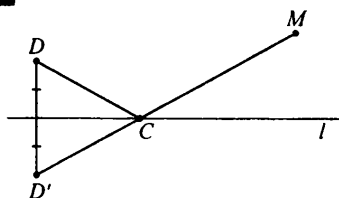
Из равенства AB и $A'B'$ следует равенство $\triangle AOB$ и $\triangle A'OB'$.

657



Отразим A относительно l , получим точку A' . Отрезок $A'B$ пересечет l в точке C . C — искомая точка.

658



Построим D' — точку симметричную D относительно прямой l . отрезок $D'M$ пересечет прямую l в точке C . Она и будет искомой.

659

- а) $2 \cdot 31,8 \cdot 500 = 31800$;
 б) $0,574 \cdot 25 \cdot 4 = 57,4$;
 в) $12,5 \cdot 9,2 \cdot 80 = 9200$;

- г) $5,26 \cdot 0,4 \cdot 50 = 105,2$;
 д) $0,025 \cdot 7,2 \cdot 40 = 7,2$;
 е) $0,2 \cdot 16,4 \cdot 0,5 \cdot 0,1 = 0,164$.

660

- а) $1,23 \cdot 45,6 = 123 \cdot 456 : 1000 = 56088 : 1000 = 56,088$;
 б) $12,3 \cdot 0,456 = 123 \cdot 456 : 10000 = 56088 : 10000 = 5,6088$;
 в) $0,123 \cdot 4560 = 123 \cdot 456 : 100 = 56088 : 100 = 560,88$;
 г) $0,0123 \cdot 4,56 = 123 \cdot 456 : 1000000 = 56088 : 1000000 = 0,056088$.

661

- а) Истинно.
 б) Ложно. Возьмем $b = 0,1$, тогда $b^2 = 0,01$, $b > b^2$. Т.е. $\exists b \in \mathbb{Q}$. $b^2 < b$.
 в) Ложно. Возьмем $m = 0$, $n = -1$, тогда $m + n = -1$, $m - n = 0 - (-1) = 1$.
 Имеем: $m + n < m - n$.
 Т.е. $\exists m, n \in \mathbb{Q}$: $m + n \leq m - n$.
 г) Истинно.

662

- а) $|a| = |-a|$ — истинно;
 б) $-(a \cdot b) = (-a) \cdot (-b)$ — ложно;
 в) $-(a + b) = (-a) + (-b)$ — истинно.

663

- а) $\frac{a+b}{b+a} = 1$;
 б) $\frac{-x-y}{x+y} = -\frac{x+y}{x+y} = -1$;
 в) $\frac{c-d}{d-c} = -\frac{c-d}{c-d} = -1$;
 г) $\frac{-m+n}{n-m} = \frac{n-m}{n-m} = 1$;
 д) сократить нельзя.

664

- а) $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 - 7 \cdot 8 \cdot 9}{7 \cdot 8 \cdot 9 - 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = -\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 - 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 - 7 \cdot 8 \cdot 9} = -1$;
 б) $\frac{51 \cdot 52 \cdot 53 \cdot 54 - 50 \cdot 51 \cdot 52 \cdot 53}{52 \cdot 53 \cdot 54 \cdot 55 - 51 \cdot 52 \cdot 53 \cdot 54} = \frac{51 \cdot 52 \cdot 53 \cdot (54 - 50)}{52 \cdot 53 \cdot 54 \cdot (55 - 51)} = \frac{51 \cdot 4}{54 \cdot 4} = \frac{51}{54}$.

665

- а) $a^2 \geq 0$;
 б) $-a^2 \leq 0$;
 в) $a^2 + 3 > 0$;
 г) $-a^2 - 3 < 0$;
 д) $(a+2)^2 \geq 0$;
 е) $(a-2)^2 \geq 0$;
 ж) $-4(a^2 + 2) < 0$;
 з) $(a-2)^2 + 3(b+4)^2 \geq 0$.

666

а) $2(2-x) + 3(2x+4) = 7; 4 - 2x + 6x + 12 = 7;$

$4x = -9; x = -2,25;$

б) $\frac{6x-4}{5} - \frac{2-x}{4} = \frac{3x+1}{2}; (6x-4) - 4 - 5(2-x) = 10(3x+1);$

$24x - 16 - 10 + 5x = 30x + 10; x = -36;$

в) $10(3y-2) - 5(4y-11) = 25 + 3(5y-2);$

$30y - 20 - 20y + 55 = 25 + 15y - 6; 5y = 16; y = 3,2;$

г) $\frac{15}{x} + \frac{7}{1,2x} = 25; \frac{1}{x} \left(15 + \frac{7}{1,2} \right) = 25;$

$\frac{1}{x} \left(15 + \frac{7}{\frac{6}{5}} \right) = 25; \frac{1}{x} \left(\frac{90}{6} + \frac{35}{6} \right) = 25;$

$\frac{125}{6x} = 25; \frac{5}{6x} = 1; 6x = 5; x = \frac{5}{6}.$

667

Пусть собственная скорость катера — x км/ч. Тогда скорость по течению реки — $(x + 3)$ км/ч, против течения — $(x - 3)$ км/ч. За 3 ч против течения он проплывает столько же, сколько и за $2\frac{1}{3}$ ч про-

тив, имеем:

$3(x-3) = 2\frac{1}{3}(x+3); 3x-9 = 2\frac{1}{3}x+7; \frac{2}{3}x = 16; x = 24 \text{ км/ч.}$

Ответ: 24 км/ч.

668

Найдем время в пути:

1) $6 - 4 = 2$ ч

Пусть он потратит x ч на путь по течению, тогда на путь против течения — $(2 - x)$ ч. Скорость по течению равна $8 + 2 = 10$ км/ч, против — $(8 - 2) = 6$ км/ч.

Имеем:

2) $10x = 6 \cdot (2 - x); 10x = 12 - 6x; 16x = 12; x = \frac{12}{16} \text{ ч} = 45 \text{ мин.}$

Найдем расстояние:

3) $10 \cdot \frac{12}{16} = 7,5 \text{ км.}$

Ответ: 7,5 км.

669

Пусть скорость автобуса — x км/ч, тогда скорость автомобиля — $(x + 0,6x) = 1,6x$ км/ч.

Время автобуса в пути — $\frac{200}{x}$ ч, автомобиля — $\frac{200}{1,6x}$. Имеем:

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{1,6x} = 1\frac{1}{2}; \quad \frac{200}{x} \left(1 - \frac{1}{1,6}\right) = 1\frac{1}{2};$$

$$\frac{200}{x} \left(1 - \frac{5}{8}\right) = 1\frac{1}{2}; \quad \frac{200}{x} \cdot \frac{3}{8} = 1\frac{1}{2}; \quad \frac{75}{x} = \frac{3}{2};$$

$$3x = 75 \cdot 2; \quad x = 50 \text{ км/ч}$$

Следовательно, скорость автомобиля — $50 \cdot 1,6 = 80$ км/ч.

Ответ: 80 км/ч.

670

а)

	Длина пути	Скорость	Время
Должен	8	x	$\frac{8}{x}$
Проехал	8	$x + 2$	$\frac{8}{x + 2}$

меньше
на
10 мин

$$\frac{8}{x} - \frac{8}{x + 2} = \frac{10}{60}$$

б)

	Длина	Скорость	Время
По течению	20	$10 + x$	$\frac{20}{10 + x}$
Против течения	15	$10 - x$	$\frac{15}{10 - x}$
Плот	9	x	$\frac{9}{x}$

x — скорость течения

$$\frac{20}{10 + x} + \frac{15}{10 - x} = \frac{9}{x}$$

671

$$\text{а) } \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5};$$

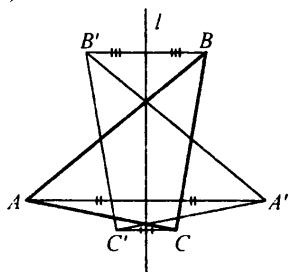
$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \\ & = \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{5-3}{30} = \frac{2}{15}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 16} = \\ & = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} \right) = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{16} \right) = \frac{15}{3 \cdot 16} = \frac{5}{16}; \end{aligned}$$

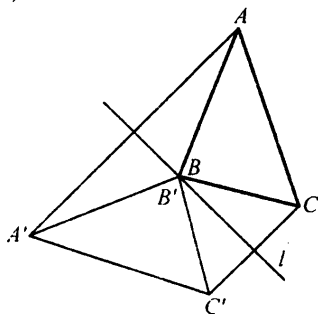
$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 17} + \frac{1}{17 \cdot 20} = \\ & = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{17} + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right) = \\ & = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{20} = \frac{1}{20}. \end{aligned}$$

672

а)

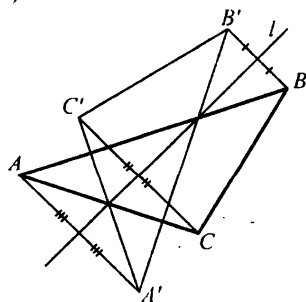


в)



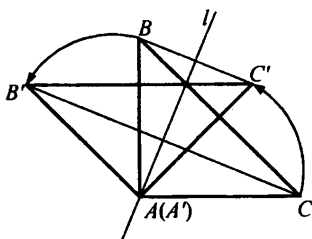
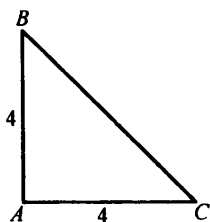
$\Delta A'B'C'$ — искомый

б)

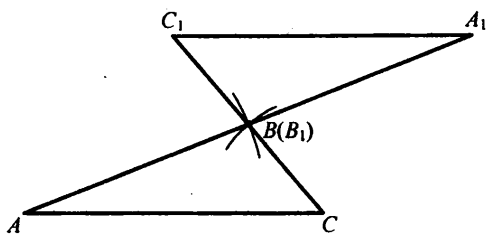


673

а) Равнобедренный треугольник. б), в)



674

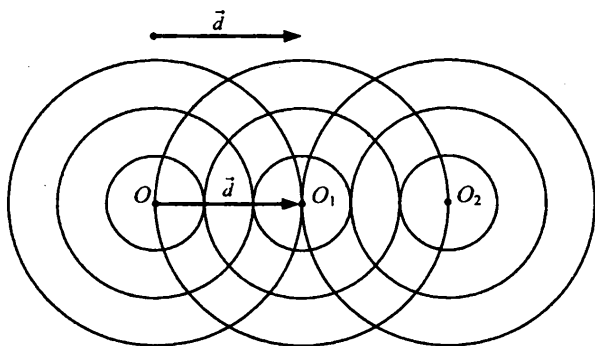


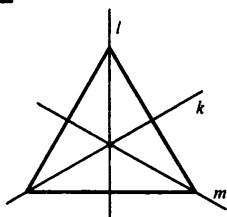
$\Delta A_1B_1C_1$ — искомый.

B — является центром симметрии AA_1C_1 .

675

$r_1 = 1$ см, $r_2 = 2$ см, $r_3 = 3$ см



676

l, k, m — оси симметрии

Центра симметрии нет. Равносторонний треугольник обладает симметрией относительно поворота на 120° .

677

a) $15x - 1 = 3(x - 5); 15x - 1 = 3x - 15;$

$$12x = -14; x = -1\frac{1}{6};$$

б) $\frac{y-4}{2} - \frac{2y+6}{0,5} = -8\frac{2}{5}; y-4 - (2y+6) \cdot 4 = -8,4 \cdot 2;$

$$y-4-8y-24=-16,8; 7y=-11,2; y=-1,6.$$

678

Пусть собственная скорость лодки — x км/ч. Тогда скорость лодки по течению — $(x + 2)$ км/ч, против течения — $(x - 2)$ км/ч. По течению лодка плыла 1,5 ч, против течения — 2 ч 15 мин, имеем:

$$1,5 \cdot (x + 2) = 2\frac{15}{60} \cdot (x - 2); 1,5x + 3 = 2\frac{1}{4} \cdot x - 2\frac{1}{4} \cdot 2;$$

$$1,5x + 3 = 2,25x - 4,5; 0,75x = 7,5; x = 10 \text{ км/ч — собственная скорость лодки.}$$

Ответ: 10 км/ч.

679

Найдем время в пути

1) $4 - 2,5 = 1,5$ ч

Пусть на путь по течению они потратят x ч, тогда на путь против течения — $(1,5 - x)$ ч. Скорость по течению — $(7,5 + 2,5) = 10$ км/ч, против течения — $(7,5 - 2,5) = 5$ км/ч, имеем:

2) $10 \cdot x = 5(1,5 - x); 10x = 7,5 - 5x;$

$$15x = 7,5; x = 0,5 \text{ ч} = 30 \text{ мин. — время по течению.}$$

Найдем наибольшее расстояние, на которое они могут отплыть:

3) $10 \cdot 0,5 = 5$ км

Ответ: 5 км.

680

Пусть через x часов начнется матч, тогда он потратит $\left(x + \frac{15}{60}\right)$ ч,

если пойдет пешком, или $\left(x - \frac{30}{60}\right)$ ч, если поедет на велосипеде. Он

преодолеет одно и то же расстояние, имеем:

$$1) \left(x + \frac{15}{60}\right) \cdot 4 = \left(x - \frac{30}{60}\right) \cdot 16; \quad 4x + 1 = 16x - 8;$$

$$12x = 9; \quad x = \frac{9}{12} \text{ ч} = 45 \text{ мин}$$

Следовательно, он потратит $(45 + 15) = 60$ мин = 1 ч, если пойдет пешком.

Найдем расстояние от дома до стадиона.

$$2) 4 \cdot 1 = 4 \text{ км.}$$

Ответ: 4 км.

681

$$x = \frac{-153,9 : (-3,8) - \left(2\frac{1}{4} - \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{1}{6} - 3\right) + 156,8 \cdot (-0,25)}{(-0,6)^2 : 0,2^3 + (-5)^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2 - (-2)^4} =$$

$$= \frac{40,5 - \left(\frac{9}{4} - \frac{5}{6}\right) : \left(-2\frac{5}{6}\right) + (-39,2)}{\frac{3^2}{0,2} + (-5) \cdot (-2)^2 - 16} =$$

$$= \frac{40,5 + \frac{17}{12} \cdot \frac{6}{17} - 39,2}{45 - 20 - 16} = \frac{1,8}{9} = 0,2.$$

$$0,4 \cdot x = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08.$$

Ответ: 0,08.

682

$$x = \frac{3 + 4,2 : 0,1}{\left(1 : 0,3 - 2\frac{1}{3}\right) \cdot 0,3125} = \frac{3 + 42}{\left(\frac{10}{3} - \frac{7}{3}\right) \cdot 0,3125} = \frac{45}{0,3125} = 144.$$

Составим пропорцию:

$$144 — 3,6\%$$

$$x — 100\%$$

$$0,036 \cdot x = 144; \quad x = 4000.$$

Ответ: 4000.

683Пусть x — скорость поезда по расписанию.

	Расстояние	Скорость	Время
Без увеличения скорости	40	x	$\frac{40}{x}$
С увеличением скорости	40	$x + 15$	$\frac{40}{x + 15}$

на
8 мин
меньше

Уравнение: $\frac{40}{x} - \frac{40}{x + 15} = \frac{8}{60}$.

684

а) $\underbrace{99\dots9}_{100 \text{ цифр}} + 2 = \underbrace{100\dots0}_{100 \text{ нулей}} + 1 = \underbrace{100\dots01}_{99 \text{ нулей}}$;

б) $\underbrace{999\dots9}_{100 \text{ цифр}} + \underbrace{222\dots2}_{100 \text{ цифр}} = \underbrace{100\dots0}_{100 \text{ нулей}} + \underbrace{222\dots21}_{100 \text{ цифр}} = \underbrace{122\dots21}_{101 \text{ цифра}}$;

в) $\underbrace{333\dots3}_{100 \text{ цифр}} \cdot 7 = \underbrace{33\dots3}_{100 \text{ цифр}} \cdot (10 - 3) = \underbrace{33\dots30}_{101 \text{ цифра}} - \underbrace{333\dots3}_{101 \text{ цифр}} \cdot 3 =$
 $= \underbrace{33\dots30}_{101 \text{ цифра}} - \underbrace{999\dots9}_{100 \text{ цифр}} = \underbrace{33\dots30}_{101 \text{ цифра}} - \underbrace{100\dots0}_{101 \text{ цифра}} + 1 = \underbrace{233\dots30}_{101 \text{ цифра}} + 1 = \underbrace{233\dots31}_{101 \text{ цифра}}$;

г) $\underbrace{333\dots3}_{100 \text{ цифр}} \cdot 11 = \underbrace{333\dots3}_{100 \text{ цифр}} \cdot (10 + 1) = \underbrace{333\dots30}_{100 \text{ цифр}} + \underbrace{333\dots3}_{100 \text{ цифр}} \cdot 1 =$
 $= \underbrace{333\dots30}_{101 \text{ цифра}} \cdot 1 + \underbrace{333\dots3}_{101 \text{ цифр}} = \underbrace{3666\dots63}_{101 \text{ цифра}}$.

685

а)
$$\begin{array}{r} \times \text{ КРАБ} \\ 4 \rightarrow \\ \hline \text{БАРК} \end{array} \quad \times \begin{array}{r} 2178 \\ 4 \\ \hline 8712 \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} + \text{ КНИГ А} \\ + \text{ КНИГ А} \\ + \text{ КНИГ А} \rightarrow \\ \hline \text{НАУКА} \end{array} \quad \begin{array}{r} + 28375 \\ + 28375 \\ + 28375 \\ \hline 85125 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} + \text{ ВАГОН} \\ + \text{ ВАГОН} \rightarrow \\ \hline \text{СОСТАВ} \end{array} \quad \begin{array}{r} + 85679 \\ + 85679 \\ \hline 171358 \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} + \text{ ДЕДКА} \\ + \text{ БАБКА} \rightarrow \\ + \text{ РЕПКА} \\ \hline \text{СКАЗКА} \end{array} \quad \begin{array}{r} + 94950 \\ + 80850 \\ + 74350 \\ \hline 250150 \end{array}$$

3. Правильные многоугольники**686**

- а) Восьмиугольник.
Осевая и центральная симметрия.
б) Шестиугольник.
Осевая и центральная симметрия.

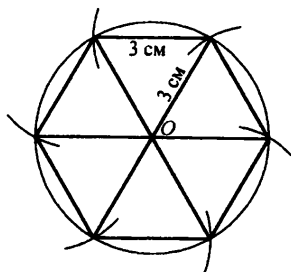
687

a) $P = 6 \cdot a = 6 \cdot 4,5 = 27 \text{ cm};$

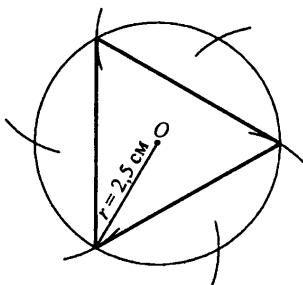
б) $P = 5a = 9; a = 1,8 \text{ cm}.$

688

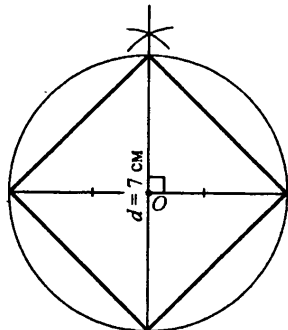
a)



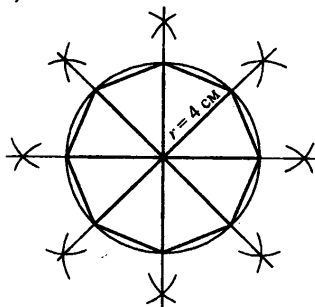
б) $r = 2,5 \text{ cm}$



в) $d = 7 \text{ cm}, r = 3,5 \text{ cm}$

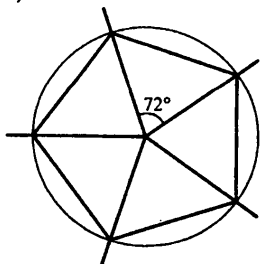


г) $r = 4 \text{ cm}$

**689**

a) $\frac{360^\circ}{n};$

б)



690

$2\alpha = 360^\circ - 90^\circ$; $2\alpha = 270^\circ$; $\alpha = 135^\circ$ — величина угла правильного восьмиугольника.

691

$$n = 3: \quad \alpha = \frac{180(3-2)}{3} = 60^\circ$$

$$n = 4: \quad \alpha = \frac{180(4-2)}{4} = 90^\circ$$

$$n = 5: \quad \alpha = \frac{180(5-2)}{5} = 108^\circ$$

$$n = 6: \quad \alpha = \frac{180(6-2)}{6} = 120^\circ$$

$$n = 9: \quad \alpha = \frac{180(9-2)}{9} = 140^\circ$$

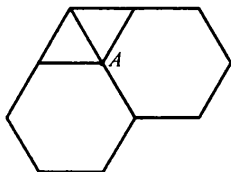
$$n = 12: \quad \alpha = \frac{180(12-2)}{12} = 150^\circ$$

$$n = 15: \quad \alpha = \frac{180(15-2)}{15} = 156^\circ$$

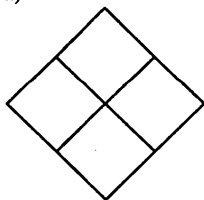
$$n = 20: \quad \alpha = \frac{180(20-2)}{20} = 162^\circ$$

692

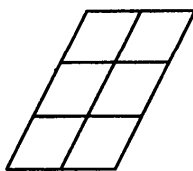
- а) нет в) да
 б) нет г) нет
 в) A — общая вершина

**693**

а)



б)



695

- а) $x - \frac{1}{4} = -0,2$; $x = 0,05$ д) $-3,6x = 0$; $x = 0$
 б) $3,2 - x = 5$; $x = -1,8$ е) $x(-4) = 1$; $x = -0,25$
 в) $-0,9 - x = 0,6$; $x = -1,5$ ж) $2,4 : x = -0,5$; $x = -4,8$
 г) $-x + 1,6 = -2,4$; $x = 4$ з) $-x : 0,25 = 0,8$; $x = -0,2$

696

- а) $\forall a \in \mathbb{Q} : a + (-a) = 0$ — истинно;
 б) $\forall a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} : a \cdot \frac{1}{a} = 1$ — истинно;
 в) $\forall a, b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} : \frac{1}{a \cdot b} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}$ — истинно;
 г) $\forall a, b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} : \frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ — ложно.
 $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ — означает все рациональные числа без 0.

697

- а) $\frac{88\dots8}{100 \text{ цифр}} \cdot \frac{33\dots3}{100 \text{ цифр}} = 8 \cdot \frac{11\dots1}{100 \text{ цифр}} \cdot 3 \cdot \frac{11\dots1}{100 \text{ цифр}} = 24 \cdot \left(\frac{11\dots1}{100 \text{ цифр}}\right)^2$;
 $\frac{55\dots5}{100 \text{ цифр}} \cdot \frac{66\dots6}{100 \text{ цифр}} = 5 \cdot \frac{11\dots1}{100 \text{ цифр}} \cdot 6 \cdot \frac{11\dots1}{100 \text{ цифр}} = 30 \cdot \left(\frac{11\dots1}{100 \text{ цифр}}\right)^2$.
 Следовательно, $55\dots5 \cdot 66\dots6 > 88\dots8 \cdot 33\dots3$, т.к. $30 > 24$.
 б) $252,6 \cdot 3,636 = 25,26 \cdot 10 \cdot 3,636 = 25,26 \cdot 36,36$.

Они равны.

в) $\frac{25}{99} = \frac{25 \cdot 101}{99 \cdot 101} = \frac{2525}{9999}$ — они равны;

г) $\frac{25}{127} = \frac{25 \cdot 101 \cdot 1001}{127 \cdot 101 \cdot 1001} = \frac{2525}{127127} \cdot \frac{1001}{101}$
 $\frac{2524}{127127} < \frac{2525}{127127} < \frac{2525}{127127} \cdot \frac{1001}{101} = \frac{25}{127}$.

Следовательно, $\frac{25}{127} > \frac{2524}{127127}$.

д) $\frac{29}{36} > \frac{27}{36} = \frac{18}{24} > \frac{17}{24}$.

Следовательно, $\frac{29}{36} > \frac{17}{24}$.

е) $\frac{25}{39} < \frac{26}{39} = \frac{2}{3} = \frac{34}{51} < \frac{35}{51} \Rightarrow \frac{25}{39} < \frac{34}{51}$.

698

а) Пусть x — 1-е число, тогда второе — $\frac{2}{7}x$. Разность составляет 6,

$$\text{имеем: } x - \frac{2}{7}x = 6; \quad \frac{5}{7}x = 6; \quad x = 8,4.$$

Следовательно, второе число — $\frac{2}{7} \cdot 8,4 = 2,4$.

Ответ: 8,4; 2,4.

б) Пусть 1-е число — x , тогда второе — $(x - 0,4x) = 0,6x$. Их сумма равна 16,8, имеем: $x + 0,6x = 16,8$; $1,6x = 16,8$; $x = 10,5$.

Следовательно, второе число — $(10,5 \cdot 0,6) = 6,3$.

Ответ: 10,5; 6,3.

699

Пусть всего выпало x мм осадков. В 1-ю неделю выпало $(0,2x)$ мм, во 2-ю — $(0,2x + 0,25 \cdot 0,2x) = 0,25x$ мм. В 3-ю выпало — $\frac{2}{3} \cdot (0,2x + 0,25x) = 0,3x$ мм. В четвертую выпало — $(x - 0,2x - 0,25x - 0,3x) = 0,25x$ мм.

Имеем: $0,25x = 15$; $x = 60$ мм.

Ответ: 6 мм.

700

а) x — скорость грузовика.

	Расстояние	Скорость	Время
Автобус	120	$x + 20$	$\frac{120}{x + 20}$
Грузовик	120	x	$\frac{120}{x}$

на
30 мин
больше

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x + 20} = \frac{30}{60}$$

б) Пусть x — скорость пешехода из А.

	Расстояние	Скорость	Время
Пешеход из А	6	x	$\frac{6}{x}$
Пешеход из В	10	$x + 1$	$\frac{6}{x + 1}$

на
30 мин
меньше

$$\frac{6}{x} - \frac{6}{x + 1} = \frac{30}{60}$$

701

$$a) 4\frac{2}{7} \cdot 8\frac{5}{9} - 4\frac{2}{7} \cdot 6\frac{2}{9} = 4\frac{2}{7} \left(8\frac{5}{9} - 6\frac{2}{9} \right) = 4\frac{2}{7} \cdot 2\frac{3}{9} = \frac{30}{7} \cdot \frac{21}{9} = 10;$$

$$б) -3,52 \cdot 2,4 - 1,48 \cdot 2,4 = 2,4(-3,52 - 1,48) = 2,4 \cdot (-5) = -12;$$

$$в) \frac{3}{5} : 1\frac{2}{5} : 1\frac{2}{7} : 1\frac{2}{9} : 1\frac{2}{11} : 1\frac{2}{13} = \frac{3}{5} : \frac{7}{5} : \frac{9}{7} : \frac{11}{9} : \frac{13}{11} : \frac{15}{13} =$$

$$= \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{13}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

$$г) (-2)^1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (-2)^5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^6 \cdot (-2)^7 =$$

$$= \frac{(-2)^1 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^5 \cdot (-2)^7}{(-2)^2 \cdot (-2)^4 \cdot (-2)^6} = \frac{(-2)^1 \cdot (-2)^1 \cdot (-2)^1 \cdot (-2)^1}{1 \cdot 1 \cdot 1} = 16.$$

702

$$a) |x| - 1 = x$$

$$1. x \geq 0:$$

$$x - 1 = x; \quad -1 = 0 \text{ — корней нет;}$$

$$2. x < 0:$$

$$-x - 1 = x; \quad 2x = -1; \quad x = -0,5.$$

Ответ: -0,5.

$$б) 3|x| + 2x = 5$$

$$1. x \geq 0:$$

$$3x + 2x = 5; \quad 5x = 5; \quad x = 1.$$

$$2. x < 0:$$

$$-3x + 2x = 5; \quad -x = 5; \quad x = -5.$$

Ответ: 1; -5.

$$в) |x| + 2x = -5$$

$$1. x \geq 0:$$

$$x + 2x = -5; \quad 3x = -5; \quad x = -1\frac{2}{3} \text{ — не подходит.}$$

$$2. x < 0:$$

$$-x + 2x = -5; \quad x = -5.$$

Ответ: -5.

$$г) x - |x| = -0,4$$

$$1. x \geq 0:$$

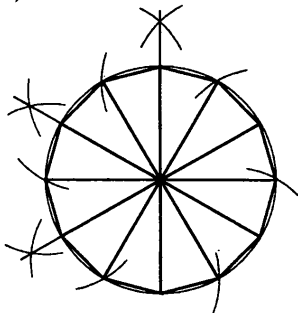
$$x - x = -0,4; \quad 0 = -0,4 \text{ — противоречие.}$$

$$2. x < 0:$$

$$x - (-x) = -0,4; \quad 2x = -0,4; \quad x = -0,2.$$

703

- а) Устное.
б)

**704**

- а) $2\alpha = 360^\circ - 60^\circ$; $2\alpha = 300^\circ$; $\alpha = 150^\circ$ — величина угла правильного двенадцатиугольника.
б) Можно.

705

Пусть 1 кг картофеля стоит x руб., тогда 1 кг моркови стоит $(x + 1,8)$ руб. За 3 кг картофеля и 4 кг моркови заплатили 57,6 руб. Имеем:

$$1) 39x + 4(x + 1,8) = 57,6; 3x + 4x + 7,2 = 57,6;$$

$$7x = 50,4; x = 7,2 \text{ — цена за 1 кг картофеля.}$$

Следовательно, морковь стоит — $(7,2 + 1,8) = 9$ руб.

Найдем на сколько процентов картофель дешевле моркови:

$$2) (9 - 7,2) \cdot 100\% = 20\%$$

Ответ: 20%.

706

x — скорость 2-го пешехода

	Расстояние	Скорость	Время
1-й пешеход	6	$x + 0,5$	$\frac{6}{x + 0,5}$
2-й пешеход	6	x	$\frac{6}{x}$

на 15 мин
больше

$$\frac{6}{x} - \frac{6}{x + 0,5} = \frac{15}{60}$$

707

a) $2|x| - x = 4$

1. $x \geq 0$:

$2x - x = 4; x = 4.$

2. $x < 0$:

$2(-x) - x = 4; -3x = 4; x = -1\frac{1}{3}.$

Ответ: 4; $-1\frac{1}{3}.$

б) $|x| - 8 = -3x$

1. $x \geq 0$:

$x - 8 = -3x; 4x = 8; x = 2.$

2. $x < 0$:

$(-x) - 8 = -3x; 2x = 8; x = 4$ — не подходит.

Ответ: 2.

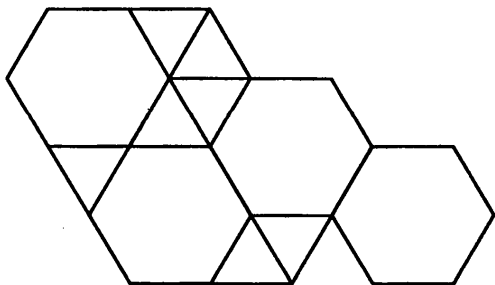
708

a) $\left(1,6 \cdot 1,5 - \left(1\frac{3}{5}\right)^2\right) : 1\frac{3}{5} = (1,6 \cdot 1,5 - (1,6)^2) : 1,6 =$

$= 1,6 \cdot 1,5 : 1,6 - (1,6)^2 : 1,6 = 1,5 - 1,6 = -0,1;$

б) $\frac{1\frac{1}{3} \cdot (-54,54)}{-121,2} = \frac{4 \cdot 54,54}{3 \cdot 121,2} = \frac{12,18}{30,3} = 0,6;$

в) $\frac{0,3 \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right) \cdot 0,15}{-1,2 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot 0,36} = -\frac{0,3 \cdot 0,15 \cdot \frac{4}{3}}{1,2 \cdot 0,36 \cdot \frac{5}{6}} = -\frac{0,3 \cdot 0,15 \cdot 4 \cdot 6}{1,2 \cdot 0,36 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{1}{6}.$

709

710

Нельзя, у параллелепипеда 6 граней.

4. Правильные многогранники

711

Общее свойство:

$$\text{грани} + \text{вершины} - \text{ребра} = 2$$

712

а)

	Р	В	Г
Тетраэдр	6	4	4
Гексаэдр	12	8	6
Октаэдр	12	6	8
Додекаэдр	30	20	12
Икосаэдр	30	12	20

б) выполняется

713

а) додекаэдр

г) тетраэдр

б) октаэдр

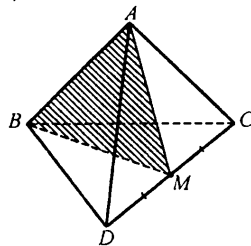
д) гексаэдр (куб)

в) икосаэдр

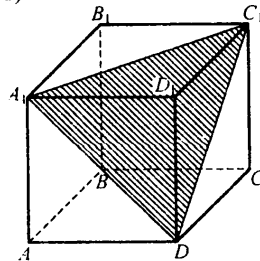
714

а) Усеченный тетраэдр, усеченный куб.

б)



в)



715

$$\boxed{O} \quad -0,6 - 0,8 = -1,4$$

$$\boxed{S} \quad -2\frac{7}{12} - 1\frac{3}{4} = -4\frac{1}{3}$$

$$\boxed{C} \quad -5,4 : 0,06 = -90$$

$$\boxed{A} \quad -10 : (-18) = \frac{5}{9}$$

$$\boxed{G} \quad -\frac{3}{11} \cdot 5,5 = -1,5$$

$$\boxed{E} \quad -1\frac{8}{9} : 3,4 = -\frac{5}{9}$$

$$\boxed{L} \quad 3,2 - 9 = -5,8$$

$$\boxed{K} \quad 9,6 : (-0,001) = -9600$$

$$\boxed{U} \quad 20 : (-0,4) = -50$$

$$\boxed{N} \quad -3\frac{11}{15} + 8\frac{2}{5} = 4\frac{2}{3}$$

$$\boxed{B} \quad -0,15 : 1,5 = -0,1$$

$$\boxed{T} \quad -50 \cdot (-0,16) = 8$$

STELLA OCTANGULA

716

$$A = \frac{8 + 14 + 52 + 67 + 93 + 126}{6} = \frac{360}{6} = 60$$

$$a) \frac{0,8 + 1,4 + 5,2 + 9,3 + 12,6}{6} = \frac{A}{100} = \frac{60}{10} = 6;$$

$$b) \frac{800 + 1400 + 5200 + 6700 + 9300 + 12600}{6} = 100 \cdot A = 100 \cdot 60 = 6000.$$

717

Пусть время лодки в пути — x ч, тогда теплоход был в пути

$\left(x - 1 - \frac{1}{4}\right) = x - 1\frac{1}{4}$ ч. Скорость лодки — $\frac{24}{x}$ км/ч, теплохода —

$$\frac{24}{\left(x - 1\frac{1}{4}\right)} \text{ км/ч.}$$

Они соотносятся друг с другом как $1,5 : 4$, имеем:

$$1) 4 \cdot \frac{24}{x} = 1,5 \cdot \frac{24}{x - 1\frac{1}{4}}; \quad \frac{4}{x} = \frac{1,5}{x - 1,25}; \quad 4(x - 1,25) = 1,5x;$$

$$4x - 5 = 1,5x; \quad 2,5x = 5; \quad x = 2 \text{ ч.}$$

Найдем скорость теплохода:

$$2) \frac{24}{2 - 1\frac{1}{4}} = \frac{24}{\frac{3}{4}} = 32 \text{ км/ч}$$

Ответ: 32 км/ч.

718

Пусть пароход шел по течению — x ч, тогда против течения — $(10 - x)$ ч. Скорость по течению $30 + 2 = 32$ км/ч, против течения — $(30 - 2) = 28$ км/ч. Против течения он прошел — $(224 - 224 \cdot 0,625) = 84$ км. Имеем:

$$1) 32 \cdot x + 28 \cdot (10 - x) = 224 + 84; \quad 32x + 280 - 28x = 308;$$

$$4x = 28; \quad x = 7 \text{ ч.}$$

Следовательно, по течению он плыл 7 ч, против — 3 ч. Найдем среднюю скорость:

$$2) V_{\text{ср}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{224 + 84}{7 + 3} = \frac{308}{10} = 30,8 \text{ км/ч.}$$

720

Пусть собственная скорость катера — x км/ч, тогда скорость по течению — $(x + 2,4)$ км/ч, а против течения — $(x - 2,4)$ км/ч. За 4 ч против течения катер прошел столько же, сколько за 3,5 ч по течению, имеем:

$$4 \cdot (x - 2,4) = 3,5 \cdot (x + 2,4); \quad 4x - 9,6 = 3,5x + 8,4;$$

$$0,5x = 18; \quad x = 36 \text{ км/ч — собственная скорость катера.}$$

Ответ: 36 км/ч.

721

$$\frac{9}{55} - \frac{9}{44} : 1,5 + \frac{4}{11} = \frac{1,8 \cdot 0,25 - 3,36 : 3,2}{x};$$

$$1,2 : 0,75 - 2 \frac{6}{25} : 5,6$$

$$\frac{1,8}{11} - \frac{1,5}{11} + \frac{4}{11} = \frac{0,45 - 1,05}{x}; \quad \frac{4,3}{1,6 - \frac{10}{25}} = \frac{-0,6}{x};$$

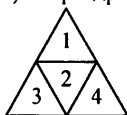
$$\frac{43}{12 \cdot 11} = \frac{-0,6}{x}; \quad 43x = -0,6 \cdot 12 \cdot 11; \quad x = -\frac{72 \cdot 11}{430};$$

$$x = -\frac{792}{430}; \quad x = -1 \frac{362}{430}; \quad x = -1 \frac{181}{215}$$

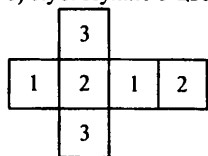
Ответ: $-1 \frac{181}{215}$.

722

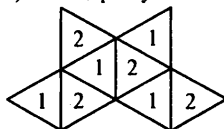
а) Тетраэдр. Нужно 4 цвета.



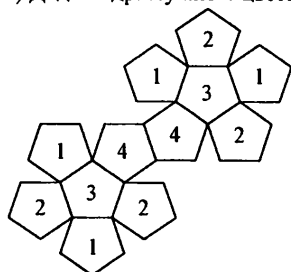
б) Куб. Нужно 3 цвета.



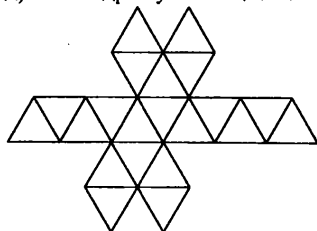
в) Октаэдр. Нужно 2 цвета.



г) Додекаэдр. Нужно 4 цвета.



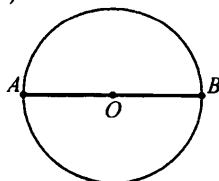
д) Икосаэдр. Нужно 3 цвета.



Задачи для самопроверки

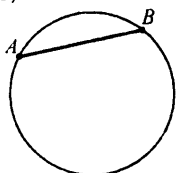
723

а)



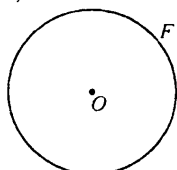
AB — диаметр

б)



AB — хорда

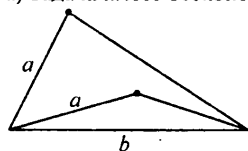
в)



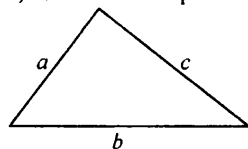
F — окружность

725

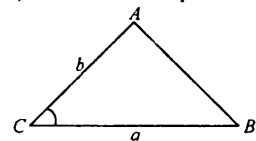
а) Задача имеет бесконечно много решений



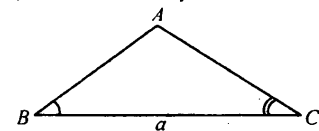
б) Единственное решение



в) Единственное решение



г) Единственное решение



726

а) $-5x + 7 = 4x - 8$; $9x = 15$; $x = \frac{15}{9}$; $x = 1\frac{2}{3}$;

б) $2\left(\frac{y}{7} - 3\right) + 1,5 = y + \frac{5}{14}$; $\frac{2y}{7} - 6 + 1,5 = y + \frac{5}{14}$;

$\frac{5y}{7} = -4,5 - \frac{5}{14}$; $10y = -63 - 5$; $10y = -68$; $y = -6,8$;

в) $3(5 - 2z) - 4(z + 6) = -5(2z + 3)$;

$15 - 6z - 4z - 24 = -10z - 15$; $-9 = -15$ — решений нет.

Ответ: \emptyset .

г) $-0,7x - 2(0,4x - 2,8) = -1,6 + 3(-0,5x + 2,4)$;

$-0,7x - 0,8x + 5,6 = -1,6 - 1,5x + 7,2$;

$-1,5x + 7,2 = -1,5x + 7,2$ — верно при любом $x \in \mathbb{Q}$.

Ответ: \mathbb{Q} .

727

Пусть x — скорость катера по течению, тогда скорость против течения

— $\left(x - \frac{16\frac{2}{3}}{100}x\right) = \frac{5}{6}x$ км/ч. Скорость течения равна $\frac{x - \frac{5}{6}x}{2} = \frac{1}{12}x$ км/ч.

Найдем скорость катера:

1) $\frac{1}{2} \cdot x + 1\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6}x = 58$; $\frac{x}{2} + \frac{20}{18}x = 58$;

$9x + 20x = 18 \cdot 58$; $29x = 1044$; $x = 36$ км/ч.

Найдем скорость течения:

2) $\frac{36}{12} = 3$ км/ч.

Найдем расстояние, которое проплывет плот:

3) $3 \cdot 2\frac{2}{3} = 3 \cdot \frac{8}{3} = 8$ км.

Ответ: 8 км.

728

Найдем, на сколько автомобиль сокращает расстояние за 1 ч:

1) $75 \cdot 0,28 = 21$ км/ч.

Найдем, через сколько времени выехал автомобиль:

2) $12 \text{ ч } 15 \text{ мин} - 11 \text{ ч } 35 \text{ мин} = 40 \text{ мин} = \frac{2}{3} \text{ ч}$.

Найдем, какое расстояние между ними в момент выезда автомобиля:

$$3) 75 \cdot \frac{2}{3} = 50 \text{ км.}$$

Найдем время, через которое автомобиль обгонит автобус на 20 км:

$$4) \frac{50 + 20}{21} = \frac{70}{21} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3} \text{ ч} = 3 \text{ ч } 20 \text{ мин.}$$

Ответ: 3 ч 20 мин.

729

а) Сметана — a руб.

Сыр — $1,5a$ руб.

$$0,2 \cdot a + 0,4 \cdot 1,5a = (0,2 + 0,6) \cdot a = 0,8a$$

При $a = 60$ руб. имеем: $0,8a = 0,8 \cdot 60 = 48$ руб.

Ответ: 48 руб.

б) b — прежняя цена

$$b \xrightarrow{\uparrow \text{на } 10\%} 1,1b \xrightarrow{\downarrow \text{на } 10\%} (1,1b - 0,1 \cdot 1,1b) = 0,9 \cdot 1,1b = 0,99b$$

при $b = 500$ руб., имеем: $0,99 \cdot 500 = 495$ руб.

Ответ: 495 руб.

в) $\frac{y}{x+y} \cdot 100\%$, при $x = 480$, $y = 720$ имеем:

$$\frac{720}{480 + 720} \cdot 100\% = \frac{720}{1200} \cdot 100\% = 60\%$$

Ответ: 60%.

730

$$а) \frac{-0,12 + 0,12 \cdot 0,5}{\left(-0,125 + \frac{3}{8}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{-0,12 \cdot 0,5}{\left(-\frac{1}{8} + \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{9}{4}} = \frac{-0,06}{\frac{2}{8} \cdot \frac{9}{4}} = -\frac{32}{300} = -0,10(6)$$

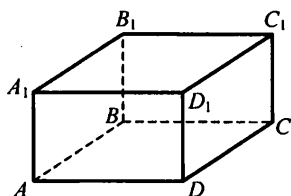
$$б) \frac{(1,47 : 1,4 - 1,5) \cdot \left(-3\frac{2}{3}\right) : (-2,7)}{\left(-\frac{7}{18} + \frac{5}{12} \cdot (-0,4)\right) : 4\frac{1}{6} - \frac{1}{6}} = \frac{(1,05 - 1,5) \cdot \frac{11}{3} \cdot \frac{10}{27}}{\left(-\frac{7}{18} - \frac{5}{12} \cdot \frac{2}{5}\right) : \frac{25}{6} - \frac{1}{6}}$$

$$= \frac{-\frac{45}{100} \cdot \frac{100}{81}}{\left(-\frac{7}{18} - \frac{1}{6}\right) : \frac{25}{6} - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{11}{18}}{\frac{10}{18} \cdot \frac{6}{25} + \frac{1}{6}} = \frac{\frac{11}{18}}{\frac{9}{30}} = \frac{11 \cdot 10}{18 \cdot 3} = 2, (037).$$

Ответ: 2,(037).

731

- а) AA_1 — видимое ребро
 AB — невидимое ребро



- б) AA_1D_1D — видимое ребро
 $ABCD$ — невидимое ребро

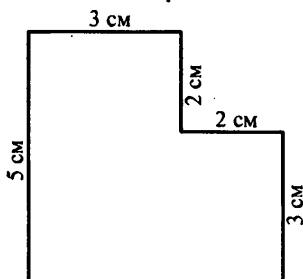
$$V = abc = 5 \cdot 6 \cdot 4 = 120 \text{ м}^3$$

$$S = 2 \cdot (ab + bc + ac) = 2(5 \cdot 6 + 6 \cdot 4 + 5 \cdot 4) = 2 \cdot 74 = 148 \text{ м}^2$$

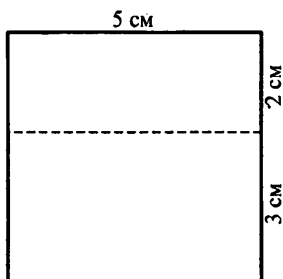
Ответ: 120 м^3 ; 148 м^2 .

732

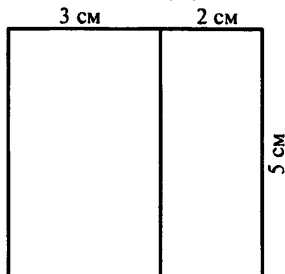
Вид спереди



Вид слева



Вид сверху



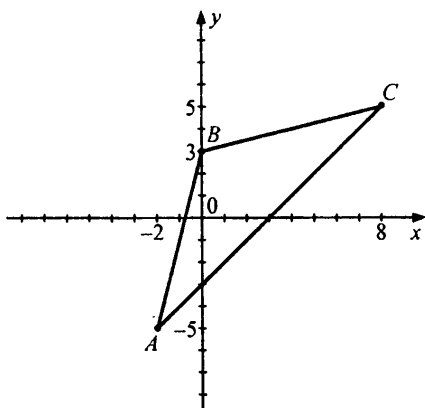
Объем:

$$V = V_1 - V_2$$

$$V_1 = AB \cdot AF \cdot AA_1 = 20^3 = 8000 \text{ см}^3$$

$$\begin{aligned}
 V_2 &= CD \cdot DE \cdot EE_1 = CD \cdot (AF - BC) \cdot AA_1 = \\
 &= 8 \cdot (20 - 12) \cdot 20 = 8 \cdot 8 \cdot 20 = 1280 \text{ см}^3 \\
 V &= 8000 - 1280 = 6720 \text{ см}^3 \\
 \text{Ответ: } &6720 \text{ см}^3.
 \end{aligned}$$

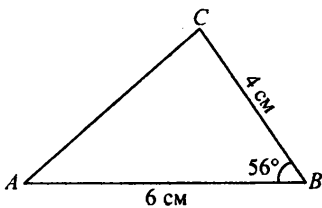
733



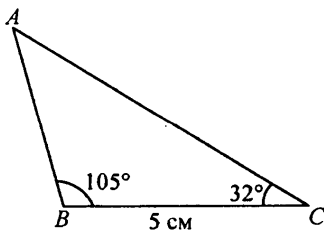
$\triangle ABC$ — равнобедренный

734

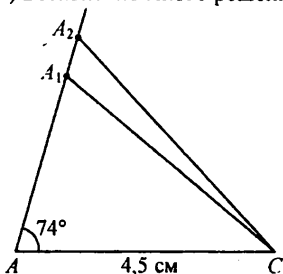
а) Единственное решение



б) Единственное решение



в) Бесконечно много решений.



735

$$а) \frac{9x-15}{0,4} = \frac{7-5x}{\frac{1}{3}}; \quad 0,4 \cdot (7-5x) = \frac{1}{3}(9x-15);$$

$$2,8 - 2x = 3x - 5; \quad 5x = 7,8; \quad x = 1,56;$$

$$б) \frac{8y+45}{15-4y} = \frac{5\frac{1}{3}}{1\frac{7}{9}}; \quad 1\frac{7}{9}(8y+45) = 5\frac{1}{3}(15-4y);$$

$$\frac{16}{9}(8y+45) = \frac{16}{3}(15-4y); \quad 8y+45 = 3(15-4y);$$

$$8y+45 = 45-12y; \quad 20y = 0; \quad y = 0.$$

Ответ: 0.

$$в) \frac{\left(\frac{1}{9}z-2\right)}{\frac{3}{5}} = \frac{\left(4\frac{1}{6}+8\frac{1}{3}z\right)}{4\frac{1}{2}};$$

$$\frac{9}{2} \cdot \left(\frac{10}{9}z-2\right) = \frac{3}{5} \left(\frac{25}{6} + \frac{25}{3}z\right); \quad 5z-9 = 2,5+5z;$$

$$-9 = 2,5 \text{ — противоречие.}$$

Ответ: \emptyset .

736

Пусть 1-й — угол x° . тогда 2-й угол — $\left(\frac{1\frac{5}{7}}{2,4} \cdot x\right)^\circ$, 3-угол — $(x-15)^\circ$,

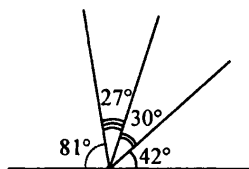
4-й — $(3 \cdot (x-15))^\circ$. В сумме четыре угла составляют 180° , имеем:

$$x + \frac{12}{2,4}x + x - 15 + 3(x - 15) = 180;$$

$$x + \frac{5}{7}x + x - 15 + 3x - 45 = 180; \quad 5\frac{5}{7}x = 240;$$

$$\frac{40}{7}x = 240; \quad x = 42^\circ.$$

Следовательно, 1-й угол — 42° , 2-й — 30° , 3-й — 27° , 4-й — 81° .



737

Найдем радиус арены из формулы $C = 2\pi r$:

$$1) 40,8 = 2 \cdot 3 \cdot r; \quad r = 6,8 \text{ м.}$$

Найдем диаметр по формуле $d = 2 \cdot r$:

$$2) d = 6,8 \cdot 2 = 13,6 \text{ м.}$$

Найдем площадь арены по формуле $S = \pi r^2$:

$$3) S = 3 \cdot (6,8)^2 = 138,72 \text{ м}^2.$$

Ответ: 13,6 м, 138,72 м².

738

За 1 час сын может выполнить $\frac{1}{2}$ работы, отец — $\frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$ работы.

Если они будут работать вместе, то за 1 ч смогут вымыть — $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$ слона.

Следовательно, 3 слона они вымоют за $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ ч = 1 ч 30 мин.

Ответ: 1 ч 30 мин.

739

$$\begin{aligned} \text{а) } & (14 \text{ м } 2 \text{ см} - 9 \text{ дм } 64 \text{ мм}) : 6,4 + 0,36 \text{ м} = \\ & = (1402 \text{ см} - 96,4 \text{ см}) : 6,4 + 36 \text{ см} = \\ & = 1305,6 \text{ см} : 6,4 + 36 \text{ см} = 204 \text{ см} + 36 \text{ см} = 240 \text{ см} = 2,4 \text{ м}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & (3,42\text{а} \cdot 0,125 - 134 \text{ дм}^2 40 \text{ см}^2) : 7,8 - 0,00045 \text{ га} = \\ & = (32400 \text{ дм}^2 \cdot 0,125 - 134,4 \text{ дм}^2) : 7,8 - 450 \text{ дм}^2 = \\ & = 3915,6 \text{ дм}^2 : 7,8 - 450 \text{ дм}^2 = 502 \text{ дм}^2 - 450 \text{ дм}^2 = 52 \text{ дм}^2 = 0,52 \text{ м}^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} & (17,5 \text{ дм}^3 \cdot 400,8 - 3,216 \text{ м}^3 : 1,6) : 1,39 + 7200000 \text{ см}^3 = \\ & = (7014 \text{ дм}^3 - 2,01 \text{ м}^3) : 1,39 + 7,2 \text{ м}^3 = (7,014 \text{ м}^3 - 2,01 \text{ м}^3) : 1,39 + 7,2 \text{ м}^3 = \\ & = 5,004 \text{ м}^3 : 1,39 + 7,2 \text{ м}^3 = 3,6 \text{ м}^3 + 7,2 \text{ м}^3 = 10,8 \text{ м}^3. \end{aligned}$$

740

- а) $P = 2a + b + 2y + (b - x) + x = 2(a + b + y);$
 б) $P = c + d + m + (c - m) + n + (d - n) = 2(c + d);$
 в) $P = a + b + a + (b - c) + 2c + c = 2(a + b + c).$

741

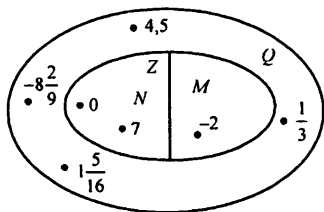
- а) $S = ab - xy;$
 б) $S = c^2 - d^2;$
 в) $S = 2\pi R^2 - 2\pi r^2 = 2\pi(R^2 - r^2).$

742

- а) $V = x \cdot a \cdot b - (a - y) \cdot (x - c) \cdot b =$
 $= b(ax - (a - y)(x - c)) = b(ax - ax + ac + yx - yc) = b(ac + yx - yc);$
 б) $V = a^3 - x^2 a;$
 в) $V = b \cdot a \cdot c - \frac{1}{2} b \cdot a \cdot c = \frac{1}{2} abc.$

Задачи на повторение

743



744

Число 1023457896.

745

1-й способ $-\frac{3}{7} \vee -\frac{5}{9}$

$$-\frac{3}{7} - \left(-\frac{5}{9}\right) = -\frac{3}{7} + \frac{5}{9} = -\frac{27}{63} + \frac{35}{63} = \frac{8}{63} > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{7} - \left(-\frac{5}{9}\right) > 0 \Rightarrow -\frac{3}{7} > -\frac{5}{9}.$$

2-й способ $-\frac{3}{7} \vee -\frac{5}{9}$

$$\frac{-\frac{3}{7}}{-\frac{5}{9}} = \frac{3 \cdot 9}{7 \cdot 5} = \frac{27}{35} < 1 \Rightarrow -\frac{3}{7} < 1 \Rightarrow -\frac{3}{7} > -\frac{5}{9}$$

3-й способ $-\frac{3}{7} \vee -\frac{5}{9}$

$$-\frac{3}{7} > -\frac{3,5}{7} = -\frac{1}{2} = -\frac{4,5}{9} > -\frac{5}{97} > -\frac{5}{9} \Rightarrow -a$$

4-й способ $-\frac{3}{7} \vee -\frac{5}{9}$

Сравним $\frac{3}{7} \vee \frac{5}{9}$

$$\frac{3}{7} - \frac{5}{9} = \frac{27 - 35}{63} = -\frac{8}{63} < 0 \Rightarrow \frac{3}{7} < \frac{5}{9} \Rightarrow -\frac{3}{7} > -\frac{5}{9}$$

5-й способ

Сравним $\frac{1}{-\frac{3}{7}} \vee \frac{1}{-\frac{5}{9}}$

$$\frac{1}{-\frac{3}{7}} = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{-\frac{5}{9}} = -\frac{9}{5} = -1\frac{4}{5} \Rightarrow -\frac{1}{5} > -\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{5}{9} < -\frac{3}{7}$$

746

$$-1\frac{11}{14} \quad 0,05 \quad -0,2 \quad \frac{5}{12} \quad -0,5 \quad 0,75 \quad 0,36 \quad -\frac{2}{9} \quad \frac{1}{75} \quad 0,375$$

(М) (И) (Г) (Р) (О) (Л) (К) (Е) (Т) (А)

$$-1\frac{11}{14}; -0,5; -\frac{2}{9}; -0,2; \frac{1}{75}; 0,05; 0,36; 0,375; \frac{5}{12}; 0,75$$

747

- | | |
|-----------------------|------------------------------|
| 1) нет | 5) да ($a > a - 2$) |
| 2) нет | 6) нет |
| 3) да ($a < a + 2$) | 7) нет |
| 4) нет | 8) да ($(-a)^2 \geq -a^2$) |

748а) $-x$ — противоположное, $\frac{1}{x}$ — обратное,б) $-(y)^3$ — противоположное, $\frac{1}{y^3}$ — обратное.в) $-(a + b)$ — противоположное, $\frac{1}{a + b}$ — обратное,г) $-(m - n)$ — противоположное, $\frac{1}{m - n}$ — обратное.**749**а) $\forall x \in \mathbb{Q}: x + (-x) = x - x = 0$ — истинно;б) $\exists y \in \mathbb{Q}: y \cdot \frac{1}{y} \neq 1$ — истинно, $y = 0$ — пример;в) $\forall a \in \mathbb{Q}: -a < 0$ — ложно.Пример: $a = -1$: $-1 \in \mathbb{Q}$, но $-(-1) = 1 > 0$;г) $\exists b \in \mathbb{Q}: \frac{1}{b} = -b$ — ложно, иначе $b^2 = -1$ имело бы решение;д) $\forall m \in \mathbb{Q}: -(-m) = m$ — истинно;е) $\forall n \in \mathbb{Q}: 1: \frac{1}{n} = n$ — ложно.Пример: при $n = 0$ это тождество неверно.**750**а) $\forall a \in \mathbb{Q}: |a| = |-a|$ — истинно;б) $\exists a \in \mathbb{Q}: |a| = \frac{1}{|a|}$ — истинно;в) $\forall a, b \in \mathbb{Q}: |a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ — истинно;г) $\forall a, b \in \mathbb{Q}: |a - b| > |a| - |b|$ — истинно.**751**

$$а) -1,6 + \left(-\frac{2}{9}\right) = -\frac{8}{5} - \frac{2}{9} = \frac{-72 - 10}{45} = -\frac{82}{45} = -1\frac{37}{45};$$

$$\text{б) } -\frac{14}{15} - (-4,35) = -\frac{14}{15} + \frac{87}{20} = \frac{-14 \cdot 4 + 87 \cdot 3}{60} = \frac{205}{60} = \frac{41}{12} = 3\frac{5}{12};$$

$$\text{в) } -\frac{3}{25} - 0,78 = -\frac{3}{25} - \frac{39}{50} = \frac{-6 - 39}{50} = -\frac{45}{50} = -0,9;$$

$$\text{г) } 0,9 - 2\frac{1}{6} = \frac{9}{10} - \frac{13}{6} = \frac{27 - 65}{30} = -\frac{38}{30} = -1\frac{4}{15};$$

$$\text{д) } -4,8 \cdot \left(-10\frac{2}{3}\right) = \frac{24}{5} \cdot \frac{32}{3} = 51,2;$$

$$\text{е) } \frac{1}{5} : (-0,18) = \frac{6}{5} : \left(-\frac{9}{50}\right) = -\frac{6}{5} \cdot \frac{50}{9} = -\frac{20}{3} = -6\frac{2}{3};$$

$$\text{ж) } \left|-\frac{5}{6}\right| : |-1,25| = \left|-\frac{5}{6}\right| : \left|-\frac{5}{4}\right| = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{3};$$

$$\text{з) } |-3,75| \cdot \left|-1\frac{1}{9}\right| = \left|-\frac{15}{4}\right| \cdot \left|-\frac{10}{9}\right| = \frac{15}{4} \cdot \frac{10}{9} = \frac{25}{18} = 1\frac{7}{18}.$$

752

а) Определение. Степенью числа a с натуральным показателем n , $n > 1$, называется произведение $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$, в котором число a взято

множителем n раз.

$$\text{б) } (-2n)^6 = (-2 \cdot (-0,5))^6 = (1)^6 = 1$$

$$(-2) \cdot n^6 = (-2) \cdot (-0,5)^6 = (-2) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = -\frac{1}{(2)^5} = -\frac{1}{32}$$

$$(-2)^6 \cdot n = 2^6 \cdot (-0,5) = -2^5 = -32.$$

753

$$\text{а) } \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -\frac{1}{125};$$

$$\text{б) } (-0,1)^5 = -0,00001;$$

$$\text{в) } (-0,5)^2 \cdot 0,04 = 0,25 \cdot 0,04 = 0,01;$$

$$\text{г) } 8,1 : \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 = 8,1 : \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = 8,1 \cdot \left(-\frac{8}{27}\right) = -2,4;$$

$$\text{д) } -\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = -0,375;$$

$$\text{е) } -0,1 + (-0,1)^2 + (-0,1)^3 = -0,1 + 0,01 - 0,001 = -0,091.$$

754

a) $\frac{18}{54} = \frac{1}{3}$;

б) $\frac{96}{420} = \frac{8}{35}$;

в) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{5}{2^2 \cdot 3} = \frac{5}{12}$;

г) $\frac{3mn}{12n^2} = \frac{m}{4n}$;

д) $\frac{10a^2bc}{45ab^3} = \frac{2ac}{9b^2}$;

е) $\frac{2x+x^2}{4x^2} = \frac{2x}{4x^2} + \frac{x^2}{4x^2} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{4}$.

755

а) $-5 \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7} : (-1,8) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{21}{4} \cdot \frac{3}{7} : \frac{9}{5} \cdot \frac{4}{25} = \frac{21}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{25} = 0,2$;

б) $\frac{-0,7 \cdot 0,06 \cdot (-1,2)}{0,024 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot 5,6} = -\frac{7 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 6}{24 \cdot 56} = -2,25$;

в) $\left(-\frac{9}{14} : \left(-5\frac{1}{7}\right) + 9,31 : (-24,5)\right) : (-0,5)^2 - 0,08 =$

$= \left(-\frac{9}{14} : \left(-\frac{36}{7}\right) + (-0,38)\right) : 0,25 - 0,08 =$

$= \left(\frac{9}{14} \cdot \frac{7}{36} - 0,38\right) : 0,25 - 0,08 = (0,125 - 0,38) : 0,25 - 0,08 =$

$= -1,02 - 0,08 = -1,1$;

г) $\frac{\left(-2,75 \cdot 2 \frac{2}{11} - 1 \frac{7}{8} \cdot (-3,2)\right) : \left(2 \frac{9}{40} - 0,275\right)}{2,47 : 0,26 - \left(-5 \frac{3}{11} : 5 \frac{3}{11}\right)^2} =$

$= \frac{\left(-\frac{11}{4} \cdot \frac{24}{11} - \frac{15}{8} \cdot \left(-\frac{16}{5}\right)\right) : (2,225 - 0,275)}{9,5 - (-1)^2} = \frac{(-6 + 6)}{8,5 \cdot 1,95} = 0$.

756

а) Переместительное свойство:

$$\forall a, b \in \mathbb{Q} : a + b = b + a, a \cdot b = b \cdot a$$

Сочетательное свойство:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{Q} : (a + b) + c = a + (b + c), (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Распределительное свойство:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{Q} : c \cdot (a + b) = ca + cb$$

б) Свойства числа 0 при сложении и вычитании:

$$\forall a \in \mathbb{Q} : a + 0 = a$$

$$\forall a \in \mathbb{Q} : a - 0 = a$$

в) $\forall a \in \mathbb{Q} : a \cdot 0 = 0$

$$\forall a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} : a \cdot \frac{1}{a} = 1$$

757

$$\text{а) } 11,9 \cdot 1 \frac{5}{16} - 1 \frac{5}{16} \cdot 3,9 = 1 \frac{5}{16} (11,9 - 3,9) = \frac{21}{16} \cdot 8 = 10,5;$$

$$\text{б) } -0,48 \cdot \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \cdot 0,48 = -0,48 \cdot \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{7} \right) = -0,48;$$

$$\text{в) } -1,6^2 + 1 \frac{3}{5} \cdot 4,1 = -1,6(1,6 - 4,1) = -1,6 \cdot (-2,5) = 4;$$

$$\begin{aligned} \text{г) } & -4,35 - 2 \frac{1}{3} - 5,18 + 1 \frac{7}{20} - 4 \frac{2}{3} + 5,18 = \\ & = (-4,35 + 1,35) - \left(2 \frac{1}{3} + 4 \frac{2}{3} \right) - (5,18 - 5,18) = -3 - 7 = -10; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д) } & -12,5 \cdot \left(-\frac{5}{13} \right) \cdot 0,8 \cdot (-2,5) \cdot 0,4 \cdot (-0,52) = \\ & = (-12,5 \cdot 0,8) \cdot \left(-\frac{5}{13} \cdot (-0,52) \right) \cdot (-2,5 \cdot 0,4) = -10 \cdot 0,2 \cdot (-1) = 2; \end{aligned}$$

$$\text{е) } -3,7 \cdot \left(\frac{1}{8} - 0,125 \right) \cdot \left(-5 \frac{16}{49} \right) \cdot 34,02 = 0.$$

758

$$\text{а) } \frac{1,21}{3,3} = \frac{121}{330} = \frac{11}{30};$$

$$\text{б) } \frac{2}{3} : \frac{4}{15} = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{4} = \frac{5}{2};$$

$$в) 0,7 : 2,1 : 2,8 = \frac{7}{10} : \frac{21}{10} : \frac{28}{10} = \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{10}{28} = \frac{5}{42};$$

$$г) 1,05 : 4\frac{1}{3} = \frac{21}{20} : \frac{3}{13} = \frac{63}{260};$$

$$д) \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6.$$

759

а) Пусть x — одна часть.

Тогда:

$$3\frac{1}{3} \cdot x + 0,5x + \frac{5}{6}x = 700; \quad \frac{10}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{5}{6}x = 700;$$

$$20x + 3x + 5x = 700 \cdot 6; \quad 28x = 4200; \quad x = 150.$$

$$\text{Имеем: } 3\frac{1}{3} \cdot 150 = 500$$

$$0,5 \cdot 150 = 75$$

$$\frac{5}{6} \cdot 150 = 125$$

Ответ: 500; 75; 125.

$$\begin{aligned} б) & \frac{\left(-4\frac{3}{20} + 1\frac{5}{12} - \frac{4}{15}\right) \cdot 0,6 - 0,6}{1,6 - 1,6 \cdot 3\frac{1}{7}} - \frac{0,0032 : (-0,4)^3 + 0,07 \cdot 20}{(1,3 - 1,236 : 1,2) : (-0,03) \cdot \frac{1}{6}} = \\ & = \frac{0,6 \left(-\frac{83}{20} + \frac{17}{12} - \frac{4}{15} - 1\right)}{1,6 \left(1 - \frac{22}{7}\right)} - \frac{0,0032 : (-0,064) + 1,4}{(1,3 - 1,03) : (-0,03) \cdot \frac{1}{6}} = \\ & = \frac{0,6 \left(\frac{-249 + 85 - 16 - 60}{60}\right)}{1,6 \left(\frac{7 - 22}{7}\right)} - \frac{-0,05 + 1,4}{0,27 : (-0,03) \cdot \frac{1}{6}} = \\ & = \frac{0,6 \cdot (-4)}{1,6 \cdot \left(-\frac{15}{7}\right)} - \frac{1,35}{(-1,5)} = \frac{2,4 \cdot 7}{24} + 0,9 = 1,6. \end{aligned}$$

Пусть x — одна часть, тогда:

$$0,1x + 0,7x = 1,6; \quad 0,8x = 1,6; \quad x = 2.$$

$$\text{Имеем: } 0,1 \cdot 2 = 0,2.$$

$$0,7 \cdot 2 = 1,4.$$

Ответ: 0,2; 1,4.

760

Пусть длина стороны BC — x см, тогда длина AB — $\left(\frac{7}{5}x\right)$ см, длина

$$AC — \left(\frac{4}{3}x\right) \text{ см.}$$

Периметр треугольника равен 16,8 см, имеем:

$$x + \frac{7}{5}x + \frac{4}{3}x = 16,8; \quad 15x + 21x + 20x = 16,8 \cdot 15;$$

$$56x = 252; \quad x = 4,5 \text{ см — длина } BC.$$

$$\text{Следовательно, длина } AB — \frac{7}{5} \cdot 4,5 = 6,3 \text{ см,}$$

$$\text{длина } AC — \frac{4}{3} \cdot 4,5 = 6 \text{ см.}$$

Ответ: 6,3 см; 4,5 см; 6 см.

761

Определение. Пропорция — это равенство вида $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, или, в других обозначениях, $a : b = c : d$.

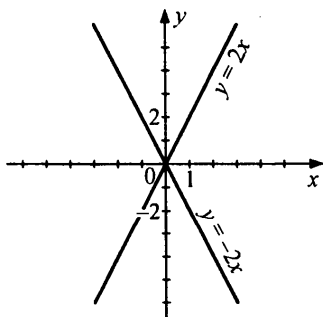
$$\text{Основное свойство: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$

762

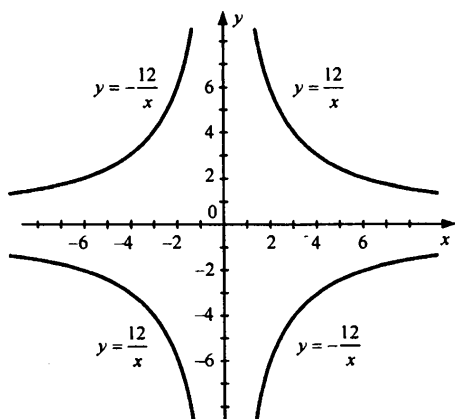
а) $y = kx$ — прямая пропорциональность

$y = \frac{k}{x}$ — обратная пропорциональность

б)



в)



763

а) 8 раз — 12,8 км
16 раз — $12,8 \cdot 2 = 25,6$ км

20 раз — $12,8 \cdot \frac{20}{8} = 32$ км

б) 2 трубы — 12 ч

4 трубы — $\frac{12}{2} = 6$ ч

5 труб — $\frac{12}{5 \cdot 2} = 4,8$ ч = 4 ч 48 мин

в) 80 км/ч — 6 ч

x км/ч — 4 ч

1) $4 \cdot x = 6 \cdot 80 \Leftrightarrow x = 120$ км/ч

2) $x - 80 = 120 - 80 = 40$ км/ч

Ответ: на 40 км/ч.

764

1) Расстояние равно:

$9 \cdot 1000000$ см = 9000000 см = 90 км

2) Расстояние равно:

$9 \cdot 300000 = 2700000 = 27$ км

765

а) $\frac{5x+16}{2x-0,8} = \frac{3,9}{2,6}$; $2,6(5x+16) = 3,9(2x-0,8)$;

$13x + 41,6 = 7,8x - 3,12$; $5,2x = -44,72$; $x = -8,6$;

$$б) \frac{2y-3}{4 \cdot \frac{1}{6}} = \frac{0,8y+1\frac{1}{2}}{3,75}; \quad \frac{15}{4}(2y-3) = \frac{25}{6}\left(0,8y + \frac{3}{2}\right);$$

$$3 \cdot (30y - 45) = 2 \cdot (20y + 37,5);$$

$$90y - 135 = 40y + 75; \quad 50y = 210; \quad y = 4,2;$$

$$в) 2\frac{2}{3} : \left(3x + \frac{5}{7}\right) = 1\frac{1}{6} : \left(x - 1\frac{1}{4}\right);$$

$$2\frac{2}{3} \cdot \left(x - 1\frac{1}{4}\right) = 1\frac{1}{6} \left(3x + \frac{5}{7}\right); \quad \frac{8}{3} \left(x - \frac{5}{4}\right) = \frac{7}{6} \left(3x + \frac{5}{7}\right);$$

$$16x - 20 = 21x + 5; \quad 5x = -25; \quad x = -5.$$

766

а) $a\%$ от числа x есть $\frac{a}{100} \cdot x$.

б) Пусть $a\%$ от числа x составляют y , тогда

$$\frac{a}{100} x = y; \quad x = \frac{100}{a} \cdot y \text{ — искомое число.}$$

в) Процентное отношение числа x к числу y есть $\frac{x}{y} \cdot 100\%$.

767

а) Найдем процентное содержания свинца:

$$1) 100\% - 54\% - 26\% = 20\%.$$

Найдем массу сплава:

$$2) 0,2x = 0,8; \quad x = 4 \text{ кг.}$$

Найдем массу меди в сплаве:

$$3) 4 \cdot 0,54 = 2,16 \text{ кг.}$$

Найдем массу цинка в сплаве:

$$4) 4 \cdot 0,26 = 1,04 \text{ кг.}$$

Ответ: 2,16 кг; 1,04 кг.

б) Найдем процентное содержания изюма:

$$1) \frac{64 \text{ кг}}{0,2 \text{ т}} = \frac{64 \text{ кг}}{200 \text{ кг}} = 32\%.$$

Найдем процент массы, который теряет виноград:

$$2) 100\% - 32\% = 68\%.$$

Ответ: 68%.

в) Найдем массу воды с пятипроцентным содержанием соли:

$$1) 0,05x = 24; \quad x = 480 \text{ кг.}$$

Найдем массу воды с двухпроцентным содержанием соли:

$$2) 0,02x = 24; \quad x = 1200 \text{ кг.}$$

Найдем разницу:

$$3) 1200 - 480 = 720 \text{ кг.}$$

Ответ: 720 кг.

768

Сперва поезд прошел 25% пути, ему осталось $100\% - 25\% = 75\%$.

После он прошел 40% оставшегося расстояния:

$$0,4 \cdot 0,75 \cdot 100\% = 0,3 \cdot 100\% = 30\%.$$

Ему осталось пройти $100 - 25\% - 30\% = 45\%$.

Ответ: 45%.

769

Найдем, сколько сока получается из 1 кг апельсинов:

$$1) (100\% - 60\%) \cdot 1 \text{ кг} = 0,4 \text{ кг.}$$

Найдем, сколько килограмм апельсинов нужно на 1 кг сока:

$$2) \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ кг.}$$

Найдем затраты на изготовление 1 кг сока:

$$3) 2,5 \cdot 18 = 45 \text{ руб.}$$

Найдем на сколько дешевле изготавливать сок:

$$4) \frac{90 - 45}{90} \cdot 100\% = \frac{1}{2} \cdot 100\% = 50\%.$$

Ответ: дешевле изготавливать сок, на 50%.

770

Пусть ширина прямоугольника — x см, тогда длина — $4x$ см. Тогда исходный периметр — $P = 2(x + 4x) = 10x$ см, площадь —

$$S = x \cdot 4x = 4x^2 \text{ см}^2.$$

Найдем длину после изменений:

$$1) 4x - 0,2 \cdot 4x = 3,2x \text{ см.}$$

Найдем ширину после изменений:

$$2) x + 0,2x = 1,2x \text{ см.}$$

Найдем новый периметр и площадь:

$$P_1 = 2 \cdot (3,2x + 1,2x) = 8,8x \text{ см}$$

$$S_1 = 3,2 \cdot x \cdot 1,2x = 3,84x^2 \text{ см}$$

Найдем изменения в процентном эквиваленте:

$$3) \frac{P - P_1}{P} \cdot 100\% = \frac{10x - 8,8x}{10x} \cdot 100\% = 12\%,$$

$$\frac{S - S_1}{S} \cdot 100\% = \frac{4x^2 - 3,84x^2}{4x^2} \cdot 100\% = 4\%.$$

Ответ: периметр уменьшения на 12%, площадь уменьшилась на 4%.

771

a) $a^3 - 3b^2 \cdot c$, при $a = -2$, $b = 0,5$, $c = -0,4$, имеем:

$$(-2)^3 - 3 \cdot (0,5)^2 \cdot (-0,4) = -7,7;$$

$$б) \left(2x + \frac{y}{z}\right)^2, \text{ при } x = -1,5; y = 1\frac{2}{3}; z = -\frac{5}{6},$$

имеем

$$\left(2 \cdot (-1,5) + \frac{1\frac{2}{3}}{-\frac{5}{6}}\right)^2 = \left(-3 + \frac{\frac{5}{3}}{-\frac{5}{6}}\right)^2 = 25$$

772

а) Коэффициент: -5 . Буквенная часть: ab .

б) Коэффициент: $0,3$. Буквенная часть: x^2 .

в) Коэффициент: 1 . Буквенная часть: m^3n .

г) Коэффициент: -1 . Буквенная часть: y .

$$д) -2b \cdot (-0,6c) = 1,2bc$$

Коэффициент: $1,2$. Буквенная часть: bc .

773

$$а) 2(7 - 3x) + 4x - 9 = 14 - 6x + 4x - 9 = 5 - 2x;$$

$$б) a(y + 6) - y(a - 1) - 6a = ay + 6a - ya + y - 6a = y;$$

$$в) 9m - 4(2m + n) + 2(-m + 3n) = 9m - 8m - 4n - 2m + 6n = -m + 2n;$$

$$г) 2a^2 - a(3a - b) - b(a - b) = 2a^2 - 3a^2 + ab - ab + b^2 = b^2 - a^2.$$

774

$$а) 2(3x + 4) = 20 - 6(2 - x); \quad 6x + 8 = 20 - 12 + 6x; \quad 9 = 8 \text{ —}$$

верно при любом $x \in \mathbb{Q}$.

Ответ: \mathbb{Q} .

$$б) 1,6x + 0,8 = -0,3(4 - 5x); \quad 1,6x + 0,8 = -1,2 + 1,5x;$$

$$0,1x = -2; \quad x = -20;$$

$$в) 7x - 4(2x + 3) = 4(x - 2) - 5(x + 4);$$

$$7x - 8x - 12 = 4x - 8 - 5x - 20; \quad -12 = -28 \text{ — противоречие.}$$

Ответ: \emptyset .

$$г) 2,4 + 4(-0,1x + 0,8) = 1,7x - 5(0,3x - 1);$$

$$2,4 - 0,4x + 3,2 = 1,7x - 1,5x + 5; \quad 0,6x = 0,6; \quad x = 1.$$

775

Пусть весь путь составляет x км.

Тогда за 1-й час он проехал $(0,2x)$ км,

во 2-й час — $(0,2x + 8)$ км,

в 3-й час — $(0,2x + 8 - 0,25 \cdot (0,2x + 8)) = (0,75(0,2x + 8))$ км,

в 4 час — $(x - 0,2x - (0,2x + 8) - 0,75(0,2x + 8))$ км.

Имеем:

$$x - 0,2x - (0,2x + 8) - 0,75(0,2x + 8) = 49;$$

$$x - 0,2x - 1,75(0,2x + 8) = 49; \quad 0,45x - 14 = 49;$$

$$0,45x = 63; \quad x = 140 \text{ км — длина пути.}$$

Ответ: 140 км.

776

I. Найдем, какое расстояние было между ними:

$$1) \quad 5 \cdot \frac{15}{60} = 1,25 \text{ км.}$$

Скорость велосипедиста больше на $(20 - 5) = 15$ км/ч. Найдем, через сколько он догнал пешехода:

$$2) \quad \frac{1,25}{15} = \frac{4}{60} \text{ ч} = 4 \text{ мин.}$$

II. Пусть пешеход был в пути x ч, тогда велосипедист был в пути

$\left(x - 2\frac{1}{4}\right)$ ч. Скорость пешехода 5 км/ч, велосипедиста — 20 км/ч,

имеем:

$$20 \cdot \left(x - 2\frac{1}{4}\right) = 5 \cdot x; \quad 20x - 45 = 5x;$$

$$15x = 45; \quad x = 3 \text{ ч — время пешехода в пути.}$$

Следовательно, длина пути $3 \cdot 5 = 15$ км.

Ответ: 4 мин, 15 км.

777

$$а) \quad x = -5 \Rightarrow x^2 = 25 \text{ — истинно;}$$

$$б) \quad x^2 = 25 \Rightarrow x = -5 \text{ — ложно;}$$

$$в) \quad |x| = 5 \Rightarrow x^2 = 25 \text{ — истинно;}$$

$$г) \quad x^2 = 25 \Rightarrow |x| = 5 \text{ — истинно.}$$

Из в) и г) можно составить равносильное высказывание.

778

Пусть объем работы — x , тогда общая производительность — $\frac{x}{a}$,

производительность 1-го — $\frac{x}{b}$, второго — $\frac{x}{c}$. Пусть производи-

тельность 3-го $\frac{x}{y}$. Найдем y :

$$\frac{x}{a} = \frac{x}{b} + \frac{x}{c} + \frac{x}{y}; \quad \frac{1}{y} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c};$$

$$y = \frac{1}{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)} \text{ — время 3-го маляра на всю работу.}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}.$$

779

а) $3x(x+1)(x-1) = 0$: $x = 0$ или $x = 1$ или $x = -1$.

Ответ: 0; 1; -1.

б) $5x \cdot (x-1)(6-x) = 120$: $x(x-1)(6-x) = 24$

x может принимать значения 1, 2, 3, 4, 8, 12, 24.

$x = 4$ — единственный корень.

Ответ: 4.

Справочное издание

Новиков Петр Геннадьевич

**Домашняя работа
по математике
за 6 класс**

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.007297.05.10 от 07.05.2010 г.

Выпускающий редактор *Л.Д. Лаппо*

Дизайн обложки *А.Ю. Горелик*

Компьютерная верстка *Д.А. Ярош*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебна

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «Владимирская книжная типография»
600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7
Качество печати соответствует
качеству предоставленных диапозитивов

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).